

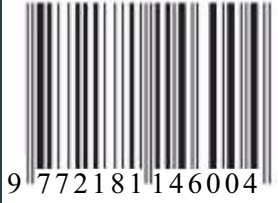
BUXORO DAVLAT UNIVERSITETI ILMIY AXBOROTI



Научный вестник Бухарского государственного университета
Scientific reports of Bukhara State University

3/2025

E-ISSN 2181-1466



9 772181 146004

ISSN 2181-6875



9 772181 687004



@buxdu_uz



@buxdu1



@buxdu1



www.buxdu.uz

3/2025

<https://buxdu.uz>

BUXORO DAVLAT UNIVERSITETI ILMIY AXBOROTI
SCIENTIFIC REPORTS OF BUKHARA STATE UNIVERSITY
НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК БУХАРСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Ilmiy-nazariy jurnal

2025, № 3, mart

Jurnal 2003-yildan boshlab **filologiya** fanlari bo'yicha, 2015-yildan boshlab **fizika-matematika** fanlari bo'yicha, 2018-yildan boshlab **siyosiy** fanlar bo'yicha, **tarix** fanlari bo'yicha 2023-yil 29-avgustdan boshlab O'zbekiston Respublikasi Oliy ta'lim, fan va innovatsiyalar Vazirligi huzuridagi Oliy attestatsiya komissiyasining dissertatsiya ishlari natijalari yuzasidan ilmiy maqolalar chop etilishi lozim bo'lgan zaruriy nashrlar ro'yxatiga kiritilgan.

Jurnal 2000-yilda tashkil etilgan.

Jurnal 1 yilda 12 marta chiqadi.

Jurnal O'zbekiston matbuot va axborot agentligi Buxoro viloyat matbuot va axborot boshqarmasi tomonidan 2020-yil 24-avgust № 1103-sonli guvohnoma bilan ro'yxatga olingan.

Muassis: Buxoro davlat universiteti

Tahririyat manzili: 200117, O'zbekiston Respublikasi, Buxoro shahri Muhammad Iqbol ko'chasi, 11-uy.

Elektron manzil: nashriyot_buxdu@buxdu.uz

TAHRIR HAY'ATI:

Bosh muharrir: Xamidov Obidjon Xafizovich, iqtisodiyot fanlari doktori, professor

Bosh muharrir o'rinbosari: Samiyev Kamoliddin A'zamovich, texnika fanlari doktori (DSc), dotsent

Mas'ul kotib: Shirinova Mexrigiyo Shokirovna, filologiya fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD), dotsent

Kuzmichev Nikolay Dmitriyevich, fizika-matematika fanlari doktori (DSc), professor (N.P. Ogaryov nomidagi Mordova milliy tadqiqot davlat universiteti, Rossiya)

Danova M., filologiya fanlari doktori, professor (Bolgariya)

Margianti S.E., iqtisodiyot fanlari doktori, professor (Indoneziya)

Minin V.V., kimyo fanlari doktori (Rossiya)

Tashqarayev R.A., texnika fanlari doktori (Qozog'iston)

Mo'minov M.E., fizika-matematika fanlari nomzodi (Malayziya)

Mengliyev Baxtiyor Rajabovich, filologiya fanlari doktori, professor

Adizov Baxtiyor Rahmonovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Rasulov To'liqin Husenovich, fizika-matematika fanlari doktori (DSc), professor

Abuzalova Mexriniso Kadirovna, filologiya fanlari doktori, professor

Amonov Muxtor Raxmatovich, texnika fanlari doktori, professor

Barotov Sharif Ramazonovich, psixologiya fanlari doktori, professor, xalqaro psixologiya fanlari akademiyasining haqiqiy a'zosi (akademigi)

Baqoyeva Muhabbat Qayumovna, filologiya fanlari doktori, professor

Bo'riyev Sulaymon Bo'riyevich, biologiya fanlari doktori, professor

Jumayev Rustam G'aniyevich, siyosiy fanlar nomzodi, dotsent

Djurayev Davron Raxmonovich, fizika-matematika fanlari doktori, professor

Durdiyev Durdimurod Qalandarovich, fizika-matematika fanlari doktori, professor

Olimov Shirinboy Sharofovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Qahhorov Siddiq Qahhorovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Umarov Baqo Bafoyevich, kimyo fanlari doktori, professor

Murodov G'ayrat Nekovich, filologiya fanlari doktori, professor

O'rayeva Darmonoy Saidjonovna, filologiya fanlari doktori, professor

Navro'z-zoda Baxtiyor Nigmatovich, iqtisodiyot fanlari doktori, professor

Hayitov Shodmon Ahmadovich, tarix fanlari doktori, professor

To'rayev Halim Hojiyevich, tarix fanlari doktori, professor

Rasulov Baxtiyor Mamajonovich, tarix fanlari doktori, professor

Eshtayev Alisher Abdug'aniyevich, iqtisodiyot fanlari doktori, professor

Quvvatova Dilrabo Habibovna, filologiya fanlari doktori, professor

Axmedova Shoir Nematovna, filologiya fanlari doktori, professor

Bekova Nazora Jo'rayevna, filologiya fanlari doktori (DSc), professor

Amonova Zilola Qodirovna, filologiya fanlari doktori (DSc), dotsent

Hamroyeva Shahlo Mirjonovna, filologiya fanlari doktori (DSc), dotsent

Nigmatova Lola Xamidovna, filologiya fanlari doktori (DSc), dotsent

Boboyev Feruz Sayfullayevich, tarix fanlari doktori

Jo'rayev Narzulla Qosimovich, siyosiy fanlar doktori, professor

Xolliyev Askar Ergashovich, biologiya fanlari doktori, professor

Artikova Hafiza To'ymurodovna, biologiya fanlari doktori, professor

Norboyeva Umida Toshtemirovna, biologiya fanlari doktori, professor

Hayitov Shavkat Ahmadovich, filologiya fanlari doktori, professor

Qurbonova Gulnoz Negmatovna, pedagogika fanlari doktori (DSc), professor

Ixtiyarova Gulnora Akmalovna, kimyo fanlari doktori, professor

Rasulov Zubaydullo Izomovich, filologiya fanlari doktori (DSc), dotsent

Mirzayev Shavkat Mustaqimovich, texnika fanlari doktori, professor

Esanov Husniddin Qurbonovich, biologiya fanlari doktori, dotsent

Raupov Soyib Saidovich, tarix fanlari nomzodi, professor

Zaripov Gulmurot Toxirovich, texnika fanlari nomzodi, professor

Jumayev Jura, fizika-matematika fanlari nomzodi, dotsent

Ochilov Alisher To'lis o'g'li, tarix fanlari doktori, dotsent

Klichev Qybek Abdurasulovich, tarix fanlari doktori, dotsent

G'aybulayeva Nafisa Izattullayevna, filologiya fanlari doktori (DSc), professor

MUNDARIJA *** СОДЕРЖАНИЕ *** CONTENTS		
МАТЕМАТИКА *** MATHEMATICS *** МАТЕМАТИКА		
Latha M.S., Parandhama A., Kulanov I.B., Burkhonov Sh.I., Musurmonova G.P.	Effect of gyrotactic microorganisms on electrically conducting Carreau nanofluid flow along an exponentially stretching surface in the presence of chemical reaction	4
Asrorova Ch.B., Bekmurodov B.T.	Matematik modellashirish yordamida sonli, funksional va darajali qatorlarni yaqinlashishga tekshirish va yaqinlashish oralig'ini topish	10
Khayriev U.N., Barraeva S.Sh.	The norm for the error functional of the quadrature formula with derivative in the Sobolev space	16
Bulakova F.S.	On an irreducible polynomials	22
Dehqonov H.T.	Benney-Luke tipidagi kasr tartibli tenglama uchun integral chegaraviy shart bilan berilgan masala	28
Gulomov S.O.	Evasion differential game with multiple pursuers for an infinite system of differential equations	35
Kuyanbayeva K.A.	Proof of the irrationality of various real numbers	41
Xayitova X.G.	Trigonometrik tenglamalar va tengsizliklar yechishning ba'zi tatbiqlari	45
Боймуродов Ж.Х.	Дискретный спектр оператора некоторой системы трёх частиц на решётке	49
Xolikov S.X.	Maksvell tenglamalar sistemasi	61
Давлатов Ш.О.	Икки ўлчамли соҳа аппроксимацияси	66
Матанов М.Ч.	Метод граничных элементов в гармонических задачах и его применение для решения связанных моделей	71
Мейлиев Х.Ж., Эшонкулов Ж.С., Жамолов М.Х.	Траектория квадратичных стохастических операторов, определённых на прямом произведении $S^1 \times S^1$	78
Маматов Ш.К., Омонов Ш.Б., Улуғбекова А.У.	О неопределённости единых интегральных операторов, действующих на растяжение в обобщённых пространствах Гельдера	84

FIZIKA *** PHYSICS *** ФИЗИКА		
Ergashev S.Sh., To‘rayev J.Sh.	Ekzosayyoralar haqida umumiy ma’lumotlar, ularning o‘tmishi, hoziri va kelajagi	89
Abdinabiyev J.S., Rayimov A.O.	Bir jinsli balkaning so‘nuvchi erkin tebranma harakat tenglamasining sonli yechimi	96
Mavlonov G‘.H., Abdug‘aniyev Y.A.	Yevropiy kirishma atomlari bilan legirlangan kremniyning magnit xususiyatlari	100
Ochilov O.O., Qulmatova G.A., Malikov K.H., Abdulxafizova N.O.	Research and application of domain structures in bismuth-bearing yttrium iron garnet	105
Nurimov U.E.	Magnetit asosidagi magnit suyuqliklarni hosil qilish va uning ichki tuzilishini o‘rganish	110
Turg‘unboyev A.Y., Ro‘ziyev F.M., Tajibayev I.I., Zaxidov E.A., Quvondiqov V.O.	Spektroskopik usuldan foydalanib samarali $P_3HT:PC_{71}BM$ asosli faol qatlam olish	114
Xalilov Sh.E.	Oltingugurt kolloidi biologik faolligini prolongatsiyalash imkoniyatlari	119
Xusanova D.X., Mexmonov K.K., Mirzayev S.Z., Xalilov U.B.	Perilen nukleatsiyaoldi jarayonlari kinetikasiga a- SiO_2 katalizatorining ta’siri	124
Назаров М.Р., Назарова Н.М., Худойбердиев А.А., Ражабов Б.Х., Рахмонова М.А.	Гелиокуритгичларда конвектив иссиқлик-масса-алмашилиш жараёнларини тадқиқ этиш	129
Назаров М.Р., Назарова Н.М., Рамазонова Ф.Ё.	Тепловой насос и его применение	134

Саидханов Н.Ш.	Сравнение методов ядерных фотоэмульсий и пузырьковых камер по результатам изучения дифракционных процессов	140
Султанов А.М., Бозоров Х.Н.	Исследование влияния примеси Ag на слаболегированные p^0-n^0 -гетеропереходы и устройства на их основе	147
Esanov N.Q.,	Egri quvurlarning erkin va majburiy tebranishlar masalasi	154
Кувандиков О.К., Шодиев З.М., Ахтамов Ж.Ш.	Влияние кислорода на электронные и магнитные свойства ферромагнитного кобальта	163
Turayev A.A., Kamolova O.A.	O'ta o'tkazgich moddalarning yaratilishi va ularning zamonaviy fan-texnika sohalarida tutgan o'rni	170
BIOLOGIYA *** BIOLOGY *** БИОЛОГИЯ		
Хасанов И.Х.	Эффективность карбамидной суспензии на продуктивность растений верблюжьей колючки и солодки голой в Бухарской области	176
Abdujabborov L.A.	O'zbekistonda yetishtirilgan qovun hosilini saqlash va qayta ishlashning ilmiy asoslari	180
Shodiyeva E.B.	Quruq iqlimda yetishtirilgan bug'doy donining biologik ko'rsatkichlarining un ishlab chiqarishdagi ahamiyati	186
Abdujabborov L.A.	Qovun va uning xususiyatlari	192
INFORMATIKA *** INFORMATICS *** ИНФОРМАТИКА		
Porubay O.V., Turdimatov M.M.	Elektr energetika obyektlarida boshqaruv qarorlarini qabul qilishni intellektuallashtirish	197
Кулматова Г.А.	Визуализация структуры нанослоёв иттриево-железного граната ($Y_3Fe_5O_{12}$) в программе VESTA	203

EFFECT OF GYROTACTIC MICROORGANISMS ON ELECTRICALLY CONDUCTING CARREAU NANOFUID FLOW ALONG AN EXPONENTIALLY STRETCHING SURFACE IN THE PRESENCE OF CHEMICAL REACTION

M. Sneha Latha,

Associate Professor of Department of Mathematics Sambhram
College, Bangalore, Bangalore, India, 517102
Snehalathashanwik@gmail.com

A. Parandhama,

Assistant professor of Department of Mathematics,
Sree Vidyanikethan Engineering College (Autonomous),
Tirupati, (A.P), India 51710
parandhama.a@suh.edu.in

Kulanov Ikrom Burxononovich,

Senior lecturer of Department of Higher Mathematics,
Jizzakh Polytechnic Institute, Jizzax, Uzbekistan, 130100
ikulanov76@mail.ru

Burkhonov Sherzod Ikrom o'g'li,

Student of Tashkent of University of Information technologies,
Samarkand brach, Uzbekistan, 130100
burxonovsherzod7680@gmail.com

Musurmonova Go'zal Parida qizi,

Student of Tashkent University of Information technologies,
Samarkand brach, Uzbekistan, 130100
guzal6983@gamil.com

Abstract. In this article, we have discussed the effects of gyrotactic microorganisms on electrically conducting carreau nanofluid across an exponentially stretching surface over a thermal radiation in the presence of chemical reaction. The governing partial differential equations and boundary conditions are converted into a system of non-linear ordinary differential equations by the using of similarity transformations which are then solved numerically using shooting technique with the help of MATLAB program. The fluid velocity is an increasing function of the local Weissenberg number, according to this research. Magnetic field influence reduces the thickness of the momentum boundary layer. Due to increased values of thermophoresis and Brownian motion effects, there is an increasing trend in carreau fluid temperature. Brownian motion causes the concentration field to decrease, whereas thermophoresis causes it to increase. The concentration profile is enhanced by activation energy, but the Schmidt number is reduced. Present results are compared with the previously published results in some limiting cases and results are found to be in an excellent agreement.

Key words: gyrotactic microorganisms, matlab, weissenberg number, brownian motion effects, schmidt number, newtonian and non-newtonian fluids, nanoparticle concentration, thermophoresis, biomedical process, motile microorganisms.

GIROTAKTİK MIKROORGANİZMLARNING KIMYOVİY REAKSIYA MAVJUD BO'LGANDA EKSPONENT RAVISHDA CHO'ZILGAN SIRT BO'YLAB KARRO NANOSUYUQLIGINING ELEKTR O'TKAZUVCHAN OQIMIGA TA'SIRI

Annotatsiya. Ushbu maqolada biz girotaktik mikroorganizmlarning elektr o'tkazuvchan Karro nanosuyuqligiga kimyoviy reaksiya mavjud bo'lganda termal nurlanish ustidan eksponent ravishda cho'zilgan sirt orqali ta'sirini muhokama qildik. Boshqaruvchi xususiy hosilali differensial tenglamalar va chegaraviy shartlar o'xshashlik o'zgarishlaridan foydalangan holda chiziqli bo'lmagan oddiy differensial tenglamalar sistemasiga aylantiriladi, so'ngra MATLAB dasturiy ta'minoti yordamida yo'qotish usulida sonli yechiladi. Ushbu tadqiqotga ko'ra, suyuqlik tezligi mahalliy Veyssenberg sonining o'suvchi funksiyasidir. Magnit maydonning ta'siri impuls chegara qatlamining qalinligini pasaytiradi. Termoforez va Braun harakati ta'sirining ortib borayotgan qiymatlari tufayli Karro suyuqligi haroratining oshishi tendensiyasi mavjud. Braun harakati konsentratsiya maydonining pasayishiga olib keladi, termoforez esa

uning kuchayishiga olib keladi. Konsentratsiya profili faollashtirish energiyasi bilan yaxshilanadi, lekin Schmid soni kamayadi. Ba'zi cheklangan holatlarda olingan natijalar ilgari e'lon qilingan natijalar bilan taqqoslanadi va natijalar juda mos keladi.

Kalit so'zlar: girotaktik mikroorganizmlar, Matlab, Vayssenberg soni, Broun harakatining ta'siri, Schmid soni, Nyuton va nonyuton suyuqliklari, nanozarrachalar konsentratsiyasi, termoforez, biotibbiy jarayon, harakatchan mikroorganizmlar.

ВЛИЯНИЕ ГИРОТАКСИЧЕСКИХ МИКРООРГАНИЗМОВ НА ЭЛЕКТРОПРОВОДЯЩИЙ ПОТОК НАНОЖИДКОСТИ КАРРО ВДОЛЬ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНО РАСТЯГИВАЮЩЕЙСЯ ПОВЕРХНОСТИ В ПРИСУТСТВИИ ХИМИЧЕСКОЙ РЕАКЦИИ

Аннотация. В этой статье мы обсудили влияние гиротактических микроорганизмов на электропроводящую наножидкость Карро через экспоненциально растягивающуюся поверхность над тепловым излучением в присутствии химической реакции. Управляющие уравнения в частных производных и граничные условия преобразуются в систему нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений с использованием преобразований подобия, которые затем решаются численно с использованием метода стрельбы с помощью программы MATLAB. Согласно этому исследованию, скорость жидкости является возрастающей функцией локального числа Вейссенберга. Влияние магнитного поля уменьшает толщину пограничного слоя импульса. Из-за возросших значений эффектов термофореза и броуновского движения наблюдается тенденция к увеличению температуры жидкости Карро. Броуновское движение вызывает уменьшение поля концентрации, тогда как термофорез вызывает его увеличение. Профиль концентрации улучшается за счёт энергии активации, но число Шмидта уменьшается. Текущие результаты сравниваются с ранее опубликованными результатами в некоторых предельных случаях, и результаты оказываются в отличном согласии.

Ключевые слова: гиротаксические микроорганизмы, Matlab, число Вайссенберга, эффекты броуновского движения, число Шмидта, ньютоновские и неньютоновские жидкости, концентрация наночастиц, термофорез, биомедицинский процесс, подвижные микроорганизмы.

Introduction. Because of the vast variety of practical applications in the boundary layer flow and heat transfer of nanofluid over a stretched sheet are an important area of research like metal spinning and drawing, and the use of plastic and rubber sheets, Cooling of continuous strips or filaments, crystals, and polymeric films, Growing, glass blowing, and paper manufacture, are few of the important applications for this research. Biomedical process also finds this type of applications. By introducing different physical aspects like, suction, porosity, thermal radiative motion and magnetic field impact on Newtonian and non-Newtonian fluids by many researchers which are mentioned in [1-12]. Makinde and Aziz [13] also reported the boundary layer flow pattern of a nanofluid through a stretchable surface along with conditions on convective boundary. Research works by authors [14-17] to discuss the flow and heat transfer characteristics based on exponentially stretching surfaces which are noteworthy.

The occurrence of bio-convection in flow pattern is due to the involvement of microscopic organisms in the assumed fluid. Motile microorganisms are somewhat denser than water in suspensions, and these self-propelled motile bacteria often swim upward, increasing the density of the base fluid. This research might also find applications in sophisticated nanomechanical bioconvection energy conversion devices, bio-nano-coolant systems, and so on. The field of nanofluid bioconvection research has a young history. Bioconvection in suspensions comprising tiny solid particles and gyrotactic bacteria was initially proposed by Kuznetsov and Avramenko [18]. Later several investigations are being carried by researchers. Some of the numerous works are mentioned here. The steady magneto rheological flow of Carreau nanofluid with microorganisms along a moving wedge under the influence of velocity slip and thermal radiation is studied by Muhammad et al. [19]. Farooq et al. [20] discussed the bioconvection aspects in Carreau nanofluid over a stretching cylinder along with modified Cattaneo-Christov expressions and heat source. Considering a three dimensional bioconvective flow of a Carreau nanofluid over a moving surface Waqas et al. [21] carried out a numerical investigation with motile microorganisms and a heat source / sink. Shafiq et al. [22] reported the results for a modeling of bioconvective tangent hyperbolic flow of a nanofluid along an exponentially stretched surface by means of response surface methodology. Numerical analysis is reported by Pal et al. [23,24] to analyze the impacts of thermal radiation on transfer of heat in water-based nanofluid involving motile gyrotactic microorganisms through an exponentially stretching sheet.

Based on the above works, a numerical treatment is made in this article to study the behavior of motile microorganisms in the Carreau nanofluid flow past an exponentially stretching surface under the impacts of thermal radiation, in the presence of chemical reaction with the effect of MHD. The obtained outcomes of the present analysis are deliberated through graphs.

Mathematical modeling. In this modeling, we consider a steady two-dimensional incompressible viscous boundary layer flow of an electrically conducting nanoliquid with motile gyrotactic microorganisms along an exponentially stretching surface.

By using the similarity transformation, the equations of continuity, Momentum, energy, nanoparticle concentration and gyrotactic microorganism are as follows:

$$(1 + We^2 f'^2)^{\frac{n-3}{2}} (1 + nWe^2 f'^2) f'''' + f f'' - 2f'^2 + 2\lambda e^{\left(\frac{a-4}{2}\right)\chi} [\theta - Nr\phi - Rb\chi] - 2Me^{-\chi} f' - 2\chi e^{-\chi} f' = 0 \quad (1)$$

$$(1 + \frac{4R}{3})\theta'' + Pr \left[f\theta' - af'\theta + Ec \cdot e^{\frac{\chi}{2}(4-a)} f'^2 + 2M \cdot Ec \cdot e^{\frac{\chi}{2}(2-a)} f'^2 + Se^{-\chi}\theta \right] = 0 \quad (2)$$

$$\phi'' + Le(f\phi' - af'\phi) + \left(\frac{Nt}{Nb}\right)\theta'' - Le\Gamma e^{-\chi} \left(1 + \Lambda e^{\frac{a\chi}{2}\theta}\right)^m \exp\left[\frac{-E}{1 + \Lambda e^{\frac{a\chi}{2}\theta}}\right] \phi = 0 \quad (3)$$

$$\chi'' + Lb(f\chi' - af'\chi) - Pe \left[e^{a\chi/2} \phi' \chi'' + (\Omega + e^{\frac{a\chi}{2}}) \phi'' \right] = 0 \quad (4)$$

And the resultant boundary conditions are

$$\begin{aligned} f = 0, f' = 1 + Pf'', \theta = 1, \phi = 1, \chi = 1 & \quad \text{at } \eta = 0 \\ f' \rightarrow 0, \theta \rightarrow 0, \phi \rightarrow 0, \chi \rightarrow 0 & \quad \text{as } \eta \rightarrow \infty \end{aligned} \quad (5)$$

Results and Discussion. Numerical calculations are obtained by performing the shooting technique together with RK-4th order method on the reduced system of equations (1) – (4) along with boundary conditions in (5) for a particular set of values given to the pertinent parameters of the study. The responses in velocity profiles, temperature and concentration profiles, micro-organism profiles are deliberated by means of plots and discussed in detail.

Variations in velocity profile. The responses in nanofluid velocity for relevant parameters are displayed in figures (2) to (8). It is clear from the figure 2 that the velocity of the fluid is heightened by (λ) but opposite tendency is notified while increasing(Nr). The effects of Weissenberg number (We) and (Rb) are shown in figure 3. Larger values of (We) causes the increment in velocity but it is reduced by a rise in(Rb). Impacts of magnetic field (M) and (k) are captured in figure 4.

The hike in velocity profiles are identified due to those parameters. The influences of power-law index (n) and fitted rate constant (m) are shown in fig.5. Rising profiles of velocity is noticed due to those parameters. Effects of Activation energy (E) and (a) are shown in figure 6. Velocity is suppressed by both increments in activation energy (E) and (a). Velocity changes due to the parameters (Lb), (Pe) and (Ω) are depicted from the figure 7. Increased values in these parameters causes an upsurge in velocity profiles. Figure 8 is the evidence of the impacts of the parameters (R), (S) and (Pr) on velocity field. Velocity seen to be increased due to an increment in radiation (R) and (S) where as a decrement in velocity is noticed by intensified values of Prandtl number (Pr).

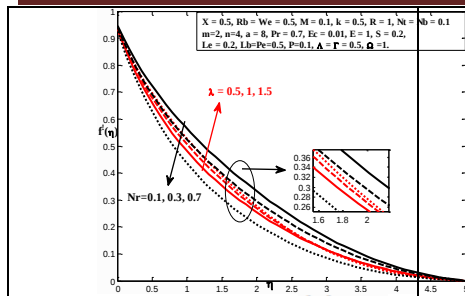


Figure 2. Impact of (λ) and (Nr) on Velocity

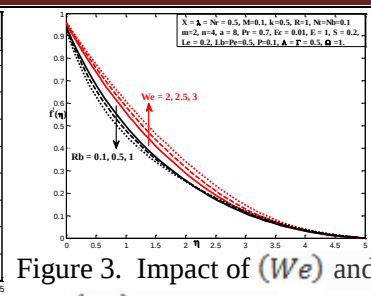


Figure 3. Impact of (We) and (Rb) on Velocity

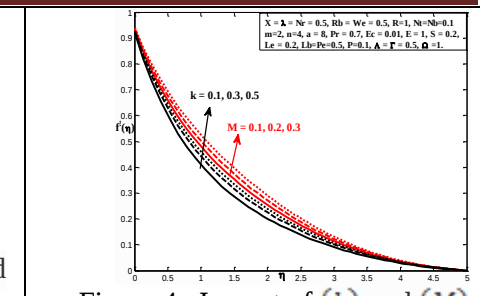


Figure 4. Impact of (k) and (M) on Velocity

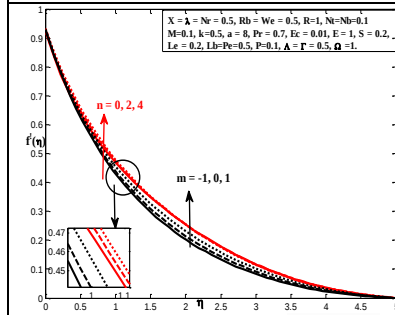


Figure 5. Impact of (n) and (m) on Velocity

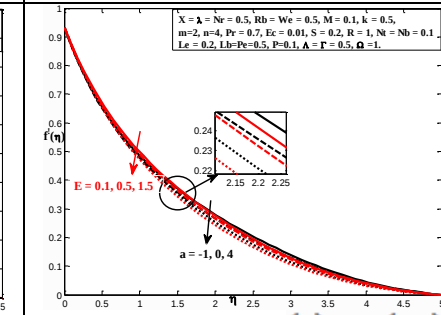


Figure 6. Impact of (λ) and (Nr) on Velocity

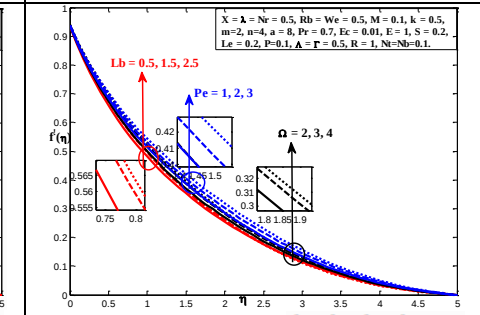


Figure 7. Impact of (Lb) , (Pe) and (Ω) on Velocity

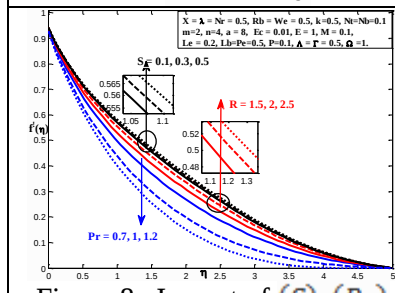


Figure 8. Impact of (S) , (Pe) and (R) on Velocity

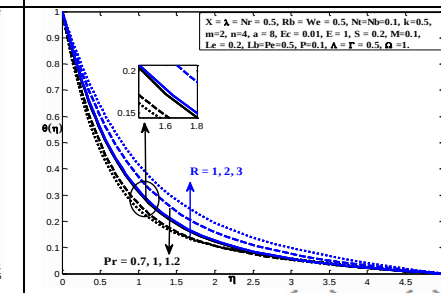


Figure 9. Impact of (Pr) and (R) on Temperature

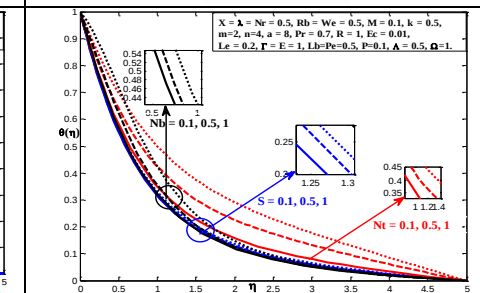


Figure 10. Impact of (Nb) , (S) and (Nt) on Temperature

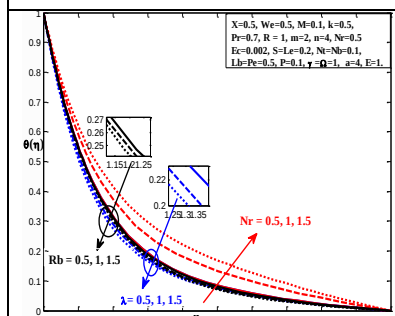


Figure 11. Impact of (Rb) , (λ) and (Nt) on Temperature

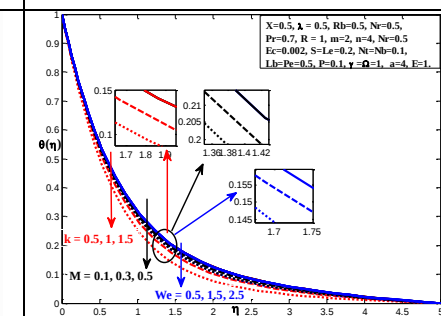


Figure 12. Impact of (k) , (M) and (We) on Temperature

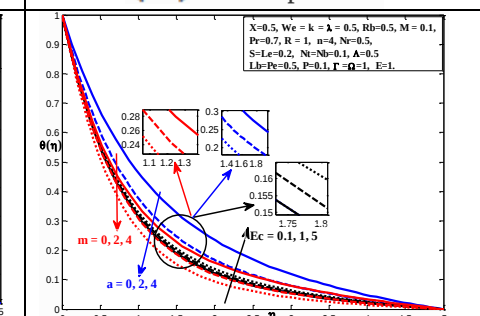


Figure 13. Impact of (m) , (a) and (Ec) on Temperature

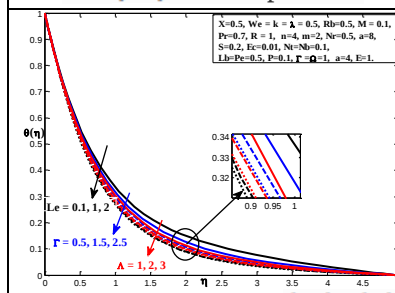


Figure 14. Impact of (Le) , (Γ) and (A) on Temperature

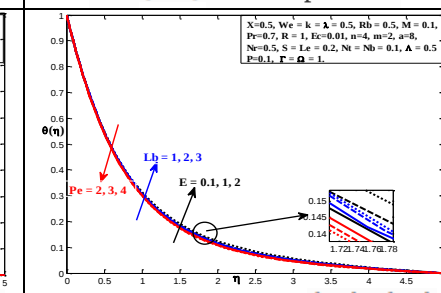


Figure 15. Impact of (Pe) , (Lb) and (E) on Temperature

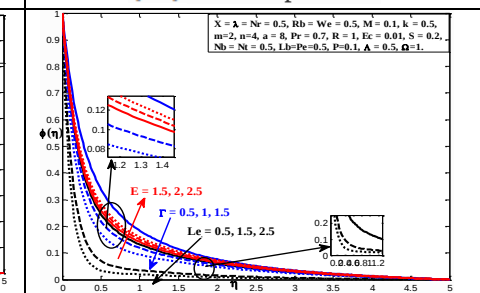


Figure 16. Impact of (E) , (Γ) and (Le) on Concentration

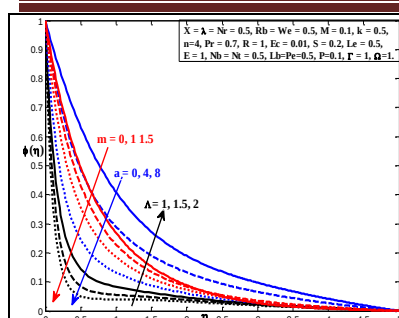


Figure 17. Impact of (m) , (a) and (A) on Concentration

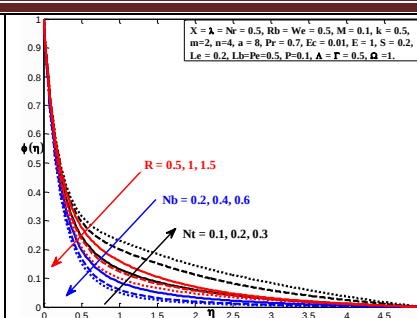


Figure 18. Impact of (R) , (Nb) and (Nt) on Concentration

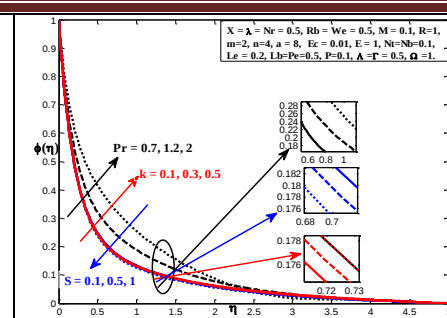


Figure 19. Impact of (Pr) , (k) and (S) on Concentration

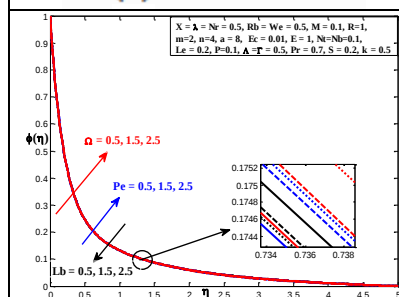


Figure 19. Impact of (Ω) , (Pe) and (Lb) on Concentration

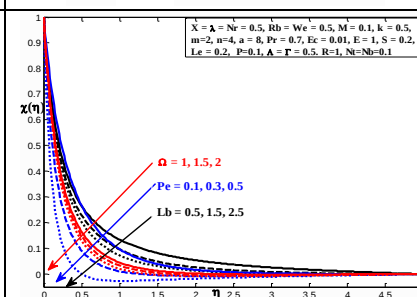


Figure 20. Impact of (Ω) , (Pe) and (Lb) on organisms

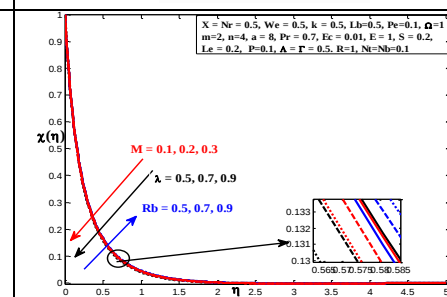


Figure 21. Impact of (M) , (λ) and (Rb) on organisms

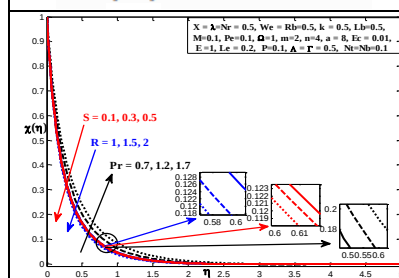


Figure 22. Impact of (S) , (R) and (Pr) on organisms

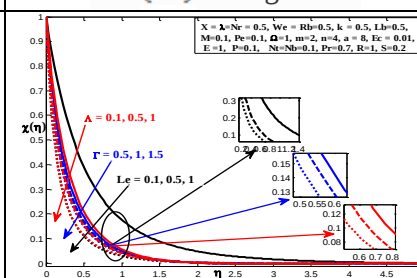


Figure 23. Impact of (A) , (Γ) and (Le) on organisms

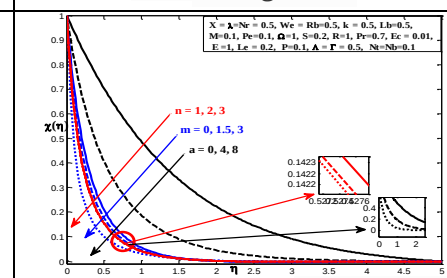


Figure 24. Impact of (n) , (m) and (a) on organisms

REFERENCES:

1. Gupta, P.S., & Gupta, A.S. (1997). Heat and mass transfer on a stretching sheet with suction or blowing. // *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 55(6), 744–746.
2. Gorla, R.S.R., & Sidawi, I. (1994). Free convection on a vertical stretching surface with suction and blowing. *Applied Scientific Research*, 52, 247–257.
3. Hayata, T., Intiazia, M., Alsaedib, A., Mansoor, R. (2014). MHD Flow of nanofluids over an exponentially stretching sheet in a porous medium with convective boundary conditions. // *Chinese Physics B*, 23(5), 054701.
4. Das, K., Duari, P.R., Kundu, P.K. (2015). Nanofluid bioconvection in presence of gyrotactic microorganisms and chemical reaction in a porous medium. // *Journal of Mechanical Science and Technology*, 29(11), 4841–4849.
5. Ishak, A. (2011). MHD Boundary layer flow due to an exponentially stretching sheet with radiation effect. // *Sains Malaysiana*, 40(4), 391–395.
6. Rashidi, M.M., Ganesh, N.V., Hakeem, A.K.A., Ganga, B. (2014). Buoyancy effect on MHD flow of nanofluid over a stretching sheet in the presence of thermal radiation. // *Journal of Molecular Liquids*, 198, 234–238.
7. Pal, D., & Mandal, G. (2016). Magnetohydrodynamic Heat Transfer of Nanofluids Past a Stretching Cylinder with Nonuniform Heat Source/Sink and Chemical Reaction, // *International Journal of Applied and Computational Mathematics*. <https://doi.org/10.1007/s40819-016-0241-0>.
8. Bhattacharyya, K., & Pop, I. (2011). MHD boundary layer flow due to an exponentially shrinking sheet. // *Magnetohydrodynamics*, 47, 337–344.

9. Mahapatra, T.R., & Gupta, A.S. (2001). Magnetohydrodynamic stagnation-point flow towards a stretching sheet. // *Acta Mechanica*, 152(1-4), 191–196.
10. Mukhopadhyay, S. (2013). Casson fluid flow and heat transfer over a nonlinearly stretching surface, // *Chinese Physics Letters* 22. <https://doi.org/10.1088/1674-1056/22/7/074701>.
11. Reddy, P.B.A., & Reddy, N.B. (2011). Thermal radiation effects on hydromagnetic flow due to an exponentially stretching sheet. // *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 3(4), 300–306.
12. Mukhopadhyay, S., De Rajan, P., Bhattacharyya, K., Layek, G.C. (2013). Casson fluid flow over an unsteady stretching surface. // *Ain Shams Engineering Journal*, 4, 933–938.
13. Makinde, O.D., & Ogulu, A. (2008). The effect of thermal radiation on the heat and mass transfer flow of a variable viscosity fluid past a vertical porous plate permeated by a transverse magnetic field. // *Chemical Engineering Communications*, 195(12), 1575–1584.
14. Magyari, E., & Keller, B. (1999). Heat and mass transfer in the boundary layers on an exponentially stretching continuous surface. // *Journal of Physics D: Applied Physics*, 32, 577–585.
15. Al-Odat, M.Q., Damseh, R.A., Al-Azab, T.A. (2006). Thermal boundary layer on an exponentially stretching continuous surface in the presence of magnetic field effect. // *International Journal of Applied Mechanics and Engineering*, 11(2), 289–299.
16. Pal, D. (2010). Mixed convection heat transfer in the boundary layers on an exponentially stretching surface with magnetic field. // *Applied Mathematics and Computation*, 217, 2356–2369.
17. Babu, K.S.S., Parandhama, A. & Vijaya, R.B. Non-linear MHD convective flow of Carreau nanofluid over an exponentially stretching surface with activation energy and viscous dissipation. // *SN Appl. Sci.* 3, 382 (2021). <https://doi.org/10.1007/s42452-021-04339-4>.
18. Kuznetsov, A.V., & Avramenko, A.A. (2004) Effect of small particles on the stability of bioconvection in a suspension of gyrotactic microorganisms in a layer of finite depth. // *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 31, 1–10.
19. Muhammad, T., Alamri, S.Z., Waqas, H. et al. Bioconvection flow of magnetized Carreau nanofluid under the influence of slip over a wedge with motile microorganisms. // *J Therm Anal Calorim* 143, 945–957 (2021). <https://doi.org/10.1007/s10973-020-09580-4>
20. Waqas, H., Imran, M., Muhammad, T. et al. Numerical investigation on bioconvection flow of Oldroyd-B nanofluid with nonlinear thermal radiation and motile microorganisms over rotating disk. // *J Therm Anal Calorim* 145, 523–539 (2021). <https://doi.org/10.1007/s10973-020-09728-2>
21. Hassan Waqas, Umar Farooq, M.S. Alqarni, Taseer Muhammad, Numerical investigation for 3D bioconvection flow of Carreau nanofluid with heat source/sink and motile microorganisms, // *Alexandria Engineering Journal*, 2021. <https://doi.org/10.1016/j.aej.2021.06.089>.
22. Anum Shafiq, Tabassum Naz Sindhu, Chaudry Masood Khalique, Numerical investigation and sensitivity analysis on bioconvective tangent hyperbolic nanofluid flow towards stretching surface by response surface methodology, // *Alexandria Engineering Journal*, Volume 59, Issue 6, 2020. <https://doi.org/10.1016/j.aej.2020.08.007>.
23. Ikrom Kulanov, Sneha Latha, Azizbek Uzakboyev, Shakhzoda Burkhanova. Effect of gyrotactic microorganisms on electrically conducting carreau nanofluid flow along an exponentially stretching surface in the presence of chemical reaction. Problems in the textile and light industry in the context of integration of science and industry and ways to solve them: pticisiws-2.4–5 may 2023. Namangan, Uzbekistan. AIP Conf. Proc. 3045, 030066 (2024). <https://doi.org/10.1063/5.0197498>.
24. Ikrom Kulanov, Sneha Latha. Mhd stefan flow of casson nanofluid through a porous medium in the presence of chemical reaction with the effect of thompson and troian slip over a plate in the company of radiation, // *журнал Экономика и социум*, номер 6-1 (121) (2024), стр 376-379.

MATEMATIK MODELLASHTIRISH YORDAMIDA SONLI, FUNKSIONAL VA DARAJALI QATORLARNI YAQINLASHISHGA TEKSHIRISH VA YAQINLASHISH ORALIG'INI TOPISH

Asrorova Charos Baxtiyor qizi,
 “TIQXMMI” Milliy Tadqiqot universitetining
 Qarshi Irrigatsiya va Agrotexnologiyalar instituti assistenti
 asrorovacharos10@gmail.com
Bekmurodov Bobur Toyloq o'g'li,
 Qarshi muhandislik-iqtisodiyot instituti stajyor o'qituvchisi
 b.bekmurodov@alumni.nsu.ru

Annotatsiya. Ushbu maqolada matematik modellashtirish usullari orqali sonli, funksional va darajali qatorlarning yaqinlashishi o'rganiladi. Turli qatorlarning yaqinlashish shartlari tahlil qilinadi va ularning qaysi oraliklarda yaqinlashishi yoki uzoqlashishi aniqlanadi. Biz qatorlarning xususiyatlarini tahlil qilib, ularning harakatini aniqlash uchun analitik usullarni qo'llaymiz va matematik kontekstda qatorlar haqidagi tushunchalarni yanada chuqurlashtirish uchun muhim natijalarni taqdim etamiz. Tadqiqot qatorlarning yaqinlashishini tushunishga mohiyatan yordam berish va matematik tahlil va shunga o'xshash sohalarida qo'shimcha tadqiqotlarning rivojlanishini rag'batlantirishga qaratilgan.

Kalit so'zlar: matematik modellashtirish, sonli qatorlar, funksional qatorlar, darajali qatorlar, yaqinlashish, yaqinlashish oralig'i, analitik metodlar, konvergensiya, divergensiya, qatorlarning xususiyatlari, chegarali qiymatlar, yaqinlashish shartlari, soniyning modellarini tuzish, o'zgaruvchanlik, asimptotik tahlil, qatorlar nazariyasi, matematik baholash, katta mavzu, o'zaro bog'liqlik, mavzular bo'yicha tadqiqot.

ПРОВЕРКА ЧИСЛОВЫХ, ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ И СТЕПЕННЫХ РЯДОВ НА СХОДИМОСТЬ С ПОМОЩЬЮ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И НАХОЖДЕНИЕ ИНТЕРВАЛА СХОДИМОСТИ

Аннотация. В данной статье рассматривается сходимость числовых, функциональных и степенных рядов с использованием методов математического моделирования. Исследуются условия сходимости, определяются интервалы, в которых различные ряды сходятся или расходятся. Мы анализируем свойства рядов, применяем аналитические методы для определения их поведения и представляем ключевые выводы, способствующие пониманию рядов в рамках математики. Цель исследования — разработать комплексный подход к сходимости рядов, способствуя дальнейшим исследованиям в области математического анализа и смежных областях.

Ключевые слова: математическое моделирование, числовые ряды, функциональные ряды, градуированные ряды, сходимость, интервал сходимости, аналитические методы, сходимость, расхождение, свойства рядов, граничные значения, условия сходимости, численное моделирование, вариация, асимптотический анализ, теория рядов, математическая оценка, большая тема, корреляция, исследования по темам.

TESTING THE CONVERGENCE OF NUMERICAL, FUNCTIONAL, AND POWER SERIES USING MATHEMATICAL MODELING AND FINDING THE CONVERGENCE INTERVAL

Abstract. This article explores the convergence of numerical, functional, and power series through mathematical modeling techniques. It investigates the conditions for convergence, identifying the intervals in which various series converge or diverge. We analyze the properties of series, apply analytical methods to determine their behavior, and present key findings that contribute to understanding series within mathematical frameworks. The study aims to establish a comprehensive approach to series convergence, facilitating further research in mathematical analysis and related fields.

Keywords: mathematical modeling, numerical series, functional series, graded series, convergence, interval of convergence, analytical methods, convergence, divergence, properties of series, boundary values, convergence conditions, numerical modeling, variation, asymptotic analysis, series theory, mathematical evaluation, big topic, correlation, research on topics.

Sonli qatorlar haqida tushunchalar.

Ta'rif. $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n, \dots$ sonlar ketma-ketligidan tuzilgan.

$$u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n + \dots = \sum_{1}^{\infty} u_n \quad (1)$$

cheksiz yig'indiga sonli qator deyiladi.

$u_1, u_2, u_3, \dots, u_n, \dots$ larga qatorning hadlari, u_n ga esa n - hadi yoki umumiy hadi deyiladi.

Qatorlarga bir necha misollar keltiramiz:

$$1) \sum_{1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} + \dots$$

qatorga garmonik qator deyiladi;

$$2) \sum_{1}^{\infty} \frac{1}{2^n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$$

qator birinchi hadi $a_1 = \frac{1}{2}$, maxraji $q = \frac{1}{2}$ bo'lgan geometrik progressiyani ifodalaydi;

$$3) \sum_{1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} + \dots$$

Qator yig'indisi va uning yaqinlashuvi. Sonli qator ta'rifidan ma'lumki, uning hadlari cheksiz ko'p bo'lib, yig'indisini oddiy yo'l bilan qo'shib, topib bo'lmaydi. Shuning uchun qatorning yig'indisi tushunchasini kiritamiz. (1) qator hadlaridan

$$u_1 = S_1, \quad u_1 + u_2 = S_2, \quad u_1 + u_2 + u_3 = S_3, \dots,$$

$$u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n = S_n$$

qismiy yig'indilar tuzamiz.

Ta'rif. $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = S$ chekli limit mavjud bo'lsa, S ga qator yig'indisi deyiladi va qator

yaqinlashuvchi deb ataladi.

Chekli limit mavjud bo'lmasa, qatorning yig'indisi bo'lmaydi va u uzoqlashuvchi deyiladi.

Qator yaqinlashishining zaruriy belgisi(sharti).

Teorema. $u_1 + u_2 + \dots + u_n + \dots$ (2)

qator yaqinlashuvchi bo'lsa,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$$

shart bajariladi.

Isbot. (2) qator yaqinlashuvchi bo'lganligi uchun

$$u_n = S_n - S_{n-1}; \quad \lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (S_n - S_{n-1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n - \lim_{n \rightarrow \infty} S_{n-1} = S - S = 0.$$

Shunday qilib, $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$ kelib chiqdi.

Natija. Qator umumiy hadining $n \rightarrow \infty$ dagi limiti 0 ga teng bo'lmasa, u uzoqlashuvchi bo'ladi.

Lekin $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$ shartdan qatorning yaqinlashuvchiligi kelib chiqmaydi. Bu shart faqat zaruriy shart

bo'lib, yetarli emas.

Musbat hadli qatorlar yaqinlashishining yetarli belgilari

1) Qator yaqinlashishining taqqoslash belgisi.

$$u_1 + u_2 + \dots + u_n + \dots, \quad (3)$$

$$v_1 + v_2 + \dots + v_n + \dots \quad (4)$$

qatorlar uchun $u_1 \leq v_1, u_2 \leq v_2, \dots, u_n \leq v_n, \dots$ tengsizliklar hamma n lar uchun bajarilib: (4) qator yaqinlashuvchi bo'lsa, (3) qator ham yaqinlashuvchi bo'ladi va uning yig'indisi (4) qator yig'indisidan katta bo'lmaydi; (3) qator uzoqlashuvchi bo'lsa, (4) qator ham uzoqlashuvchi bo'ladi.

2). *Dalamber belgisi*. Musbat hadli

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n + a_{n+1} + \dots$$

qator berilgan bo'lsin. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = d$ limit mavjud bo'lib: $d < 1$ bo'lsa,

qator yaqinlashuvchi; $d > 1$ bo'lsa, qator uzoqlashuvchi; $d = 1$ bo'lsa, qator yaqinlashuvchi ham uzoqlashuvchi ham bo'lishi mumkin, bunday hollarda qatorni boshqa belgilardan foydalanib tekshirish kerak bo'ladi.

3) *Koshi belgisi*.

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n + \dots$$

musbat hadli qator berilgan bo'lib,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = k$$

limit mavjud va $k < 1$ bo'lsa, qator yaqinlashuvchi; $k > 1$ bo'lsa, qator uzoqlashuvchi; $k = 1$ bo'lsa, qator yaqinlashuvchi ham, uzoqlashuvchi ham bo'lishi mumkin, bu holda Koshi belgisi savolga javob bermaydi.

4) *Qator yaqinlashishining integral belgisi*

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n + \dots$$

musbat hadli qator berilgan bo'lsin.

$f(n) = a_n$ natural argumentli funksiya tuzamiz. $f(n)$ uzluksiz, musbat va kamayuvchi funksiya bo'lsin.

$\lim_{b \rightarrow \infty} \int_1^b f(n)dn$ xosmas integral yaqinlashuvchi bo'lsa, berilgan qator ham yaqinlashuvchi, xosmas

integral uzoqlashuvchi bo'lsa, qator ham uzoqlashuvchi bo'ladi.

Ishoralari almashinuvchi qatorlar (Leybnis qatori). Ishoralari har xil bo'lgan qatorlarga **o'zgaruvchan ishorali** qatorlar deyiladi.

O'zgaruvchan ishorali qatorlarning xususiy holi **ishoralari navbat bilan almashinuvchi qatorlardir**.

Masalan, $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{1}{n} + \dots$

qator birinchi hadi musbat bo'lgan ishoralari navbat bilan almashinuvchi qatordir.

Ishoralari navbat bilan almashinuvchi qatorlar yaqinlashishini **Leybnis belgisi** bilan tekshiriladi.

Ishoralari navbat bilan almashinuvchi

$$a_1 - a_2 + a_3 + \dots + (-1)^{n+1} a_n + \dots \quad (5)$$

qator berilgan bo'lsin. Bu yerda $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ musbat sonlar.

Leybnis belgisi. Ishoralari navbat bilan almashinuvchi qator hadlari absolyut qiymati bo'yicha kamayuvchi, ya'ni 1) $a_1 > a_2 > a_3 > \dots$ va 2) umumiy hadining $n \rightarrow \infty$ dagi limiti no'lga teng, ya'ni $\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = 0$ bo'lsa, ishoralari navbat bilan almashinuvchi (5) qator yaqinlashuvchi bo'lib, uning yig'indisi birinchi haddan katta bo'lmaydi. Bu shartlardan birontasi bajarilmasa qator uzoqlashuvchi bo'ladi.

Qatorlar nazariyasidan taqribiy hisoblashlarda keng qo'llaniladi. Taqribiy hisoblashlarda yo'l qo'yilgan xatolikni baholash katta amaliy ahamiyatga ega. Ishoralari navbatlashuvchi qatorlarda xatolik, hisobga olinmayotgan birinchi had absolyut qiymatidan katta bo'lmaydi, ya'ni

$$|r_n| < a_{n+1}.$$

Absolyut va shartli yaqinlashish.

Ta'rif. O'zgaruvchan ishorali qator hadlarining absolyut qiymatidan tuzilgan qator yaqinlashuvchi bo'lsa, o'zgaruvchan ishorali qator **absolyut yaqinlashuvchi** deyiladi.

Ta'rif. O'zgaruvchan ishorali qator yaqinlashuvchi bo'lib, uning hadlarining absolyut qiymatidan tuzilgan qator uzoqlashuvchi bo'lsa, o'zgaruvchan ishorali qator **shartli yaqinlashuvchi** deyiladi.

Funksional qatorlar haqida tushunchalar.

$$u_1(x), u_2(x), u_3(x), \dots, u_n(x), \dots$$

funksiyalar ketma-ketligi bo'lsin.

Ta'rif. $u_1(x) + u_2(x) + u_3(x) + \dots + u_n(x) + \dots$ (1)

ifodaga **funksional qator** deyiladi. (1) da $x = x_0$ biror son bo'lsa, quyidagi sonli qatorni hosil qilamiz

$$u_1(x_0) + u_2(x_0) + u_3(x_0) + \dots + u_n(x_0) + \dots \quad (2)$$

(2) sonli qator yaqinlashuvchi bo'lsa, (1) funksional qator $x = x_0$ nuqtada yaqinlashuvchi deyiladi va $x = x_0$ nuqtaga yaqinlashish nuqtasi deb ataladi.

Funksional qator yaqinlashuvchi bo'lgan nuqtalar to'plamiga, uning **yaqinlashish sohasi** deyiladi.

Darajali qatorlar va ularning xossalari.

$$a_0 + a_1(x-a) + a_2(x-a)^2 + \dots + a_n(x-a)^n + \dots \quad (4)$$

funksional qatorga darajali qator deyiladi. $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ o'zgarmas sonlar, darajali qatorning koeffitsientlari deb ataladi.

Darajali qator shunday xossaga egaki, u $x = b_0$ nuqtada yaqinlashuvchi bo'lsa, $|x - x_0| < |b_0 - x_0|$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi hamma x lar uchun ham yaqinlashuvchi bo'ladi. Darajali qator uchun shunday R son mavjudki, $|x - x_0| < R$ uchun, qator absolyut yaqinlashuvchi $|x - x_0| > R$ uchun qator uzoqlashuvchi, ya'ni $-x_0 - R < x < -x_0 + R$ oraliqda darajali qator absolyut yaqinlashuvchi, $x = -x_0 \pm R$ nuqtalarda hosil bo'lgan qator yaqinlashuvchi yoki uzoqlashuvchi bo'lishi mumkin. Har ikki nuqtada qator yaqinlashishini alohida tekshirish kerak bo'ladi. $(x_0 - R, x_0 + R)$ intervalga **yaqinlashish intervali**, R ga darajali qatorning **yaqinlashish radiusi** deyiladi. Yaqinlashish radiusi $R = 0$ yoki $R = \infty$ bo'lishi mumkin $R = 0$ bo'lsa, darajali qator faqat $x = x_0$ nuqtada, $R = +\infty$ bo'lsa, butun sonlar o'qida yaqinlashuvchi bo'ladi.

Yaqinlashish intervalini, berilgan qatorning absolyut qiymatidan tuzilgan qator uchun Dalamber va Koshi belgilaridan foydalanib topish mumkin. Darajali qatorning hamma koeffitsientlari 0 dan farqli bo'lsa, yaqinlashish radiusini topishda

$$R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right|$$

formuladan foydalaniladi. Boshqa hollarda bevosita Dalamber belgisidan foydalanib yaqinlashish intervalini topish mumkin.

Taylor va Makloren qatorlari. $y = f(x)$ funksiya $x = a$ nuqtada $(n+1)$ tartibgacha hosilalarga ega bo'lsa, u holda quyidagi Teylor formulasi o'rinlidir:

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a)^1 + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n + R_n(x),$$

bu yerda $R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}[a + Q(x-a)]}{(n+1)!}(x-a)^{n+1}$ ($0 < Q < 1$) bo'lib, Lagranj shaklidagi

qoldiq hadi deyiladi.

$a = 0$ da Teylor formulasining xususiy holi - Makloren formulasi hosil bo'ladi:

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + R_n(x), \quad \text{bu erda}$$

$$R(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}x^{n+1}, \quad (0 < \xi < 1).$$

$y = f(x)$ funksiya a nuqta atrofida istalgan marta differensiallanuvchi bo'lsa va bu nuqtaning biror atrofida

$$\lim_{n \rightarrow \infty} R_n(x) = 0$$

bo'lsa, Teylor va Makloren formulalaridan

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n + \dots \quad \text{va}$$

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + \dots$$

qatorlar hosil bo'ladi. Bularning birinchisi **Teylor qatori**, ikkinchisiga **Makloren qatori** deyiladi.

Bu qatorlar x ning $\lim_{n \rightarrow \infty} R_n(x) = 0$ bo'ladigan qiymatlarida $f(x)$ ga yaqinlashadi.

A nuqtani o'z ichiga oluvchi biror intervalda istalgan n uchun $|f^{(n)}(x)| < M$, (M biror musbat son) tengsizlik bajarilsa, $\lim_{n \rightarrow \infty} R(x) = 0$

bo'ladi va $f(x)$ funksiya Teylor qatoriga yoyiladi.

Funksiyalarni darajali qatorlarga yoyish

Ayrim funksiyalarni darajali qatorga yoyamiz.

1) $f(x) = e^x$, istalgan x uchun

$$f'(x) = e^x, f''(x) = e^x, \dots, f^{(n)}(x) = e^x, \dots \quad x=0 \quad \text{deb}$$

$$f(0) = 1, f'(0) = 1, f''(0) = 1, \dots, f^{(n)}(0) = 1, \dots$$

Bularni Makloren qatoriga qo'yib,

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots \quad (-\infty < x < +\infty)$$

hosil qilamiz. Oxirgi tenglikdan $x = 1$ desak,

$$e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots + \frac{1}{n!} + \dots$$

bo'lib, e soni qator yig'indisi ko'rinishida ifodalanadi. Bundan foydalanib e sonining taqribiy qiymatini istalgan darajadagi aniqlikkacha hisoblash mumkin.

2) $f(x) = \sin x$. Istalgan x uchun

$$f'(x) = \cos x, f''(x) = -\sin x, f'''(x) = -\cos x, f^{(4)}(x) = \sin x, \dots$$

Bundan

$$f(0) = 0, f'(0) = 1, f''(0) = 0, f'''(0) = -1, f^{(4)}(0) = 0, \dots$$

bo'lib, bularni Makloren qatoriga qo'ysak,

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + \dots$$

hosil bo'ladi.

1. Claudio Canuto, Anta Tabacco. // *Mathematical Analysis I, (II)*. Springer-Verlag, Italia, Milan, 2008 (2015).
2. Xudayarov. B.A *Matematika. I-qism. Chiziqli algebra va analitik geometriya*. Toshkent, // “*Fan va texnologiya*”, 2018. -284 bet.
3. Xudayarov. B.A “*Matematikadan misol va masalalar to‘plami*” – Toshkent. - “*O‘zbekiston*” 2018 yil. 304 bet.
4. Fayziboev.E.F, Suleymenov.Z.I, Xudayarov.B.A. “*Matematikadan misol va masalalar to‘plami*”, Toshkent, “*O‘qituvchi*”. - 2005 y. 254 bet.
5. Rajabov.F va boshq. “*Oliy matematika*”, Toshkent “*O‘zbekiston*” 2007 yil. 400 bet.
6. Danko. P.E va boshqalar. “*Oliy matematika misol va masalalarda*” Toshkent, “*O‘qituvchi*” 2007 yil. 136 bet.
7. Худаяров.Б.А. *Сборник индивидуальных заданий по математики*. Ташкент. “*Ўқитувчи*” 2018 з. 168 с.
8. Ruzmetov.Q, Djumabayev.G. *Matematika [Matn]: darslik / - Toshkent : «O‘zbekiston xalqaro islom akademiyasi» nashriyot-matbaa birlashmasi*, 2020. - 452 b.
9. Soatov. Yo.U. “*Oliy matematika*”, Toshkent, “*O‘qituvchi*”, 1998 y. 456 b.
10. Mehrochev. B.B “*Oliy matematikadan hisob grafik ishlar*” o‘quv qo‘llanma. Qarshi: “*Entelekt*” 2023.

THE NORM FOR THE ERROR FUNCTIONAL OF THE QUADRATURE FORMULA WITH
DERIVATIVE IN THE SOBOLEV SPACE

Khayriev Umedjon Narmon ugli,

PhD, Applied mathematics and programming technologies,
Bukhara State University, 11, M.Ikbol street, Bukhara, 200114, Uzbekistan
V.I.Romanovskiy Institute of Mathematics,
Uzbekistan Academy of Sciences, 4b University street,
Tashkent 100174, Uzbekistan
khayrievu@gmail.com, u.n.xayriev@buxdu.uz

Barraeva Sevara Shoim qizi,

Master degree,
Bukhara State University, 11, M.Ikbol street, Bukhara, 200114, Uzbekistan
sevarabarraeva@gmail.com, s.sh.barrayeva@buxdu.uz

Abstract. This paper focuses on the development of an optimal quadrature formula with derivatives for approximating Fourier integrals in the Sobolev space $L_2^{(2)}$ of complex-valued functions. The error in a quadrature formula is bounded from above by the functional norm of the error, utilizing the Cauchy-Schwarz inequality. To determine this norm, the notion of an extremal function is employed. The extremal function corresponding to the error functional is identified through the Riesz representation theorem. According to this theorem, the norm of the extremal function matches the norm of the error functional in the conjugate space. The norm of the error functional is a multivariate quadratic function in terms of the coefficients of the quadrature formula.

Keywords: hilbert space, extremal function, error functional, optimal quadrature formula, strongly oscillatory integrals, Fourier transform.

НОРМА ДЛЯ ФУНКЦИОНАЛА ОШИБКИ КВАДРАТУРНОЙ ФОРМУЛЫ С
ПРОИЗВОДНОЙ В ПРОСТРАНСТВЕ СОБОЛЕВА

Аннотация. В данной работе рассматривается разработка оптимальной квадратурной формулы с производными для аппроксимации интегралов Фурье в пространстве Соболева $L_2^{(2)}$ комплекснозначных функций. Погрешность квадратурной формулы ограничивается сверху функциональной нормой погрешности с использованием неравенства Коши-Шварца. Для определения этой нормы используется понятие экстремальной функции. Экстремальная функция, соответствующая функционалу погрешности, определяется с помощью теоремы Рисса о представлении. Согласно этой теореме норма экстремальной функции совпадает с нормой функционала погрешности в сопряжённом пространстве. Норма функционала погрешности является многомерной квадратичной функцией в терминах коэффициентов квадратурной формулы.

Ключевые слова: гильбертово пространство, экстремальная функция, функционал погрешности, оптимальная квадратурная формула, сильно осциллирующие интегралы, преобразование Фурье.

SOBOLEV FAZOSIDA KVADRATURA FORMULASINING HOSILASI BILAN XATOLIK
FUNKSIONALI UCHUN ME'YOR

Annotatsiya. Ushbu maqola kompleks qiymatli funksiyalarning $L_2^{(2)}$ Sobolev fazosida Furiye integrallarini yaqinlashtirish uchun hosilalali optimal kvadratur formula qurishga bag'ishlangan. Koshi-Shvars tengsizligidan foydalanib, kvadratur formulaning xatoligi yuqoridan xatolik funksionali normasi bilan chegaralanashi ko'rsatiladi. Ushbu normani aniqlash uchun ekstremal funksiya tushunchasi qo'llaniladi. Xatolik funksionaliga mos keladigan ekstremal funksiya Ritz teoremasi orqali aniqlanadi. Bu teoreмага ko'ra ekstremal funksiyaning normasi qo'shma fazoda aniqlangan xatolik funksionali normasiga mos keladi. Xatolik funksionali normasi kvadratur formulaning koeffitsientlari bo'yicha ko'p o'zgaruvchili kvadratik funksiyadir.

Kalit so‘zlar: Gilbert fazosi, ekstremal funksiya, xatolik funksionali, optimal kvadratura formula, kuchli tebranuvchi integrallar, Furiye almashtirishi.

Introduction and statement of the problem. Fourier integrals play a fundamental role in various fields of science and engineering, such as signal processing, image analysis, and partial differential equations. Accurate and efficient numerical computation of these integrals is crucial for many applications. Traditional quadrature methods, while effective for smooth functions, can suffer from significant errors when applied to oscillatory integrands, which are common in Fourier integrals.

The results of this research have the potential to significantly impact the numerical computation of Fourier integrals, leading to more accurate and efficient solutions in a wide range of scientific and engineering applications.

It is known that many problems of science and technology are brought to the calculation of certain integrals of strongly oscillating functions, especially, Fourier coefficients and integrals. In this work, we study the problem of constructing an optimal quadrature formula for the numerical calculation of the following Fourier integrals based on the Sobolev method

$$I(\omega, \varphi) = \int_0^1 e^{2\pi i \omega x} \varphi(x) dx,$$

where $\omega \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $|\omega| \gg 1$ and $\varphi \in L_2^{(2)}[0, 1]$.

Since integral $I(\omega, \varphi)$ cannot always be calculate using analytical methods, numerical integration becomes necessary. Various specialized techniques have been developed for the approximate computation of highly oscillatory integrals. Examples include the Filon method [5], the asymptotic expansion method, Levin’s collocation method, the method of steepest descent, and methods based on optimal quadrature and cubature formulas. In recent years, scientists such as H. Wang, L. Zhang, D. Huybrechs [20], A. Asheim [1], J. Gao [6], S. Xiang, G. He and Y.J. Cho [21] carried out research in these methods. Scientists such as A. Iserles, S.P. Nørsett [13] and S. Olver [15] conducted scientific research on the asymptotic expansion method.

It should be noted that in recent years, in the Hilbert spaces $L_2^{(m)}$ and $W_2^{(m, m-1)}$, Kh.M. Shadimetov, G.V. Milovanović, A.R. Hayotov and N.D. Boltaev [4, 5], A.R. Hayotov, C.-O. Lee and S. Jeon [7, 9, 10] and S.S. Babaev [8] and carried out scientific research on the construction of optimal quadrature formulas for approximate calculation for strongly oscillatory integrals and their practical applications.

The main purpose of this work is to estimate the sharp upper bound on the error of the constructed optimal quadrature formula for the approximate calculation of Fourier integrals.

We consider a quadrature formula with derivative of the form

$$\int_0^1 e^{2\pi i \omega x} \varphi(x) dx \cong \sum_{\beta=0}^N C_{\beta}^0 \varphi(h\beta) + \sum_{\beta=0}^N C_{\beta}^1 \varphi'(h\beta) \quad (1)$$

where C_{β}^0 are the determined as follows (see [7])

$$C_0^0 = h \cdot \frac{1 + 2\pi i \omega h - e^{2\pi i \omega h}}{(2\pi \omega h)^2},$$

$$C_{\beta}^0 = h \cdot \frac{2 \cdot (1 - \cos 2\pi \omega h)}{(2\pi \omega h)^2} \cdot e^{2\pi i \omega h \beta}, \quad \beta = 1, 2, \dots, N-1,$$

$$C_N^0 = h \cdot \frac{1 - 2\pi i \omega h - e^{-2\pi i \omega h}}{(2\pi \omega h)^2} \cdot e^{2\pi i \omega}, \quad (2)$$

and $\omega \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $h = \frac{1}{N}$ and the coefficients C_{β}^1 are the unknowns to be determined.

We suppose that a function φ belongs to the following space

$$L_2^{(2)} = \{\varphi : [0, 1] \rightarrow \mathbb{C} \mid \varphi' \text{ is absolute continuous and } \varphi'' \in L_2[0, 1]\}.$$

The inner product for the functions φ and ψ in this space is defined as

$$\langle \varphi, \psi \rangle_{L_2^{(2)}} = \int_0^1 \varphi''(x) \cdot \bar{\psi}''(x) dx, \quad (2a)$$

where $\bar{\psi}$ is the complex conjugate function to the function ψ and the corresponding norm of the function φ is defined by the formula

$$\|\varphi\|_{L_2^{(2)}} = \langle \varphi, \varphi \rangle_{L_2^{(2)}}^{1/2}.$$

The difference between the quadrature sum and integral

$$(\ell, \varphi) = \int_0^1 e^{2\pi i \omega x} \varphi(x) dx - \sum_{\beta=0}^N (C_\beta^0 \varphi(h\beta) + C_\beta^1 \varphi'(h\beta)) = \int_{-\infty}^{\infty} \ell(x) \varphi(x) dx, \quad (3)$$

is called *the error* and the corresponding error functional has the form

$$\ell(x) = e^{2\pi i \omega x} \varepsilon_{[0,1]}(x) - \sum_{\beta=0}^N (C_\beta^0 \delta(x - h\beta) - C_\beta^1 \delta'(x - h\beta)), \quad (4)$$

where

$$\varepsilon_{[0,1]}(x) = \begin{cases} 1, & x \in [0,1], \\ 0, & x \notin [0,1], \end{cases}$$

characteristic function and δ is Dirac's delta function, and the following equalities are valid:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \cdot \delta(x - a) dx &= f(a), \\ \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \cdot \delta'(x - a) dx &= -f'(a). \end{aligned}$$

Furthermore, since the error functional ℓ is defined on $L_2^{(2)}$, the following conditions are satisfied:

$$(\ell, 1) = 0 \quad \text{and} \quad (\ell, x) = 0. \quad (5)$$

Using the Cauchy-Schwarz inequality, we get the following

$$|(\ell, \varphi)| \leq \|\ell\|_{L_2^{(2)*}} \cdot \|\varphi\|_{L_2^{(2)}}.$$

Therefore, the absolute value of the error (3) of the quadrature formula (1) is estimated by the norm of the error functional (4)

$$\|\ell\|_{L_2^{(2)*}} = \sup_{\varphi, \|\varphi\|_{L_2^{(2)}} \neq 0} \frac{|(\ell, \varphi)|}{\|\varphi\|_{L_2^{(2)}}}.$$

The main goal of this work is to find the minimum of the norm for the error functional ℓ by coefficients C_β^1 in the space $L_2^{(2)}$. That is the problem is to find the coefficients C_β^1 which attain the following quantity

$$\|\ell\|_{L_2^{(2)*}} = \inf_{C_\beta^1} \|\ell\|_{L_2^{(2)*}}.$$

The coefficients C_β^1 which satisfy the last equality are called *optimal coefficients* and are denoted by $\overset{\circ}{C}_\beta^1$. The corresponding quadrature formula is called an optimal quadrature formula in the sense of Sard.

Problem 1. Find the norm of the error functional (4) of the quadrature formula (1) in the space $L_2^{(2)}$.

Similar problem was first proposed by S.L. Sobolev [18], later scientists such as Kh.M. Shadimetov, A.R. Hayotov and U.N. Khayriev [17], N.D. Boltaev [3] and S.S. Babaev [8] were engaged in solving these problems.

The extremal function and the norm of the error functional (4).

In this section we find an analytic form of the norm for the error functional (4).

Using *the extremal function* ψ_ℓ (see [18, 19]) that satisfies the following equality, we find an analytical representation of the norm for the error functional (4)

$$(\ell, \psi_\ell) = \|\ell\|_{L_2^{(2)*}} \cdot \|\psi_\ell\|_{L_2^{(2)}}. \quad (6)$$

To find the extremal function ψ_ℓ , using the Riesz representation theorem [2, Theorem 2.5.8], we get the following equalities

$$(\ell, \varphi) = \langle \varphi, \psi_\ell \rangle_{L_2^{(2)}} \text{ and } \|\ell\|_{L_2^{(2)*}} = \|\psi_\ell\|_{L_2^{(2)}}. \quad (7)$$

From equality (7), we get

$$(\ell, \psi_\ell) = \|\ell\|_{L_2^{(2)*}}^2. \quad (8)$$

Keeping in mind that $\varphi, \psi_\ell \in L_2^{(2)}$ and the inner product (2a), we can rewrite first equality of (7)

$$(\ell, \varphi) = \langle \varphi, \psi_\ell \rangle_{L_2^{(2)}} = \int_0^1 \varphi''(x) \overline{\psi_\ell''(x)} dx.$$

Integrating by parts the right-hand side of the last equation, we have the following boundary value problem

$$\psi_\ell^{IV}(x) = \overline{\ell(x)}, \quad (9)$$

$$\psi_\ell''(0) = 0, \quad \psi_\ell''(1) = 0, \quad (10)$$

$$\psi_\ell'''(0) = 0, \quad \psi_\ell'''(1) = 0 \quad (11)$$

The next theorem holds for boundary value problem in the ordinary differential equation (9)-(11).

Theorem 1. *The solution of boundary value problem (9) is the extremal function ψ_ℓ corresponding to the error functional (4) in the space $L_2^{(2)}$ and it is represented as*

$$\psi_\ell(x) = \overline{\ell}(x) * G_2(x) + d_0 + d_1 x, \quad (12)$$

where

$$G_2(x) = \frac{|x|^3}{12} \quad (13)$$

and d_0, d_1 are constant number.

Based on Sobolev's result (refer to [18]) regarding the extremal function of quadrature formulas in the space $L_2^{(m)}$, we can derive the statement of Theorem 1, particularly when $m = 2$.

The next theorem serves as a suitable solution to Problem 1.

Theorem 2. *The square of the norm $\|\ell\|_{L_2^{(2)*}}$ for $\omega \in \mathbb{R} / \{0\}$ in the space $L_2^{(2)}(0,1)$ has the following form*

$$\begin{aligned} \|\ell\|_{L_2^{(2)*}}^2 = & \int_0^1 \int_0^1 e^{2\pi i \omega(x-y)} \cdot G_2(x-y) dx dy - \sum_{\beta=0}^N \int_0^1 (\overline{C}_0^\beta \cdot e^{2\pi i \omega x} + C_0^\beta \cdot e^{-2\pi i \omega x}) \cdot G_2(x-h\beta) dx \\ & + \sum_{\beta=0}^N \int_0^1 (\overline{C}_1^\beta \cdot e^{2\pi i \omega x} + C_1^\beta \cdot e^{-2\pi i \omega x}) \cdot G_2'(x-h\beta) dx + \sum_{\beta=0}^N \sum_{\gamma=0}^N (\overline{C}_0^\beta \cdot \overline{C}_0^\gamma \cdot G_2(h\beta-h\gamma) \\ & + (\overline{C}_0^\gamma \cdot C_1^\beta + C_1^\beta \cdot \overline{C}_0^\gamma) \cdot G_2(h\beta-h\gamma) - C_1^\beta \cdot \overline{C}_1^\gamma \cdot G_2''(h\beta-h\gamma)), \end{aligned} \quad (14)$$

where $G_2(x)$ and C_β^0 are defined by formulas (2) and (13), respectively.

Proof. To prove the above theorem, we first simplify formula (9) in Theorem 1 using the convolution properties of two functions with continuous arguments

$$f(x) * g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(y) \cdot g(x-y) dy,$$

we have

$$\overline{\ell}(x) * G_2(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{\ell}(y) \cdot G_2(x-y) dy = \int_{-\infty}^{\infty} \left[e^{-2\pi i \omega y} \cdot \varepsilon_{[0,1]}(y) - \sum_{\beta=0}^N \overline{C}_0^\beta \cdot \delta(y-h\beta) + \sum_{\beta=0}^N \overline{C}_1^\beta \cdot \delta'(y-h\beta) \right]$$

$$\times G_2(x-y)dy = \int_0^1 e^{-2\pi i \omega y} \cdot G_2(y-x)dy - \sum_{\beta=0}^N \bar{C}_0^\beta \cdot G_2(x-h\beta) + \sum_{\beta=0}^N \bar{C}_1^\beta \cdot G_2'(x-h\beta). \quad (15)$$

Now, we calculate the square of the norm $\|\ell\|_{L_2^{(2)*}}$. To this end, using successive formulas (8), (10) and (4), we obtain the following

$$\begin{aligned} \|\ell\|_{L_2^{(2)}}^2 &= (\ell, \psi_\ell) = \int_{-\infty}^{\infty} \ell(x) \cdot \psi_\ell(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} \ell(x) \cdot (\bar{\ell}(x) * G_2(x) + d_0 + d_1 x) dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \ell(x) \cdot (\bar{\ell} * G_2(x)) dx \\ &\quad + d_0 \int_{-\infty}^{\infty} \ell(x) dx + d_1 \int_{-\infty}^{\infty} \ell(x) \cdot x dx. \end{aligned}$$

Taking into account conditions (5), we can rewrite the last equality as follows

$$\begin{aligned} \|\ell\|_{L_2^{(2)}}^2 &= \int_{-\infty}^{\infty} \ell(x) \cdot (\bar{\ell}(x) * G_2(x)) dx = \int_{-\infty}^{\infty} \left[e^{2\pi i \omega x} \varepsilon_{[0,1]}(x) - \sum_{\beta=0}^N C_0^\beta \cdot \delta(x-h\beta) + \sum_{\beta=0}^N C_1^\beta \cdot \bar{\delta}(x-h\beta) \right] \\ &\times \left[\int_0^1 e^{-2\pi i \omega y} \cdot G_2(x-y) dy - \sum_{\gamma=0}^N \bar{C}_0^\gamma \cdot G_2(x-h\gamma) + \sum_{\gamma=0}^N \bar{C}_1^\gamma \cdot G_2'(x-h\gamma) \right] dx \\ &= \int_0^1 \int_0^1 e^{2\pi i \omega x} \cdot e^{-2\pi i \omega y} \cdot G_2(x-y) dx dy - \sum_{\gamma=0}^N \bar{C}_0^\gamma \cdot \int_0^1 e^{2\pi i \omega x} \cdot G_2(x-h\gamma) dx + \sum_{\gamma=0}^N \bar{C}_1^\gamma \cdot \int_0^1 e^{2\pi i \omega x} \cdot G_2'(x-h\gamma) dx \\ &\quad - \sum_{\beta=0}^N C_0^\beta \int_0^1 \int_{-\infty}^{\infty} e^{2\pi i \omega y} \cdot G_2(x-y) \cdot \delta(x-h\beta) dx dy + \sum_{\beta=0}^N \sum_{\gamma=0}^N C_0^\beta \cdot \bar{C}_0^\gamma \int_{-\infty}^{\infty} G_2(x-h\gamma) \cdot \delta(x-h\beta) dx \\ &\quad - \sum_{\beta=0}^N \sum_{\gamma=0}^N C_0^\beta \cdot \bar{C}_1^\gamma \int_{-\infty}^{\infty} G_2'(x-h\gamma) \cdot \delta(x-h\beta) dx + \sum_{\beta=0}^N C_1^\beta \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^1 e^{-2\pi i \omega y} \cdot G_2(x-y) \cdot \delta'(x-h\beta) dx dy \\ &\quad - \sum_{\beta=0}^N \sum_{\gamma=0}^N C_1^\beta \cdot \bar{C}_0^\gamma \int_{-\infty}^{\infty} G_2(x-h\gamma) \cdot \delta'(x-h\beta) dx \end{aligned}$$

Using the properties of the Dirac delta function, we obtain expression (14). As a result, we have proven Theorem 2.

Conclusion. Here, an analytical representation of the norm of the error functional of the quadrature formula with a derivative of the form (1) has been found. It can be seen from Theorem 2 that the norm of the error functional depends on the coefficients C_0^β and C_1^β . This shows that the solution of Problem 1 is important in constructing the optimal quadrature formula.

REFERENCES:

1. Asheim A., Deaño A., Huybrechts D., Wang H. A Gaussian quadrature rule for oscillatory integrals on a bounded interval // *Discrete and Continuous Dynamical Systems- Series A*, 2014, 34(3), pp. 883-901.
2. Atkinson K., Weimin H. *Theoretical Numerical Analysis. A Functional Analysis framework*. Third Edition. Springer Dordrecht Heidelberg London New York, 2009. <http://doi:10.1007/978-1-4419-0458-4>.
3. Boltaev N.D., Hayotov A.R., Milovanović G.V., Shadimetov Kh.M. Optimal quadrature formulas for Fourier coefficients in $W_2^{(m,m-1)}$ space // *Journal of Applied Analysis and Computation*, 7, 2017, pp.1233-1266. <http://jaac-online.com/DOI:10.11948/2017076>
4. Boltaev N.D., Hayotov A.R., Shadimetov Kh.M. Construction of optimal quadrature formulas for Fourier coefficients in Sobolev space $L_2^{(m)}(0,1)$ // *Numerical Algorithms*, Springer 74, 2017, pp. 307-336. 307-336, <http://doi:10.1007/s11075-016-150-7>.
5. Filon L.N.G. On a quadrature formula for trigonometric integrals // *Proc. Roy. Soc. Edinburgh*, 1928, pp. 38-47.
6. Gao J., Iserles A. A generalization of Filon–Clenshaw–Curtis quadrature for highly oscillatory integrals // *BIT Numer Math*, 2017, 57:943–961 <http://doi:10.1007/s10543-017-0682-9>. [7]

7. Hayotov A. R., Jeon S., Lee Ch.O., On an optimal quadrature formula for approximation of Fourier integrals in the space $L_2^{(1)}$ // *Journal of Computational and Applied Mathematics*. 372, 2020, pp. 112713.
8. Hayotov A.R., Babaev S.S. An optimal quadrature formula for numerical integration of the right Riemann–Liouville fractional integral. // *Lobachevskii Journal of Mathematics*, Vol. 44, No. 10, (2023) pp. 4282–4293. doi:10.1134/S1995080223100165.
9. Hayotov A.R., Jeon S., Lee Ch.-O. Shadimetov Kh.M. Optimal quadrature formulas for non-periodic functions in Sobolev space and its application to CT image reconstruction // *Filomat*, 2021, vol. 35, no.12, pp. 4177-4195. DOI:10.2298/FIL2112177H.
10. Hayotov A.R., Jeon S., Shadimetov Kh.M. Application of optimal quadrature formulas for reconstruction of CT images. // *Journal of Computational and Applied Mathematics*, Volume 388, 113313 (2021), 10.1016/j.cam.2020.113313.
11. Hayotov A.R., Khayriev U.N. An optimal quadrature formula for approximating Fourier integrals in a Hilbert space. *AIP Conference Proceedings* 3004, 060046, (2024), <https://doi.org/10.1063/5.0199913>.
12. Hayotov A.R., Khayriev U.N. Construction of an optimal quadrature formula in the Hilbert space of periodic functions. // *Lobachevskii Journal of Mathematics*. Vol. 43 (2022) no. 11, pp. 119–128. <http://doi:10.1134/S199508022214013X>.
13. Iserles A., Nørsett S.P. On the computation of highly oscillatory multivariate integrals with stationary points, 2006, *BIT Numerical Mathematics*, 46: pp.549–566.
14. Khayriev U.N., Nutfullayeva A.Kh. The norm for the error functional of the quadrature formula with derivative in the space $W_2^{(2,1)}$ of periodic functions. // *Scientific reports of Bukhara State University*. 2023, Vol. 10, pp. 149-156.
15. Olver S. Fast, numerically stable computation of oscillatory integrals with stationary points // *BIT Numer Math*, 2010, 50: pp.149–171.
16. Shadimetov Kh. M., Hayotov A. R., Abdikayimov B. On an optimal quadrature formula in a Hilbert space of periodic functions // *Algorithms*, 2022, 15(10), 344, doi.org/10.3390/a15100344.
17. Shadimetov KM, Hayotov AR, Khayriev UN. Optimal quadrature formulas for approximating strongly oscillating integrals in the Hilbert space $W_2^{(m,m-1)}$ of periodic functions. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2025. 453:116133. <http://dx.doi.org/10.1016/j.cam.2024.116133>.
18. Sobolev S.L. Introduction to the theory of cubature formulas, Nauka, Moscow, 1974, 808 pages. (in Russian)
19. Sobolev S.L., Vaskevich V.L. The Theory of Cubature Formulas // Kluwer Academic Publishers Group, Dordrecht, 1997.
20. Wang H., Zhang L., Huybrechs D. Asymptotic expansions and fast computation of oscillatory Hilbert transforms // *Numerische Mathematik*, 2013, 123, pp. 709–743.
21. Xiang S., He G., Cho Y.J. On error bounds of Filon-Clenshaw-Curtis quadrature for highly oscillatory integrals // *Adv Comput Math*, 2015, 41, pp. 573–597.

ON AN IRREDUCIBLE POLYNOMIALS

Bulakova Feruza Sanjar kizi,

Samarkand State University named after Sharof Rashidov,
Samarkand, Uzbekistan
bulakovamath@mail.ru

Abstract. This paper is devoted to the determining of irreducible polynomials, which is one of the basic concepts of algebra. First, theorems and statements are presented to determine whether polynomials are irreducible polynomials. Then, examples of the application of these theorems and statements are solved in detail.

Keywords: Eisenstein's criterion, irreducible polynomials, irreducibility criteria, Kohn's criterion, Perron's criterion, prime coefficient.

KELTIRILMAYDIGAN KO'PHADLAR HAQIDA

Annotatsiya. Ushbu maqola algebraning asosiy tushunchalaridan biri bo'lgan keltirilmaydigan ko'phadlarni aniqlashga atalgan. Dastlab ko'phadlarni keltirilmaydigan ko'phadlar ekanligini aniqlash haqida teorema va tasdiqlar keltirilgan. So'ngra ushbu teorema va tasdiqlarni qo'llashga doir misollar batafsil yechib ko'rsatilgan.

Kalit so'zlar: bosh koeffitsiyent, Eyznshteyn alomati, keltirilmaydigan ko'phadlar, keltirilmaslik kriteriyalari, Kon kriteriysi, Perron kriteriysi.

О НЕПРИВОДИМЫХ МНОГОЧЛЕНАХ

Аннотация. Данная работа посвящена определению неприводимых многочленов, что является одним из основных понятий алгебры. Сначала приводятся теоремы и утверждения, позволяющие определить, являются ли многочлены неприводимыми многочленами. Затем подробно решаются примеры применения этих теорем и утверждений.

Ключевые слова: неприводимые многочлены, главный коэффициент, признаки неприводимости, признак Эйзенштейна, критерий Кона, критерий Перрона.

Introduction. Polynomials occur in many areas of mathematics and science. In polynomial theory, it is important to express a polynomial as a product of polynomials. In arithmetic, there are several ways to determine whether a number is prime or not. According to the fundamental theorem of arithmetic, any natural number can be expressed as a product of primes. In polynomial theory, it is very important to find polynomials that serve the function of "primes".

The history proper of irreducible polynomials starts with cyclotomic polynomials in Gauss's "Disquisitiones Arithmeticae" [1]. His motivation was related to inscribing regular polygons into a circle with straightedge and compass, and a cryptic remark pointed to a generalization to the lemniscate. The early theory was developed in the context of "higher congruences", polynomial equations modulo primes and their powers.

Gauss proved that cyclotomic polynomials with prime indices are irreducible (he did not use such terminology). In the course of it he proved the first general result on irreducibility, the Gauss's lemma. Even more relevant was the unpublished section 8 of "Disquisitiones Arithmeticae", titled "Disquisitiones generales de congruentiis", where Gauss studied "polynomial congruences" modulo p , that is, polynomials in $F_p[x]$ in modern termst. He counted the number of irreducible monic polynomials in $F_p[x]$, and proved a case of Hensel's lemma in the course of it. But all of this only became available after Dedekind published section 8 in 1863 (full version in 1876), and was rediscovered by others in the meantime, especially Schönemann and Dedekind himself.

But even the published parts were inspiration enough for Abel and Galois. Abel's irreducibility theorem, not so formulated, appeared in his paper titled "Memoire sur une classe particuliere d'equations resolubles algebriquement" [2]. Abel was led to it by his earlier extension to the lemniscate of Gauss's result on subdividing a circle into equal parts, per Gauss's remark. In Galois' note "Sur la theorie des nombres" we

see the term “irreducible”, although it is applied to congruences rather than polynomials, and a related construction of finite fields.

But Schonemann in a two part paper titled “Grundzuge einer allgemeinen Theorie der hohen Congruenzen” [3] and “Von denjenigen Moduln, welche Potenzen von Primzahlen sind” [4] independently rediscovered both Gauss’s and Galois’ results and went much further. In particular, he applies “irreducible” to polynomials, and states a general problem: “To investigate, whether the power of an irreducible polynomial modulo p is or is not irreducible modulo p^m ”, which he solves using a version of what is now called the “Eisenstein criterion” of irreducibility (largely due to van der Waerden’s oversight). Eisenstein rediscovered the criterion when reproofing Abel’s theorem on subdividing the lemniscate, and shared the idea in a letter to Gauss in 1847, but the published version only appeared in the paper titled “Über die Irreducibilität und einige andere Eigenschaften der Gleichung” [5]. A number of authors worked on higher congruences from that point on, Mathieu, Serret, Dedekind, Kronecker, Jordan, Weber and others.

In the hands of Dedekind, after his paper titled “Abriss einer Theorie der höheren Kongruenzen in bezug auf einen reellen Primzahl-Modulus” [6], the story took a more abstract turn that led to modern ring theory. Later Dedekind synthesized the work of Gauss, Galois, Schönemann and Kummer by introducing rings and ideals, and developing unified terminology of primes and irreducibles. In 1882, In a more concrete vein, Kronecker [7] gave a general algorithm for completely factoring a rational integer polynomial into a product of irreducibles. The Schonemann-Eisenstein criterion was extended by Königsberger (1895), Netto (1896) Bauer and Perron (1905). Dumas developed the now popular Newton polygon method to study irreducibility in Sur quelques cas d’irréductibilité des polynômes à coefficients rationnels (1906). Since then, many scientists have been studying irreducible polynomials.

The paper first provides a brief introduction to reducible and irreducible polynomials and several methods for checking whether a polynomial is reducible or irreducible. Then, using these methods, determining whether a polynomial is reducible or irreducible is explained with examples.

Reducible and irreducible polynomials.

Definition 1. If a polynomial $f(x)$ of nonzero degree in a field $\mathbb{P}$ can be expressed (reduced) as the product of two non-constant polynomials $g(x)$ and $h(x)$ in the same field $\mathbb{P}$ and whose degree is less than the degree of $f(x)$, then $f(x)$ is called *a reducible polynomial* in the field $\mathbb{P}$. If such a product cannot be expressed (reduced), then it is called *an irreducible polynomial* in the field $\mathbb{P}$. Any polynomial of degree one in any number field is a reducible polynomial in this field.

It is known that an irreducible polynomial in the ring of integers is also an irreducible polynomial over the field of rational numbers.

Finally, in matters concerning the reducibility of polynomials over the field of rational numbers, we have now had the right to limit ourselves to studying the expansion of integer polynomials into factors whose coefficients are all integers.

Criteria for Irreducible Polynomials.

There are several criteria for the irreducibility of polynomials, which express a sufficient condition for a polynomial to be irreducible. These include the irreducibility criteria of Eisenstein, Arthur Cohn, and Oscar Perron.

Theorem 1 (Eisenstein’s irreducibility criterion). Suppose that the following polynomial with integer coefficients is given:

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n.$$

If it is possible to choose a prime number p in at least one way that satisfies the following three conditions:

1. the highest coefficient a_n is not divisible by p ;
2. all other coefficients are divisible by p ;
3. the free term is divisible by p and not by p^2 ,

then the polynomial $f(x)$ is irreducible over the field of rational numbers.

Proof. To prove this theorem, let us assume the converse, that is, let the given polynomial be the polynomial that is derived when the above three conditions hold.

If the polynomial $f(x)$ is reducible over the field $\mathbb{R}$, it decomposes into two factors with integer coefficients of degree less than n as follows:

$$f(x) = (b_0 + b_1x + b_2x^2 + \dots + b_kx^k)(c_0 + c_1x + c_2x^2 + \dots + c_lx^l),$$

where $k < n, l < n, k + l = n$. From this, comparing the coefficients on both sides of this equation, we find the following equalities:

$$\begin{cases} a_0 = b_0 c_0, \\ a_1 = b_0 c_1 + b_1 c_0, \\ a_2 = b_0 c_2 + b_1 c_1 + b_2 c_0, \\ \dots \dots \dots \\ a_{n-2} = b_k c_{l-2} + b_{k-1} c_{l-1} + b_{k-2} c_l, \\ a_{n-1} = b_k c_{l-1} + b_{k-1} c_l, \\ a_n = b_k c_l. \end{cases} \quad (1)$$

From the first equation of (1), it follows that a_0 is divisible by the free term p , and for p to be a prime, one of the factors $b_0 c_0$ must be divisible by p . Both of them cannot be divisible by p at the same time, since a_0 is not divisible by p^2 by condition. For example, let b_0 be divisible by p , then c_0 and p are mutually prime. Now, let us move on to the second equation of (1). Its left-hand side and also the first term on the right-hand side are divisible by p , which means that the product $b_1 c_0$ is also divisible by p , but since c_0 is not divisible by p , then b_1 is divisible by p . Similarly, from the third equation of (1), we find the divisibility of b_2 by p , and so on.

Finally, from the $(k + 1)$ th equation, it follows that b_n is divisible by p , but then from the last of the equalities (1) it follows that a_n is divisible by p , which contradicts the condition. Hence, $f(x)$ is an irreducible polynomial.

However, it should be noted that the Eisenstein's criterion is a sufficient condition of irreducibility over the field $\mathbb{R}$, but not an absolutely necessary one; if for a given polynomial $f(x)$ it is not possible to find a prime number p satisfying the Eisenstein criterion, then the polynomial $f(x)$ can be either reducible, like $x^2 - 5x + 6$, or irreducible, like $x^2 + 1$. We limit ourselves to giving this criterion and the following criteria without proof and considering a few examples that can be verified by them.

Result 1. In the field of rational numbers, there is a polynomial of any degree that is irreducible. In fact, the polynomial of the form

$$f(x) = x^n + px + p$$

is irreducible for any value of n .

Theorem 2 (Perron's irreducibility criterion). If the polynomial with integer coefficients

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n, \quad a_n \neq 0$$

satisfies one of the following conditions

1. $|a_{n-1}| > 1 + |a_{n-2}| + \dots + |a_0|$;
2. $|a_{n-1}| = 1 + |a_{n-2}| + \dots + |a_0|$; $f(\pm 1) \neq 0$,

then $f(x)$ is an irreducible polynomial in the field of integers.

This criterion was first published by Oscar Perron [7] in 1907 in his paper "Neue Kriterien für die Irreduzibilität algebraischer Gleichungen".

Theorem 3 (Konn's irreducibility criterion). If the prime number p is expressed in base 10 as

$$p = a_n 10^n + a_{n-1} 10^{n-1} + \dots + a_1 10 + a_0$$

then the following polynomial with integer coefficients

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n, \quad 0 \leq a_i \leq 9$$

is an irreducible polynomial in the field of integers.

This theorem can be generalized to other bases as follows:

Suppose that $b \geq 2$ is a natural number and $p(x) = a_k x^k + a_{k-1} x^{k-1} + \dots + a_1 x + a_0$, $0 < a_i < b - 1$ is some polynomial. If $p(b)$ is a prime number, then $p(x)$ is an irreducible polynomial in the field of integers [8].

Now we present another way to checking irreducibility of polynomials over the field of rational numbers.

First, m integer values $x_1, x_2, \dots, x_m$ are given to the variable x , where, if n is even, then $m = \frac{n}{2} + 1$, and if n is odd, then $m = \frac{n+1}{2}$. Then, possible sets of numbers $c_1, c_2, \dots, c_m$ are constructed, where c_i ($i = 1, m$) is a divisor of $f(x_i)$ (in total, formed $S = 2^m (s_1, s_2, \dots, s_m)$ sets, where s_i is the number of all

positive divisors of $f(x_i)$. For each set thus constructed, a polynomial $h_j(x)$ ($j = 1, S$) with degree $m - 1$ or less is constructed. This polynomial has the following property: $h_j(x_i) = c_i$, where $i = \overline{1, m}$, and the numbers c_i are taken from the j th set. Then, for polynomials $h_j(x)$ with positive degree and integer coefficients, we directly check whether $f(x)$ is divisible by $h_j(x)$. If the polynomial $f(x)$ is not divisible by any of the resulting polynomials $h_j(x)$, then $f(x)$ is an irreducible polynomial over the field of integer numbers. Otherwise, we generate an extension of the polynomial $f(x)$ to polynomials with rational coefficients whose degree is less than its degree.

Applying the above method to the polynomial $f(x)$ the following simplifications can be achieved:

If two sets of numbers $c_1, c_2, \dots, c_m$ and $c'_1, c'_2, \dots, c'_m$ differ from each other only in signs, then the polynomial $h_j(x)$ is constructed for only one set.

Several other integer values of the variable $x_{m+1}, x_{m+2}, \dots, x_{m+l}$ can also be taken, and if for any of them the value $f(x_{m+k})$ is not divisible by $h_j(x_{m+k})$, then it is not necessary to check the divisibility of $f(x)$ by $h_j(x)$ [9].

According to the verification of this method, unlike the above methods, it is not limited to checking whether the given polynomial is reducible or not, but also finds the factors of the polynomial.

Examples.

Quyida ushbu alomatlar yordamida keltirilmaydigan ko'phadlarni aniqlashga doir bir nechta misollarni ko'rib chiqamiz [10]-[12].

We consider several examples of determining irreducible polynomials using the criteria in the [10]-[12].

Example 1. Show that the following polynomial is irreducible over the field of rational numbers using Eisenstein's criterion:

$$f(x) = 3x^3 + 4x^2 + 4x + 6.$$

Solution. The highest coefficient $a_3 = 3$ is not divisible by the prime number $p = 2$, and the coefficients a_2, a_1 and a_0 are divisible by 2, but the number $a_0 = 6$ is not divisible by $p^2 = 4$.

The conditions of the Eisenstein's criterion hold for this polynomial, which means that the given polynomial is irreducible.

Example 2. Show that the following polynomial is irreducible over the field of rational numbers using Perron's criterion:

$$f(x) = x^4 + 5x^3 + 3x^2 + 1.$$

Solution. First, let us determine the coefficients of the polynomial:

$$a_4 = 1, a_3 = 5, a_2 = 3, a_1 = 0, a_0 = 1.$$

According to the Perron's criterion the condition $|a_3| \geq 1 + |a_2| + |a_1| + |a_0|$, must be holds. According to the determination of the coefficients, the equality $5 \geq 1 + 3 + 0 + 1$ is valid. But, since $f(-1) = 0$, the condition $f(\pm 1) \neq 0$ does not holds. Therefore, the given polynomial is a reducible polynomial.

Example 3. Show that the following polynomial is irreducible over the field of rational numbers using Perron's criterion:

$$f(x) = 2x^5 - 4x^4 + 9x^3 + 5x^2 + 7x - 3.$$

Solution. We check this polynomial according to the first condition of Perron's irreducibility criterion. Since the inequality $|a_{n-1}| > 1 + |a_{n-2}| + \dots + |a_0|$, is not satisfied for a given polynomial $f(x)$, but it follows that the given polynomial $f(x)$ is a reducible polynomial in the field of integers.

Example 4. Show that the following polynomial is irreducible over the field of rational numbers using Konn's criterion:

$$f(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1.$$

Solution. First, we give the following extension:

$$p = a_4 \cdot 10^4 + a_3 \cdot 10^3 + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0 = 1 \cdot 10^4 + 1 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^2 + 10 + 1 = 11111.$$

It is known that, $p = 11111$ is not a prime number, because $11111 = 41 \cdot 271$. However, it is wrong to assume that the given polynomial is not an irreducible polynomial, because if we make the substitution $x = y + 1$ in this polynomial and use Eisenstein's criterion, it follows that the given polynomial is an

irreducible polynomial. Let us check for clarity: taking into account the substitution, we obtain the polynomial

$$f(y+1) = h(y) = y^4 + 5y^3 + 10y^2 + 5.$$

In according to the Eisensteins's criterion, we establish that the polynomial $f(x)$ is irreducible in the field of rational numbers at $p = 5$.

Example 5. Show that the following polynomial is irreducible over the field of rational numbers:

$$f(x) = x^5 - 2x^4 - 3x^3 + 6x^2 + x - 1.$$

Solution. To check this polynomial, we use the last of the above criteria.

First, we have $f(0) = -1, f(1) = 2, f(-1) = 4, f(2) = 1$. From them, we select the values $f(0), f(1), f(2)$ with the fewest divisors and form the following sets:

$$\begin{cases} c_1 = \{1, 1, 1, -1, 1, 1, -1\} \\ c_2 = \{1, 1, -1, 1, 2, 2, -2, 2\} \\ c_3 = \{1, -1, 1, 1, 1, -1, 1, 1\}. \end{cases}$$

Here, we do not take the sets that differ only in sign from the given sets.

Now we give the following Newton's interpolation formula:

If the following polynomial is given:

$$f(x) = \lambda_0 + \lambda_1(x - \alpha_0) + \lambda_2(x - \alpha_0)(x - \alpha_1) + \dots + \lambda_n(x - \alpha_0)(x - \alpha_1)(x - \alpha_2) \dots (x - \alpha_{n-1}),$$

then the coefficients $\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_n$ are determined by substituting the values $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ for the variable x , respectively.

Thus, for the above sets, based on Newton's interpolation formula, we construct the polynomials $h_j(x)$ ($j = \overline{1, 8}$):

$$\begin{aligned} h_1(x) &= 1, & h_2(x) &= -x^2 + x + 1, & h_3(x) &= 2x^2 - 4x + 1, \\ h_4(x) &= -x^2 + 3x - 1, & h_5(x) &= -x^2 + 2x + 1, & h_6(x) &= -2x^2 + 3x + 1, \\ h_7(x) &= 3x^2 - 6x + 1, & h_8(x) &= -2x^2 + 5x - 1, \end{aligned}$$

where $h_j(x)$ is a polynomial that takes the values located in the j th column of the above system at $x = 0, 1, 2$, respectively.

It is easy to check that the numbers $h_3(x) = 7, h_4(x) = -5, h_7(x) = 10, h_8(x) = -8$ are not divisors of $f(-1) = 4$, so we do not consider the polynomials $h_3(x), h_4(x), h_7(x), h_8(x)$. In addition, we obtain the value $f(-2) = -19$. This value is not divisible by the numbers $h_2(-2) = -5, h_5(-2) = -7, h_6(-2) = -13$. Thus, the polynomial $f(x)$ is irreducible in the field of irrational numbers.

Example 6. Show that the following polynomial is irreducible over the field of rational numbers using Konn's criterion:

$$f(x) = x^4 + x^2 + 3.$$

Solution. First, we determine the coefficients of this polynomial and check whether it is an irreducible polynomial according to Konn's criterion:

$$a_4 = 1, a_3 = 0, a_2 = 1, a_1 = 0, a_0 = 3.$$

$$p = a_4 \cdot 10^4 + a_3 \cdot 10^3 + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0 = 1 \cdot 10^4 + 0 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10 + 3 = 10103.$$

It is known that $p = 10103$ is a prime number. Therefore, the given polynomial $f(x)$ is an irreducible polynomial in the field of rational numbers according to Konn's irreducibility criterion.

REFERENCES:

1. Carl Friedrich Gauss. *Disquisitiones Arithmeticae*. London: Yale University Press, 1966. <https://doi.org/10.1007/978-1-4939-7560-0>
2. N.H. Abel. *Memoire sur une classe particuliere d'equations resolubles algebriquement*. // *Journal für die reine und angewandte Mathematik*. 1829, Vol. 4, pp. 131-156. <https://doi.org/10.1515/crll.1829.4.131>
3. H. Schonemann. *Grundzuge einer allgemeinen Theorie der hohen Congruenzen, deren Modul eine reelle Primzahl ist*. // *Journal fur die reine und angewandte Mathematik*. 1846, Vol. 31, pp. 269-325. <https://doi.org/10.1515/crll.1846.31.269>

4. H. Schonemann. Von denjenigen Moduln, welche Potenzen von Primzahlen sind. // *Journal für die reine und angewandte Mathematik*. 1846, Vol. 32, pp. 93-105. <https://doi.org/10.1515/crll.1846.32.93>
5. G. Eisenstein. Über die Irreductibilität und einige andere Eigenschaften der Gleichung, von welcher die Theilung der ganzen Lemniscate abhängt. // *Journal für die reine und angewandte Mathematik*. 1850, Vol. 39, pp. 160-179. <https://doi.org/10.1515/crll.1850.39.160>
6. R. Dedekind. Abriss einer Theorie der hohen Congruenzen in Bezug auf einen reellen Primzahl-Modulus. // *Journal für die reine und angewandte Mathematik*. 1857, Vol. 54, pp. 1-26. <https://doi.org/10.1515/crll.1857.54.1>
7. H. L. Dorwart. Irreducibility of Polynomials. *The American Mathematical Monthly*. 1935, Vol. 42, No. 6, pp. 369-381. <https://doi.org/10.2307/2301357>
8. Oskar Perron. Neue Kriterien für die Irreduzibilität algebraischer Gleichungen. // *Journal für die reine und angewandte Mathematik*. 1907, Vol. 132, pp. 288-307. <https://doi.org/10.1515/crll.1907.132.288>
9. M.S. Razokova, M.B. Otamurodov, SH.A. Sodikov. The Real Roots of the Polynomials. *Signs of Irreducibility of Polynomials*. // *Economy and society*. 2024, Vol. 10, pp.1-7.
10. U.Kh. Narzullayev, A.S. Soleev, Kh.Kh. Ruzimurodov. *Problems and exercises from algebra and number theory*. 2nd edition. Samarkand: SamSU Press, 2019. [in Uzbek]
11. J. Khojiev, A.S. Faynleyb. *Algebra and Number Theory Course*. Toshkent: Uzbekistan, 2001. [in Uzbek].
12. A.G. Kurosh. *Higher algebra course*. Toshkent: Ukituvchi, 1976. [in Uzbek].

BENNEY-LUKE TIPIDAGI KASR TARTIBLI TENGLAMA UCHUN INTEGRAL
CHEGARAVIY SHART BILAN BERILGAN MASALA

Dehqonov Husan Tursunovich,
Qo'qon davlat pedagogika instituti
khusanboyd4686@gmail.com

Annotatsiya. Maqolada $D_t^\alpha u(t) + A(D_t^\alpha u(t)) + A^2(D_t^\alpha u(t)) + Au(t) = f$, $0 < \alpha < 1$, ko'rinishidagi kasr tartibli tenglama uchun vaqt bo'yicha $\int_0^T u(t)dt = \varphi$, $0 < t \leq T$, integral chegaraviy shartni qanotlantruvchi yechimni topish masalasi o'rganilgan, bu yerda $A: H \rightarrow H$ o'z-o'ziga qo'shma, chegaralanmagan, musbat H separabl Hilbert fazosida aniqlangan operator va A^{-1} kompakt operator. Maqolada Furiye usulidan foydalanib masalaning yechimining mavjudligi va yagonaligi ko'rsatilgan.

Kalit so'zlar: Benney-Luke tipidagi kasr tartibli tenglama, integral chegaraviy shart, Hilbert fazosi, operator, Furiye usuli.

A PROBLEM WITH INTEGRAL BOUNDARY CONDITION FOR A BENNEY-LUKE TYPE
FRACTIONAL EQUATION

Abstract. The paper studies the problem of finding a solution satisfying the integral boundary condition $\int_0^T u(t)dt = \varphi$, $0 < t \leq T$, in time for a fractional-order equation of the form $D_t^\alpha u(t) + A(D_t^\alpha u(t)) + A^2(D_t^\alpha u(t)) + Au(t) = f$, $0 < \alpha < 1$, where $A: H \rightarrow H$ is a self-adjoint, unbounded, positive H operator defined in a separable Hilbert space, and A^{-1} is a compact operator. The paper shows the existence and uniqueness of the solution of the problem using the Fourier method.

Keywords: Benney-Luke type fractional order equation, integral boundary condition, Hilbert space, operator, Fourier method.

ЗАДАЧА С ИНТЕГРАЛЬНЫМ ГРАНИЧНЫМ УСЛОВИЕМ ДЛЯ ДРОБНОГО
УРАВНЕНИЯ ТИПА БЕННИ-ЛЮКА

Аннотация. В статье изучается задача нахождения решения, удовлетворяющего интегральному по времени граничному условию $\int_0^T u(t)dt = \varphi$, $0 < t \leq T$, для уравнения дробного порядка вида $D_t^\alpha u(t) + A(D_t^\alpha u(t)) + A^2(D_t^\alpha u(t)) + Au(t) = f$, $0 < \alpha < 1$, где $A: H \rightarrow H$ — самосопряженный, неограниченный, положительный H оператор, определенный в сепарабельное гильбертово пространство и A^{-1} является компактным оператором. В статье показано существование и единственность решения задачи с использованием метода Фурье.

Ключевые слова: уравнение дробного порядка типа Бенни-Люка, интегральное граничное условие, гильбертово пространство, оператор, метод Фурье.

Kirish. Aytaylik, H separabl Hilbert fazosi bo'lsin. Unda skalyar ko'paytma va norma aniqlangan bo'lib, ularni mos ravishda $(\cdot, \cdot)$ va $\|\cdot\|$ kabi belgilaylik. Faraz qilaylik, A operator H fazoda to'la ortonormal $\{v_k\}$ xos funksiyalar sistemasiga va $\{\lambda_k\}$ musbat xos qiymatlar to'plamiga ega bo'lsin. Xos qiymatlarni qayta nomerlash yordamida ularni kamaymaydigan qilib nomerlab olamiz, ya'ni $0 < \lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \rightarrow +\infty$ kabi yozib olamiz.

Keling, H Hilbert fazosida A operatorning darajasi tushunchasini eslatib o'taylik. τ ixtiyoriy haqiqiy son bo'lsin. Biz H Hilbert fazosida A operatorning darajasini quyidagicha kiritamiz:

$$A^\tau h = \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k^\tau h_k v_k,$$

bu yerda $h_k = (h, v_k)$ lar $h \in H$ elementning Furye koeffitsiyentlari. Ushbu operatorning aniqlanish sohasi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi

$$D(A^\tau) = \{h \in H : \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k^{2\tau} |h_k|^2 < \infty\}.$$

$h \in D(A^\tau)$ element uchun normani quyidagicha kiritamiz

$$\|h\|_\tau^2 = \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k^{2\tau} |h_k|^2 = \|A^\tau h\|^2$$

va bu norma bilan birgalikda $D(A^\tau)$ Hilbert fazosiga aylanadi.

Aytaylik, $\alpha \in (0,1)$ bo'lsin. $C((a,b); H)$ orqali qiymatlari H da yotuvchi $t \in (a,b)$ oraliqda uzluksiz $u(t)$ funksiyalar to'plamini belgilaymiz.

Aytaylik, $h(t)$ vektor funksiya $[0, +\infty)$ da aniqlangan bo'lsin. $h(t)$ funksiyaning Kaputo ma'nosida α kasr tartibli hosilasi esa quyidagicha ko'rinishda aniqlanadi:

$$D_t^\alpha h(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_0^t \frac{h'(\xi)}{(t-\xi)^\alpha} d\xi, \quad t > 0,$$

bu yerda $\Gamma(\beta)$ - Eylerning gamma funksiyasi.

Biz quyidagi masalani qaraymiz

$$\begin{cases} D_t^\alpha u(t) + A(D_t^\alpha u(t)) + A^2(D_t^\alpha u(t)) + Au(t) = f(t), & 0 \leq t \leq T, \\ \int_0^T u(t) dt = \varphi, \end{cases} \quad (1)$$

bu yerda $f, \varphi \in H$, berilgan funksiyalar.

Ta'rif. Agar $u(t) \in C([0, H])$ funksiya $A^2(D_t^\alpha u(t)), A(D_t^\alpha u(t)), D_t^\alpha u(t), Au(t) \in C((0, T]; H)$ xossalarga ega va absolyut uzluksiz bo'lib, (1) masalaning shartlarini qanoqlantirsa, u holda $u(t)$ funksiya (1) masalani yechimi deb ataladi.

Ko'pgina fizik, mexanik va biologik jarayonlardagi chegaraviy qiymat bilan bog'liq masalalar kasr tartibli differensial tenglamalarni yechishga keltiriladi. Shu bilan birga, gaz dinamikasi, elastiklik nazariyasining ko'plab masalalari yuqori tartibli differensial tenglamalarni yechishga keltiladi (qarang [1], [2]).

Benni-Luke tenglamasi tortishish kuchi ta'sirida suyuqlikdagi to'liq harakatini tasvirlaydi (qarang [3]). Suvdagi to'liq bilan bog'liq klassik masalalar [3] va [4] adabiyotlarda keltilgan. Benney-Luke tipidagi yuqori tartibli differensial tenglamalar ko'pgina matematiklar tomonidan o'rganilgan (qarang [5]- [7]). [5] adabiyotda Benney-Luke tenglamasi uchun chegaraviy masala o'rganilgan bo'lib, unda tenglamaning boshlang'ich shartlari integral shartlar bilan berilgan.

Biz o'rganayotgan (1) masaladagi integral chegaraviy shart bilan berilgan masala [8] ishda ham o'rganilgan bo'lib unda yechimning mavjudligi va yagonalinini taminlovchi shartlar olingan. Benney-Luke tipidagi tenglama uchun nolokal va teskari masala [9] adabiyotda o'rganilgan bo'lib Koshi masalasi esa [10] adabiyotda keltilgan. T.Yuldashev va F.Rahmonovlarning [7] maqolasida Benney Luke tipidagi tenglama uchun chegaraviy masala o'rganilgan.

Ushbu ishda biz integral chegaraviy shart bilan berilgan masalani o'rganib chiqamiz va masalaning yechimining mavjudligi va yagonaligi haqidagi teoremlarini isbotlaymiz. Berilgan masalani yechish uchun quyidagi teoremani isbotlaymiz.

Teorema. Agar $f \in H$ va $\varphi \in D(A)$ bo'lsin. U holda (1) masala yagona yechimga ega va u quyidagi ko'rinishda bo'ladi

$$u(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{E_{\alpha,2}(-\mu_k T^\alpha) T} \left[\varphi_k E_{\alpha,1}(-\mu_k t^\alpha) + \right. \\ \left. + \frac{f_k}{1 + \lambda_k + \lambda_k^2} (t^\alpha E_{\alpha,\alpha+1}(-\mu_k t^\alpha) E_{\alpha,2}(-\mu_k T^\alpha) T - E_{\alpha,1}(-\mu_k t^\alpha) E_{\alpha,\alpha+2}(-\mu_k T^\alpha) T^{\alpha+1}) \right] v_k,$$

bu yerda $\mu_k = \frac{\lambda_k}{1 + \lambda_k + \lambda_k^2}$.

Dastlabki ma'lumotlar. Umumlashgan Mittag - Leffler funksiyalari kasr tartibli hosilali chiziqli differensial tenglamalarining yechimlarini ifodalashda muhim ahamiyatga ega. Shuning uchun bu funksiya va uning ba'zi xossalari keltirib o'tamiz.

Aytaylik, $0 < \alpha < 1$ va μ ixtiyoriy kompleks son bo'lsin, u holda $E_{\alpha,\mu}(z)$ orqali biz ikki parametrlil Mittag-Leffler funksiyasini quyidagicha kiritamiz (qarang [13], 12-b)

$$E_{\alpha,\mu}(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{\Gamma(\alpha n + \mu)}.$$

1-lemma. Har qanday $t \geq 0$ va μ ixtiyoriy kompleks son uchun ushbu baho o'rinli (qarang [5], 134-b)

$$|E_{\alpha,\mu}(-t)| \leq \frac{C}{1+t},$$

C o'zgarmas soni t va μ ga bog'liq emas.

2-lemma. Agar μ ixtiyoriy kompleks va α o'zgarmas son bo'lsa, u holda quyidagi asimptotik baho o'rinli bo'ladi (qarang [5], 135-b)

$$E_{\alpha,\mu}(-t) = \frac{t^{-1}}{\Gamma(\mu - \alpha)} + O(t^{-2})$$

3-lemma. Agar $\mu > -1$ bo'lsa, u holda ushbu baho o'rinli bo'ladi

$$\int_0^t \tau^\mu E_{\alpha,\mu+1}(-\lambda \tau^\alpha) d\tau = E_{\alpha,\mu+2}(-\lambda \tau^\alpha) t^{\mu+1}.$$

Isbot. Bu tenglikda $\alpha \in (0,1)$ uchun isbotlangan (qarang [6])

$$\begin{aligned} \int_0^t \tau^\mu E_{\alpha,\mu+1}(-\lambda \tau^\alpha) d\tau &= \int_0^t \tau^\mu \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\lambda \tau^\alpha)^k}{\Gamma(\alpha k + \mu + 1)} d\tau = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\lambda)^k}{\Gamma(\alpha k + \mu + 1)} \int_0^t \tau^{\alpha k + \mu} d\tau \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\lambda)^k}{\Gamma(\alpha k + \mu + 1)} \frac{\tau^{\alpha k + \mu + 1}}{\alpha k + \mu + 1} \Big|_0^t = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\lambda)^k}{\Gamma(\alpha k + \mu + 2)} \tau^{\alpha k + \mu + 1} \\ &= t^{\mu+1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\lambda t^\alpha)^k}{\Gamma(\alpha k + \mu + 2)} = E_{\alpha,\mu+2}(-\lambda t^\alpha) t^{\mu+1}. \end{aligned}$$

4-lemma. Agar $\lambda > 0$ bo'lsa, u holda quyidagi tengliklar bajariladi

$$D_t^\alpha [t^\alpha E_{\alpha,\alpha+1}(-\lambda \tau^\alpha)] = E_{\alpha,1}(-\lambda t^\alpha),$$

va

$$D_t^\alpha [t^\alpha E_{\alpha,1}(-\lambda \tau^\alpha)] = -\lambda E_{\alpha,1}(-\lambda t^\alpha).$$

5-lemma. Agar $\alpha > 0$ va $\beta, z \in \mathbb{C}$ bo'lsa, u holda ushbu tenglik o'rinli bo'ladi (qarang [7])

$$E_{\alpha,\beta}(z) = z E_{\alpha,\alpha+\beta}(z) + \frac{1}{\Gamma(\beta)}.$$

6-lemma. Agar $0 \leq \alpha \leq 1$ va $\beta \geq \alpha$ bo'lsa, u holda Mittag-Leffler funksiyasi qat'iy monoton (qarang [7]).

Yechimning mavjudligi. Ushbu bo'limda biz (1) masalani yechish bilan shug'ullanamiz. (1) masalani yechish uchun biz quyidagi ikkita masalani yechishimiz kifoya:

$$\begin{cases} D_t^\alpha V(t) + A(D_t^\alpha V(t)) + A^2(D_t^\alpha V(t)) + AV(t) = f, & 0 < t \leq T, \\ V(+0) = 0, \end{cases} \quad (2)$$

va

$$\begin{cases} D_t^\alpha W(t) + A(D_t^\alpha W(t)) + A^2(D_t^\alpha W(t)) + AW(t) = 0, & 0 < t \leq T \\ \int_0^T W(t)dt = \psi. \end{cases} \quad (3)$$

bu yerda $\psi = \varphi - \int_0^T V(t)dt$ kabi aniqlanadi ($\psi \in H$ berilgan funksiya). $V(t)$ va $W(t)$ funksiyalar

(1) masalaning yechimi va $u(t) = V(t) + W(t)$ ko'rinishda belgilaymiz.

(2) masalani Furrye usulidan foydalanib yechimini quyidagi qator ko'rinishida qidiramiz

$$V(t) = \sum_{k=1}^{\infty} V_k(t) v_k.$$

(2) masalani Furrye qatoriga yoyib ushbu masalaga kelimiz

$$\begin{cases} D_t^\alpha V_k(t) + \mu_k V_k(t) = \frac{1}{1 + \lambda_k + \lambda_k^2} f_k, & 0 < t \leq T, \\ V_k(+0) = 0, \end{cases} \quad (4)$$

(4) masalaning yechimi quyidagicha ko'rinishda bo'ladi (qarang [8], 230-b)

$$V_k(t) = \frac{f_k}{1 + \lambda_k + \lambda_k^2} \int_0^t \eta^{\alpha-1} E_{\alpha,\alpha}(-\mu_k \eta^\alpha) d\eta = \frac{f_k}{1 + \lambda_k + \lambda_k^2} t^\alpha E_{\alpha,\alpha+1}(-\mu_k t^\alpha). \quad (5)$$

3-lemmaga asosan ushbu ifodaga ega bo'lamiz

$$\int_0^T V_k(t)dt = \frac{f_k}{1 + \lambda_k + \lambda_k^2} E_{\alpha,\alpha+2}(-\mu_k T^\alpha) T^{\alpha+1}.$$

Shunday qilib (2) masalaning formal yechimi ushbu ko'rinishga ega

$$V(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{f_k}{1 + \lambda_k + \lambda_k^2} t^\alpha E_{\alpha,\alpha+1}(-\mu_k t^\alpha) v_k.$$

Endi (3) masalani yechish bilan shug'ullanamiz. Masalaning yechimini ushbu Furrye usulidan foydalanib topamiz.

$$W(t) = \sum_{k=1}^{\infty} W_k(t) v_k \quad (6)$$

(3) masalani Furrye qatoriga yoyib quyidagi masalaga kelimiz

$$\begin{cases} D_t^\alpha W_k(t) + \mu_k W_k(t) = 0, & 0 < t \leq T \\ \int_0^T W_k(t)dt = \psi_k, \end{cases} \quad (7)$$

(7) masalani yechib quyidagi tenglikni hosil qilamiz:

$$W_k(t) = \frac{\psi_k}{E_{\alpha,2}(-\mu_k T^\alpha) T} E_{\alpha,1}(-\mu_k t^\alpha) v_k.$$

Shunday qilib, $W_k(t)$ funksiyalarning qiymatini topdik. Topilgan $W_k(t)$ funksiyalarni (6) qatorga olib borib qo'yib quyidagicha formal yechimni hosil qilamiz

$$W(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\psi_k}{E_{\alpha,2}(-\mu_k T^\alpha) T} E_{\alpha,1}(-\mu_k t^\alpha) v_k. \quad (8)$$

Agar $\psi = \varphi - \int_0^T V(t)dt$ va (5) ni hisobga olsak, u holda quyidagi tenglikka ega bo'lamiz:

$$\psi_k = \varphi_k - \frac{f_k}{1 + \lambda_k + \lambda_k^2} E_{\alpha, \alpha+2}(-\mu_k T^\alpha) T^{\alpha+1}$$

Yuqorida aytkanimizdek, $u(t) = V(t) + W(t)$ ekanligidan quyidagi tenglikni hosil qilamiz

$$u(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{E_{\alpha, 2}(-\mu_k T^\alpha) T} \left[\varphi_k E_{\alpha, 1}(-\mu_k t^\alpha) + \right. \\ \left. + \frac{f_k}{1 + \lambda_k + \lambda_k^2} \left(t^\alpha E_{\alpha, \alpha+1}(-\mu_k t^\alpha) E_{\alpha, 2}(-\mu_k T^\alpha) T - E_{\alpha, 1}(-\mu_k t^\alpha) E_{\alpha, \alpha+2}(-\mu_k T^\alpha) T^{\alpha+1} \right) \right] \nu_k \quad (9)$$

Shunday qilib, (9) qator bilan aniqlangan $u(t)$ funksiya (1) masalaning yechimi. Bu funksiya ta'rifning shartlarini qanoqlantrishini ko'rsatish qoladi xolos. Avvalo (9) qatorni yaqinlashuvchi ekanini tekshiramiz, buning uchun (9) qatorni qisman yig'indisini $S_n(t)$ orqali belgilab olib, Parseval tengligi va 2-lemmadan foydalanib quyidagi ifodani hosil qilamiz

$$\|S_n(t)\|^2 = \sum_{k=1}^n \left| \frac{1}{E_{\alpha, 2}(-\mu_k T^\alpha) T} \varphi_k E_{\alpha, 1}(-\mu_k t^\alpha) + \right. \\ \left. + \frac{f_k}{1 + \lambda_k + \lambda_k^2} \left(t^\alpha E_{\alpha, \alpha+1}(-\mu_k t^\alpha) - \frac{E_{\alpha, 1}(-\mu_k t^\alpha) E_{\alpha, \alpha+2}(-\mu_k T^\alpha) T^\alpha}{E_{\alpha, 2}(-\mu_k T^\alpha)} \right) \right|^2 \\ \leq C \left(\sum_{k=1}^n |\varphi_k E_{\alpha, 1}(-\mu_k t^\alpha)|^2 + f^{1n} + f^{2n} \right),$$

bu yerda

$$f^{1n} = \sum_{k=1}^n \left| \frac{f_k}{1 + \lambda_k + \lambda_k^2} t^\alpha E_{\alpha, \alpha+1}(-\mu_k t^\alpha) \right|^2, \quad f^{2n} = \sum_{k=1}^n \left| \frac{f_k}{1 + \lambda_k + \lambda_k^2} \frac{E_{\alpha, 1}(-\mu_k t^\alpha) E_{\alpha, \alpha+2}(-\mu_k T^\alpha) T^\alpha}{E_{\alpha, 2}(-\mu_k T^\alpha)} \right|^2, \\ f^{1n} = C_1 \sum_{k=1}^n |f_k|^2, \quad f^{2n} = C_2 \sum_{k=1}^n |f_k|^2, \\ \|S_n(t)\|^2 \leq C \left[\sum_{k=1}^n |\varphi_k|^2 + \sum_{k=1}^n |f_k|^2 \right].$$

Demak $\varphi, f \in H$ va $u(t) \in C([0, T]: H)$ bo'lar ekan.

(9) qatorning qisman yig'indisiga A operatorini qo'llaymiz. Parseval tengligi va 2-lemmadan foydalanib baholaymiz

$$\|AS_n(t)\|^2 = \left\| \sum_{k=1}^n \frac{1}{E_{\alpha, 2}(-\mu_k T^\alpha) T} \left[\varphi_k E_{\alpha, 1}(-\mu_k t^\alpha) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{f_k}{1 + \lambda_k + \lambda_k^2} \left(t^\alpha E_{\alpha, \alpha+1}(-\mu_k t^\alpha) - \frac{E_{\alpha, 1}(-\mu_k t^\alpha) E_{\alpha, \alpha+2}(-\mu_k T^\alpha) T^\alpha}{E_{\alpha, 2}(-\mu_k T^\alpha)} \right) \right] \lambda_k \nu_k \right\|^2 \\ \|AS_n(t)\|^2 = \sum_{k=1}^n \lambda_k^2 \left| \frac{1}{E_{\alpha, 2}(-\mu_k T^\alpha) T} \left[\varphi_k E_{\alpha, 1}(-\mu_k t^\alpha) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{f_k}{1 + \lambda_k + \lambda_k^2} \left(t^\alpha E_{\alpha, \alpha+1}(-\mu_k t^\alpha) - \frac{E_{\alpha, 1}(-\mu_k t^\alpha) E_{\alpha, \alpha+2}(-\mu_k T^\alpha) T^\alpha}{E_{\alpha, 2}(-\mu_k T^\alpha)} \right) \right] \right|^2 \\ \leq C \left(\sum_{k=1}^n \lambda_k^2 |\varphi_k E_{\alpha, 1}(-\mu_k t^\alpha)|^2 + F^{1n} + F^{2n} \right),$$

bu yerda F^{1n} va F^{2n} lar quyidagicha ko'rinishda

$$F^{1n} = \sum_{k=1}^n \lambda_k^2 \left| \frac{f_k}{1 + \lambda_k + \lambda_k^2} t^\alpha E_{\alpha, \alpha+1}(-\mu_k t^\alpha) \right|^2,$$

$$F^{2n} = \sum_{k=1}^n \lambda_k^2 \left| \frac{f_k}{1 + \lambda_k + \lambda_k^2} \frac{E_{\alpha,1}(-\mu_k t^\alpha) E_{\alpha, \alpha+2}(-\mu_k T^\alpha) T^\alpha}{E_{\alpha,2}(-\mu_k T^\alpha)} \right|^2.$$

1 va 2 lemmalarga asosan quyidagi baholarga ega bo‘lamiz

$$F^{1n} \leq C_1 \sum_{k=1}^n \lambda_k^2 \left| \frac{f_k}{1 + \lambda_k + \lambda_k^2} \right|^2 \leq C_1 \sum_{k=1}^n |f_k|^2, \quad F^{2n} \leq C_2 \sum_{k=1}^n \lambda_k^2 \left| \frac{f_k}{1 + \lambda_k + \lambda_k^2} \right|^2 \leq C_2 \sum_{k=1}^n |f_k|^2.$$

$$\|AS_n(t)\|^2 \leq C \left[\sum_{k=1}^n \lambda_k^2 |\varphi_k|^2 + \sum_{k=1}^n |f_k|^2 \right].$$

Demak $\varphi \in D(A)$, $f \in H$ va $Au(t) \in C([0, T]: H)$ bo‘lar ekan.

Endi $A(D_t^\alpha S_n(t))$ ni hisoblaymiz. 4- lemmadan foydalanib quyidagi ifodani hosil qilamiz.

$$\begin{aligned} \|A(D_t^\alpha S_n(t))\|^2 &= \left\| \sum_{k=1}^n \frac{-\mu_k \varphi_k E_{\alpha,1}(-\mu_k t^\alpha)}{E_{\alpha,1}(-\mu_k T^\alpha) T} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{f_k}{1 + \lambda_k + \lambda_k^2} \left(t^\alpha E_{\alpha, \alpha+1}(-\mu_k t^\alpha) - \frac{-\mu_k E_{\alpha,1}(-\mu_k t^\alpha) E_{\alpha, \alpha+2}(-\mu_k T^\alpha) T^\alpha}{E_{\alpha,2}(-\mu_k T^\alpha)} \right) \lambda_k \nu_k \right\|^2. \end{aligned}$$

Parseval tengligi va 2-lemmaga asosan ushbu baholashga ega bo‘lamiz

$$\begin{aligned} \|A(D_t^\alpha S_n(t))\|^2 &= \sum_{k=1}^n \lambda_k^2 \left| \frac{-\mu_k \varphi_k E_{\alpha,1}(-\mu_k t^\alpha)}{E_{\alpha,1}(-\mu_k T^\alpha) T} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{f_k}{1 + \lambda_k + \lambda_k^2} \left(t^\alpha E_{\alpha, \alpha+1}(-\mu_k t^\alpha) - \frac{-\mu_k E_{\alpha,1}(-\mu_k t^\alpha) E_{\alpha, \alpha+2}(-\mu_k T^\alpha) T^\alpha}{E_{\alpha,2}(-\mu_k T^\alpha)} \right) \right|^2 \\ &\leq C \left(\sum_{k=1}^n \lambda_k^2 |\mu_k \varphi_k E_{\alpha,1}(-\mu_k t^\alpha)|^2 + \Phi^{1n} + \Phi^{2n} \right), \end{aligned}$$

bu yerda

$$\begin{aligned} \Phi^{1n} &= \sum_{k=1}^n \lambda_k^2 \left| \frac{f_k}{1 + \lambda_k + \lambda_k^2} E_{\alpha,1}(-\mu_k t^\alpha) \right|^2, \\ \Phi^{2n} &= \sum_{k=1}^n \lambda_k^2 \left| \frac{f_k}{1 + \lambda_k + \lambda_k^2} \frac{\mu_k E_{\alpha,1}(-\mu_k t^\alpha) E_{\alpha, \alpha+2}(-\mu_k T^\alpha) T^\alpha}{E_{\alpha,2}(-\mu_k T^\alpha)} \right|^2. \end{aligned}$$

4 va 5 lemmalarga asosan quyidagi bahoga ega bo‘lamiz

$$\Phi^{1n} \leq C_1 \sum_{k=1}^n |f_k|^2, \quad \Phi^{2n} \leq C_2 \sum_{k=1}^n |f_k|^2,$$

$$\|A(D_t^\alpha S_n(t))\|^2 \leq C \left[\sum_{k=1}^n \lambda_k^2 |\varphi_k|^2 + \sum_{k=1}^n |f_k|^2 \right].$$

Demak $\varphi \in D(A)$, $f \in H$ va $A(D_t^\alpha u(t)) \in C([0, T]: H)$ bo‘lar ekan

Yechimning yagonaligi. (1) masalaning yechimining yagonaligini ko‘rsatamiz. Buning uchun teskaridan faraz qilaylik, ya’ni ikkita turli $u_1(t)$ va $u_2(t)$ yechimlar bor bo‘lsin. U holda $u(t) = u_1(t) - u_2(t)$ funksiya ushbu masalaning yechimi bo‘ladi.

$$\begin{cases} D_t^\alpha u(t) + A(D_t^\alpha u(t)) + A^2(D_t^\alpha u(t)) + Au(t) = 0, & 0 < t \leq T, \\ \int_0^T u(t) dt = 0. \end{cases}$$

Aytaylik, $u_k(t) = (u(t), v_k)$ tenglik o‘rinli bo‘lsin. U holda A operatorning o‘z-o‘ziga qo‘shmaligidan quyidagi tenglikni hosil qilamiz

$$\begin{aligned} D_t^\alpha u_k(t) = (D_t^\alpha u(t), v_k) &= -(A(I + A + A^2)^{-1}u(t), v_k) + (f, v_k) = -(u(t), A(I + A + A^2)^{-1}v_k) + f_k = \\ &= -A(I + A + A^2)^{-1}(u(t), v_k) + f_k = -\mu_k u_k(t) + f_k, \quad t > 0. \end{aligned}$$

Bundan quyidagi Koshi masalasiga kelamiz:

$$\begin{cases} D_t^\alpha u_k(t) + \mu_k u_k(t) = 0; \\ \int_0^T u_k(t) dt = 0. \end{cases}$$

Xulosa. Bu masalani yechib barcha $k, k \geq 1$ lar uchun $u(t) = 0$ ekanligini topamiz. Demak, $\{v_k\}$ xos funksiyalar sistemasining to‘laligidan $u(t) \equiv 0$ tengliklarni olamiz. Teorema to‘la isbot bo‘ldi.

ADABIYOTLAR:

1. Algazin S. D. and Kiyko I. A., *Flutter plastin I obolochek [Flutter of plates and shells]*, // Nauka (Nauka Publ, Moscow, 2006).
2. Benney . D. J. and Luke J. C., *Interactions of permanent waves of nite amplitude* // *Journal of*, Vol. 43 (*Mathematical Physics*, 1964).
3. Stoker J. J., *Water Waves* (New York, 1957).
4. Wehausen J. V. and Laitone E. V., *Surface Waves Handbuch der Physik*, , Vol. 9, Berhn, Springer Verlag (1960).
5. Kilbas A. A., Srivastava H. M. and. Trujillo J. J, *Theory and applications of fractional differential equations, Part of Mathematics Studies* // (Elsevier, North-Holland, Amsterdam, 2006)
6. Zamyshlyayeva A. A., *Sobolev type mathematical models of higher order Vestnik Yuzhno-Uralskogo gosudarstvennogo universiteta, Seriya: Matematicheskoe modelirovanie i programmirovaniye*. // *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Mathematical Modelling, Programming and Computer Software* (5), 5-28 (2014), URL: <http://doi.org/10.14529/mmp140201>.
7. Yuldashev T. K. and Rakhmonov F. D., *On a Benney-Luke Type Differential Equation with Nonlinear Boundary Value Conditions.*, // *Lobachevskii Journal of Mathematics* 42 (15), 3761-3772 (2021)
8. Ashurov. R. R., Fayziev Yu. E. and Khushvaktov N. Kh., *Non-local problem in time for the Barenblatt-Zhel'tov-Kochina type fractional equations*, // *Lobachevskii Journal of Mathematics*, 2023, Vol. 44, No. 12, pp. 5158-5171, DOI: 10.1134/S1995080223120077
9. Yuldashev T., *On a nonlocal inverse problem for a Benney-Luke type integro-differential equation with degenerate kernel*, // *Vestnik TVGU, Seriya: Prikladnaya Matematika*, 3, 19-41, 2018, <https://doi.org/10.26456/vtpmk500>
10. Fayziev Yu. E., Pirmatov Sh. T. and Dekhkonov Kh. T., *Forward and inverse problems for the Benney-Luke type fractional equations*, // *Izvestiya vuzov. Matematika*, 2024, 9, 82-91 DOI: 10.26907/0021-3446-2024-9-82-91

EVASION DIFFERENTIAL GAME WITH MULTIPLE PURSUERS FOR AN INFINITE SYSTEM OF DIFFERENTIAL EQUATIONS

Gulomov Saidakbar Oybek ugli,

Doctoral student of Andijan State University

saidakbar@adu.uz

Abstract. In this research, we will examine a differential evasion game involving multiple pursuers and a single evader. The game is represented by an infinite system of two-block differential equations in the Gilbert space l_2 . The control functions of the players are subject to certain geometric constraints. The goal of the game is for the system state to reach the origin of the l_2 space within a finite time interval. The pursuers aim to bring at least one controlled system state to the origin of l_2 , while the evader's goal is to prevent this from happening. We derive a sufficient condition for successful evasion from the players' initial positions and construct a evasion strategy for the evader.

Keywords: differential game, control, strategy, infinite system of differential equations, geometric constraint.

IKKITALIK CHEKSIZ DIFFERENSIAL TENGLAMALAR SISTEMASI UCHUN KO'P QUVLOVCHILI QOCHISH DIFFERENSIAL O'YINI

Annotatsiya. Ushbu tadqiqotda biz bir nechta quvlovchi va yagona qochuvchi ishtirok etadigan differensial qochish o'yinini o'rganamiz. O'yin l_2 Gilbert fazosidagi ikki blokli differensial tenglamalarning cheksiz sistemasi orqali ifodalanadi. O'yinchilarning boshqaruv funksiyalari ma'lum geometrik cheklovlarga bo'ysunadi. O'yinning maqsadi – sistema holatini chekli vaqt oralig'ida l_2 fazoning boshlang'ich nuqtasiga yetkazish. Quvuvchilar kamida bitta boshqariladigan sistema holatini boshlang'ich nuqtaga yetkazishni maqsad qiladilar, qochuvchi esa bunga yo'l qo'ymaslikka harakat qiladi. Biz o'yinchilarni boshlang'ich holatlaridan kelib chiqib, muvaffaqiyatli qochish uchun yetarli shartni keltirib chiqaramiz va qochuvchichi uchun qochish strategiyasini quramiz.

Kalit so'zlar: differensial o'yin, boshqaruv, strategiya, differensial tenglamalarning cheksiz sistemasi, geometrik chegaralanish.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ИГРА УБЕГАНИЯ С НЕСКОЛЬКИМИ ПРЕСЛЕДОВАТЕЛЯМИ ДЛЯ БЕСКОНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Аннотация. В данном исследовании мы рассматриваем дифференциальную игру убегания с несколькими преследователями и одним убегающим. Игра описывается бесконечной системой двухблочных дифференциальных уравнений в гильбертовом пространстве l_2 . Управляющие функции игроков подчиняются определённым геометрическим ограничениям. Цель игры заключается в том, чтобы состояние системы достигло начала координат пространства l_2 за конечный временной интервал. Преследователи стремятся привести хотя бы одно управляемое состояние системы к началу координат, в то время как убегающий пытается предотвратить это. Мы выводим достаточное условие успешного уклонения, зависящее от начальных позиций игроков, и конструируем стратегию уклонения для убегающего.

Ключевые слова: дифференциальная игра, управление, стратегия, бесконечная система дифференциальных уравнений, геометрические ограничения.

Introduction. The study of differential games originated from the pioneering works of Isaacs and Pontryagin. Since then, this field has become the subject of extensive scientific research. Numerous monographs and collections, such as [1, 2, 3,4,6,7], have compiled the results in this area. In recent years, interest in differential games has been growing, although the majority of research has focused on games in finite-dimensional spaces. Fundamental results for differential games in finite-dimensional spaces were obtained in the works of Hajek [5], Pontryagin [2], Azamov [9], and others. However, differential games in infinite-dimensional spaces, such as Hilbert spaces, remain less explored.

In [8], an evasion differential game for an infinite system of two differential equations was studied. The system considered is given by:

$$\begin{aligned}\dot{x}_{ij} &= -\alpha_j x_{ij} - \beta_j y_{ij} + u_{ij}^1 - v_j^1, & x_{ij}(0) &= x_{ij}^0, \\ \dot{y}_{ij} &= \beta_j x_{ij} - \alpha_j y_{ij} + u_{ij}^2 - v_j^2, & y_{ij}(0) &= y_{ij}^0,\end{aligned}$$

in Hilbert space l_2 . This paper examines a differential game involving an infinite system of binary differential equations, where the control parameters of both the pursuers and the evader are subject to geometric constraints.

In this article, we will study the game given with these conditions by analyzing it for another infinite system. We construct a strategy for the evader that ensures they will not be captured during the game.

Our research focuses on the analysis of an evasion differential game involving multiple pursuers and one evader in infinite systems of differential equations in l_2 . The control functions of the players are subject to geometric constraints. In this evasion game, the pursuers aim to bring the state of at least one of the controlled systems to the origin of l_2 . On the other hand, the goal of the evader is to prevent this from happening. We establish a condition that ensures the evader's escape from any initial state. Additionally, we construct a strategy for the evader to effectively avoid the pursuers throughout the game.

Statement of problem. It should be noted that a Hilbert space is devoted by l_2 and vector space with satisfying the following condition

$$l_2 = \left\{ \alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, \dots) \mid \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n^2 < \infty \right\}$$

where all elements of the space are sequences of real numbers. Additionally, in Hilbert space, the inner product and norm are respectively defined by the following formulas.

$$(\alpha, \beta) = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \beta_n, \quad \|\alpha\| = \sqrt{(\alpha, \alpha)}.$$

We examine a differential game described by an infinite system of binary differential equations in Hilbert space l_2 described as follows:

$$\begin{aligned}\dot{x}_{ij} &= -\lambda_j x_{ij} + y_{ij} + u_{ij}^1 - v_j^1, & x_{ij}(0) &= x_{ij}^0, \\ \dot{y}_{ij} &= -\lambda_j y_{ij} + u_{ij}^2 - v_j^2, & y_{ij}(0) &= y_{ij}^0,\end{aligned} \quad (1)$$

where $x_{ij}, y_{ij} \in \mathbb{R}$, $i = 1, 2, \dots, m$, $j = 1, 2, \dots$, are the state variables, λ_j are real numbers and $\lambda_j \geq 0$, $u_{ij}^1, u_{ij}^2, j = 1, 2, \dots$, are the control parameters of the i -th pursuer, $i = 1, 2, \dots, m$, and $v_j^1, v_j^2, j = 1, 2, \dots$, are the control parameters of the evader. We assume the following:

$$x_i^0 = (x_{i1}^0, x_{i2}^0, \dots) \in l_2, \quad y_i^0 = (y_{i1}^0, y_{i2}^0, \dots) \in l_2, \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

Let $z_i^0 \neq 0$ for all $i = 1, 2, \dots, m$ and for $j = 1, 2, \dots, i = 1, 2, \dots, m$,

$$u_{ij} = (u_{ij}^1, u_{ij}^2), \quad v_j = (v_j^1, v_j^2), \quad z_{ij}^0 = (x_{ij}^0, y_{ij}^0),$$

$$z_i^0 = (z_{i1}^0, z_{i2}^0, \dots), \quad \|z_i^0\| = \left(\sum_{j=1}^{\infty} \left((x_{ij}^0)^2 + (y_{ij}^0)^2 \right) \right)^{1/2},$$

$$u_i(t) = (u_{i1}(t), u_{i2}(t), \dots), \quad \|u_i(t)\| = \left(\sum_{j=1}^{\infty} \left((u_{ij}^1(t))^2 + (u_{ij}^2(t))^2 \right) \right)^{1/2},$$

$$v = (v_1, v_2, \dots), \quad \|v\| = \left(\sum_{j=1}^{\infty} \left((v_j^1(t))^2 + (v_j^2(t))^2 \right) \right)^{1/2}.$$

Definition 1 A function $u_i(t) = (u_{i1}(t), u_{i2}(t), \dots)$, $i \in \{1, 2, \dots, m\}$, with measurable components $u_{ij}(t)$, $j = 1, 2, \dots$, such that $\|u_i(t)\| \leq \rho_i$, $0 \leq t \leq T$, is called admissible control of the i -th pursuer, where ρ_i is a given positive number, and T is sufficiently large positive number.

Definition 2 A function $v(t) = (v_1(t), v_2(t), \dots)$ with measurable components $v_j(t)$, $j = 1, 2, \dots$, such that $\|v(t)\| \leq \sigma$, $0 \leq t \leq T$, is called admissible control of the evader, where σ is a given positive number.

It is assumed that $\sigma \geq \rho_i$ for all $i = 1, \dots, m$. The solutions $z_i(t) = (z_{i1}(t), z_{i2}(t), \dots)$ for $0 \leq t \leq T$ of the infinite system of differential equations (1) are analyzed within the function space $f(t) = (f_1(t), f_2(t), \dots) \in l_2$, where the coordinates $f_i(t)$ are absolutely continuous and defined over the interval $0 \leq t \leq T$.

Definition 3 We say that evasion is possible in game (1) if there exists a control $v^*(t)$, $0 \leq t \leq T$, of evader such that for any controls $u_i(t)$, $0 \leq t \leq T$, of the pursuers, the solutions of initial value problems (1), $z_i(t) = (z_{i1}(t), z_{i2}(t), \dots)$, $i = 1, \dots, m$, are not equal to zero for any t , $0 \leq t \leq T$, i.e. $z_i(t) \neq 0$ for all $0 \leq t \leq T$ and $i = 1, 2, \dots, m$.

Note that on the time interval $[0, T]$, the evader uses the control $v^*(t)$, while the pursuers apply arbitrary controls $u_i(t)$ for $i = 1, 2, \dots, m$.

The goal is to find a control $v^*(t)$, $0 \leq t \leq T$, of the evader that evasion is possible in the differential game (1).

The main result.

In this section, we establish the following statement.

Theorem 1 Evasion is possible in the game governed by the infinite system of equations (1) for any initial conditions z_i^0 , where $i = 1, 2, \dots, m$.

Proof. We can write (1) in the form

$$\dot{z}_{ij} = B_j z_{ij} + u_{ij} - v_j, \quad z_{ij}(0) = z_{ij}^0, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad j = 1, 2, \dots, \quad (2)$$

where

$$B_j = \begin{bmatrix} -\lambda_j & 1 \\ 0 & -\lambda_j \end{bmatrix}, \quad j = 1, 2, \dots$$

It is not difficult to confirm that

$$e^{B_j t} = e^{-\lambda_j t} \begin{bmatrix} 1 & t \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad j = 1, 2, \dots$$

For the solution of (1) or equivalently of (2), we have:

$$z_{ij}(t) = e^{B_j t} \psi_{ij}(t), \quad \psi_{ij}(t) = z_{ij}^0 + \int_0^t e^{-B_j s} (u_{ij}(s) - v_j(s)) ds. \quad (3)$$

It is important to observe that the matrices $e^{B_j t}$ are not singular. Consequently, the equation $z_{ij}(t) = 0$ is equivalent to the equation $\psi_{ij}(t) = 0$ for all $i = 1, 2, \dots, m$ and $j = 1, 2, \dots$.

Hence, to prove the theorem, it is sufficient to construct an admissible control $v^*(t)$ for the evader, where $0 \leq t \leq T$, such that $\psi_i(t) = (\psi_{i1}(t), \psi_{i2}(t), \dots) \neq 0$ for all $i = 1, 2, \dots, m$ and for all $0 \leq t \leq T$.

Indeed, since $z_1^0 = (z_{11}^0, z_{12}^0, \dots) \neq 0$, it follows that at least one of the components $z_{1j}^0 \in \mathbb{R}^2$, $j = 1, 2, \dots$, of z_1^0 is not equal to 0. In other words, there exists a positive integer n_1 such that $z_{1n_1}^0 \neq 0$. Similarly, the inequality $z_2^0 = (z_{21}^0, z_{22}^0, \dots) \neq 0$ implies that $z_{2n_2}^0 \neq 0$ for some positive integer n_2 . Finally, $z_m^0 = (z_{m1}^0, z_{m2}^0, \dots) \neq 0$ implies that $z_{mn_m}^0 \neq 0$ for some positive integer n_m .

Let $n = \max_{i=1, \dots, m} n_i$. Then, clearly, $Z_i^0 = (z_{i1}^0, z_{i2}^0, \dots, z_{in}^0) \neq 0$ for all $i = 1, 2, \dots, m$. We can assume, by increasing n if necessary, that $2n \geq m$. Therefore, we obtain

$$Z_i^0 = (z_{i1}^0, z_{i2}^0, \dots, z_{in}^0) \neq 0, \quad Z_i^0 \in \mathbb{R}^{2n}, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (4)$$

Let

$$\Psi_i(t) = (\psi_{i1}(t), \psi_{i2}(t), \dots, \psi_{in}(t)), \quad i = 1, \dots, m,$$

where

$$\psi_{ij}(t) = z_{ij}^0 + \int_0^t e^{-B_j^* s} (u_{ij}(s) - v_j(s)) ds, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

The proof of the theorem is completed by showing that $\Psi_i(t) \neq 0$, $i = 1, \dots, m$, since these relations imply that

$$\psi_i(t) = (\psi_{i1}(t), \psi_{i2}(t), \dots) \neq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad 0 \leq t \leq T,$$

hence that $z_i(t) \neq 0$, $i = 1, 2, \dots, m$. In other words, we have reduced the differential game in the Hilbert space l_2 to a differential game in the finite dimensional Euclidean space $\mathbb{R}^{2n}$.

We recall the number m of points $Z_i^0 \in \mathbb{R}^{2n}$ doesn't exceed the dimension $2n$ of the space $\mathbb{R}^{2n}$, i.e. $m \leq 2n$. From this we conclude that there is a unit vector

$$e = (e_1, e_2, \dots, e_n) \in \mathbb{R}^{2n}, \quad |e| = 1, \quad e_j \in \mathbb{R}^2,$$

such that the inner product $\langle Z_i^0, e \rangle \geq 0$ for all $i = 1, \dots, m$. As the vector e we can take an orthonormal vector to the hyperplane in $\mathbb{R}^{2n}$ passing through the points Z_i^0 , $i = 1, 2, \dots, m$.

Next, we construct a control for the evader as follows

$$v_j(t) = - \frac{e^{-B_j^* t} e_j}{\sqrt{\sum_{k=1}^n |e^{-B_k^* t} e_k|^2}} \sigma, \quad j = 1, \dots, n, \quad v_j(t) = 0, \quad j = n+1, n+2, \dots, \quad t \geq 0, \quad (5)$$

where B^* denotes the transpose of the matrix B , and show that the control (5) of the evader guarantees the evasion on the time interval $[0, T]$. Note that the denominator in (5) is not equal to zero, i.e.

$$\sum_{k=1}^n |e^{-B_k^* t} e_k|^2 \neq 0, \quad t \geq 0,$$

since otherwise we would have

$$e^{-B_k^* t} e_k = 0, \quad k = 1, 2, \dots, n,$$

which implies that $e_k = 0$, $k = 1, 2, \dots, n$, that is $e = 0$, which is impossible since $e = (e_1, e_2, \dots, e_n)$ is a unit vector.

We prove the theorem using the method of opposite assumption. There exist admissible controls of pursuers such that when the evader applies the control (5), $\Psi_k(\tau) = 0$ for some $k \in \{1, \dots, m\}$ and $\tau > 0$. We conclude from the inequalities $\langle Z_i^0, e \rangle \geq 0$, $i = 1, 2, \dots, m$, that

$$\sum_{j=1}^n \langle z_{kj}^0, e_j \rangle \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (6)$$

Thus,

$$\begin{aligned} \langle \Psi_k(\tau), e \rangle &= \sum_{j=1}^n \psi_{kj}(\tau) e_j \\ &= \sum_{j=1}^n \langle z_{kj}^0, e_j \rangle + \sum_{j=1}^n \int_0^\tau \langle e^{-B_j s} (u_{pj}(s) - v_j(s)), e_j \rangle ds \\ &\geq \sum_{j=1}^n \int_0^\tau \langle e^{-B_j s} u_{kj}(s), e_j \rangle ds - \sum_{j=1}^n \int_0^\tau \langle e^{-B_j s} v_j(s), e_j \rangle ds \end{aligned} \quad (7)$$

The first integral in (7) can be estimated by using the Cauchy-Schwartz inequality as follows

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n \int_0^\tau \langle e^{-B_j s} u_{kj}(s), e_j \rangle ds &= \sum_{j=1}^n \int_0^\tau \langle u_{kj}(s), e^{-B_j^* s} e_j \rangle ds \\ &\geq -\rho_k \int_0^\tau \sqrt{\sum_{j=1}^n |e^{-B_j^* s} e_j|^2} ds, \end{aligned} \quad (8)$$

In (8), equality holds at

$$u_{kl}(t) = -\frac{e^{-B_l^* t} e_l}{\sqrt{\sum_{j=1}^n |e^{-B_j^* t} e_j|^2}} \rho_k, \quad l = 1, 2, \dots, n, \quad 0 \leq t \leq \tau. \quad (9)$$

Using (5) and (8), we have $\langle \Psi_k(\tau), e \rangle \geq 0$ for $\sigma \geq \rho_k$. Indeed,

$$\begin{aligned} \langle \Psi_k(\tau), e \rangle &= \sum_{j=1}^n \int_0^\tau \langle u_{kj}(s), e^{-B_j^* s} e_j \rangle ds - \sum_{j=1}^n \int_0^\tau \langle v_j(s), e^{-B_j^* s} e_j \rangle ds \\ &\geq -\rho_k \int_0^\tau \sqrt{\sum_{j=1}^n |e^{-B_j^* s} e_j|^2} ds + \sigma \int_0^\tau \sqrt{\sum_{j=1}^n |e^{-B_j^* s} e_j|^2} ds \geq 0 \end{aligned} \quad (10)$$

By our assumption $\Psi_k(\tau) = 0$ and hence $\langle \Psi_k(\tau), e \rangle = 0$.

However, in the inequality (10) the equality sign is only true for $\rho_k = \sigma$, and $u_{kl}(t) = v_l(t)$,

$l = 1, 2, \dots, n$, $0 \leq t \leq \tau$, are defined by (9), and $\sum_{j=1}^n (z_{i_0 j}, e_j) = 0$ meaning that the equality sign holds in

(7). By comparing (5) and (9) we have then

$$u_{kl}(t) = v_l(t), \quad l = 1, 2, \dots, n, \quad 0 \leq t \leq \tau.$$

Substituting this into equation (3), we have

$$\Psi_{kl}(\tau) = z_{kl}^0, \quad l = 1, 2, \dots, n.$$

By the choice of the number n , it follows that

$$\Psi_k(\tau) = (\psi_{k1}(\tau), \dots, \psi_{kn}(\tau)) = (z_{k1}^0, \dots, z_{kn}^0) \neq 0.$$

On the other side by assumption $\Psi_k(\tau) = 0$, contradiction. Thus, $\Psi_i(t) \neq 0$, for all $t \in [0, T]$ and $i = 1, 2, \dots, m$. This completes the proof.

Conclusions. In the present paper work, we studied a multi-pursuer evasion differential game problem for an infinite system of two-block differential equations. We have considered a differential game with geometric constraints and shown that evasion is possible from any initial positions under natural conditions in l_2 . In the construction of the evasion strategy, the fact that a finite number of points lie on a hyperplane has played a key role. A similar result can be obtained in the case of an infinite (countably) number of pursuers if the initial states of all objects lie on a hyperplane. In general, for the countably many pursuers, such a problem is open.

REFERENCES:

1. Chernous'ko F.L. (1992). *Bounded controls in distributed-parameter systems*, // *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 56(5), 707–723.
2. Pontryagin L.S. (1988). *Selected Works*, Nauka, Moscow.
3. Tukhtasinov M., Ibragimov G., Kuchkarova S., Mat Hasim R. (2021). *Differential Games for an Infinite 2-Systems of Differential Equations*. // *Mathematics*, 9, 1467. doi.org/10.3390/math9131467
4. Blagodatskikh A.I., Petrov N.N. (2019). *Simultaneous Multiple Capture of Rigidly Coordinated Evaders Dynamic Games and Applications* 9: 594–613.
5. Hajek O. (1975). *Pursuit games*. New York, Academic Press.
6. Ibragimov G.I., Allahabi F., Kuchkarov A.Sh. (2014). *A pursuit problem in an infinite system of second-order differential equations*. // *Ukrainian Mathematical Journal*. 65(8): 1203–1216.
7. Ibragimov G.I. and Risman M.H. (2010). *Pursuit and Evasion Differential game in Hilbert space*. // *International Game Theory Review*. 12(3): 239–251.
8. Ibragimov G., Kazimirova R., Pansera B.A. (2022) *Evasion Differential Game of Multiple Pursuers and One Evader for an Infinite System of Binary Differential Equations*. // *Mathematics* 2022, 10, 4448. <https://doi.org/10.3390/math10234448>
9. Azamov A.A., Ruziboev M.B. (2013). *The time-optimal problem for evolutionary partial differential equations*, // *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 77(2): 220–224.
10. Alias I.A., Ibragimov G.I., Rakhmanov A. (2017). *Evasion Differential Game of Infinitely Many Evaders from Infinitely Many Pursuers in Hilbert Space*. *Dynamic Games and Applications*. 10.1007/s13235-016-0196-0, 7: 347–359.
11. Blagodatskikh A.I., Petrov N.N. (2019). *Simultaneous Multiple Capture of Rigidly Coordinated Evaders Dynamic Games and Applications* 9: 594–613.
12. Chernous'ko F.L. (1992). *Bounded controls in distributed-parameter systems*, // *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 56(5), 707–723.
13. Chikrii A.A., Chikrii G.Ts. (2019). *Game problems of approach for quasilinear systems of general form*. *Proc. Steklov Institute of Mathematics*, 304(1) Supplement, S44–S58 doi:10.1134/S0081543819020068.

PROOF OF THE IRRATIONALITY OF VARIOUS REAL NUMBERS

Kuyanbayeva Karina Alikulovna,

Samarkand State University named after Sharof Rashidov

karinamath@mail.ru

Abstract. This paper is devoted to one of the basic concepts of mathematics - the concept of an irrational number. The main idea of this work is proved irrationality of various real numbers by the method of finding roots of an equation with integer coefficients.

Keywords: irrational number, rational roots of an algebraic equation, trigonometric and logarithmic numbers.

TURLI HAQIQIY SONLARNING IRRATSIONAL EKANLIGINI ISBOTLASH

Annotatsiya. Ushbu maqola matematikaning asosiy tushunchalaridan biri – irratsional son tushunchasiga bag‘ishlangan. Ishning asosiy g‘oyasi butun koeffitsiyentli tenglamaning ildizlarini topish usuli bilan turli haqiqiy sonlarning irratsional ekanligini isbotlashdan iborat.

Kalit so‘zlar: irratsional son, algebraik tenglamaning ratsional ildizlari, trigonometrik va logarifmik sonlar.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ИРРАЦИОНАЛЬНОСТИ РАЗЛИЧНЫХ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Аннотация. Данная работа посвящена одному из основных понятий математики – понятию иррационального числа. Основная идея данной работы - доказательство иррациональности различных действительных чисел методом нахождения корней уравнения с целыми коэффициентами.

Ключевые слова: иррациональное число, рациональные корни алгебраического уравнения, тригонометрические и логарифмические числа.

Introduction. The discovery of irrational numbers is usually attributed to Pythagoras, more specifically to the Pythagorean Hippasus of Metapontum, who produced a (most likely geometrical) proof of the irrationality of the square root of 2. The story goes that Hippasus discovered irrational numbers when trying to represent the square root of 2 as a fraction (proof below). However Pythagoras believed in the absoluteness of numbers, and could not accept the existence of irrational numbers.

Irrational numbers have important properties. The term "irrational number" was first coined by Stiefel in 1544. A rigorous theory of irrational numbers was developed only in the second half of the 19th century [1]. The study of these numbers in school also began in the distant past. There are various proofs of the irrationality of irrational numbers [3-5]. In many cases, it is possible to prove by assuming the opposite, that is, to imagine that the number is rational. But this method does not work in all cases. Here we will derive a more interesting method that includes proofs of wide classes of irrational numbers.

The 17th century saw imaginary numbers become a powerful tool in the hands of Abraham de Moivre, and especially of Leonhard Euler. The completion of the theory of complex numbers in the 19th century entailed the differentiation of irrationals into algebraic and transcendental numbers, the proof of the existence of transcendental numbers, and the resurgence of the scientific study of the theory of irrationals, largely ignored since Euclid. The year 1872 saw the publication of the theories of Karl Weierstrass (by his pupil Ernst Kossak), Eduard Heine (Crelle's Journal, 74), Georg Cantor (Annalen, 5), and Richard Dedekind. Meray had taken in 1869 the same point of departure as Heine, but the theory is generally referred to the year 1872. Weierstrass's method has been completely set forth by Salvatore Pincherle in 1880, and Dedekind's has received additional prominence through the author's later work (1888) and the endorsement by Paul Tannery (1894). Weierstrass, Cantor, and Heine base their theories on infinite series, while Dedekind founds his on the idea of a cut (Schnitt) in the system of all rational numbers, separating them into two groups having certain characteristic properties.

Main results and discussion. The main results of this paper are presented by dividing them into subsections as follows.

Irrationality of numbers of the form $\sqrt{a} + \sqrt{b}$.

First, we present the following auxiliary theorem [2].

Theorem 1. Let p, q, r be integers such that p is a divisor of qr , and p and q are coprime (i.e. have no common prime factors). Then p is a divisor of r . More generally, if p is a divisor of $q^n r$, where n is any integer, and p and q are coprime, then p is a divisor of r .

Now, using Theorem 1, we prove the following theorem [3].

Theorem 2. Consider an arbitrary algebraic equation with integer coefficients:

$$c_n x^n + c_{n-1} x^{n-1} + c_{n-2} x^{n-2} + \dots + c_2 x^2 + c_1 x + c_0 = 0. \quad (1)$$

If this equation has a rational root $\frac{a}{b}$ (the fraction $\frac{a}{b}$ is assumed to be irreducible), then a is a divisor of c_0 , and b is a divisor of c_n .

Proof. Let $\frac{a}{b}$ be the root of equation (1). This means that if we substitute the number $\frac{a}{b}$ into equation (1) instead of x , then we have

$$c_n \left(\frac{a}{b}\right)^n + c_{n-1} \left(\frac{a}{b}\right)^{n-1} + c_{n-2} \left(\frac{a}{b}\right)^{n-2} + \dots + c_2 \left(\frac{a}{b}\right)^2 + c_1 \frac{a}{b} + c_0 = 0.$$

Multiplying both sides by b^n , we have

$$c_n a^n + c_{n-1} a^{n-1} b + c_{n-2} a^{n-2} b^2 + \dots + c_2 a^2 b^{n-2} + c_1 a b^{n-1} + c_0 b^n = 0. \quad (2)$$

Equality (2) can be rewritten as

$$c_n a^n = c_{n-1} a^{n-1} b - c_{n-2} a^{n-2} b^2 - \dots - c_2 a^2 b^{n-2} - c_1 a b^{n-1} - c_0 b^n.$$

Let's put b out of brackets on the right:

$$c_n a^n = b(c_{n-1} a^{n-1} - c_{n-2} a^{n-2} b - \dots - c_2 a^2 b^{n-3} - c_1 a b^{n-2} - c_0 b^{n-1}).$$

From the last equality it follows that b is a divisor of $c_n a^n$. Applying Theorem 1, replacing p, q, r with b, a and c_n respectively, we obtain that b is a divisor of c_n .

Let us rewrite equality (2) in the form

$$c_0 b^n = a(-c_n a^{n-1} - c_{n-1} a^n b - c_{n-2} a^{n-2} b^2 - \dots - c_2 a b^{n-2} - c_1 b^{n-1}).$$

From the obtained relation it is clear that a is a divisor of $c_0 b^n$. Applying Theorem 1 again we obtain that a is a divisor of c_0 .

Theorem 2 is proved.

Using Theorem 2, one can prove the irrationality of a wide class of numbers.

Example 1. Prove that the number $\sqrt{2}$ is irrational.

Solution. The number $\sqrt{2}$ is a root of the equation $x^2 - 2 = 0$. According to Theorem 2, any rational root of this equation is an integer and a divisor of the number -2 . This means that the rational roots represented consist of 4 numbers: $1, -1, 2, -2$. A simple substitution can easily show that none of these numbers is a root of the equation under consideration: all equalities $1^2 - 2 = 0$, $(-1)^2 - 2 = 0$, $2^2 - 2 = 0$, $(-2)^2 - 2 = 0$ are incorrect. Therefore, the equation $x^2 - 2 = 0$ has no rational roots, so the number $\sqrt{2}$ is irrational. In this way, one can prove the irrationality of numbers $\sqrt{3}, \sqrt{6}$ and others.

Example 2. Prove that the number $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ is irrational.

Solution. Let us denote $x = \sqrt{2} + \sqrt{3}$. Then $x - \sqrt{2} = \sqrt{3}$.

Squaring both sides we have,

$$x^2 - 1 = 2x.$$

Now let us square both sides of the last equality

$$x^4 - 10x^2 + 1 = 0.$$

It is clear that the number $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ is a root of this equation. Using Theorem 2, we can see that the supposed roots of this equation are $1, -1$, but they do not satisfy it. It follows that the number $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ is irrational.

Corollary 1. If $\sqrt{n}$ is irrational for any integer of the form $n = ab > 0, a, b \in \mathbb{Z}$, then the above method can be used to prove the irrationality of numbers of the form $\sqrt{a} + \sqrt{b}$.

Example 3. Prove that the number $\frac{1}{3(2\sqrt[3]{6}+7)}$ is irrational.

Solution. First, we find given number which algebraic equation it is a root of. We introduce the definitions $x = \frac{1}{3(2\sqrt[3]{6}+7)}$ and $y^3 = 6$. From these definitions, we obtain the following

$$x = \frac{1}{3(2y + 7)}.$$

Thus,

$$10557x^3 - 1323x^2 + 63x - 1 = 0.$$

Although this equation has rational roots, they are $\pm \frac{1}{27}, \pm \frac{1}{23}, \pm \frac{1}{17}, \pm \frac{1}{3}, \pm \frac{1}{9}, \pm \frac{1}{69}, \pm \frac{1}{51}, \pm \frac{1}{207}, \pm \frac{1}{153}, \pm \frac{1}{1173}, \pm \frac{1}{3519}, \pm \frac{1}{10557}$. However, these numbers do not satisfy the equation. It follows that the number $\frac{1}{3(2\sqrt[3]{6}+7)}$ is an irrational number.

Irrational values of trigonometric functions

First, let us introduce some important formulas from trigonometry:

$$\begin{aligned} \sin 2\beta &= 2\sin\beta\cos\beta, \\ \cos 2\beta &= \cos^2\beta - \sin^2\beta. \end{aligned} \quad (3)$$

Using formulas (3), as well as the well-known equality $\cos^2\beta + \sin^2\beta = 1$, we prove the following formula:

$$\begin{aligned} \cos 3\beta &= (\cos^2\beta - \sin^2\beta)\cos\beta - (2\sin\beta\cos\beta)\sin\beta = \cos^3\beta - 3\sin^2\beta\cos\beta = \\ &= \cos^3\beta - 3(1 - \cos^2\beta)\cos\beta = 4\cos^3\beta - 3\cos\beta. \end{aligned}$$

Thus

$$\cos 3\beta = 4\cos^3\beta - 3\cos\beta. \quad (4)$$

Using the above equations and basic trigonometric properties, the following formula can also be proved:

$$\sin 5\beta = 16\sin^5\beta - 20\sin^3\beta + 5\sin\beta \quad (5)$$

Example 4. Prove that the number $\cos 20^\circ$ is irrational.

Solution. In formula (4), we can substitute $\beta = 20^\circ$. Then we have $\cos 60^\circ = 4\cos^3 20^\circ - 3\cos 20^\circ$. We denote $x = \cos 20^\circ$ and obtain the following equation

$$8x^3 - 6x - 1 = 0. \quad (6)$$

Thus $\cos 20^\circ$ is a root of equation (6). Applying Theorem 2 to this equation, we determine that the possible rational roots are the numbers $\pm \frac{1}{8}, \pm \frac{1}{4}, \pm \frac{1}{2}, \pm 1$. By substitution, it is easy to verify that these numbers are not roots. Therefore, equation (6) has no rational roots, so the number $\cos 20^\circ$ is irrational.

Example 5. Prove that the number $\sin 54^\circ$ is irrational.

Solution. First, we put the value $\sin 54^\circ$ in equation (5). Then we have

$$\sin 270^\circ = 16\sin^5 54^\circ - 20\sin^3 54^\circ + 5\sin 54^\circ.$$

Here we define $x = \sin 54^\circ$ and obtain the following equation:

$$16x^5 - 20x^3 + 5x + 1 = 0. \quad (7)$$

So the number $\sin 54^\circ$ is a root of equation (7). Applying Theorem 2 to this equation, we can see that the possible rational roots are $\pm \frac{1}{16}, \pm \frac{1}{8}, \pm \frac{1}{4}, \pm \frac{1}{2}, \pm 1$. But these numbers are not roots of equation (7). So, it does not have rational roots. Therefore, $\sin 54^\circ$ is an irrational root, that is, an irrational number.

Statement 1. If the angle β is such that the number $\cos 2\beta$ is irrational, then the numbers $\cos \beta, \sin \beta$ and $\operatorname{tg} \beta$ are also irrational.

Proof. To prove this statement, we will use the following formulas:

$$\cos 2\beta = 2\cos^2\beta - 1, \quad \cos 2\beta = 1 - 2\sin^2\beta.$$

Suppose that the number $\cos \beta$ is rational. Then the numbers $\cos^2\beta$ and $2\cos^2\beta - 1$ are also rational. But this contradicts the assumed irrationality of $\cos 2\beta$. This means that the number $\cos \beta$ is irrational. In the same way, we can prove that the numbers $\sin \beta$ and $\operatorname{tg} \beta$ are also irrational.

By applying the method in the above, one can establish the irrationality of infinitely many trigonometric numbers. For example, the irrationality of $\cos 20^\circ$ implies the irrationality of $\cos 10^\circ, \sin 10^\circ, \operatorname{tg} 10^\circ, \cos 5^\circ, \sin 5^\circ$ and $\operatorname{tg} 5^\circ$.

Irrational values of logarithmic functions

We use the following statement to prove that the values of logarithmic functions are irrational.

Statement 2. Any positive powers of two or more prime numbers will be relatively prime to each other.

Example 6. Prove that the number $\log_2 3$ is irrational.

Solution. Let us assume that the number $\log_2 3$ is rational and write it as follows: $\log_2 3 = \frac{a}{b}$ ($a > 0, b > 0$). It follows that $3^b = 2^a$. Using *Statement 2* and taking into account the mutual primeness of the numbers 2 and 3, we obtain that the numbers 2^a and 3^b are mutually prime. And mutually prime numbers are not equal to each other. Therefore, $3^b \neq 2^a$, that is, such numbers a and b do not exist. From this we obtain the irrationality of $\log_2 3$.

Example 7. Let c and d be different nonnegative integers. Prove that $\lg(2^c 5^d)$ is an irrational number.

Solution. Let us assume on the contrary that $\lg(2^c 5^d)$ is a rational number. Then we can write it as following form:

$$\lg(2^c 5^d) = \frac{a}{b} \quad (a, b \in \mathbb{N}).$$

After easy calculations, we have:

$$2^c 5^d = 10^{\frac{a}{b}}, \quad 2^{bc} 5^{bd} = 2^a 5^a.$$

According to the fundamental property of arithmetic, the above equality is valid only if $bc = a$ and $bd = a$, that is, $c = a$ and $d = a$. This contradicts the choice of the numbers c and d . Therefore, $\lg(2^c 5^d)$ is an irrational number.

Corollary 2. If p and q are relatively prime for a number $\log_p q$ ($p > 0, q > 0$), then the number $\log_p q$ is irrational.

With the help of this corollary, one can prove the irrationality of an infinite number of logarithmic numbers.

REFERENCES:

- 1.. Aglobin V. N *Arithmetic* V.N. Moscow: Uchebник, 1846.
2. Niven A. *Rational and Irrational Numbers*. Moscow: Mir Publishing House, 1966.
3. Kurosh A. G. *Higher algebra course*. Moscow: Nauka, 1965.
4. Zhidkova L. S. *History of the introduction of the topic "Irrational numbers" into the school mathematics course*. // *Science Bulletin*. 2023, 2:12, 1-14.
5. Weber G., Veltshteyn I. *Encyclopedia of Elementary Mathematics*. Odessa: Matesis, 1911.

TRIGONOMETRIK TENGLAMALAR VA TENGSIKLIKLAR YECHISHNING BA'ZI TATBIQLARI

Xayitova Xilola Gafurovna,
Buxoro davlat universiteti
Matematik analiz kafedrası o'qituvchisi
xilola_xayitova@mail.ru
x.g.xayitova@buxdu.uz

Annotatsiya. Ma'lumki, maktab matematika fanining ba'zi mavzularini o'qitishda pedagoglar uchraydigan muammolarning bir qancha yechimlari, tavsiflari o'rganilib kelinmoqda. Oliy ta'lim va o'rta maktab hamkorligida amalga oshirilayotgan ishlar ham shular jumlasidandir. Ushbu maqolada o'rta maktab matematika fanining trigonometrik tenglamalar va tengsizliklar mavzusini o'qitishda qo'llaniladigan interfaol metodlar va ba'zi tavsiyalar keltirib o'tilgan. Mazkur mavzularni mustahkamlashga doir tushunchalar berilgan.

Kalit so'zlar: trigonometrik tenglama, trigonometrik tengsizlik, yechim, almashtirish.

НЕКОТОРЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ РЕШЕНИЯ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ

Аннотация. Известно, что изучается ряд решений и описаний проблем, с которыми сталкиваются педагоги при преподавании некоторых тем школьной математики. К ним относятся и совместная работа, осуществляемая высшими учебными заведениями и средними школами. В данной статье представлены интерактивные методы и некоторые рекомендации, применяемые при преподавании темы тригонометрических уравнений и неравенств в курсе математики средней школы. Приведены концепции для закрепления этих тем.

Ключевые слова: тригонометрическое уравнение, тригонометрическое неравенство, решение, подстановка.

SOME APPLICATIONS OF SOLVING TRIGONOMETRIC EQUATIONS AND INEQUALITIES

Abstract. It is well known that various solutions and descriptions of problems faced by teachers in teaching certain topics of school mathematics are being studied. The collaborative work between higher education institutions and secondary schools is also part of these efforts. This article presents interactive methods and some recommendations for teaching the topic of trigonometric equations and inequalities in secondary school mathematics. Concepts for reinforcing these topics are also provided.

Keywords: trigonometric equation, trigonometric inequality, solution, substitution.

Kirish. Ma'lumki, tenglama (tengsizlik) deyilganda, $F_1(x, y, \dots, z)$ va $F_2(x, y, \dots, z)$ funksiyalarning

$$F_1(x, y, \dots, z) = F_2(x, y, \dots, z) \quad (1)$$

tengligi ($F_1 \geq F_2$ tengsizligi) tushuniladi. (1) tenglamani (tengsizlikni) har doim

$$f(x, y, \dots, z) = 0 \quad (f \geq 0)$$

ko'rinishdagi tenglama (tengsizlik) bilan almashtirish mumkin.

Tenglamani (tengsizlikni) yechish deb, tenglamada (tengsizlikda) qatnashayotgan o'zgaruvchilarning tenglamani (tengsizlikni) to'g'ri tenglikka (tengsizlikka) aylantiradigan qiymatlar to'plamini topishga aytiladi. Topilgan qiymatlar to'plami tenglamaning (tengsizlikning) yechimlar to'plami deyiladi.

Ushbu

$$f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \quad (2)$$

va

$$f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \quad (3)$$

ko'rinishdagi tenglamalar (tengsizliklar) berilgan bo'lib, ular biror B sohada aniqlangan bo'lsin.

Ta'rif. Agar B sohada (2) tenglamaning (tengsizlikning) yechimlar to'plami (3) tenglamaning (tengsizlikning) yechimlar to'plami va aksincha, (3) tenglamaning (tengsizlikning) yechimlar to'plami (2) tenglamaning (tengsizlikning) yechimlar to'plami bo'lsa, u holda (2) va (3) tenglamalar (tengsizliklar) B sohada teng kuchli (ekvivalent) tenglamalar (tengsizliklar) deyiladi.

Agar $F(x, y, \dots, z, a, b, \dots, c)$ tenglamaga sodda transtendent funksiya bo'lsa, u holda $F(x, y, \dots, z, a, b, \dots, c) = 0$ tenglama transtendent tenglama deyiladi. Trigonometriyada transtendent tenglamada qatnashayotgan o'zgaruvchilar ustida trigonometrik va teskari trigonometrik amallar qatnashsa, u holda bunday tenglamalarni trigonometrik tenglamalar deb qaraladi. Har qanday trigonometrik tenglamalarni yechish eng sodda trigonometrik tenglamalarni yechishga keltiriladi. Bular quyidagilardir:

$$\sin x = a, \quad \cos x = a, \quad \operatorname{tg} x = a, \quad \operatorname{ctg} x = a.$$

Tenglamalar yechish jarayonida ba'zi bir shakl almashtirishlar bajariladi. Agar bunday almashtirishlar tenglamalarning teng kuchlililigi doir teoremlarga asoslangan bo'lsa, u holda hosil bo'lgan tenglamaning yechimi bo'ladi. Aks holda yechimlar tekshirilishi kerak. Trigonometrik funksiyalarning aniq bir qiymatini beradigan argumentning qiymati cheksiz ko'p bo'lganligi uchun tenglamaning bir xususiy yechimini olgandan so'ng umumiy yechim formulasini hosil qilish mumkin.

Algebraik tenglamalarga keltiriladigan tenglamalar. Bunday turga

$$f(\sin x) = 0, \quad f(\cos x) = 0, \quad f(\operatorname{tg} x) = 0, \quad f(\operatorname{ctg} x) = 0$$

ko'rinishdagi tenglamalar kiradi. Bu yerda

$$f(\sin x) = 0 \sim \begin{cases} t = \sin x \\ f(t) = 0 \end{cases} \sim \{\sin x = t_1 \cup \sin x = t_2 \cup \dots \cup \sin x = t_n\}$$

belgilash kiritish bilan (agar $f(t) = 0$ tenglama $t_1, t_2, \dots, t_n$ ildizlarga ega bo'lsa) hosil bo'lgan sodda tenglamalar yechilib, berilgan tenglama ildizlari hosil qilinadi.

$\sin x$ va $\cos x$ ga nisbatan bir jinsli bo'lgan tenglamalar.

$$a_0(\sin x)^n + a_1(\sin x)^{n-1}\cos x + \dots + a_{n-1}\sin x(\cos x)^{n-1} + a_n(\cos x)^n = 0 \quad (4)$$

ko'rinishidagi tenglama (bunda $a_i \in \mathbb{R}, i = \overline{1, n}$) $\sin x, \cos x$ ga nisbatan bir jinsli tenglama deb ataladi.

Agar $a_0 = 0$ bo'lsa, $\cos x = 0$, $x_i = \frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in \mathbb{N}$ sonlar berilgan tenglamani qanoatlantiradi.

Agar $a_0 \neq 0$ bo'lsa, $\cos x \neq 0$, berilgan tenglama

$$a_0(\operatorname{tg} x)^n + a_1(\operatorname{tg} x)^{n-1} + \dots + a_{n-1}\operatorname{tg} x + a_n = 0 \quad (5)$$

Yordamchi burchak kiritish usuli bilan yechiladigan tenglamalar. $a \sin x + b \cos x = c$ ko'rinishidagi tenglamani yordamchi burchak kiritish bilan yechaylik, bunda $a, b, c \neq 0$. Unga ko'ra,

$$a \sin x + b \cos x = c \sim \sin(x + \varphi) = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \quad \varphi = \operatorname{arctg} \frac{b}{a}.$$

Agar $\left| \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right| \leq 1$ yoki $c^2 \leq a^2 + b^2$ shart o'rinli bo'lsa, u holda berilgan tenglamaning yechimi:

$$x = -\varphi + (-1)^n \operatorname{arcsin} \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}} + \pi n, \quad \varphi = \operatorname{arctg} \frac{b}{a}, n \in \mathbb{N}.$$

Agar $c^2 > a^2 + b^2$ bo'lsa, yechimi $\emptyset$.

Misol. $3 \sin \frac{x}{2} + \sqrt{3} \cos \frac{x}{2} = 3$ tenglamani yeching.

Yechish.

$$3 \sin \frac{x}{2} + \sqrt{3} \cos \frac{x}{2} = 3 \sim \sin \left(\frac{x}{2} + \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3} \right) = \frac{3}{\sqrt{9+3}} \sim \sin \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6} \right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \sim \frac{x}{2} + \frac{\pi}{6} = (-1)^k \frac{\pi}{3} + \pi k \sim \begin{cases} k = 2n, x = \frac{\pi}{3} + 4\pi n \\ k = 2n + 1, x = \pi + 4\pi n. \end{cases}$$

Javob. $\{\pi + 4\pi n, n \in \mathbb{Z}\} \cup \{\frac{\pi}{3} + 4\pi n, n \in \mathbb{Z}\}$.

Ratsional almashtirish usuli bilan yechiladigan tenglamalar. $a \sin x + b \cos x = c$ tenglamada

$$\sin x = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1 + \left(\operatorname{tg} \frac{x}{2} \right)^2}$$

va

$$\cos x = \frac{1 - \left(\operatorname{tg} \frac{x}{2}\right)^2}{1 + \left(\operatorname{tg} \frac{x}{2}\right)^2}$$

almashtirish bajarib, $\operatorname{tg} \frac{x}{2}$ ga nisbatan kvadrat tenglamaga ega bo'lamiz. Bu yerda, agar $c = -b$ bo'lsa, u holda

$$x \in \left\{ -2\operatorname{arctg} \frac{b}{a} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z} \right\} \cup \{ \pi + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z} \}.$$

Agar $c = -b$, $c^2 \leq a^2 + b^2$ bo'lsa, u holda

$$x \in \left\{ \operatorname{arctg} \frac{a \pm \sqrt{a^2 + b^2 - c^2}}{b + c} + 2\pi l, \quad l \in \mathbb{Z} \right\},$$

$a^2 + b^2 - c^2$ bo'lsa, $x \in \emptyset$.

Misol. $\sin x + 7\cos x = 5$ tenglamani yeching.

Yechish.

$$\sin x + 7\cos x = 5 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{2t}{1+t^2}; & \cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2} \Rightarrow \begin{cases} \operatorname{tg} \frac{x}{2} = t \\ 12t^2 - 2t - 2 = 0 \end{cases} \end{cases}$$

$$\operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{1}{2} \cup \operatorname{tg} \frac{x}{2} = -\frac{1}{3} \Rightarrow x = 2\operatorname{arctg} \frac{1}{2} + 2\pi n \cup x = -2\operatorname{arctg} \frac{1}{3} + 2\pi n.$$

$$\text{Javob. } \left\{ 2\operatorname{arctg} \frac{1}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ -2\operatorname{arctg} \frac{1}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Ko'paytuvchilarga ajratish usuli bilan yechiladigan tenglamalar. $f(x) = 0$ ko'rinishdagi trigonometrik tenglama qandaydir usul bilan $f_1(x)f_2(x)f_3(x) \dots f_n(x) = 0$ ko'rinishda keltirilgan bo'lsin. Agar $f_1(x), f_2(x), f_3(x), \dots, f_n(x)$ lar qandaydir M to'plamda aniqlangan bo'lsa, u holda shu M to'plamda $f_1(x)f_2(x)f_3(x) \dots f_n(x) = 0$ tenglama

$$f_1(x) = 0 \cup f_2(x) = 0 \cup \dots \cup f_n(x) = 0$$

tenglama bilan teng kuchli bo'ladi.

Berilgan tenglamani ko'paytma holiga keltirish uchun algebraning ma'lum teoremlaridan foydalaniladi.

Misol. $\operatorname{tg} x \operatorname{ctg} 2x \sin 3x = 0$ tenglamani yeching.

Yechish.

$$\operatorname{tg} x \operatorname{ctg} 2x \sin 3x = 0 \Leftrightarrow \operatorname{tg} x = 0 \cap \cos x \neq 0 \cup \operatorname{ctg} 2x = 0 \cap \sin 2x \neq 0 \cup \sin 3x = 0 \Leftrightarrow x = \pi k \cup x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \cup x = \frac{m\pi}{3} \cup x \neq \frac{l\pi}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \cup x = \frac{m\pi}{3} \cap \frac{l\pi}{2} \neq \frac{m\pi}{3} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \cup x = (3t+1)\frac{\pi}{3} \cup x = (3t-1)\frac{\pi}{3}.$$

$$\text{Javob. } \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ \pm \frac{\pi}{3} + \pi l, l \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Sun'iy usullar bilan yechiladigan tenglamalar. Ayrim trigonometrik tenglamalarni yuqorida ko'rib o'tilgan usullar yoki oddiy shakl almashtirishlar yordamida sodda trigonometrik tenglama ko'rinishiga keltirib bo'lmaydi. Shuning uchu ularning har biriga alohida yechish usulini tanlash lozim bo'ladi. Quyida ularga namunalar keltiramiz.

- Almashtirish kiritib yechiladigan tanglamalar.

$$\sin x \pm \cos x = t; \sin x + \cos x = t \Leftrightarrow \sin 2x = t^2 - 1; \sin x - \cos x = t \Leftrightarrow \sin 2x = 1 - t^2.$$

Misol. $2(\sin x + \cos x) + \sin 2x + 1 = 0$ tenglamani yeching.

Yechish. $2(\sin x + \cos x) + \sin 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x + \cos x = t \\ 2t + (t^2 - 1) + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x + \cos x = t \\ t^2 + 2t = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x + \cos x = t \\ t_1 = 0 \cup t_2 = -2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \sin x + \cos x = 0 \cup \sin x + \cos x \neq -2 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + \pi n \cup \emptyset.$$

$$\text{Javob. } \left\{ -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \right\}.$$

- Chap va o'ng qismlarini baholash yo'li bilan yechiladigan tenglamalar.

Misol. $3(\cos x)^8 + 2(\sin x)^5 = 5$ tenglamani yeching.

Yechish. $|\sin x| \leq 1$ va $|\cos x| \leq 1$ dan foydalanib, quyidagilarni yozish mumkin:

$$3(\cos x)^8 + 2(\sin x)^5 \leq 3|\cos x|^8 + 2|\sin x|^5 \leq 5.$$

Bu yerda tenglik belgisi $\sin x = 1$ va $\cos x = 1$ bo'lgandagina o'rinli bo'lishi mumkin. Bu esa mumki emas, chunki $(\cos x)^2 + (\sin x)^2 = 1$. Demak, berilgan tenglama yechimga ega emas.

Trigonometrik tenglamalarni yechish jarayonida odatda trigonometrik amal bajarishga to'g'ri keladi. Buning natijasida transcendent tenglama ratsional tenglamaga keltiriladi. Bu esa aniqlanish sohasining kengayishiga olib keladi. Ravshanki bunda chet ildzlar paydi bo'lishi mumkin. Demak, tenglama yechilgandan so'ng albatta yechimlar ustida tekshirish o'tkazish kerak. Trigonometrik tengsizliklarni yechish tenglamalarni yechishdan oz farq qiladi. Va barcha tengsizliklar oqibatda quyidagi eng sodda trigonometrik tengsizliklarni yechishga keltiriladi:

$$\begin{aligned} \sin x > a, \quad \sin x \geq a, \quad \sin x < a, \quad \sin x \leq a, \quad \cos x > a, \quad \cos x \geq a, \quad \cos x < a, \\ \cos x \leq a, \quad \operatorname{tg} x > a, \dots \end{aligned}$$

Bu yerda a berilgan son.

Xulosa. Keltirilgan trigonometrik funksiyalar xossalari grafiklari hamda sodda trigonometrik tenglamaning yechimini topish formulalaridan foydalanib, sodda trigonometrik tengsizliklarning yechimini topish jadvalidan foydalanib topiladi.

ADABIYOTLAR:

1. Xayitova X. Chiziqli tenglamalarni o'qitishda «aqliy hujum» va «kichik guruhlarda ishlash» metodlaridan foydalanish // *Центр научных публикаций (buxdu. uz)*. – 2021. – Т. 8. – №. 8.
2. Gafurovna K. K. Some applications of the derivative of a function // *Лучшие интеллектуальные исследования*. – 2024. – Т. 19. – №. 3. – С. 7-12.
3. G'afurovna X. X. et al. Olmos panjaradagi diskret shryodinger operatorining spektri // *Journal of new century innovations*. – 2023. – Т. 29. – №. 2. – С. 120-125.
4. Xayitova X. Funksional tenglamalar yechishning ayrim metodlari // *Центр научных публикаций (buxdu. uz)*. – 2024. – Т. 45. – №. 45.
5. Xayitova X. Tanlash usuli bilan kombinatorika masalalarni yechish metodikasi: tanlash usuli bilan kombinatorika masalalarni yechish metodikasi // *Центр научных публикаций (buxdu. uz)*. – 2022. – Т. 25. – №. 25.
6. Хайитова Х.Г. Использование эвристического метода при объяснении темы «Непрерывные линейные операторы» по предмету «Функциональный анализ» // *Вестник науки и образования*. 94:16, 2020. Часть 2. С. 25-28.
7. Хайитова Х.Г. Преимущества использования метода анализа при изучении темы «Непрерывные функции» по предмету «Математический анализ» // *Проблемы педагогики*, 2021 № 2(53). С. 46-49.
8. Xayitova X.G., Ramazonova Sh.Sh., Panjaradagi ikki o'lchamli qo'zg'alishga ega bilaplasian operatorining spektri va rezolventasi. // *Science and education*. Vol. 3 No. 3 (2022), 55-64.
9. Хайитова Х.Г., О числе собственных значений модели Фридрихса с двухмерным возмущением. *Наука, техника и образование*. 2020. № 8 (72), 5-8.
10. Хайитова Х.Г., «Преимущества использования метода научного исследования при решении задач комбинаторики» *Научный импульс №10(100)*. Часть 2, Москва 2023 г.

ДИСКРЕТНЫЙ СПЕКТР ОПЕРАТОРА НЕКОТОРОЙ СИСТЕМЫ ТРЁХ ЧАСТИЦ НА РЕШЁТКЕ

Боймуродов Журабек Хусанович,

Узбекско-Финляндский педагогический институт

jurabek.boymurodov@mail.ru

Аннотация. Рассматривается трёхчастичный оператор Шрёдингера $H_\mu(\mathbf{K})$, $\mu = (\mu_1, \mu_3) \in \mathbb{R}_+^2$, $\mathbf{K} \in \mathbb{T}^3$, ассоциированный с системой трёх частиц (две из них - бозоны с массой 1, а третья - произвольная с массой $m > 0$), взаимодействующих с помощью парных контактных потенциалов $\mu_1 > 0$ и $\mu_3 > 0$ на трёхмерной решётке $\mathbb{Z}^3$. Найдено число собственных значений оператора $H_\mu(\boldsymbol{\pi})$, $\boldsymbol{\pi} = (\pi, \pi, \pi)$, лежащих левее существенного спектра при достаточно больших $\mu_1 > 0$ в зависимости от пороговых значений массы третьей частицы $m > 0$.

Ключевые слова: оператор Шрёдингера, решётка, гамильтониан, контактный потенциал, бозон, собственное значение, квазиимпульс, инвариантное подпространство, оператор Фаддеева.

EXISTENCE CONDITION OF AN EIGENVALUE OF THE THREE PARTICLE SCHRÖDINGER OPERATOR ON A LATTICE

Abstract. We consider the three-particle Schrödinger operator $H_\mu(\mathbf{K})$, $\mathbf{K} \in \mathbb{T}^3$, associated with a system of three particles (two of them are bosons with mass 1 and one arbitrary boson with mass $m > 0$), interacting via paired contact $\mu_1 > 0$ and $\mu_3 > 0$ potentials on the three-dimensional lattice $\mathbb{Z}^3$. The number of eigenvalues of the operator $H_\mu(\boldsymbol{\pi})$, $\boldsymbol{\pi} = (\pi, \pi, \pi)$, lying to the left of the essential spectrum for sufficiently large $\mu_1 > 0$ depending on the threshold values of the mass ratio $m > 0$.

Keywords: schrödinger operator, lattice, Hamiltonian, zero-range, boson, eigenvalue, quasimomentum, invariant subspace, Faddeev operator.

PANJARADAGI UCH ZARRACHALI SHRYODINGER OPERATORI XOS QIYMATLARINING MAVJUDLIK SHARTLARI

Annotatsiya. Ushbu ishda uch o'lchamli $\mathbb{Z}^3$ panjarada juft-jufti bilan o'zaro kontakt $\mu_1 > 0$ va $\mu_3 > 0$ potensial yordamida ta'sirlashuvchi ixtiyoriy uchta (ikkitasi massasi 1 bo'lgan bozon va bittasi massasi $m > 0$ ga teng bo'lgan boshqa zarracha) zarrachali sistemaga mos Shryodinger operatori $H_\mu(\mathbf{K})$, $\mathbf{K} \in \mathbb{T}^3$ qaraladi. Yetarlicha katta $\mu_1 > 0$ larda $H_\mu(\boldsymbol{\pi})$, $\boldsymbol{\pi} = (\pi, \pi, \pi)$, operator muhim spektrining chap tomonida yotuvchi xos qiymatlar soni uchinchi zarracha massasi $m > 0$ ning qiymatiga bog'liq ravishda topilgan.

Kalit so'zlar: shryodinger operatori, panjara, Hamiltonian, kontakt potensial, bozon, xos qiymat, kvaziimpuls, invariant qism fazo, Faddeyev operatori.

Введение. В данной работе рассматривается гамильтониан H_μ системы трёх квантовых частиц (две из них - бозоны, а третья - произвольная), с контактным потенциалом $\mu_1 > 0$ бозона и другой частицы и контактным потенциалом $\mu_3 > 0$ двух бозонов на трёхмерной решётке $\mathbb{Z}^3$. В импульсном представлении полный трёхчастичный гамильтониан разлагается в прямой операторный интеграл (см. [1], [2])

$$H_\mu = \int_{\mathbb{T}^3} \oplus H_\mu(\mathbf{K}) d\mathbf{K}.$$

Существенный спектр слойного оператора $H_\mu(\mathbf{K}) = H_0(\mathbf{K}) - \mu_1(V_1 + V_2) - \mu_3 V_3$, $\mathbf{K} \in \mathbb{T}^3 \equiv \mathbb{R}^3 / (2\pi\mathbb{Z}^3)$ (см.(1)) состоит из объединения трёх отрезков, ширина и местоположение которых зависят от параметров оператора.

Основные результаты статьи приведены при достаточно больших значениях $\mu_1 > 0$ и фиксированного значения $\mu_3 > 0$, т.е. в случае, когда взаимодействие бозона и другой частицы сильное, существует пороговое значение массы третьей частицы m^* такое, что оператор $H_\mu(\pi)$ имеет для $m > m^*$ одно собственное значение, для $m < m^*$ имеет четыре собственных значения, лежащих левее существенного спектра.

Существование хотя бы одного собственного значения трёхчастичного дискретного оператора Шредингера $H_{\mu_1}(\mathbf{K}) = H_0(\mathbf{K}) - \mu_1 V$ ($\mu_1 \in \mathbb{R}$) для размерностей $d = 1, 2$ приведён [3], доказательство которого основано на неограниченности нормы оператора Фаддеева $\mathbf{T}(\mathbf{K}, z)$ в нижней границе существенного спектра $z = \inf \sigma_{\text{ess}}(H_{\mu_1}(\mathbf{K}))$. Если $d \geq 3$, то оператор $\mathbf{T}(\mathbf{K}, z)$ ограничен и на краю существенного спектра, т.е. в этом случае методы для $d = 1, 2$ не применимы.

В работе [4] рассматривается трёхчастичный оператор Шредингера $H_{\mu, \gamma}(\mathbf{K})$, $\mathbf{K} \in \mathbb{T}^3$, ассоциированный с системой трёх частиц (два фермиона и одна другая частица, а $\gamma > 0$ – отношение масс фермиона и другой частицы), взаимодействующих с помощью парных контактных потенциалов $\mu > 0$ на трёхмерной решётке $\mathbb{Z}^3$. Доказано, что оператор $H_{\mu, \gamma}(\mathbf{K})$, $\text{РКР} < \delta$, для $0 < \gamma < \gamma_0$ ($\gamma_0 \approx 4,7655$) не имеет собственных значений и для $\gamma > \gamma_0$ имеет ровно три собственных значений, лежащих левее существенного спектра для достаточно больших $\mu > 0$ и малых $\delta > 0$.

В работе [2] рассматривается система трёх частиц (две из них – бозоны, а третья – произвольная), взаимодействующих с помощью парных контактных потенциалов притяжения. Описан существенный спектр ассоциированного этой системе трёхчастичного оператора $H_\mu(\mathbf{K})$. Доказано существование эффекта Ефимова (т.е. существование бесконечного числа собственных значений) для $H_\mu(\mathbf{0})$ в случаях, когда либо две, либо три двухчастичные подсистемы трёх частиц имеют виртуальные уровни на левом крае трёхчастичного существенного спектра (т.е. когда $\mu_1 = \mu_1^0$ и $\mu_3 \in [0, \mu_3^0)$ или $\mu_\alpha = \mu_\alpha^0, \alpha = 1, 3$). Рассматриваемый нами оператор (см. (1)) совпадает с оператором $H_\mu(\mathbf{K})$. Одна из «двухчастичных ветвей» $[z_{\min}^{(1)}(\mathbf{0}), \tau_{\max}^{(1)}(\mathbf{0})]$ существенного спектра оператора $H_\mu(\pi)$ сдвигается к $-\infty$ с порядком μ_1 при $\mu_1 \rightarrow +\infty$, в результате которого бесконечное число собственных значений оператора "поглощаются" существенным спектром. Поэтому возникает естественный вопрос: существуют ли собственные значения оператора $H_\mu(\pi)$, лежащие левее существенного спектра при достаточно больших μ_1 и если существуют, то сколько?

Применяя теорию возмущений можно показать, что полученные нами результаты сохраняются при малых значениях $\mathbf{K}$. Отметим, что задача нахождения числа собственных значений оператора $H_\mu(\mathbf{K})$, которые меньше z ($z < \inf \sigma_{\text{ess}}(H_\mu(\mathbf{K}))$) сводится к задаче нахождения числа собственных значений оператора типа Фаддеева $A_\mu(\mathbf{K}, z)$, которые больше 1 (см. лемму 5). Чувствительность ядра интегрального оператора $A_\mu(\mathbf{K}, z)$ относительно изменения $\mathbf{K}$ приводит к изменению числа собственных значений оператора $H_\mu(\mathbf{K})$.

Постановка задачи и формулировка основных результатов.

Пусть $\mathbb{T}^3$ – трёхмерный тор, $L^2[(\mathbb{T}^3)^d]$, $d = 1, 2$ – гильбертово пространство квадратично-интегрируемых функций, определённых на $(\mathbb{T}^3)^d$ и $L^{2,s}[(\mathbb{T}^3)^2] \subset L^2[(\mathbb{T}^3)^2]$ – подпространство симметричных функций относительно перестановки переменных:

$$L^{2,s}[(\mathbb{T}^3)^2] = \{f \in L^2[(\mathbb{T}^3)^2] : f(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = f(\mathbf{q}, \mathbf{p})\}.$$

Трёхчастичный дискретный оператор Шредингера $H_\mu(\mathbf{K})$, $\mu = (\mu_1, \mu_3) \in \mathbb{R}_+^2$, $\mathbf{K} \in \mathbb{T}^3$, ассоциированный с системой трёх частиц (две из них – бозоны с массой 1 и третья – произвольная частица с массой $m > 0$), взаимодействующих с помощью парных контактных потенциалов $\mu_1 > 0$ и $\mu_3 > 0$ на трёхмерной решетке $\mathbb{Z}^3$, действует в гильбертовом пространстве $L^{2,s}[(\mathbb{T}^3)^2]$ по формуле (смотрите, например [2]).

$$H_{\mu}(K) := H_0(K) - \mu_1(V_1 + V_2) - \mu_3 V_3, \quad (1)$$

где

$$(H_0(K)f)(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = E_{K,m}(\mathbf{p}, \mathbf{q})f(\mathbf{p}, \mathbf{q}), \quad E_{K,m}(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \varepsilon(\mathbf{p}) + \varepsilon(\mathbf{q}) + \frac{1}{m}\varepsilon(K - \mathbf{p} - \mathbf{q}),$$

$$\varepsilon(\mathbf{p}) = 3 - \xi(\mathbf{p}), \quad \xi(\mathbf{p}) = \sum_{i=1}^3 \cos p_i, \quad \mathbf{p} = (p_1, p_2, p_3) \in \mathbb{T}^3, \quad (2)$$

$$(V_1 f)(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \int_{\mathbb{T}^3} f(\mathbf{p}, \mathbf{s}) d\mathbf{s}, \quad (V_2 f)(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \int_{\mathbb{T}^3} f(\mathbf{s}, \mathbf{q}) d\mathbf{s},$$

$$(V_3 f)(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \int_{\mathbb{T}^3} f(\mathbf{p} + \mathbf{q} - \mathbf{s}, \mathbf{s}) d\mathbf{s}.$$

На торе $\mathbb{T}^3$ выбрана единичная мера $d\mathbf{p}$, т.е. $\int_{\mathbb{T}^3} d\mathbf{p} = 1$.

Пусть

$$m^* = \int_{\mathbb{T}^3} \frac{\sin^2 s_1 ds}{\varepsilon(\mathbf{s})} \approx 0,2098. \quad (3)$$

Основные результаты статьи приводятся для случая $\mathbf{K} = \boldsymbol{\pi}$ и состоят из следующей теоремы:

Теорема 1. Пусть $\mathbf{K} = \boldsymbol{\pi} \equiv (\pi, \pi, \pi)$ и $\mu_3 > 0$.

i) Если $m \in (m^*, +\infty)$, то существует $\mu_1(m, \mu_3) > 0$ такое, что для любого $\mu_1 > \mu_1(m, \mu_3)$ оператор $H_{\mu}(\boldsymbol{\pi})$ имеет единственное собственное значение, лежащее левее существенного спектра;

ii) если $m < m^*$, то существует $\mu_4(m, \mu_3) > 0$ такое, что при $\mu_4 > \mu_4(m, \mu_3)$ оператор $H_{\mu}(\boldsymbol{\pi})$ имеет четыре собственных значения с учётом кратности, лежащих левее существенного спектра.

Замечание 1. Отметим, что $\mu_1(m, \mu_3)$ и $\mu_4(m, \mu_3)$ принимают различные положительные значения в каждом пункте теорем 1.

О спектре двухчастичного оператора $h_{\mu_1}(\mathbf{k})$.

Двухчастичный дискретный оператор Шрёдингера $h_{\mu_1}(\mathbf{k}), \mathbf{k} \in \mathbb{T}^3$, соответствующий системе двух частиц (бозона и другой частицы) действует в $L^2(\mathbb{T}^3)$ по формуле [5]

$$h_{\mu_1}(\mathbf{k}) := h_{0,m}(\mathbf{k}) - \mu_1 V,$$

где

$$(h_{0,m}(\mathbf{k})f)(\mathbf{p}) = E_{\mathbf{k},m}(\mathbf{p})f(\mathbf{p}), \quad E_{\mathbf{k},m}(\mathbf{p}) = \varepsilon(\mathbf{p}) + \frac{1}{m}\varepsilon(\mathbf{k} - \mathbf{p}),$$

$$(Vf)(\mathbf{p}) = \int_{\mathbb{T}^3} f(\mathbf{s}) d\mathbf{s},$$

$m > 0$ – масса произвольной частицы, а $\mu_1 > 0$ – энергия взаимодействия бозона и произвольной частицы.

Приводим некоторые элементарные факты, касающиеся спектра оператора $h_{\mu_1}(\mathbf{k}), \mathbf{k} \in \mathbb{T}^3$ (см. напр. [6]). По теореме Вейля об устойчивости существенного спектра при компактных возмущениях [1], существенный спектр $\sigma_{\text{ess}}(h_{\mu_1}(\mathbf{k}))$ оператора $h_{\mu_1}(\mathbf{k})$ совпадает со спектром $\sigma(h_0(\mathbf{k}))$ невозмущённого оператора $h_0(\mathbf{k})$, т.е.

$$\sigma_{\text{ess}}(h_{\mu_1}(\mathbf{k})) = \sigma(h_0(\mathbf{k})) = [E_{\min,m}(\mathbf{k}), E_{\max,m}(\mathbf{k})],$$

где

$$E_{\min,m}(\mathbf{k}) = \min_{\mathbf{q} \in \mathbb{T}^3} E_{\mathbf{k},m}(\mathbf{q}) = 3 \left(1 + \frac{1}{m} \right) - \sum_{i=1}^3 \sqrt{1 + \frac{2}{m} \cos k_i + \frac{1}{m^2}},$$

и

$$E_{\max,m}(\mathbf{k}) = \max_{\mathbf{q} \in \mathbb{T}^3} E_{\mathbf{k},m}(\mathbf{q}) = 3 \left(1 + \frac{1}{m} \right) + \sum_{i=1}^3 \sqrt{1 + \frac{2}{m} \cos k_i + \frac{1}{m^2}}.$$

Пусть $z \in \mathbb{C} \setminus [E_{\min, m}(\mathbf{k}), E_{\max, m}(\mathbf{k})]$ и $\Delta_{\mu_1}(\mathbf{k}, z)$ – детерминант Фредгольма оператора $I - \mu_1 v r_0(\mathbf{k}, z)$, где $r_0(\mathbf{k}, z)$ – резольвента невозмущённого оператора $h_0(\mathbf{k})$. Так как оператор v – проектор ранга один, определитель Фредгольма имеет простой вид:

$$\Delta_{\mu_1}(\mathbf{k}, z) := 1 - \mu_1 \int_{\mathbb{T}^3} \frac{d\mathbf{q}}{E_{\mathbf{k}, m}(\mathbf{q}) - z}. \quad (4)$$

Лемма 1. Число $z \in \mathbb{C} \setminus [E_{\min, m}(\mathbf{k}), E_{\max, m}(\mathbf{k})]$ является собственным значением оператора $h_{\mu_1}(\mathbf{k})$ тогда и только тогда, когда $\Delta_{\mu_1}(\mathbf{k}, z) = 0$.

Доказательство. Лемма 1 доказывается аналогично лемме 4 работы [6].

Пусть W – интеграл Ватсона, т.е.

$$W = \int_{\mathbb{T}^3} \frac{ds}{\varepsilon(\mathbf{s})}.$$

Обозначим через $\mu_0(m) := \left(1 + \frac{1}{m}\right) \frac{1}{W}$ сумму средних гармонических значений энергии двух свободных частиц, т.е. бозона и другой частицы (см. напр. [4]).

Теорема 2. Пусть $m > 0$ и $\mu_1 > \mu_0(m)$. Тогда для любого $\mathbf{k} \in \mathbb{T}^3$ оператор $h_{\mu_1}(\mathbf{k})$ имеет единственное простое собственное значение $z_{\mu_1}(\mathbf{k})$, лежащее левее существенного спектра.

Лемма 2. Собственное значение $z_{\mu_1}(\mathbf{k}) = z_{\mu_1}(k_1, k_2, k_3)$ – симметричная функция относительно перестановки переменных k_i, k_j и чётна по $k_i \in [-\pi, \pi]$, монотонно возрастает по $k_i \in [0, \pi]$, $i = 1, 2, 3$.

Доказательство. Доказательство этой леммы непосредственно вытекает из свойств функции $\Delta_{\mu_1}(\mathbf{k}, z)$.

Лемма 3. Для каждого $m > 0$ и $\mu_1 > 3\left(1 + \frac{1}{m}\right)$ справедливы следующие оценки:

$$-\mu_1 + 3\left(1 + \frac{1}{m}\right) - \frac{9}{\mu_1} \left(1 + \frac{1}{m}\right)^2 < z_{\mu_1}(\mathbf{0}) \leq z_{\mu_1}(\mathbf{k}) \leq z_{\mu_1}(\boldsymbol{\pi}) < -\mu_1 + 3\left(1 + \frac{1}{m}\right).$$

Доказательство. Доказательство аналогичного утверждения приведено в лемме 3.4 работы [4].

Существенный спектр и уравнение типа фаддеева. Для каждого $\mathbf{K} \in \mathbb{T}^3$ обозначим

$$\begin{aligned} E_{\min}(\mathbf{K}) &= \min_{\mathbf{p}, \mathbf{q} \in \mathbb{T}^3} E_{\mathbf{K}, m}(\mathbf{p}, \mathbf{q}), & E_{\max}(\mathbf{K}) &= \max_{\mathbf{p}, \mathbf{q} \in \mathbb{T}^3} E_{\mathbf{K}, m}(\mathbf{p}, \mathbf{q}), \\ \tau_{\min}^{(1)}(\mathbf{K}) &= \min_{\mathbf{p} \in \mathbb{T}^3} \{z_{\mu_1}(\mathbf{K} - \mathbf{p}) + \varepsilon(\mathbf{p})\}, & \tau_{\max}^{(1)}(\mathbf{K}) &= \max_{\mathbf{p} \in \mathbb{T}^3} \{z_{\mu_1}(\mathbf{K} - \mathbf{p}) + \varepsilon(\mathbf{p})\}, \\ \tau_{\min}^{(3)}(\mathbf{K}) &= \min_{\mathbf{p} \in \mathbb{T}^3} \left\{ z_{\mu_3}(\mathbf{K} - \mathbf{p}) + \frac{1}{m} \varepsilon(\mathbf{p}) \right\}, & \tau_{\max}^{(3)}(\mathbf{K}) &= \max_{\mathbf{p} \in \mathbb{T}^3} \left\{ z_{\mu_3}(\mathbf{K} - \mathbf{p}) + \frac{1}{m} \varepsilon(\mathbf{p}) \right\}, \end{aligned}$$

где $z_{\mu_1}(\mathbf{p})$ и $z_{\mu_3}(\mathbf{p})$ собственные значения операторов $h_{\mu_1}(\mathbf{p})$ и $h_{\mu_3}(\mathbf{p})$, соответственно.

Существенный спектр $\sigma_{\text{ess}}(H_{\boldsymbol{\mu}}(\mathbf{K}))$ оператора $H_{\boldsymbol{\mu}}(\mathbf{K})$ состоит из объединения трёх отрезков (смотрите работу [2]):

$$\sigma_{\text{ess}}(H_{\boldsymbol{\mu}}(\mathbf{K})) = [\tau_{\min}^{(1)}(\mathbf{K}), \tau_{\max}^{(1)}(\mathbf{K})] \cup [\tau_{\min}^{(3)}(\mathbf{K}), \tau_{\max}^{(3)}(\mathbf{K})] \cup [E_{\min}(\mathbf{K}), E_{\max}(\mathbf{K})] \quad (5)$$

Отрезки $[\tau_{\min}^{(1)}(\mathbf{K}), \tau_{\max}^{(1)}(\mathbf{K})]$ и $[\tau_{\min}^{(3)}(\mathbf{K}), \tau_{\max}^{(3)}(\mathbf{K})]$ называются “двухчастичными ветвями”, а отрезок $[E_{\min}(\mathbf{K}), E_{\max}(\mathbf{K})]$ – “трёхчастичной ветвью” существенного спектра оператора $H_{\boldsymbol{\mu}}(\mathbf{K})$.

Следствие 1. Пусть $\mathbf{K} = \boldsymbol{\pi}$. Тогда выполняются равенства:

$$[\tau_{\min}^{(1)}(\boldsymbol{\pi}), \tau_{\max}^{(1)}(\boldsymbol{\pi})] = [z_{\mu_1}(\boldsymbol{\pi}), z_{\mu_1}(\mathbf{0}) + 6] \quad [\tau_{\min}^{(3)}(\boldsymbol{\pi}), \tau_{\max}^{(3)}(\boldsymbol{\pi})] = \left[z_{\mu_3}(\boldsymbol{\pi}), z_{\mu_3}(\mathbf{0}) + \frac{6}{m} \right].$$

Нас интересует дискретный спектр оператора $H_{\boldsymbol{\mu}}(\boldsymbol{\pi})$ при достаточно больших $\mu_1 > 0$ и фиксированном $\mu_3 > 0$. Из утверждения леммы 3 и структуры существенного спектра следует

(смотрите (5)), что одна двухчастичная ветвь $[z_{\mu_1}(\pi), z_{\mu_1}(0) + 6]$ существенного спектра сдвигается к $-\infty$ с порядком μ_1 при $\mu_1 \rightarrow +\infty$.

Имеет место:

$$\inf \sigma_{\text{ess}}(H_{\mu}(\pi)) = \tau_{\min}^{(1)}(\pi) = z_{\mu_1}(\pi) = -\mu_1 + 3\left(1 + \frac{1}{m}\right) + O\left(\frac{1}{\mu_1}\right), \text{ при } \mu_1 \rightarrow +\infty.$$

Поэтому в дальнейшем для доказательства теоремы 1 предположим, что $\inf \sigma_{\text{ess}}(H_{\mu}(\pi)) = z_{\mu_1}(\pi)$ и $z \leq z_{\mu_1}(\pi)$.

Сначала покажем, что $H_{\mu}(\mathbf{K})$ не имеет собственных значений, лежащих правее $E_{\max}(\mathbf{K})$.

Замечание 2. При всех $\mu \in \mathbb{R}_+^2$ и $\mathbf{K} \in \mathbb{T}^3$ оператор $H_{\mu}(\mathbf{K})$ не имеет собственных значений, лежащих правее $E_{\max}(\mathbf{K})$.

Теперь найдём эквивалентное уравнение для собственных функций трёхчастичного оператора $H_{\mu}(\pi)$. Для каждого $z < z_{\mu_1}(\pi)$ определим самосопряжённый оператор $F(z) := F_{\mu}(\pi, z)$ в гильбертовом пространстве $L^2(\mathbb{T}^3)$ формулой:

$$F(z) := A(z) + B(z),$$

где

$$(A(z)g)(\mathbf{p}) = \frac{\mu_1}{\sqrt{\Delta_{\mu_1}^{(1)}(\mathbf{p}, z)}} \int_{\mathbb{T}^3} \frac{g(\mathbf{q}) d\mathbf{q}}{(E_{\pi, m}(\mathbf{p}, \mathbf{q}) - z) \sqrt{\Delta_{\mu_1}^{(1)}(\mathbf{q}, z)}},$$

и

$$\begin{aligned} (B(z)g)(\mathbf{p}) &= \\ &= \frac{2\mu_1\mu_3}{\sqrt{\Delta_{\mu_1}^{(1)}(\mathbf{p}, z)}} \int_{\mathbb{T}^3} \left\{ \int_{\mathbb{T}^3} \frac{dt}{(E_{\pi, m}(\mathbf{p}, \mathbf{t} - \mathbf{p}) - z)(E_{\pi, m}(\mathbf{q}, \mathbf{t} - \mathbf{q}) - z) \Delta_{\mu_3}^{(2)}(\mathbf{t}, z)} \right\} \frac{g(\mathbf{q}) d\mathbf{q}}{\sqrt{\Delta_{\mu_1}^{(1)}(\mathbf{q}, z)}}, \\ \Delta_{\mu_1}^{(1)}(\mathbf{p}, z) &:= 1 - \mu_1 \int_{\mathbb{T}^3} \frac{ds}{E_{\pi, m}(\mathbf{p}, \mathbf{s}) - z} = \Delta_{\mu_1}(\pi - \mathbf{p}, z - \varepsilon(\mathbf{p})), \\ \Delta_{\mu_3}^{(2)}(\mathbf{t}, z) &:= 1 - \mu_3 \int_{\mathbb{T}^3} \frac{ds}{E_{\pi, m}(\mathbf{t} - \mathbf{s}, \mathbf{s}) - z}, \end{aligned}$$

и функция $\Delta_{\mu_1}(\cdot, \cdot)$ – определена по формуле (4).

Лемма 4. Число $z < z_{\mu_1}(\pi)$ является собственным значением оператора $H_{\mu}(\pi)$ тогда и только тогда, когда число 1 есть собственное значение оператора $F(z)$.

Доказательство аналогичной леммы приведено в [2] (смотрите лемму 5).

Замечание 3. Предельный оператор $\lim_{z \rightarrow z_{\mu_1}(\pi)} F(z) = F(z_{\mu_1}(\pi))$, является компактным

самосопряжённым оператором в $L^2(\mathbb{T}^3)$.

Для ограниченного самосопряжённого оператора B , действующего в гильбертовом пространстве $\mathbf{H}$ и для некоторого $\lambda \in \mathbb{R}$ определим число $n[\lambda, B]$ через

$$n[\lambda, B] := \max\{\dim H_B(\lambda): H_B(\lambda) \subset \mathbf{H}; (B\varphi, \varphi) > \lambda, \varphi \in H_B(\lambda), \|\varphi\| = 1\}.$$

Если какая-то точка существенного спектра оператора B больше λ , то $n[\lambda, B]$ равно бесконечности, и если $n[\lambda, B]$ конечно, то оно равно числу собственных значений оператора B , которые больше λ (смотрите, например, лемму Глазмана [7]).

Следующая лемма следует из известного принципа Бирмана-Швингера (смотрите, например [2]).

Лемма 5. Для каждого $z < z_{\mu_1}(\pi)$ имеет место равенство:

$$n[-z, -H_{\mu}(\pi)] = n[1, F(z)]$$

Используя равенство $\frac{1}{1-x} = 1 + x + \frac{x^2}{1-x}$, ($x \neq 1$), и учитывая обозначение (2), имеем:

$$\frac{1}{E_{\pi,m}(\mathbf{p}, \mathbf{s}) - z} = \frac{1}{\alpha(m, z)} \left(1 + \frac{\xi(\mathbf{p}) + \xi(\mathbf{s}) - \frac{1}{m} \xi(\mathbf{p} + \mathbf{s})}{\alpha(m, z)} + \frac{\eta(m; \mathbf{p}, \mathbf{s})}{\alpha(m, z)} \right), \quad (6)$$

где

$$\alpha(m, z) = 6 + \frac{3}{m} - z \quad \text{и} \quad \eta(m; \mathbf{p}, \mathbf{s}) = \frac{\left(\xi(\mathbf{p}) + \xi(\mathbf{s}) - \frac{1}{m} \xi(\mathbf{p} + \mathbf{s}) \right)^2}{E_{\pi,m}(\mathbf{p}, \mathbf{s}) - z}.$$

Пользуясь равенством (6), оператор $A(z)$ представим в виде суммы:

$$A(z) = A^{(0)}(z) + A^{(1)}(z),$$

где самосопряжённые операторы $A^{(0)}(z)$ и $A^{(1)}(z)$ определены как:

$$(A^{(0)}(z)g)(\mathbf{p}) = \frac{\mu_1}{\alpha^2(m, z)} \int_{\mathbb{T}^3} \frac{\left[\alpha(m, z) + \xi(\mathbf{p}) + \xi(\mathbf{s}) - \frac{1}{m} \xi(\mathbf{p} + \mathbf{s}) \right] g(\mathbf{s}) ds}{\sqrt{\Delta_{\mu_1}^{(1)}(\mathbf{p}, z)} \sqrt{\Delta_{\mu_1}^{(1)}(\mathbf{s}, z)}},$$

и

$$(A^{(1)}(z)g)(\mathbf{p}) = \frac{\mu_1}{\alpha^2(m, z)} \int_{\mathbb{T}^3} \frac{\eta(m; \mathbf{p}, \mathbf{s}) g(\mathbf{s}) ds}{\sqrt{\Delta_{\mu_1}^{(1)}(\mathbf{p}, z)} \sqrt{\Delta_{\mu_1}^{(1)}(\mathbf{s}, z)}}.$$

В дальнейшем показывается, что норма оператора $A^{(1)}(z)$ стремится к нулю при $\mu_1 \rightarrow +\infty$ (смотрите лемму 17).

Инвариантные подпространства

Пусть $L^{2,e}(\mathbb{T}^3)$ (соответственно $L^{2,o}(\mathbb{T}^3)$) подпространство чётных (соответственно нечётных) функций. Известно, что

$$L^2(\mathbb{T}^3) = L^{2,e}(\mathbb{T}^3) \oplus L^{2,o}(\mathbb{T}^3),$$

где

$$L^{2,e}(\mathbb{T}^3) = \{g \in L^2(\mathbb{T}^3) : g(-\mathbf{p}) = g(\mathbf{p})\}, \quad L^{2,o}(\mathbb{T}^3) = \{g \in L^2(\mathbb{T}^3) : g(-\mathbf{p}) = -g(\mathbf{p})\}.$$

Лемма 6. Подпространства $L^{2,e}(\mathbb{T}^3)$ и $L^{2,o}(\mathbb{T}^3)$ инвариантны относительно операторов $A(z), A^{(0)}(z)$ и $A^{(1)}(z)$.

Доказательство леммы тривиально, поэтому мы его пропускаем.

Обозначим через $A^{(0,e)}(z) := A^{(0)}(z)|_{L^{2,e}(\mathbb{T}^3)}$ и $A^{(0,o)}(z) := A^{(0)}(z)|_{L^{2,o}(\mathbb{T}^3)}$ сужения оператора $A^{(0)}(z)$ на подпространства $L^{2,e}(\mathbb{T}^3)$ и $L^{2,o}(\mathbb{T}^3)$, соответственно, т.е.

$$(A^{(0,e)}(z)g)(\mathbf{p}) = \frac{\mu_1}{\alpha^2(m, z)} \int_{\mathbb{T}^3} \frac{\left[\alpha(m, z) + \sum_{i=1}^3 \left(\cos p_i + \cos s_i - \frac{1}{m} \cos p_i \cos s_i \right) \right] g(\mathbf{s}) ds}{\sqrt{\Delta_{\mu_1}^{(1)}(\mathbf{p}, z)} \sqrt{\Delta_{\mu_1}^{(1)}(\mathbf{s}, z)}}, \quad (7)$$

и

$$(A^{(0,o)}(z)g)(\mathbf{p}) = \frac{\mu_1}{m\alpha^2(m, z)} \sum_{i=1}^3 \int_{\mathbb{T}^3} \frac{\sin p_i \sin s_i g(\mathbf{s}) ds}{\sqrt{\Delta_{\mu_1}^{(1)}(\mathbf{p}, z)} \sqrt{\Delta_{\mu_1}^{(1)}(\mathbf{s}, z)}}.$$

Используя равенство $\frac{1}{1-x} = 1 + \frac{x}{1-x}$, ($x \neq 1$) и учитывая обозначение (2), имеем:

$$\frac{1}{E_{\pi,m}(\mathbf{p}, \mathbf{t} - \mathbf{p}) - z} = \frac{1}{\alpha(m, z)} (1 + \zeta(m; \mathbf{p}, \mathbf{t})), \quad (8)$$

где

$$\zeta(m; \mathbf{p}, \mathbf{t}) = \frac{\xi(\mathbf{p}) + \xi(\mathbf{t} - \mathbf{p}) - \frac{1}{m} \xi(\mathbf{t})}{E_{\pi,m}(\mathbf{p}, \mathbf{t} - \mathbf{p}) - z}.$$

Верно равенство

$$\frac{1}{\Delta_{\mu_3}^{(2)}(\mathbf{t}, z)} = 1 + \frac{\mu_3}{\Delta_{\mu_3}^{(2)}(\mathbf{t}, z)} \int_{\mathbb{T}^3} \frac{d\tau}{E_{\pi, m}(\mathbf{t} - \tau, \tau) - z}. \quad (9)$$

Пользуясь равенствами (8) и (9), оператор $B(z)$ представим в виде суммы:

$$B(z) = B^{(0)}(z) + B^{(1)}(z),$$

где самосопряжённые операторы $B^{(0)}(z)$ и $B^{(1)}(z)$ определены как

$$(B^{(0)}(z)g)(\mathbf{p}) = \frac{2\mu_1\mu_3}{\alpha^2(m, z)} \int_{\mathbb{T}^3} \frac{g(\mathbf{s})ds}{\sqrt{\Delta_{\mu_1}^{(1)}(\mathbf{p}, z)}\sqrt{\Delta_{\mu_1}^{(1)}(\mathbf{s}, z)}},$$

и

$$(B^{(1)}(z)g)(\mathbf{p}) = \frac{2\mu_1\mu_3}{\alpha^2(m, z)} \int_{\mathbb{T}^3} \frac{\Omega(m; \mathbf{p}, \mathbf{s}, \mathbf{t})g(\mathbf{s})ds}{\sqrt{\Delta_{\mu_1}^{(1)}(\mathbf{p}, z)}\sqrt{\Delta_{\mu_1}^{(1)}(\mathbf{s}, z)}},$$

где

$$\Omega(m; \mathbf{p}, \mathbf{s}, \mathbf{t}) = \frac{\zeta(m; \mathbf{p}, \mathbf{t}) + \zeta(m; \mathbf{s}, \mathbf{t}) + \zeta(m; \mathbf{p}, \mathbf{t})\zeta(m; \mathbf{s}, \mathbf{t})}{\Delta_{\mu_3}^{(2)}(\mathbf{t}, z)} + \frac{\mu_3}{\Delta_{\mu_3}^{(2)}(\mathbf{t}, z)} \int_{\mathbb{T}^3} \frac{d\tau}{E_{\pi, m}(\mathbf{t} - \tau, \tau) - z}.$$

В дальнейшем показывается, что норма оператора $B^{(1)}(z)$ стремится к нулю при $\mu_1 \rightarrow +\infty$ (смотрите лемму 18).

Лемма 7. *Подпространства $L^{2,e}(\mathbb{T}^3)$ и $L^{2,o}(\mathbb{T}^3)$ инвариантны относительно операторов $B(z), B^{(0)}(z)$ и $B^{(1)}(z)$.*

Обозначим через $B^{(0,e)}(z) := B^{(0)}(z)|_{L^{2,e}(\mathbb{T}^3)}$ и $B^{(0,o)}(z) := B^{(0)}(z)|_{L^{2,o}(\mathbb{T}^3)}$ сужения оператора $B^{(0)}(z)$ на подпространствах $L^{2,e}(\mathbb{T}^3)$ и $L^{2,o}(\mathbb{T}^3)$, соответственно, т.е.

$$(B^{(0,e)}(z)g)(\mathbf{p}) = \frac{2\mu_1\mu_3}{\alpha^2(m, z)} \int_{\mathbb{T}^3} \frac{g(\mathbf{s})ds}{\sqrt{\Delta_{\mu_1}^{(1)}(\mathbf{p}, z)}\sqrt{\Delta_{\mu_1}^{(1)}(\mathbf{s}, z)}}, \quad (10)$$

и

$$B^{(0,o)}(z) = \mathbf{0}. \quad (11)$$

Пользуясь равенствами (7) и (10), оператор $F^{(0,e)}(z)$ представим в виде суммы:

$$F^{(0,e)}(z) = A^{(0,e)}(z) + B^{(0,e)}(z).$$

Установим существование собственных значений, которые больше 1, оператора $F^{(0,e)}(z)$ при достаточно больших $\mu_1 > 0$.

Сначала докажем следующую лемму.

Лемма 8. *Пусть $\mu_1 > 3\left(1 + \frac{1}{m}\right)$ и $z \leq z_{\mu_1}(\pi)$. Тогда верны неравенства:*

$$\frac{(-z_{\mu_1}(\pi - \mathbf{p}))(-z)}{\mu_1(z_{\mu_1}(\pi - \mathbf{p}) + \varepsilon(\mathbf{p}) - z)} \leq \frac{1}{\Delta_{\mu_1}^{(1)}(\mathbf{p}, z)} \leq \frac{\left(6 + \frac{6}{m} - z_{\mu_1}(\pi - \mathbf{p})\right)\left(12 + \frac{6}{m} - z\right)}{\mu_1(z_{\mu_1}(\pi - \mathbf{p}) + \varepsilon(\mathbf{p}) - z)}, \quad (12)$$

где $z_{\mu_1}(\mathbf{p})$ – собственное значение двухчастичного оператора $h_{\mu_1}(\mathbf{p})$.

Если $\mu_1 \rightarrow +\infty$, то верна асимптотика

$$\frac{1}{\Delta_{\mu_1}^{(1)}(\mathbf{p}, z_{\mu_1}(\pi))} = \frac{\mu_1}{\varepsilon(\mathbf{p})} \left(1 + O\left(\frac{1}{\mu_1}\right)\right). \quad (13)$$

Доказательство. По лемме 1 для всех $\mathbf{p} \in \mathbb{T}^3$ имеет место:

$$\mu_1 \int_{\mathbb{T}^3} \frac{ds}{\varepsilon(\mathbf{s}) + \frac{1}{m} \varepsilon(\pi - (\mathbf{p} + \mathbf{s})) - z_{\mu_1}(\pi - \mathbf{p})} \equiv 1.$$

Пользуясь этим, имеем:

$$\begin{aligned}
 \Delta_{\mu_1}^{(1)}(\mathbf{p}, z) &= 1 - \mu_1 \int_{\mathbb{T}^3} \frac{ds}{E_{\pi, m}(\mathbf{p}, \mathbf{s}) - z} = \\
 &= \mu_1 \int_{\mathbb{T}^3} \frac{ds}{\varepsilon(\mathbf{s}) + \frac{1}{m} \varepsilon(\boldsymbol{\pi} - (\mathbf{p} + \mathbf{s})) - z_{\mu_1}(\boldsymbol{\pi} - \mathbf{p})} - \mu_1 \int_{\mathbb{T}^3} \frac{ds}{\varepsilon(\mathbf{s}) + \frac{1}{m} \varepsilon(\boldsymbol{\pi} - (\mathbf{p} + \mathbf{s})) + \varepsilon(\mathbf{p}) - z} = \\
 &= \mu_1 \left(z_{\mu_1}(\boldsymbol{\pi} - \mathbf{p}) + \varepsilon(\mathbf{p}) - z \right) \int_{\mathbb{T}^3} \frac{(E_{\pi, m}(\mathbf{p}, \mathbf{s}) - z)^{-1} ds}{\left(\varepsilon(\mathbf{s}) + \frac{1}{m} \varepsilon(\boldsymbol{\pi} - (\mathbf{p} + \mathbf{s})) - z_{\mu_1}(\boldsymbol{\pi} - \mathbf{p}) \right)}. \quad (14)
 \end{aligned}$$

Из неравенств $0 \leq \varepsilon(\mathbf{s}) \leq 6$ и $0 \leq E_{\pi, m}(\mathbf{p}, \mathbf{s}) \leq 12 + \frac{6}{m}$ следует, что

$$\frac{1}{6 + \frac{6}{m} - z_{\mu_1}(\boldsymbol{\pi} - \mathbf{p})} \leq \frac{1}{\varepsilon(\mathbf{s}) + \frac{1}{m} \varepsilon(\boldsymbol{\pi} - (\mathbf{p} + \mathbf{s})) - z_{\mu_1}(\boldsymbol{\pi} - \mathbf{p})} \leq \frac{1}{-z_{\mu_1}(\boldsymbol{\pi} - \mathbf{p})}, \quad (15)$$

$$\frac{1}{12 + \frac{6}{m} - z} \leq \frac{1}{E_{\pi, m}(\mathbf{p}, \mathbf{s}) - z} \leq \frac{1}{-z}. \quad (16)$$

Из соотношений (14) – (16) непосредственно вытекает (12).

Для доказательства равенства (13) воспользуемся соотношениями:

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{\varepsilon(\mathbf{s}) + \frac{1}{m} \varepsilon(\boldsymbol{\pi} - (\mathbf{p} + \mathbf{s})) - z_{\mu_1}(\boldsymbol{\pi} - \mathbf{p})} = \\
 &= \frac{1}{3 + \frac{3}{m} - z_{\mu_1}(\boldsymbol{\pi} - \mathbf{p})} \left(1 + \frac{\xi(\mathbf{s}) - \frac{1}{m} \xi(\mathbf{p} + \mathbf{s})}{\varepsilon(\mathbf{s}) + \frac{1}{m} \varepsilon(\boldsymbol{\pi} - (\mathbf{p} + \mathbf{s})) - z_{\mu_1}(\boldsymbol{\pi} - \mathbf{p})} \right), \\
 &\frac{1}{\varepsilon(\mathbf{s}) + \frac{1}{m} \varepsilon(\boldsymbol{\pi} - (\mathbf{p} + \mathbf{s})) + \varepsilon(\mathbf{p}) - z} = \frac{1}{6 + \frac{3}{m} - z} \left(1 + \frac{\xi(\mathbf{s}) - \frac{1}{m} \xi(\mathbf{p} + \mathbf{s}) + \xi(\mathbf{p})}{\varepsilon(\mathbf{s}) + \frac{1}{m} \varepsilon(\boldsymbol{\pi} - (\mathbf{p} + \mathbf{s})) + \varepsilon(\mathbf{p}) - z} \right).
 \end{aligned}$$

Так как $z \leq z_{\mu_1}(\boldsymbol{\pi}) \leq -\mu_1 + 3 \left(1 + \frac{1}{m} \right)$, по лемме 3 из равенства (14) можно заключить, что

$$\Delta_{\mu_1}^{(1)}(\mathbf{p}, z_{\mu_1}(\boldsymbol{\pi})) = \frac{\mu_1 (z_{\mu_1}(\boldsymbol{\pi} - \mathbf{p}) + \varepsilon(\mathbf{p}) - z_{\mu_1}(\boldsymbol{\pi}))}{\left(3 + \frac{3}{m} - z_{\mu_1}(\boldsymbol{\pi} - \mathbf{p}) \right) \left(6 + \frac{3}{m} - z_{\mu_1}(\boldsymbol{\pi}) \right)} (1 + O(\frac{1}{\mu_1})),$$

при достаточно больших $\mu_1 > 0$. Отсюда снова пользуясь утверждением леммы 3, можно убедиться, что верно (13).

Определим положительный интегральный оператор $M(m), m > 0$, ранга 3 в гильбертовом пространстве $L^{2,0}(\mathbb{T}^3)$ с ядром:

$$M(m; \mathbf{p}, \mathbf{s}) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^3 \frac{\sin p_i \sin s_i}{\sqrt{\varepsilon(\mathbf{p})} \sqrt{\varepsilon(\mathbf{s})}}.$$

Лемма 9. Пусть $m > 0$. При $\mu_1 \rightarrow +\infty$ выполняется равенство:

$$A^{(0,0)}(\mathbf{p}, \mathbf{s}, z_{\mu_1}(\boldsymbol{\pi})) = M(m; \mathbf{p}, \mathbf{s}) + O(\frac{1}{\mu_1}),$$

равномерно по $\mathbf{p}, \mathbf{s} \in \mathbb{T}^3$, где через $A^{(0,0)}(\mathbf{p}, \mathbf{s}, z)$ обозначено ядро интегрального оператора $A^{(0,0)}(z)$.

Доказательство. По лемме 3 имеем, что $\alpha(m, z_{\mu_1}(\boldsymbol{\pi})) = 3 + \mu_1 + O(\frac{1}{\mu_1})$, при $\mu_1 \rightarrow +\infty$. Отсюда и из (13) при $\mu_1 \rightarrow +\infty$ получим:

$$A^{(0,o)}(\mathbf{p}, \mathbf{s}, z_{\mu_1}(\boldsymbol{\pi})) = \frac{\mu_1^2}{m \left(3 + \mu_1 + O\left(\frac{1}{\mu_1}\right) \right)^2} \cdot \frac{\sum_{i=1}^3 (\sin p_i \sin s_i + O(\frac{1}{\mu_1}))}{\sqrt{\varepsilon(\mathbf{p})} \sqrt{\varepsilon(\mathbf{s})}} (1 + O(\frac{1}{\mu_1})) =$$

$$= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^3 \frac{\sin p_i \sin s_i}{\sqrt{\varepsilon(\mathbf{p})} \sqrt{\varepsilon(\mathbf{s})}} (1 + O(\frac{1}{\mu_1})).$$

Лемма 10. Оператор $M(m; \mathbf{p}, \mathbf{s})$ имеет единственное трёхкратное собственное значение

$$\lambda_{1,2,3} := \lambda(m) = \frac{1}{m} \int_{T^3} \frac{\sin^2 s_1 ds}{\varepsilon(\mathbf{s})} = \frac{m^*}{m},$$

где m^* – определено по формуле (3).

Для $\mu_1 > \mu_0(m), \mu_3 > 0$ и $m > 0$ определим интегральный оператор $D(\boldsymbol{\mu})$, ранга 4 в гильбертовом пространстве $L_2^e(T^3)$ с ядром:

$$D(\mathbf{p}, \mathbf{s}) = \frac{\mu_1 + 2\mu_3 + \sum_{i=1}^3 \left[(1 + \cos p_i)(1 + \cos s_i) - \left(1 + \frac{1}{m} \right) \cos p_i \cos s_i \right]}{\sqrt{\varepsilon(\mathbf{p})} \sqrt{\varepsilon(\mathbf{s})}}.$$

Лемма 11. Пусть $\mu_3 > 0$ и $m > 0$. При $\mu_1 \rightarrow +\infty$ выполняется равенство

$$F^{(0,e)}(\mathbf{p}, \mathbf{s}, z_{\mu_1}(\boldsymbol{\pi})) = D(\mathbf{p}, \mathbf{s}) + O\left(\frac{1}{\mu_1}\right),$$

равномерно по $\mathbf{p}, \mathbf{s} \in T^3$, где через $F^{(0,e)}(\mathbf{p}, \mathbf{s}, z)$, обозначено ядро интегрального оператора $F^{(0,e)}(z)$.

Доказательство леммы аналогично доказательству леммы 9.

Обозначим через $L^{2,e,s}(T^3) \subset L^{2,e}(T^3)$ подпространство симметричных функций относительно перестановки любых двух переменных, т.е.

$$L^{2,e,s}(T^3) = \{g \in L^{2,e}(T^3) : g(p_1, p_2, p_3) = g(p_2, p_1, p_3) = g(p_3, p_2, p_1) = g(p_1, p_3, p_2)\}.$$

Имеет место равенство

$$L^{2,e}(T^3) = L^{2,e,s}(T^3) \oplus (L^{2,e,s}(T^3))^\perp,$$

где $(L^{2,e,s}(T^3))^\perp$ обозначает ортогональное дополнение подпространства $L^{2,e,s}(T^3)$.

Лемма 12. Подпространства $L^{2,e,s}(T^3)$ и $(L^{2,e,s}(T^3))^\perp$ инвариантны относительно оператора $D(\boldsymbol{\mu})$.

Доказательство. Доказательство утверждения непосредственно вытекает из симметричности аргументов ядра $D(\mathbf{p}, \mathbf{s})$ оператора $D(\boldsymbol{\mu})$.

Обозначим через P^s оператор проектирования пространства $L^{2,e}(T^3)$ на подпространство $L^{2,e,s}(T^3)$, т.е.

$$(P^s g)(\mathbf{p}) = \frac{1}{6} [g(p_1, p_2, p_3) + g(p_2, p_1, p_3) + g(p_3, p_1, p_2) +$$

$$+ g(p_1, p_3, p_2) + g(p_2, p_3, p_1) + g(p_3, p_2, p_1)].$$

Сужение $D^s(\boldsymbol{\mu}) = P^s D(\boldsymbol{\mu}) P^s$ оператора $D(\boldsymbol{\mu})$ на подпространство $L^{2,e,s}(T^3)$ имеет вид:

$$(D^s(\boldsymbol{\mu}) g)(\mathbf{p}) =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\varepsilon(\mathbf{p})}} \int_{T^3} [3(m+1) + \mu_1 + 2\mu_3 - \frac{3}{m}(m-1 + \frac{1}{3}\varepsilon(\mathbf{p}))(m-1 + \frac{1}{3}\varepsilon(\mathbf{s}))] \frac{g(\mathbf{s}) ds}{\sqrt{\varepsilon(\mathbf{s})}}.$$

Сформулируем лемму о собственных значениях оператора $D^s(\boldsymbol{\mu})$ без доказательства:

Лемма 13. Пусть $\mu_1 > 0$ – достаточно большое число. Тогда оператор $D^s(\boldsymbol{\mu})$ имеет два простых собственных значения, которые имеют вид:

$$\beta_1(\mu, m) = \frac{\left(9 + \mu_1 + 2\mu_3 - \frac{3}{m}\right)W - \frac{1}{m} + \frac{\sqrt{\Psi_1^2(\mu, m) + \Psi_2(m)}}{2}}{2}, \quad (17)$$

и

$$\beta_2(\mu, m) = \frac{\left(9 + \mu_1 + 2\mu_3 - \frac{3}{m}\right)W - \frac{1}{m} - \frac{\sqrt{\Psi_1^2(\mu, m) + \Psi_2(m)}}{2}}{2}, \quad (18)$$

где

$$\begin{aligned} \Psi_1(\mu, m) &= \left(9 + \mu_1 + 2\mu_3 - \frac{3}{m}\right)W + \frac{1}{m} - \frac{2}{3mW}, \\ \Psi_2(m) &= 12W\left(\frac{1}{m} - 1\right)^2 + \frac{4}{3m^2W}\left(1 - \frac{1}{3W}\right) + 4\left(1 - \frac{1}{m^2}\right). \end{aligned}$$

Пусть $D^\perp(m)$ – сужение оператора $D(\mu)$ на подпространство $(L^{2,e,s}(\Gamma^3))^\perp$. Несложные вычисления показывают, что

$$(D^\perp(m)g)(\mathbf{p}) = -\frac{2}{3m} \int_{\Gamma^3} \left(\frac{(\cos p_1 + \cos p_2 + \cos p_3)}{\sqrt{\varepsilon(\mathbf{p})}} \cdot \frac{(\cos s_1 + \cos s_2 + \cos s_3)}{\sqrt{\varepsilon(\mathbf{s})}} \right) g(\mathbf{s}) d\mathbf{s}.$$

Заметим, что этот оператор линейно зависит от m и не зависит от параметра μ_1 .

Лемма 14. Оператор $D^\perp(m)$ имеет единственное двухкратное собственное значение

$$\beta_{3,4} := \beta_{3,4}(m) = -\frac{2}{m}(3W - 1) < 0.$$

Лемма 15. Пусть $m > 0$. Существует число $\mu_1(m) > 0$ такое, что при $\mu_1 > \mu_1(m)$ собственное значение $\beta_1(\mu, m)$ оператора $D^s(\mu)$ удовлетворяют неравенству $\beta_1(\mu, m) > 1$.

Доказательство. Из представления (17) функции $\beta_1(\mu, m)$ непосредственно вытекает, что для $\mu_1 > \mu_1(m)$, где $\mu_1(m)$ – некоторое число, зависящее от $m > 0$, выполняется

$$\beta_1(\mu, m) > \frac{\left(9 + \mu_1 + 2\mu_3 - \frac{3}{m}\right)W - \frac{1}{m}}{2} > 1.$$

Лемма 16. Пусть $m > 0$. Имеет место асимптотика

$$\beta_2(\mu, m) = -\frac{m_2}{m} + O\left(\frac{1}{\mu_1}\right), \quad \mu_1 \rightarrow +\infty,$$

где $m_2 = \frac{3W-1}{3W} \approx 0,3399$.

Доказательство. Так как $\Psi_1(\mu, m) > 0$ при достаточно больших $\mu_1 > 0$ и $\sqrt{1 + \frac{\Psi_2(m)}{\Psi_1^2(\mu, m)}} = 1 + O\left(\frac{1}{\mu_1^2}\right)$ при $\mu_1 \rightarrow +\infty$, пользуясь равенством (18), имеем:

$$\begin{aligned} \beta_2(\mu, m) &= \frac{1}{2} \left[\left(9 + \mu_1 + 2\mu_3 - \frac{3}{m}\right)W - \frac{1}{m} - \Psi_1(\mu, m) \sqrt{1 + \frac{\Psi_2(m)}{\Psi_1^2(\mu, m)}} \right] = \\ &= \frac{1}{2} \left[\left(9 + \mu_1 + 2\mu_3 - \frac{3}{m}\right)W - \frac{1}{m} - \left(\left(9 + \mu_1 + 2\mu_3 - \frac{3}{m}\right)W + \frac{1}{m} - \frac{2}{3mW} \right) \left(1 + O\left(\frac{1}{\mu_1^2}\right)\right) \right] = \\ &= -\frac{1}{m} \left(\frac{3W-1}{3W} \right) + O\left(\frac{1}{\mu_1}\right) = -\frac{m_2}{m} + O\left(\frac{1}{\mu_1}\right). \end{aligned}$$

Лемма 17. Пусть $m > 0$. Тогда существует $\mu_1(m) > 0$ такое, что для любого $\mu_1 > \mu_1(m)$ верна оценка

$$\|A^{(1)}(z)\| \leq \frac{C}{\mu_1},$$

которая выполняется равномерно по $z \leq z_{\mu_1}(\pi)$, C – положительная константа, зависящая только от m и $\mu_3 > 0$.

Доказательство. Пусть $g \in L_2(\Gamma^3)$ и $\|g\| = 1$. Пользуясь неравенствами $\xi(\mathbf{p}) \leq 3$ и $E_{\pi,m}(\mathbf{p}, \mathbf{s}) \geq 0$, имеем

$$\begin{aligned} |(A^{(1)}(z)g, g)| &\leq \frac{\mu_1}{\left(6 + \frac{3}{m} - z\right)^2} \int_{\Gamma^3} \int_{\Gamma^3} \frac{\left(\xi(\mathbf{p}) + \xi(\mathbf{s}) - \frac{1}{m} \xi(\mathbf{p} + \mathbf{s})\right)^2 |g(\mathbf{s})| |\overline{g(\mathbf{p})}| d\mathbf{s} d\mathbf{p}}{(E_{\pi,m}(\mathbf{p}, \mathbf{s}) - z) \sqrt{\Delta_{\mu_1}^{(1)}(\mathbf{s}, z)} \sqrt{\Delta_{\mu_1}^{(1)}(\mathbf{p}, z)}} \leq \\ &\leq \frac{\mu_1 \left(6 + \frac{3}{m}\right)^2}{\left(6 + \frac{3}{m} - z\right)^2} \int_{\Gamma^3} \int_{\Gamma^3} \frac{|g(\mathbf{s})| |\overline{g(\mathbf{p})}| d\mathbf{s} d\mathbf{p}}{(-z) \sqrt{\Delta_{\mu_1}^{(1)}(\mathbf{s}, z)} \sqrt{\Delta_{\mu_1}^{(1)}(\mathbf{p}, z)}} = \\ &= \frac{\mu_1 \left(6 + \frac{3}{m}\right)^2}{\left(6 + \frac{3}{m} - z\right)^2 (-z)} \left(\int_{\Gamma^3} \frac{|g(\mathbf{s})| d\mathbf{s}}{\sqrt{\Delta_{\mu_1}^{(1)}(\mathbf{s}, z)}} \right)^2. \end{aligned} \quad (19)$$

Так как $z \leq z_{\mu_1}(\pi - \mathbf{p}) \leq z_{\mu_1}(\pi)$, учитывая (12), при $\mu_1 > 3\left(1 + \frac{1}{m}\right)$ получим:

$$\begin{aligned} \left(\int_{\Gamma^3} \frac{|g(\mathbf{s})| d\mathbf{s}}{\sqrt{\Delta_{\mu_1}^{(1)}(\mathbf{s}, z)}} \right)^2 &\leq \left(\int_{\Gamma^3} \sqrt{\frac{\left(6 + \frac{6}{m} - z_{\mu_1}(\pi - \mathbf{s})\right) \left(12 + \frac{6}{m} - z\right)}{\mu_1 (z_{\mu_1}(\pi - \mathbf{s}) + \varepsilon(\mathbf{s}) - z)}} |g(\mathbf{s})| d\mathbf{s} \right)^2 \leq \\ &\leq \frac{\left(6 + \frac{6}{m} - z\right) \left(12 + \frac{6}{m} - z\right)}{\mu_1} \int_{\Gamma^3} |g(\mathbf{s})|^2 d\mathbf{s} \int_{\Gamma^3} \frac{d\mathbf{s}}{\varepsilon(\mathbf{s})}. \end{aligned} \quad (20)$$

Так как

$$\frac{6 + \frac{6}{m} - z}{6 + \frac{3}{m} - z} \leq \frac{12 + \frac{6}{m} - z}{6 + \frac{3}{m} - z} \leq 2, \quad z \leq -\mu_1 + 3\left(1 + \frac{1}{m}\right),$$

из (19) и (20) при $\mu_1 > 6\left(1 + \frac{1}{m}\right)$ имеем:

$$|(A^{(1)}(z)g, g)| \leq \frac{4 \left(6 + \frac{3}{m}\right)^2 W}{\mu_1 \left(1 - \frac{3\left(1 + \frac{1}{m}\right)}{\mu_1}\right)} \leq \frac{C_m}{\mu_1},$$

где $C_m = 8 \left(6 + \frac{3}{m}\right)^2 W$.

Лемма 18. Пусть $m > 0$. Тогда существует $\mu_1(m) > 0$ такое, что для любого $\mu_1 > \mu_1(m)$ верна оценка

$$\|B^{(1)}(z)\| \leq \frac{C}{\mu_1},$$

которая выполняется равномерно по $z \leq z_{\mu_1}(\pi)$, C – положительная константа, зависящая только от m .

Доказательство леммы 18 аналогично доказательству леммы 17.

Доказательство теоремы 1. i) Пусть $m \in (m^*, +\infty)$. Из лемм 17 и 18 следуют, что при достаточно больших $\mu_1 > 0$ имеет место равенство:

$$n[1, F(z)] = n[1, F^{(0)}(z)],$$

где $F^{(0)}(z) = A^{(0)}(z) + B^{(0)}(z)$.

Из лемм 6, 7 и равенства (11) следует, что

$$n[1, F^{(0)}(z)] = n[1, F^{(0,o)}(z)] + n[1, F^{(0,e)}(z)] = n[1, A^{(0,o)}(z)] + n[1, A^{(0,e)}(z)]$$

при достаточно больших $\mu_1 > 0$. По лемме 9 верно $n[1, A^{(0,o)}(z)] = n[1, M(\mu)]$ при $\mu_1 \rightarrow +\infty$. По лемме 10 собственное значение оператора $M(\mu)$ меньше единицы, т.е. $\lambda_{1,2,3} < 1$ при $m > m^*$.

Из леммы 11 получим $n[1, F^{(0,e)}(z)] = n[1, D(\mu)]$ при $\mu_1 \rightarrow +\infty$.

Оператор $D(\mu)$ имеет четыре собственных значения с учётом кратности $\beta_1, \beta_2, \beta_{3,4}$. По лемме 14 и 16 следует, что $\beta_{3,4} < 0$, $\beta_2 < 0$. Из леммы 15 вытекает неравенство $\beta_1 > 1$. Из леммы 5 вытекает доказательство части i) теоремы 1.

Аналогично доказываются утверждения ii).

ЛИТЕРАТУРА:

1. Reed M., and Simon B. *Methods of Modern Mathematical Physics. // Analysis of Operators*, № 4 1979.
2. Лакаев С. Н., Муминов М. Э. Существенный и дискретный спектр трёхчастичного оператора Шредингера на решётке, // ТМФ, – 2003. – V. 135, –С. 478–503.
3. Lakaev S. N., Dell'Antonio G. F., and Khalkhuzhaev A. M. Existence of an isolated band of a system of three particles in an optical lattice // J. Phys. A: Math. Theor., 2016. – V. 49, 145204–15.
4. Abdullaev J. I., Khalkhuzhaev A. M., Kuliev K.D. The existence of eigenvalues of Schrödinger operator on three dimensional lattice // Methods of Functional Analysis and Topology, – 2002. – V. 28. – P. 189–208.
5. Abdullaev, J.I., Khalkhuzhaev, A.M. and Boymurodov J.Kh.. The Number of Eigenvalues of the Three-Particle Schrödinger Operator on Three Dimensional Lattice // Lobachevskii Journal of Mathematics. – 2022. – V. 43, –P. 3486–3495.
6. Лакаев, С.Н. Улашов, С.С. “Существование и аналитичность связанных состояний двухчастичного оператора Шредингера на решетке”, // ТМФ, – 2012. – V. 170, № 3. – С. 393–408.
7. Pankov A. A. *Lecture Notes on Schrödinger equations*. // Nova Science – 2007.

MAKSVELL TENGLAMALAR SISTEMASI

Xolikov Suyunjon Xamroqul o‘g‘li,

Navoiy davlat universiteti matematika kafedrası dotsenti

Annotatsiya. Maksvell tenglamalar sistemasi elektromagnit maydonning zaryadlangan zarrachalarga ta'sirining o'lchovini belgilaydigan Lorens kuchi ifodasi bilan birgalikda bu tenglamalar klassik elektrodinamika tenglamalarining to'liq tizimini tashkil qiladi, ba'zan Maksvell-Lorentz tenglamalari deb ataladi. XIX asrning o'rtalarida to'plangan eksperimental natijalar asosida Jeyms Klerk Maksvell tomonidan tuzilgan tenglamalar nazariy fizikadagi g'oyalarning rivojlanishida asosiy rol o'ynadi va nafaqat elektromagnetizm bilan bevosita bog'liq bo'lgan fizikaning barcha sohalariga, balki ko'plab keyingi fundamental nazariyalarga ham kuchli, ko'pincha hal qiluvchi ta'sir ko'rsatdi. Ushbu maqolada Maksvell tenglamalar sistemasi hamda unga qo'yilgan boshlang'ich masala uchun ekvivalent bo'lgan integro - differensial tenglamani hosil qilingan.

Kalit so'zlar: Maksvell tenglamalar sistemasi, boshlang'ich masala, integro - differensial tenglama, uch o'lchamli Maksvell tenglamalar sistemasi.

СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА

Аннотация. Вместе с выражением для силы Лоренца, определяющей величину воздействия электромагнитного поля на заряженные частицы, эти уравнения образуют полную систему уравнений классической электродинамики, иногда называемую уравнениями Максвелла-Лоренца. Уравнения, сформулированные Джеймсом Клерком Максвеллом в середине XIX века на основе собранных экспериментальных результатов, сыграли ключевую роль в развитии идей теоретической физики и оказали сильное, часто решающее влияние не только на все области физики, непосредственно связанные с электромагнетизмом, но и на многие последующие фундаментальные теории. В статье выведено интегро-дифференциальное уравнение, эквивалентное системе уравнений Максвелла, и поставленная для него исходная задача.

Ключевые слова: система уравнений Максвелла, исходная задача, интегро-дифференциальное уравнение, трёхмерная система уравнений Максвелла.

MAXWELL'S SYSTEM OF EQUATIONS

Abstract. The system of Maxwell's equations, together with the expression for the Lorentz force, which determines the magnitude of the effect of an electromagnetic field on charged particles, form a complete system of classical electrodynamics equations, sometimes called the Maxwell-Lorentz equations. The equations, formulated by James Clerk Maxwell on the basis of experimental results collected in the middle of the 19th century, played a key role in the development of ideas in theoretical physics and had a strong, often decisive influence not only on all branches of physics directly related to electromagnetism, but also on many subsequent fundamental theories. In this article, an integro-differential equation equivalent to the system of Maxwell's equations and the initial problem posed to it is derived.

Keywords: Maxwell system of equations, initial problem, integro-differential equation, three-dimensional Maxwell system of equations.

Masalaning qo'yilishi.

$$\nabla \times H = \frac{\partial}{\partial t} D(x, t) + \sigma E + j, \quad \nabla \times E = -\frac{\partial}{\partial t} B(x, t), \quad (x, t) \in R^4 \quad (1)$$

$$D(x, t) = \varepsilon E + \int_0^t \varphi(t - \tau) E(x, \tau) d\tau, \quad B(x, t) = \mu H + \int_0^t \psi(t - \tau) H(x, \tau) d\tau \quad (2)$$

bu yerda $E = (E_1, E_2, E_3)$, $H = (H_1, H_2, H_3)$, $D = (D_1, D_2, D_3)$, $B = (B_1, B_2, B_3)$, $x = (x_1, x_2, x_3)$, $\varphi(t) = \text{diag}(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$, $\psi(t) = \text{diag}(\psi_1, \psi_2, \psi_3)$ va $j = I\delta(x_1)\delta(x_2)f(x_3)\delta(t)$, $f(x_3)$ – silliq funksiya.

Boshlang'ich shartlar

$$(E, H)|_{t=0} \equiv 0. \quad (3)$$

$$\nabla \times H = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x_1} & \frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial x_3} \\ H_1 & H_2 & H_3 \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial H_3}{\partial x_2} - \frac{\partial H_2}{\partial x_3} \right) \vec{i} + \left(\frac{\partial H_1}{\partial x_3} - \frac{\partial H_3}{\partial x_1} \right) \vec{j} + \left(\frac{\partial H_2}{\partial x_1} - \frac{\partial H_1}{\partial x_2} \right) \vec{k}$$

$$\nabla \times E = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x_1} & \frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial x_3} \\ E_1 & E_2 & E_3 \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial E_3}{\partial x_2} - \frac{\partial E_2}{\partial x_3} \right) \vec{i} + \left(\frac{\partial E_1}{\partial x_3} - \frac{\partial E_3}{\partial x_1} \right) \vec{j} + \left(\frac{\partial E_2}{\partial x_1} - \frac{\partial E_1}{\partial x_2} \right) \vec{k}$$

$$\varphi(t) \times E = \begin{pmatrix} \varphi_1(t) & 0 & 0 \\ 0 & \varphi_2(t) & 0 \\ 0 & 0 & \varphi_3(t) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varphi_1(t)E_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varphi_2(t)E_1 & 0 \\ 0 & 0 & \varphi_3(t)E_1 \end{pmatrix} \vec{i} +$$

$$+ \begin{pmatrix} \varphi_1(t)E_2 & 0 & 0 \\ 0 & \varphi_2(t)E_2 & 0 \\ 0 & 0 & \varphi_3(t)E_2 \end{pmatrix} \vec{j} + \begin{pmatrix} \varphi_1(t)E_3 & 0 & 0 \\ 0 & \varphi_2(t)E_3 & 0 \\ 0 & 0 & \varphi_3(t)E_3 \end{pmatrix} \vec{k} = E^{11}\vec{i} + E^{12}\vec{j} + E^{13}\vec{k}$$

$$\psi(t) \times H = \begin{pmatrix} \psi_1(t) & 0 & 0 \\ 0 & \psi_2(t) & 0 \\ 0 & 0 & \psi_3(t) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi_1(t)H_1 & 0 & 0 \\ 0 & \psi_2(t)H_1 & 0 \\ 0 & 0 & \psi_3(t)H_1 \end{pmatrix} \vec{i} +$$

$$+ \begin{pmatrix} \psi_1(t)H_2 & 0 & 0 \\ 0 & \psi_2(t)H_2 & 0 \\ 0 & 0 & \psi_3(t)H_2 \end{pmatrix} \vec{j} + \begin{pmatrix} \psi_1(t)H_3 & 0 & 0 \\ 0 & \psi_2(t)H_3 & 0 \\ 0 & 0 & \psi_3(t)H_3 \end{pmatrix} \vec{k} = H^{11}\vec{i} + H^{12}\vec{j} + H^{13}\vec{k}$$

$$D(x, t) = D_1(x, t)\vec{i} + D_2(x, t)\vec{j} + D_3(x, t)\vec{k}.$$

Boshqa tomondan esa

$$D(x, t) = \varepsilon E_1\vec{i} + \varepsilon E_2\vec{j} + \varepsilon E_3\vec{k} + \int_0^t (E^{11}\vec{i} + E^{22}\vec{j} + E^{33}\vec{k})d\tau =$$

$$= (\varepsilon E_1 + \int_0^t E^{11}d\tau)\vec{i} + (\varepsilon E_2 + \int_0^t E^{22}d\tau)\vec{j} + (\varepsilon E_3 + \int_0^t E^{33}d\tau)\vec{k}.$$

Demak,

$$D_1(x, t) = \varepsilon E_1 + \int_0^t E^{11}d\tau, \quad D_2(x, t) = \varepsilon E_2 + \int_0^t E^{22}d\tau, \quad D_3(x, t) = \varepsilon E_3 + \int_0^t E^{33}d\tau.$$

$$B(x, t) = B_1(x, t)\vec{i} + B_2(x, t)\vec{j} + B_3(x, t)\vec{k}.$$

Boshqa tomondan esa

$$B(x, t) = \mu H_1\vec{i} + \mu H_2\vec{j} + \mu H_3\vec{k} + \int_0^t (H^{11}\vec{i} + H^{22}\vec{j} + H^{33}\vec{k})d\tau =$$

$$= (\mu H_1 + \int_0^t H^{11}d\tau)\vec{i} + (\mu H_2 + \int_0^t H^{22}d\tau)\vec{j} + (\mu H_3 + \int_0^t H^{33}d\tau)\vec{k}.$$

Demak,

$$B_1(x, t) = \mu H_1 + \int_0^t H^{11}d\tau, \quad B_2(x, t) = \mu H_2 + \int_0^t H^{22}d\tau, \quad B_3(x, t) = \mu H_3 + \int_0^t H^{33}d\tau.$$

a.

Maksvell tenglamalar sistemasi

$$\nabla \times H = \frac{\partial}{\partial t} D(x, t) + \sigma E + j, \quad \nabla \times E = -\frac{\partial}{\partial t} B(x, t)$$

$$\nabla \times E = -\frac{\partial}{\partial t} B(x, t)$$

$$\left(\frac{\partial E_3}{\partial x_2} - \frac{\partial E_2}{\partial x_3} \right) \vec{i} + \left(\frac{\partial E_1}{\partial x_3} - \frac{\partial E_3}{\partial x_1} \right) \vec{j} + \left(\frac{\partial E_2}{\partial x_1} - \frac{\partial E_1}{\partial x_2} \right) \vec{k} = -\frac{\partial}{\partial t} (\mu H_1 + \int_0^t \psi_1(t-\tau)H_1(x, \tau)d\tau) \vec{i} -$$

$$-\frac{\partial}{\partial t} (\mu H_2 + \int_0^t \psi_2(t-\tau)H_2(x, \tau)d\tau) \vec{j} - \frac{\partial}{\partial t} (\mu H_3 + \int_0^t \psi_3(t-\tau)H_3(x, \tau)d\tau) \vec{k}$$

Bundan

$$\frac{\partial E_3}{\partial x_2} - \frac{\partial E_2}{\partial x_3} = -\mu \frac{\partial H_1}{\partial t} - \psi_1(0)H_1(x, t) - \int_0^t \psi_1'(t-\tau)H_1(x, \tau)d\tau$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial E_1}{\partial x_3} - \frac{\partial E_3}{\partial x_1} &= -\mu \frac{\partial H_2}{\partial t} - \psi_2(0)H_2(x, t) - \int_0^t \psi_2'(t-\tau)H_2(x, \tau)d\tau \\ \frac{\partial E_2}{\partial x_1} - \frac{\partial E_1}{\partial x_2} &= -\mu \frac{\partial H_3}{\partial t} - \psi_3(0)H_3(x, t) - \int_0^t \psi_3'(t-\tau)H_3(x, \tau)d\tau\end{aligned}$$

Xuddi shu usulda [4,5]

$$\begin{aligned}\nabla \times H &= \frac{\partial}{\partial t} D(x, t) + \sigma E + j \\ \left(\frac{\partial H_3}{\partial x_2} - \frac{\partial H_2}{\partial x_3}\right)\vec{i} + \left(\frac{\partial H_1}{\partial x_3} - \frac{\partial H_3}{\partial x_1}\right)\vec{j} + \left(\frac{\partial H_2}{\partial x_1} - \frac{\partial H_1}{\partial x_2}\right)\vec{k} &= \\ &= \left[\frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon E_1 + \int_0^t \varphi_1(t-\tau)E_1(x, \tau)d\tau) + \sigma E_1 + J_1\right]\vec{i} + \\ &+ \left[\frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon E_2 + \int_0^t \varphi_2(t-\tau)E_2(x, \tau)d\tau) + \sigma E_2 + J_2\right]\vec{j} + \\ &+ \left[\frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon E_3 + \int_0^t \varphi_3(t-\tau)E_3(x, \tau)d\tau) + \sigma E_3 + J_3\right]\vec{k} = \\ &= \left(\varepsilon \frac{\partial E_1}{\partial t} + \varphi_1(0)E_1(x, t) + \int_0^t \varphi_1'(t-\tau)E_1(x, \tau)d\tau + \sigma E_1 + J_1\right)\vec{i} + \\ &+ \left(\varepsilon \frac{\partial E_2}{\partial t} + \varphi_2(0)E_2(x, t) + \int_0^t \varphi_2'(t-\tau)E_2(x, \tau)d\tau + \sigma E_2 + J_2\right)\vec{j} + \\ &+ \left(\varepsilon \frac{\partial E_3}{\partial t} + \varphi_3(0)E_3(x, t) + \int_0^t \varphi_3'(t-\tau)E_3(x, \tau)d\tau + \sigma E_3 + J_3\right)\vec{k}.\end{aligned}$$

Bundan esa

$$\begin{aligned}\frac{\partial H_3}{\partial x_2} - \frac{\partial H_2}{\partial x_3} &= \varepsilon \frac{\partial E_1}{\partial t} + \varphi_1(0)E_1(x, t) + \int_0^t \varphi_1'(t-\tau)E_1(x, \tau)d\tau + \sigma E_1 + J_1 \\ \frac{\partial H_1}{\partial x_3} - \frac{\partial H_3}{\partial x_1} &= \varepsilon \frac{\partial E_2}{\partial t} + \varphi_2(0)E_2(x, t) + \int_0^t \varphi_2'(t-\tau)E_2(x, \tau)d\tau + \sigma E_2 + J_2 \\ \frac{\partial H_2}{\partial x_1} - \frac{\partial H_1}{\partial x_2} &= \varepsilon \frac{\partial E_3}{\partial t} + \varphi_3(0)E_3(x, t) + \int_0^t \varphi_3'(t-\tau)E_3(x, \tau)d\tau + \sigma E_3 + J_3\end{aligned}$$

Shunday qilib, quyidagi tenglamalar sistemasini hosil qilamiz:

$$\begin{aligned}\varepsilon \frac{\partial E_1}{\partial t} - \frac{\partial H_3}{\partial x_2} + \frac{\partial H_2}{\partial x_3} + \varphi_1(0)E_1(x, t) + \int_0^t \varphi_1'(t-\tau)E_1(x, \tau)d\tau + \sigma E_1 + J_1 &= 0 \\ \varepsilon \frac{\partial E_2}{\partial t} - \frac{\partial H_1}{\partial x_3} + \frac{\partial H_3}{\partial x_1} + \varphi_2(0)E_2(x, t) + \int_0^t \varphi_2'(t-\tau)E_2(x, \tau)d\tau + \sigma E_2 + J_2 &= 0 \\ \varepsilon \frac{\partial E_3}{\partial t} - \frac{\partial H_2}{\partial x_1} + \frac{\partial H_1}{\partial x_2} + \varphi_3(0)E_3(x, t) + \int_0^t \varphi_3'(t-\tau)E_3(x, \tau)d\tau + \sigma E_3 + J_3 &= 0 \\ \mu \frac{\partial H_1}{\partial t} + \frac{\partial E_3}{\partial x_2} - \frac{\partial E_2}{\partial x_3} + \psi_1(0)H_1(x, t) + \int_0^t \psi_1'(t-\tau)H_1(x, \tau)d\tau &= 0 \\ \mu \frac{\partial H_2}{\partial t} + \frac{\partial E_1}{\partial x_3} - \frac{\partial E_3}{\partial x_1} + \psi_2(0)H_2(x, t) + \int_0^t \psi_2'(t-\tau)H_2(x, \tau)d\tau &= 0 \\ \mu \frac{\partial H_3}{\partial t} + \frac{\partial E_2}{\partial x_1} - \frac{\partial E_1}{\partial x_2} + \psi_3(0)H_3(x, t) + \int_0^t \psi_3'(t-\tau)H_3(x, \tau)d\tau &= 0\end{aligned}$$

Bu tenglamalar sistemasini matrisaviy ko'rinishda yozib olamiz:

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_3 \end{pmatrix} \times \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ H_1 \\ H_2 \\ H_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \times \frac{\partial}{\partial x_1} \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ H_1 \\ H_2 \\ H_3 \end{pmatrix} + \\ + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \times \frac{\partial}{\partial x_2} \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ H_1 \\ H_2 \\ H_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \times \frac{\partial}{\partial x_3} \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ H_1 \\ H_2 \\ H_3 \end{pmatrix} +\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \begin{pmatrix} \varphi_1(0) + \sigma_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varphi_2(0) + \sigma_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varphi_3(0) + \sigma_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \psi_1(0) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \psi_2(0) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \psi_3(0) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ H_1 \\ H_2 \\ H_3 \end{pmatrix} + \\
 & - \int_0^t \begin{pmatrix} -\varphi_1'(t-\tau) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\varphi_2'(t-\tau) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\varphi_3'(t-\tau) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\psi_1'(t-\tau) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\psi_2'(t-\tau) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\psi_3'(t-\tau) \end{pmatrix} \\
 & \times \begin{pmatrix} E_1(x, \tau) \\ E_2(x, \tau) \\ E_3(x, \tau) \\ H_1(x, \tau) \\ H_2(x, \tau) \\ H_3(x, \tau) \end{pmatrix} d\tau + \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 0
 \end{aligned}$$

b.

Asosiy masala

Yuqoridagi sistemani quyidagicha yozib olamiz:

$$A_0 \frac{\partial}{\partial t} u + A_1 \frac{\partial}{\partial x_1} u + A_2 \frac{\partial}{\partial x_2} u + A_3 \frac{\partial}{\partial x_3} u + A_4 u = \int_0^t K(t-\tau) u(x, \tau) d\tau + J$$

bu yerda

$$\begin{aligned}
 A_0 &= \begin{pmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_3 \end{pmatrix}, \quad A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 A_2 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 A_3 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 A_4 &= \begin{pmatrix} \varphi_1(0) + \sigma_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varphi_2(0) + \sigma_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varphi_3(0) + \sigma_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \psi_1(0) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \psi_2(0) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \psi_3(0) \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

$$u(x, t) = \begin{pmatrix} E_1(x, t) \\ E_2(x, t) \\ E_3(x, t) \\ H_1(x, t) \\ H_2(x, t) \\ H_3(x, t) \end{pmatrix}, \quad K(t) = \begin{pmatrix} -\varphi'_1(t) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\varphi'_2(t) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\varphi'_3(t) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\psi'_1(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\psi'_2(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\psi'_3(t) \end{pmatrix},$$

$$J = \begin{pmatrix} -J_1 \\ -J_2 \\ -J_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Shunday qilib, biz quyidagi tenglamalar sistemasini hosil qildik:

$$A_0 \frac{\partial}{\partial t} u + \sum_{j=1}^3 A_j \frac{\partial}{\partial x_j} u + A_4 u = \int_0^t K(t - \tau) u(x, \tau) d\tau + J \quad (4.1)$$

(3) – shartlarga asosan, u – funksiya uchun quyidagi boshlang'ich shartga ega bo'lamiz:

$$u|_{t < 0} \equiv 0. \quad (4.2)$$

Yuqoridagi (1)-(3) masala (4.1)-(4.2) masalaga ekvivalent masalaga kelar ekan.

ADABIYOTLAR:

1. Дурдиев Д.К. Обратные задачи для сред с последействием. - Ташкент: "Turon-Iqbol", 2014. с. 240
2. Романов В. Г. Обратные задачи математической физики. М.: Наука. 1984. с. 264.
3. Кабанихин С. И. Обратные и некорректные задачи. Новосибирск, 2009. с. 457.
4. Durdiev D. K. Some multidimensional inverse problems of memory determination in hyperbolic equations// Zh. Mat. Fiz. Anal. Geom., 2007, Volume 3, Number 4, pp. 411-423.
5. Durdiev D.K. Global solvability of an inverse problem for an integro-differential equation of electrodynamics // Diff. Equ., Volume 44, No. 7, 2008, pp. 893-899.

ИККИ ЎЛЧАМЛИ СОҲА АППРОКСИМАЦИЯСИ

Давлатов Шокир Олтибоевич,

Иқтисод ва педагогика университети ўқитувчиси

davlatov1968@mail.ru

Аннотация. Ушбу мақолада икки ўлчамли чекли соҳада аралаш чегаравий масалаларни сонли ечишда, соҳани аппроксимациялаш алгоритмларидан бири келтирилган. Ушбу алгоритм асосида Delphi 7 дастурлаш тилида соҳани аппроксимация қилиш учун дастур яратилган.

Калит сўзлар: алгоритм, аралаш масала, тўр, тугун, кесма, ёй.

АППРОКСИМАЦИЯ ДВУХМЕРНОЙ ОБЛАСТИ

Аннотация. В данной статье представлен один из алгоритмов аппроксимации области при численном решении смешанных краевых задач в двумерной конечной области. На основе этого алгоритма создана программа для аппроксимации области на языке программирования Delphi 7.

Ключевые слова: алгоритм, смешанная задача, сетка, узел, отрезок, дуга.

TWO-DIMENSION AREA APPROXIMATION

Abstract. This article presents one of the algorithms for approximating the domain in the numerical solution of mixed boundary value problems in a two-dimensional finite domain. Based on this algorithm, a program for approximating the domain in the Delphi 7 programming language was created.

Keywords: algorithm, mixed problem, grid, node, segment, arc.

Кириш. Аралаш масаланинг қўйилиши:

$$G = \{(t, x, y) : t \in (0, T), (x, y) \in \Omega\} \text{ соҳада}$$

$$Lu = F(x, y, t) \quad (1)$$

системани, $\partial\Omega$ да ($\partial\Omega - \Omega$ соҳанинг чегараси)

$$Du|_{\partial\Omega} = g(t, x, y) \quad (2)$$

чегаравий шартларни ва $t = 0$ да

$$u(0, x, y) = u_0(x, y), (x, y) \in \Omega \quad (3)$$

бошланғич шартни қаноатлантирувчи u вектор-функцияни топиш талаб қилинган бўлсин. (1)-(3) масала аралаш масала деб номланади ([1]).

Бу ерда L - ихтиёрий оператор, x, y, t эркин ўзгарувчилар, D - мос тўғри тўртбурчакли матрица. $g(x, y, t)$ - берилган вектор функция.

$$u(x, y, t) = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{pmatrix} \quad x, y, t \text{ га боғлиқ ноъмалум вектор функция, } F(x, y, t) = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{pmatrix} \quad x, y, t \text{ га боғлиқ}$$

берилган вектор функция.

(1)-(3) аралаш масала коррект қўйилган деб ҳисоблаймиз. (1)-(3) системани сонли ечишда $\Omega \subset R^2$ - чекли соҳани аппроксимация қилиш керак бўлади.

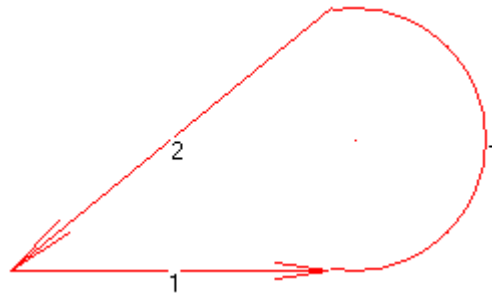
Соҳа аппроксимацияси.

Соҳа чегарасини беришда, уни қисмлари сифатида кесмалар ва айлана ёйларида фойдаланиш мумкин [2]. Чегара бирор S қисмининг бошланиш жойи деб, уни шундай четки нуқтаси ҳисобланадики, ундан бошлаб S бўйича ҳаракатланганда соҳа чапда қолади. Кесмалар иккита четки нуқталари билан аниқланади, айлана ёйлари учун эса қўшимча айлана маркази ҳам берилади.

Масалан Ω -соҳа берилган бўлсин (1-расм). Уни иккита кесма ва 1 та ёй билан аппроксимация қилиш мумкин (2-расм).



1-расм.



2-расм.

$\partial\Omega$ -чегара қуйидагича аппроксимация қилинади:

1. $\partial\Omega$ чегара тузилишига қараб нуқталар танлаб олинади.

$$T_1(x_1; y_1) : T_2(x_2; y_2) : \dots : T_n(x_n; y_n)$$

Бу ерда $T_1, T_2, \dots, T_n$ танланган нуқталар, $(x_i; y_i)$ ($i=1, \dots, n$) мос равишда уларнинг координаталари, : нуқталарни бир-биридан ажратиб турувчи белги.

Бу нуқталар кесма ёки ёйнинг бошланғич ёки охириги нуқталари ёки ёй марказлари бўлиши мумкин.

2. Ёнма-ён жойлашган икки нуқта орасидаги чегара қисми тузилишига қараб кесма билан алмаштирилади :

$$L_1(T_{M1}; T_{M2}) : L_2(T_{M3}; T_{M4}) : \dots : L_s(T_{Mk-1}; T_{Mk}).$$

Бу ерда $T_{Mi} \in \{T_1, T_2, \dots, T_n\}$ ($i=1, \dots, k$) нуқталар, $L_j(T_{Mi}; T_{Mi+1})$ ($j=1, \dots, s$) T_{Mi} (T_{Mi} - j -кесманинг бошланиш нуқтаси) ва T_{Mi+1} (T_{Mi+1} - j -кесманинг тугаш нуқтаси) ($i=1, \dots, k-1$) нуқталарни туташтирувчи L_j кесма

3. Ёнма-ён жойлашган икки нуқта орасидаги чегара қисми тузилишига қараб ёй билан алмаштирилади :

$$D_1(T_{M1}; T_{M2}; T_{M3}) : D_2(T_{M4}; T_{M5}; T_{M6}) : \dots : D_m(T_{Mk-2}; T_{Mk-1}; T_{Mk}).$$

Бу ерда $T_{Mi} \in \{T_1, T_2, \dots, T_n\}$ ($i=1, \dots, k$) нуқталар, $D_j(T_{Mi}; T_{Mi+1}; T_{Mi+2})$ ($j=1, \dots, m$)

($i=1, \dots, k-2$) T_{Mi} (T_{Mi} - j -ёйнинг бошланиш нуқтаси) ва T_{Mi+1} (T_{Mi+1} - j -ёйнинг тугаш нуқтаси)

нуқталарни туташтирувчи, маркази T_{Mi+2} нуқтада бўлган D_j ёй.

$\partial\Omega$ -чегара аппроксимация қилингандан сўнг, Ω -соҳа тўр билан қопланади. Бу қуйидагича амалга оширилади:

1. Чегарада ётувчи энг чап нуқта топилади. Бу нуқтанинг абциссаси $a = x_{\min}$ бўлсин.

2. Чегарада ётувчи энг ўнг нуқта топилади. Бу нуқтанинг абциссаси $b = x_{\max}$ бўлсин.

3. $[a, b]$ кесма $x_i = a + h_x i$, ($i=0, \dots, N_x$, $h_x = \frac{b-a}{N_x}$) нуқталар ёрдамида N_x та тенг бўлакга

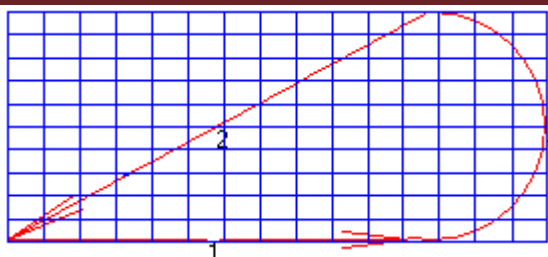
бўлинади, ушбу нуқталардан ,Оу ўқиға паралел қилиб тўғри чизиқлар ўтказамиз.

4. Чегарада ётувчи энг пастки нуқта топилади. Бу нуқтанинг ординатаси $c = y_{\min}$ бўлсин.

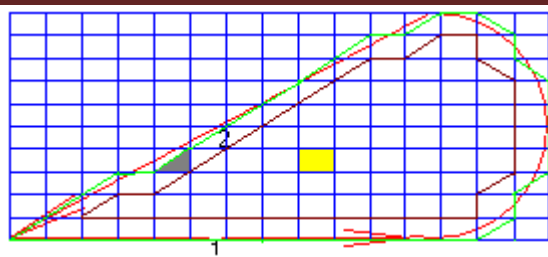
5. Чегарада ётувчи энг юқори нуқта топилади. Бу нуқтанинг ординатаси $d = y_{\max}$ бўлсин.

6. $[c, d]$ кесма $y_j = c + h_y j$, ($j=0, \dots, N_y$, $h_y = \frac{d-c}{N_y}$) нуқталар ёрдамида N_y та тенг бўлакга

бўлинади, ушбу нуқталардан ,Ох ўқиға паралел қилиб тўғри чизиқлар ўтказамиз. Натижада Ω соҳа тугунлари $M_{ij} = M(x_i; y_j)$ ($i=0, \dots, N_x, j=0, \dots, N_y$) бўлган тўр билан қопланади.



3-расм.



4-расм.

$$x = x_i = a + h_x i \quad (i = 0, \dots, N_x, h_x = \frac{b-a}{N_x}) \quad \text{тўғри чизик билан,} \quad y = y_j = c + h_y j$$

$$(j = 0, \dots, N_y, h_y = \frac{d-c}{N_y}) \quad \text{тўғри чизик кесишган нуқтасини} \quad M_{ij} = M(x_i; y_j) \quad \text{белгилаймиз.}$$

$M_{ij} = M(x_i; y_j)$ нуқтани тўр тугуни деб атаймиз.

1-таъриф. Ω соҳа чегарасидан $h \leq \frac{h_x}{2}$ ёки $h \leq \frac{h_y}{2}$ масофада жойлашган ёки соҳа чегарасида

ётувчи тугун чегаравий тугун дейилади.

4-расмда чегаравий тугунлар яшил рангли эгри чизиклар билан туташтирилган.

2-таъриф. Ω соҳа ичида ётадиган чегаравий тугунларга қўшни бўлган тугун чегара олди тугуни дейилади.

4-расмда чегара олди тугунлари жигар рангли эгри чизиклар билан туташтирилган.

3-таъриф. Ω соҳа ичида ётадиган чегаравий тугунларга қўшни бўлмаган тугун ички тугун дейилади.

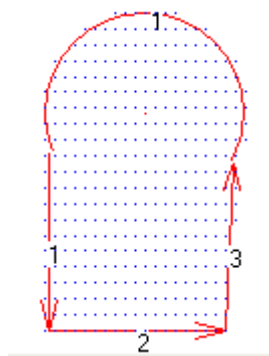
4-таъриф. Ω соҳа ичида ётмайдиган ва чегаравий тугун бўлмаган тугун ташқи тугун дейилади.

Тўр Ω_h -соҳани бир нечта элементларга бўлади. Ҳар бир элемент учлари тугунларда бўлган туртбурчак(4-расмда сариқ рангда) ёки учбурчак (4-расмда кулранг рангда) бўлиши мумкин. Бир учи M_{ij} тугунда бўлган элементларни шу тугуннинг элементлари деб ҳисоблаймиз ва M_{ij} тугун элементларининг бирлашмасини Ω_{ij} белгилаймиз. У ҳолда $\Omega_h = \bigcup_{M_{ij} \in \Omega} \Omega_{ij}$ тенглик ўринли бўлади.

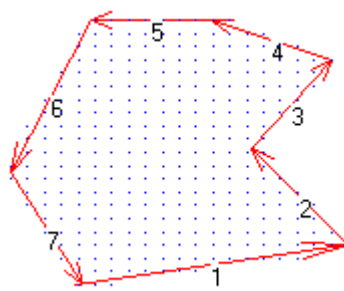
Ушбу тенг ўлчовли тўрни тенг ўлчовли бўлмаган ёки регуляри бўлмаган тўрларга ўтишда бошланғич тўр сифатида фойдаланиш мумкин.

Ҳар бир тугуннинг тури ва тартиб рақами ёрдамида (1)-(3) аралаш масаланинг тугунга таалукли бўлган барча маълумотлари алоҳида маълумотлар базасида сақланади.

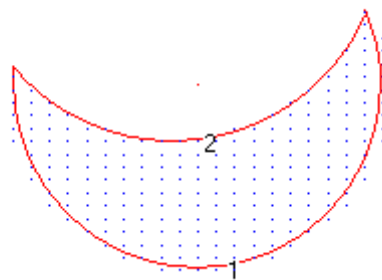
Шу алгоритм асосида “Соҳани чизиб” дастури яратилган. Қуйида дастур ёрдамида аппроксимация қилинган соҳалар келтирилган.



1-расм.



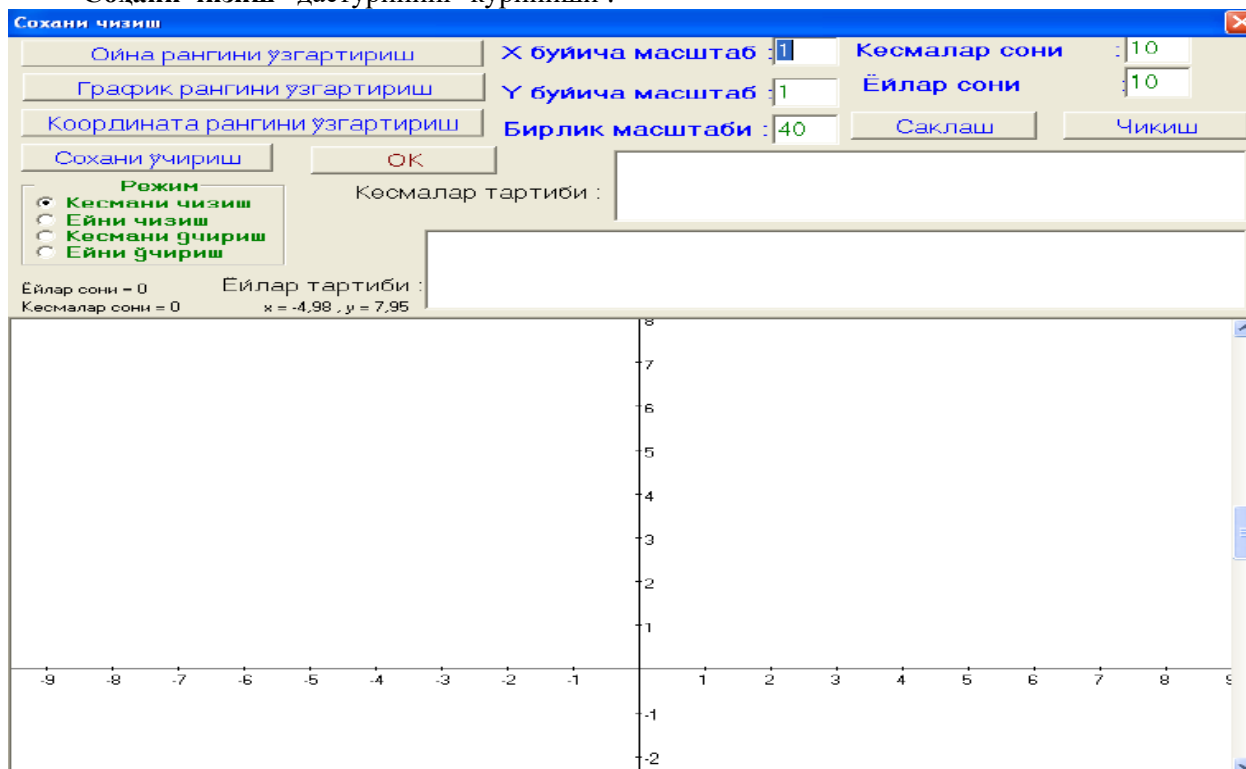
2-расм.



3-расм.

Бу расмларда соҳа чегараси ёйлар ва кесмалар билан аппроксимация қилинган, тўр тугунлари нуқталар кўринишида тасвирланган. Ёйлар ва кесмалар алоҳида номерланган. Кесмалар йўналишга эга. Кесма йўналиши кесманинг бошланғич нуқтасидан охириги нуқтаси томон йўналган.

“Соҳани чизиш” дастурининг кўриниши :



Хулоса. Ушбу мақолада кўрсатилган алгоритмни, икки ўлчамли соҳада чегаравий масалаларни сонли ечимини топиш учун, соҳани аппроксимациялашда фойдаланиш мумкин.

АДАБИЁТЛАР:

1. Годунов С.К. Уравнения математической физики. М.:Наука, 1979, 372с.
2. И.А Сандер., Программа дискретизации двумерных областей общего вида. Препринт 860. Вычислительный центр СО АН СССР. Новосибирск 1989
3. Марчук Р.И., Агошков В.И. Введение в проекционно-сеточные методы.-М.:Наука, 1981.
4. Alov R.D., Davlatov Sh.O., Eshkuvatov Z.K., Nik Long N.M.A. Sufficient condition of stability of finite element method for symmetric t -hyperbolic systems with constant coefficients // Computers and Mathematics with Applications, USA, 68, 2014, 1194-1204. (№3. Scopus, IF=3.37)
5. Alov R.D., Davlatov Sh.O., Eshkuvatov Z.K., Nik Long. N.M.A. Uniqueness solution of the finite elements scheme for symmetric hyperbolic systems with variable coefficients // Malaysian journal of mathematical sciences, 10(S), 2016, 49-60. (№3. Scopus, IF=0.571)
6. Давлатов Ш.О. Устойчивость неявной схемы конечных элементов для симметрических t -гиперболических систем // Проблемы вычислительной и прикладной математики, 2(32), 2021, 26-37. (05.00.00; №9)
7. Алов Р.Д., Давлатов Ш.О. Единственность решения схемы конечных элементов для симметрических систем с переменными коэффициентами // Современные методы математической физики и их приложения, Тошкент, 2015,-С.25-33
8. Алов Р.Д., Давлатов Ш.О. Устойчивость разностной схемы, полученной методом конечных элементов при численном решении симметрических t -гиперболических систем // Abstracts of the Uzbekistan-Malaysia international online conference, Computational models and technologies, August 24-25, 2021, P. 37-38.
9. Давлатов Ш.О. “Чизиқли биринчи тартибли гиперболик системаларни икки ўлчовли соҳада ечилиш” дастури// DGU, 2019, 1646, 10.12.2019.

10. Давлатов Ш.О. Икки ўлчамли чегараланган бир боғламли соҳада ўзгармас коэффициентли чизиқли симметрик t -гиперболик системалар учун қўйилган аралаш масалани чекли элементлар усули билан ечиши. // ҚарДУ хабарлари, №4, 2015. 6-15 бетлар.

11. Давлатов Ш.О., Эшиматов Б. Симметрик t -гиперболик системаларни чекли элементлар усули билан ечишида олинган ошкормас схема турғунлиги. // ҚарДУ хабарлари, №4, 2013. 4-14 бетлар.

12. Давлатов Ш.О., Гуломов О. Ўзгармас коэффициентли симметрик t -гиперболик системаларни икки ўлчамли соҳада текис тўрда чекли элементлар усули билан ечиши алгоритми. // ҚарДУ хабарлари, №3, 2012. 6-15 бетлар.

МЕТОД ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В ГАРМОНИЧЕСКИХ ЗАДАЧАХ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ РЕШЕНИЯ СВЯЗАННЫХ МОДЕЛЕЙ

Матанов Мухаммад Чаршамиевич,

докторант Каршинского государственного университета
mm939011166@gmail.com

Аннотация. В данной статье рассматривается метод граничных элементов (МГЭ) для гармонических задач и его применение для решения связанных моделей. Автор демонстрирует эффективность МГЭ в описании граничных условий на интерфейсах между упругими, пороупругими и скалярными средами. Также изучаются численные стратегии учета особенностей интегралов и построения математической модели для взаимодействующих сред. Полученные результаты подтверждают точность и вычислительную эффективность метода при решении гармонических задач.

Ключевые слова: вязкоупругие среды, граничные условия, динамический анализ, дискретизация контуров, метод граничных элементов, пороупругие среды.

CHEGARAVIY ELEMENTLAR USULINING GARMONIK MASALALARDA VA UNING BOG‘LANGAN MODELLAR YECHIMI UCHUN QO‘LLANILISHI

Annotatsiya. Ushbu maqolada garmonik tenglamalar uchun chegaraviy elementlari usuli (CHEU) va uning bog‘langan modellarni yechishdagi qo‘llanilishi o‘rganiladi. CHEU ning elastik, g‘ovak elastik va skalyar muhitlardagi interfeys sharoitlarini ifodalashdagi samaradorligi ko‘rsatilgan. Shuningdek, integrallarning muhim xususiyatlarini hisobga olish va bog‘langan muhitlar uchun matematik model yaratish strategiyalari ham tahlil qilinadi. Natijalar CHEU ning garmonik masalalarini hal qilishdagi aniqligini va hisoblash samaradorligini oshiradi.

Kalit so‘zlar: dinamik tahlil, elastik muhit, g‘ovak elastik muhit, konturlarni diskretizatsiya qilish, chegaraviy elementlar usuli, chegaraviy shartlar.

THE BOUNDARY ELEMENT METHOD IN HARMONIC PROBLEMS AND ITS APPLICATION FOR SOLVING COUPLED MODELS

Abstract. This paper explores the boundary element method (BEM) for harmonic problems and its application in solving coupled models. The author demonstrates the efficiency of the BEM in representing interface conditions in elastic, poroelastic, and scalar media. The study also examines numerical strategies for handling integral singularities and constructing mathematical models for coupled environments. The results confirm the accuracy and computational efficiency of the BEM in solving harmonic problems.

Keywords: boundary conditions, boundary element method, discretization of contours, dynamic analysis, poroelastic media, viscoelastic media.

Введение. Интегральная формулировка в контуре для каждой из сред вместе с граничными и интерфейсными условиями между контактирующими областями, которые обсуждаются в следующем разделе, позволяют нам обратиться к решению любой связанной модели, включающей эти три среды, в терминах переменных в их контурах. За исключением очень простых задач, аналитическое решение проблемы недостижимо. Как будет видно ниже, численный подход к этим уравнениям с использованием метода граничных элементов (МГЭ) оказался подходящей стратегией.

Обзор литературы. *Интегральные уравнения в упругих средах:* Фундаментальные решения уравнений динамической упругости (Стокс, Круз и Риццо, Купрадзе). Рассматриваются задачи об упругих полупространствах и точечных источниках, что позволяет применять фундаментальные решения в инженерных приложениях.

Скалярные среды и распространение волн: скалярные волновые уравнения, такие как уравнение Гельмгольца, используются для моделирования распределения давления. Модифицированные фундаментальные решения упрощают вычисления для границ, таких как свободные поверхности. Это снижает вычислительную нагрузку в задачах гидродинамики, особенно в водных средах.

Пороупругие среды: решения для перемещения твёрдой матрицы и напряжения в жидкости на основе интегральных формулировок. Связанные уравнения для жидкой и твердой фаз с детальной параметризацией, представленные Домингесом и Азнаресом.

Метод граничных элементов (МГЭ): МГЭ связывает теоретические решения с численными вычислениями. Управление сингулярностями и эффективное вычисление внутренних переменных среды на основе данных на границе.

Методика исследования.

Дискретизация контура: Для расчёта расширенных до контура интегралов, фигурирующих в интегральной постановке различных типов сред, контур Γ (рисунок 1) разбивается на дискретное количество элементов NE , аппроксимирующих перемещения и напряжения на основе значений в узлах. элементов с использованием функций интерполяции [1].

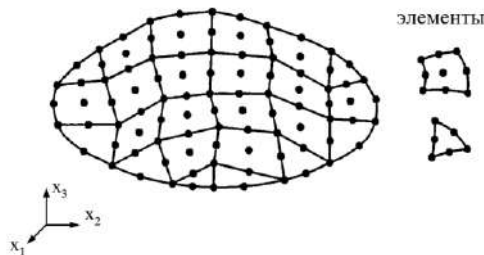


Рисунок 1. Дискретизированный трёхмерный контур с четырёхугольными и треугольными квадратичными элементами.

Таким образом, об общем элементе j вы можете написать [2]:

$$u = \Phi u^j, \quad p = \Phi p^j \quad (1)$$

где u^j и p^j представляют собой αNJ векторы компонентов и Φ матрицу размерностей $(\alpha \times \alpha NJ)$, членами которой являются функции формы элемента NJ с номером узла элемента J ($\alpha = 1$ для скалярных задач 3 в вязкоупругих твердых телах и 4 для пороупругих сред).

Геометрия элемента (изопараметрическая) будет аппроксимироваться аналогично:

$$x = \Phi x^j \quad (2)$$

где x^j содержит $3NJ$ координаты узлов элемента j . При дискретизации модели используются квадратичные, четырёхугольные и треугольные элементы с девятью и шестью узлами соответственно (рисунок 2). Функции формы используемых элементов можно увидеть в Домингесе.

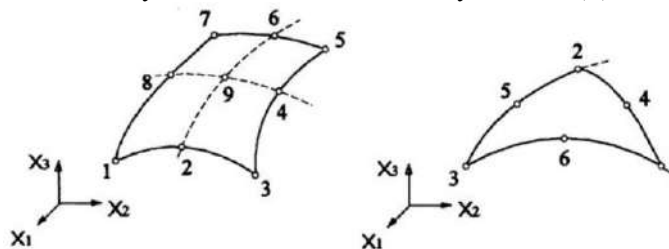


Рисунок 2. Трёхмерные четырёхугольные и треугольные квадратичные элементы

$$c^i u^i + \int_{\Gamma} p^* u d\Gamma = \int_{\Gamma} u^* p d\Gamma \quad (3)$$

После процесса дискретизации и размещения в общем узле i уравнение (3), которое мы теперь будем использовать в качестве представителя любого из трёх типов сред (упругих, пороупругих или скалярных), принимает вид:

$$c^i u^i + \sum_{j=1}^{NE} \left\{ \int_{\Gamma_j} p^* \Phi d\Gamma \right\} u^j = \sum_{j=1}^{NE} \left\{ \int_{\Gamma_j} u^* \Phi d\Gamma \right\} p^j \quad (4)$$

это Γ_j контурная поверхность, связанная с j общим элементом. Уравнение (4) — это уже алгебраическое уравнение, коэффициенты которого зависят от места размещения узла фундаментального решения. Применяя нагрузку/источник в каждом из узлов, составляющих дискретизацию контура, получается система независимых уравнений вида:

$$Hu = Gt \quad (5)$$

где u и t – векторы, содержащие все узловые значения задачи. Коэффициенты H и G в дальнейшем будем называть ядрами интегрирования или интегральными коэффициентами. После применения граничных условий уравнение (5) можно переписать и записать полученную систему:

$$AX = F \quad (6)$$

где X – это вектор неизвестных (компоненты u или p , в зависимости от случая), а F – вектор коэффициентов, который получается путём умножения соответствующих столбцов матриц H и G на известные компоненты u и p соответственно. Таким образом, для полной постановки задачи остаётся только рассмотреть вычисление матриц H и G .

Оценка контурных интегралов: в этом разделе рассматривается вычисление интегралов, расширенных до элементов, в которых контур, фигурирующий в уравнении (4), дискретизирован. На каждом элементе j для узла приложения i нагрузки дискретизации решаемые интегралы имеют вид [3]:

$$\begin{aligned} GW^{ij} &= \int_{\Gamma_j} u^* \Phi d\Gamma \\ HW^{ij} &= \int_{\Gamma_j} p^* \Phi d\Gamma \end{aligned} \quad (7)$$

При размещении нагрузки на всех узлах на протяжении всей дискретизации возникают два случая в зависимости от того, где прилагается нагрузка по отношению к узлам, входящим в состав элемента, по которому производится интегрирование. В одном узле приложения i не является частью элемента j ; в другом узел приложения i является частью элемента j .

В первом случае интегралы (7) можно вычислить численно, используя стандартную квадратуру Гаусса на прямоугольных или треугольных элементах, в зависимости от случая. Необходимо внести изменение в систему отсчета, поскольку квадратуры выражаются через систему отсчета, присущую элементу, (ξ_1, ξ_2) что требует преобразования его геометрических переменных в эту систему отсчёта. Если уравнения (7) выразить в указанной системе отсчёта, они останутся следующими:

$$\begin{aligned} GW^{ij} &= \int_{\xi_1} \int_{\xi_2} u^* \Phi |J_A| d\xi_1 d\xi_2 \\ HW^{ij} &= \int_{\xi_1} \int_{\xi_2} p^* \Phi |J_A| d\xi_1 d\xi_2 \end{aligned} \quad (8)$$

где J_A преобразование Якобиана, которое в данном случае принимает значение:

$$|J_A| = \sqrt{\left(\frac{\partial x_2}{\partial \xi_1} \frac{\partial x_3}{\partial \xi_2} - \frac{\partial x_3}{\partial \xi_1} \frac{\partial x_2}{\partial \xi_2} \right)^2 + \left(\frac{\partial x_3}{\partial \xi_1} \frac{\partial x_1}{\partial \xi_2} - \frac{\partial x_1}{\partial \xi_1} \frac{\partial x_3}{\partial \xi_2} \right)^2 + \left(\frac{\partial x_1}{\partial \xi_1} \frac{\partial x_2}{\partial \xi_2} - \frac{\partial x_2}{\partial \xi_1} \frac{\partial x_1}{\partial \xi_2} \right)^2} \quad (9)$$

Выраженные таким образом уравнения (8) теперь готовы для оценки. Пределы интегрирования для четырёхугольных элементов будут равны -1 и 1, а для треугольных элементов — 0 и 1.

Во втором случае, когда точка размещения i является частью элемента j , на котором она интегрирована, ядра u^* и p^* присутствуют особенности $O\left(\frac{1}{r}\right)$ и/или $O\left(\frac{1}{r^2}\right)$, что не позволяет осуществить прямую квадратуру, как в предыдущем случае. Процесс интегрирования требует более сложной предварительной численной обработки по мере увеличения порядка сингулярности.

Интегрирование членов со слабой особенностью $O\left(\frac{1}{r}\right)$: Процедура оценки этого типа

терминов состоит в том, чтобы сделать подынтегральное выражение регулярным путём внесения изменения в систему отсчёта. Чтобы изменение устранило сингулярность, необходимо, чтобы преобразование Якобиана из одной системы отсчета в другую было порядка $O(r)$. Эти типы стратегий были предложены Лачатом и Уотсоном и впоследствии были рассмотрены ((Ли, Хан и Манг), (Теллес) и (Серролаза и Аларкон)) среди других. Подробное применение этой техники на четырёхугольных элементах можно подробно увидеть у Маэсо и на треугольных элементах у Домингеса.

Интегрирование членов с сильной особенностью $O\left(\frac{1}{r^2}\right)$: В библиографии имеется большое

количество стратегий, которые направлены на оценку терминов этого типа либо косвенно (Бреббия и Домингес), либо напрямую ((Ли, Хан и Манг), (Джуджиани и Казалини) или (Джуджиани и Гиганте)). Процедура, использованная в нашем случае, соответствует показу того, что сингулярность является «фиктивной», поскольку она затухает по мере включения вкладов соседних элементов. Методика применима для криволинейных элементов любого порядка и типа и основана на конкретном выявлении членов с сильной особенностью, которые будут регуляризованы непосредственно в декартовых координатах удобным способом для получения поверхностного интеграла и ещё одного линейного интеграла, продолженного до периметра элемента, как не особого, так и вычислимого с использованием стандартной квадратуры. Применение вышеупомянутой процедуры можно подробно увидеть в работах.

Результаты анализа. Спаренная модель, граничные условия и формулировка условий на границах раздела: с учётом того, что предлагаемые модели включают различные контактирующие области, для полного определения динамической задачи в частотной области необходимо наложить граничные условия в терминах первичных переменных или их производных. После устранения временной зависимости в основных уравнениях необходимость в применении начальных условий отпадает.

В таблице 1 представлено определение вектора напряжённости в зависимости от типа среды, действующей в точке x на контуре Γ с внешней нормалью n .

Таблица 1.

Определение вектора напряженности в зависимости от типа региона

Вязкоупругие твёрдые вещества	$t_i^s(x, \omega) = \sigma_{ij}^s(x, \omega) n_j(x) \quad x \in \Gamma$ где σ_{ij}^s - тензор напряжений твёрдого тела
Пороэластичные области	$t_i^e(x, \omega) = \tau_{ij}(x, \omega) n_j(x) \quad x \in \Gamma$ τ_{ij} - эквивалентный тензор напряжений на твердой матрице
Пороупругие области	$t_i^p(x, \omega) = t_i^e(x, \omega) + \tau(x, \omega) n_j(x) \quad x \in \Gamma$

Внешние условия: в общем, при изучении динамического поведения любой из рассматриваемых сред будет существовать контурная зона (Γ_1), в которой будут известны фундаментальные переменные (естественные граничные условия), и дополнительная зона, (Γ_2) в которой производные переменные (существенные граничные условия) являются данными [6].

Для вязкоупругих твёрдых тел, в которых смещение является основной переменной, а напряжение — производной переменной:

$$u_i^s = \bar{u}_i^s \text{ в } \Gamma_1, \quad t_i^s = \bar{t}_i^s \text{ в } \Gamma_2$$

$$\text{где } \Gamma_1 \cup \Gamma_2 = \Gamma \text{ и } \Gamma_1 \cap \Gamma_2 = \emptyset$$

Для жидких сред давление (p^w) является фундаментальной переменной. Производная переменная представляет собой поток давления в контуре, ($q^w = p_{,n}$) эквивалентный нормальному смещению частиц жидкости, (U_n^w) поскольку обе переменные связаны уравнением $q^w = \frac{\partial p}{\partial n} = \rho \omega^2 U_n^w$.

Так:

$$p^w = \bar{p}^w \text{ в } \Gamma_1, \quad \frac{\partial p}{\partial n} = \bar{q}^w \text{ в } \Gamma_2$$

В случае пороупругих сред в качестве фундаментальных переменных будут приняты вектор смещения в твёрдом скелете (u^e) и эквивалентное напряжение в жидкости (τ). Производными переменными являются вектор напряжения в скелете (t^e) и смещение по нормали к контуру жидкости (U_n). В этом типе сред можно различать проницаемые и непроницаемые контуры. Первые характеризуются тем, что в них поровое давление равно нулю ($\tau = 0$). В этом случае может быть известен вектор смещения твердой фазы ($u_i^e = \bar{u}_i^e$) или эквивалентное напряжение на ней ($t_i^e = \bar{t}_i^e$).

Если контур непроницаем, нормальные составляющие смещения в обеих фазах равны ($u_i^e = U_n$). Последнее может быть известно, а неизвестными будут эквивалентные напряжения в обеих фазах или ($u_n^e = U_n = \bar{u}_n$) будут известны суммарное напряжение на контуре ($t_i^p = \bar{t}_i^p$) и неизвестное смещение. В сейсмотехнике для поверхности полупространства могут быть предложены оба типа граничных условий. Оба представляют две крайности физической реальности проблемы. В непроницаемом случае можно думать, что жидкая фаза среды каким-то образом захвачена твердым скелетом. В этой проблеме $p \neq 0$ на поверхности может начаться процесс, известный как разжижение, который представляет собой не что иное, как потерю эффективного натяжения между частицами зернистого твердого скелета. Интерес представляет количественная оценка влияния обоих граничных условий на задачу о пороупругом полупространстве, подверженном воздействию плоских волн, что можно проследить в представленных результатах [7].

Условия на интерфейсах: динамический анализ моделей, включающих три типа сред (вязкоупругую, скалярную и пороупругую), должен учитывать взаимодействие между ними на границах раздела или контурах, общих для двух из этих областей. Это взаимодействие описывается математически через выполнение уравнений баланса напряжений и условий совместимости перемещений обеих сред во всех точках указанных контуров.

В представленных моделях выделяют шесть типов границ раздела в зависимости от характера взаимодействующих сред: вязкоупруго-вязкоупругие, жидкость-жидкость, вязкоупруго-жидкостные, вязкоупруго-пороупругие, пороупруго-жидкостные и пороупруго-пороупругие. В таблице 2 приведены условия равновесия и совместимости для каждого из указанных случаев [8].

Таблица 2.

Условия равновесия и совместимости на границах раздела

Тип интерфейса	Уравнения равновесия	Уравнения совместимости
вязкоупругое (s^1) твёрдое тело вязкоупругое твёрдое тело (s^2)	$t^{s^1} + t^{s^2} = 0$	$u^{s^1} = u^{s^2}$
вода (w^1) вода (w^2)	$p^{w^1} = p^{w^2}$	$U_n^{w^1} + U_n^{w^2} = 0$
твёрдая вязкоупругая (s) вода (w)	$t^s - p^w n^w = 0$	$u^s n^s + U_n^w = 0$
твёрдый вязкоупругий (s) пороэластичный материал (p)	Водонепроницаемое состояние. $t^s + t^e + \tau n^p = 0$ Водопроницаемое состояние $t^s + t^e = 0$ и $\tau = 0$	Водонепроницаемое состояние $u^s = u^e$ и $u^e n^p = U_n^p$ проницаемое состояние $u^s = u^e$
водопороэластичный (w) материал (p)	$\frac{\tau^p}{\phi} = p^w, t^e - (1 - \phi)p^w n^w = 0$	$U_n^w + [u^e n^p (1 - \phi) + U_n^p \phi] = 0$
пороэластичный материал (p^1) пороэластичный материал (p^2)	$\frac{\tau^{p^1}}{\phi^{p^1}} = \frac{\tau^{p^2}}{\phi^{p^2}}$ $t^{p^1} + \tau^{p^1} n^{p^1} + t^{p^2} + \tau^{p^2} n^{p^2} = 0$	$u^{e^1} = u^{e^2}$ $\phi^{p^1}(U_n^{p^1} - u^{e^1} n^{p^1}) +$ $+ \phi^{p^2}(U_n^{p^2} - u^{e^2} n^{p^2}) = 0$

Дублирование узлов на наклонных краях и стратегия неузлового размещения: как уже было ясно из предыдущих разделов, цель этой работы состоит в разрешении связанных моделей, включающих три типа сред, формулировка которых была изложена. До сих пор мы изучали, как после дискретизации контура его основное интегральное уравнение применяется к каждой области в точках исключительно на контуре и как подходить к вычислению интегралов в каждом случае. Кроме того, выявлена связь (баланс и совместимость), которая должна существовать в узлах, одновременно принадлежащих элементам из разных регионов. Однако осталось построить глобальную матрицу

системы, разрешение которой приводит к решению задачи. Трудность формирования этой матрицы очевидна, если проанализировать сложность задачи: с одной стороны, могут существовать узлы, расположенные на «наклонных рёбрах», то есть узлы, одновременно принадлежащие двум и более элементам с разными ассоциированными элементами. нормальные векторы, что подразумевает отсутствие непрерывности в напряжениях или потоках (полученных из первичных переменных). С другой стороны, узел может принадлежать областям разной природы, а это означает, что он имеет разное число степеней свободы, если его рассматривать как принадлежащий той или иной области. Вся эта казуистика существенно усложняет разработку процедуры, учитывающей все возможные комбинации. Техника, упрощающая эту задачу, уже использованная Мединой в задачах 2D-взаимодействия и Маесо в связанной 3D-модели, состоит в дублировании узлов, входящих в пересечение контуров с разными ограничениями, столько раз, сколько сходятся интерфейсы, таким образом, достигая способа разъединить степени свободы, соответствующие каждому региону (рисунок 3). Этот метод, который очень практичен при сборке матрицы системы, имеет недостаток, заключающийся в увеличении количества узлов в модели по сравнению с увеличением степеней свободы и, следовательно, размера системы решаемых уравнений. Учитывая, что количество повторяющихся узлов невелико по отношению к общему количеству узлов в модели, метод весьма удобен [8].

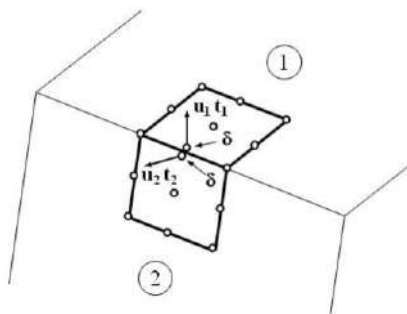


Рисунок 3. Дублирование узлов в краевых задачах

Математически, удвоив узел, мы дублируем основную переменную u и её производную t на указанном ребре, (u_1, u_2, t_1, t_2) что позволяет предложить дискретизированное интегральное уравнение с размещением в дублированном узле:

$$\begin{aligned} h_{11}u_1 + h_{12}u_2 - g_{11}t_1 - g_{12}t_2 + \dots &= \bar{f} \\ h_{21}u_1 + h_{22}u_2 - g_{21}t_1 - g_{22}t_2 + \dots &= \bar{f} \end{aligned} \quad (10)$$

где в h_{11} и h_{22} входит свободный член, а в $\bar{f}$ входит произведение значений, наложенных $(\bar{u}, \bar{t})$ по контуру, и соответствующих коэффициентов интегрирования [9].

В зависимости от задачи эта стратегия, как мы увидим ниже, в определённых случаях недостаточна. Например, когда оба контура принадлежат одной и той же области и дублируются из-за проблем с непрерывностью в норме, два из четырёх неизвестных будут данными. Нет проблем, когда этими двумя данными являются два напряжения или напряжение и смещение, поскольку путём решения системы уравнений (10) можно рассчитать две другие переменные. Проблема возникает, когда оба смещения известны ($u_1 = u_2 = \bar{u}$) из-за граничных условий. В этом случае два уравнения (10) равны и система сингулярная. Такая ситуация, не являющаяся исключительной для случая, послужившего примером, встречается сравнительно часто и известна как «угловая проблема». Таким образом, проблема проявляется и в узлах, являющихся частью интерфейсов между разными регионами. Уже использованный теми же авторами, упомянутыми выше метод, позволяющий избежать этого неудобства, основан на замене одного из уравнений (или обоих) (10) другим, в котором точка размещения слегка смещена. При этом очевидно, что точка размещения не совпадает ни с одним узлом дискретизации, поэтому коэффициенты системы будут несколько отличаться, и результирующая система уравнений потеряет сингулярный характер. Эта процедура, получившая название «неузловое размещение», требует некоторых корректировок, как в дискретном интегральном равенстве, так и в процедурах численного вычисления интегральных коэффициентов в самом элементе и соседних элементах. Кроме того, использование этой процедуры облегчает использование несоответствующих дискретизаций, которые облегчают объединение различных

контуров, позволяя уменьшать или даже исключать элементы при выполнении транзакций между областями дискретизации с элементами разного размера (рисунок 4).

Дискретизированное интегральное равенство (4) для точки размещения i внутри общего элемента Γ_k немного модифицируется следующим образом [10]:

$$c^i \Phi u^k + \sum_{j=1}^{NE} \left\{ \int_{\Gamma_j} p^* \Phi d\Gamma \right\} u^j = \sum_{j=1}^{NE} \left\{ \int_{\Gamma_j} u^* \Phi d\Gamma \right\} p^j \quad (11)$$

– u^k вектор узловых перемещений элемента Γ_k и Φ матрица функций формы, конкретизированная для естественных координат (ξ_1, ξ_2) точки размещения. Свободный срок в этих случаях будет всегда $c_{ik}^i = 0.5\delta_{ik}$. Обо всём, что связано с этой стратегией, можно узнать в Chirino, Maeso и Aznárez у Aznárez.

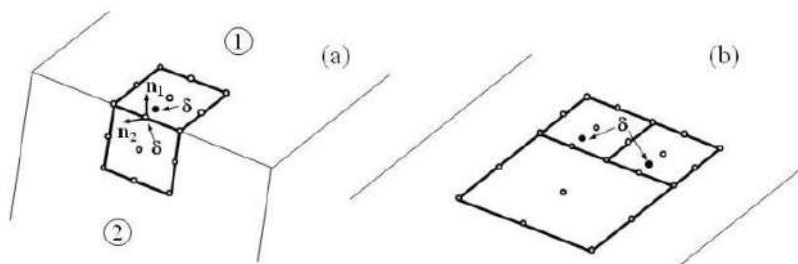


Рисунок 4. Стратегия не узлового размещения в угловых задачах (а) и при не конформной дискретизации (б).

Заключение. В работе исследовано применение метода граничных элементов (МГЭ) для моделирования взаимодействия вязкоупругих, пороупругих и скалярных сред. Сформулированы условия равновесия и совместности на шести типах границ раздела, что позволяет корректно описывать динамические процессы. Рассмотрены численные аспекты, включая обработку интегралов с особенностями и стратегию дублирования узлов для учёта специфики интерфейсов. Метод показал свою эффективность для гармонических задач, обеспечивая точные результаты при разумных вычислительных затратах. В будущем предполагается его применение к более сложным моделям и задачам с нелинейными эффектами.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Kholmurodov A.E., Toshmurodova G. Singular solutions of one-dimensional SH wave equation in porous media. // *Siberian Electronic Mathematical Reports*, 2016. 300-304-p.
2. Imomnazarov B.K., Mikhailov A.A., Khaydarov I.Q., Kholmurodov A.E. Численное решение задачи переноса растворенного вещества в пороупругом глинистом сланце. // *Siberian Electronic Mathematical Reports*, 2021. 694-702-p.
3. Leontovich M.A. Introduction to thermodynamics. // *Static physics: Textbook*. Village - M.: Science. 1983.-416-p.
4. Dorovsky V.N. Equations of continuum theory of filtration. Novosibirsk, 1987, 9 p. (Prepr / IGI G SB USSR Academy of Sciences, No. 9).
5. Khalatnikov I.M. Theory of superfluidity. - M.: Nauka, 1971.– 320 p.
6. Kholmurodov A.E., Imomnazarov Kh.Kh. Direct and inverse dynamic problems for the equation of SH waves in a porous medium // *Bulletin of NUUz, series mechanics-mathematics*, 2006, No.2, pp. 86-91.
7. Kholmuradov A.E., Imomnazarov Kh.Kh. Direct and inverse dynamic problems for SH-waves in porous media // *Mathematical and Computer Modelling*, V.45, Issues 3-4, 2007, pp. 270-280. (№1.Web of Science. IF=1.602).
8. Xolmurodov, A., Matanov, M., Quzratov, M. (2024, November). Propagation of harmonic plane waves in an elastic half-space. // *Field equations. In AIP Conference Proceedings (Vol. 3244, No. 1)*. AIP Publishing.
9. Kholmurodov, A.E., Matanov, M.C. (2024). Seismic excitation model of half-space propagation of rayleigh waves. // *Проблемы вычислительной и прикладной математики*, (6 (62)), 45-56.
10. Xolmurodov, A.E., Matanov, M.C. (2024). Reflection of sv waves in the elastic half-space. field equations for angles of incidence less than the critical one: Reflection of sv waves in the elastic half-space. field equations for angles of incidence less than the critical one. // *Modern problems and prospects of applied Mathematics*, 1(01).

ТРАЕКТОРИЯ КВАДРАТИЧНЫХ СТОХАСТИЧЕСКИХ ОПЕРАТОРОВ,
ОПРЕДЕЛЁННЫХ НА ПРЯМОМ ПРОИЗВЕДЕНИИ $S^1 \times S^1$

Мейлиев Хабибулла Жамолович,
доцент кафедры “Математика” университета Экономика и педагогика
Эшонкулов Жавохир Собирович,
доцент кафедры “Математика” университета Экономика и педагогика
Жамолов Мадамин Хабибулла угли,
магистрант университета Точных и социальных наук

Аннотация. В данной статье мы рассмотрим траектории квадратичных стохастических операторов, определённых на декартовом произведении. В ходе исследования была доказана сюръективность и найдена неподвижная точка квадратичных стохастических операторов. Построенный квадратичный стохастический оператор был проверен на соответствие оператору Менделеева.

Ключевые слова: множество, предельные точки, траектория, точка, квадратичный стохастический оператор, аллель, генотип, сюръективный, отображение.

TRAJECTORY OF QUADRATIC STOCHASTIC OPERATORS DEFINED IN THE $S^1 \times S^1$
DIRECT PRODUCTION

Abstract. In this paper, we consider the trajectories of quadratic stochastic operators defined on a Cartesian product. We prove surjectivity and find a fixed point of quadratic stochastic operators. We check constructed quadratic stochastic operators for Mendeleyevism.

Keywords: set, limit points, trajectories, point, square, stochastic, operator, allele, genotype, surjective, mapping.

$S^1 \times S^1$ TO‘G‘RI KO‘PAYTMADA ANIQLANGAN KVADRATIK STOXASTIK
OPERATORLARNING TRAEKTORIYSI

Annotatsiya. Ushbu maqolada dekart ko‘paytmada aniqlangan kvadratik stoxastik operatorlarning trayektoriyalarini ko‘rib chiqamiz. Tadqiqot davomida syurektivlik isbotlandi va kvadratik stoxastik operatorlarning qo‘zg‘almas nuqtasi topildi. Qurilgan kvadratik stoxastik operator Mendeleyev operatoriga tekshirildi.

Kalit so‘zlar: to‘plam, limit nuqtalar, traektoriya, nuqta, kvadratik stoxastik operator, allel, genotip, syurektiv, akslantirish.

Введение. Понятие квадратичного стохастического оператора, впервые было дано в работе С.Н.Бернштейна [1], посвящённой решению одной математической проблемы, связанной с теорией наследственности. Квадратичные операторы, как объект исследования, появились на рубеже тридцатых годов в работах Улама [2], где была поставлена задача изучения поведения траекторий квадратичных операторов. Невозможность создания достаточно развитых аналитических методов в силу сложных и громоздких рекурренций при изучении траекторий и необходимость проведения очень большого числа вычислений при изучении конкретных квадратичных операторов не стимулировали интерес к этой задаче. Создание ЭВМ в сороковых годах возродило интерес к проблеме изучения поведения траекторий квадратичных операторов. Улам и его сотрудники провели вычисления на ЭВМ для достаточно большого числа квадратичных операторов.

Квадратичные стохастические операторы появляются в весьма различных областях математики и её приложений: теории вероятностей, теории дифференциальных уравнений, теории динамических систем, математической биологии и других.

Теория квадратичных стохастических операторов развивалась в течение более 90 лет, и было опубликовано много работ.

Квадратичный стохастический оператор (КСО) свободной популяции имеет следующий смысл:

Рассмотрим некоторую биологическую популяцию, т.е. замкнутое относительно размножения сообщество организмов. Предположим, что каждая особь, входящая в популяцию, принадлежит

некоторой единственной из n разновидностей $1, 2, 3, \dots, n$. Шкала разновидностей (признаков, фенотипов, генотипов) должна быть такой, чтобы разновидности родителей i и j однозначно определяли вероятность каждой разновидности k для непосредственного потомка первого поколения. Обозначим эту вероятность («Коэффициент наследованности») через $P_{ij,k}$. Очевидно, что в этом случае выполнены условия:

$$P_{ij,k} \geq 0, \sum_{k=1}^n P_{ij,k} = 1, \text{ для всех } i, j, k$$

Предположим, что популяция настолько велика, что можно пренебречь флуктуациями частот. Тогда её состояния можно описывать набором $x = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ вероятностей разновидностей. т.е. x_i есть доля разновидности i в популяции.

При так называемой панмиксии или случайном скрещивании при фиксированном состоянии $x = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ родительские пары i и j образуются с вероятностью $x_i x_j$ и, следовательно,

$$x'_k = \sum_{i,j=1}^n P_{ij,k} x_i x_j \quad (1)$$

будет полной вероятностью среди непосредственных потомков.

$$\text{Множество } S^{n-1} = \{x = (x_1, x_2, \dots, x_n) : x_i \geq 0, \quad i=1, 2, \dots, n, \quad \sum_{i=1}^n x_i = 1\} \quad (2)$$

называется $n-1$ -мерным симплексом и, так как $\sum_{k=1}^n x'_k = 1$ и $x'_k \geq 0$, то отображение (2)

называется квадратичным стохастическим оператором, переводит симплекс S^{n-1} в себя.

где $P_{ij,k}$ -коэффициенту наследованности удовлетворяют условия:

$$P_{ij,k} \geq 0, \quad \sum_{k=1}^n P_{ij,k} = 1, \quad i, j, k. \quad (3)$$

Среди математических моделей генетики важную роль играют модели, порождённые квадратичными операторами.

Траектория $\{(x^{(t)})\}_{t=0}^{\infty}$, $t = 1, 2, \dots$ для $x^{(0)} \in S^{n-1}$ под действием КСО (2) определяется следующим образом:

$$x^{(n+1)} = V(x^{(n)}), n = 0, 1, 2, \dots$$

Одна из основных задач для данного оператора в математической биологии состоит в изучении асимптотического поведения траекторий. Это проблема была полностью решена для вольтерровских КСО, которые определяются равенствами (1) - (3) и дополнительным предположением:

$$P_{ij,k} = 0, \text{ если } k \notin \{i, j\} \quad (4)$$

В настоящей работе мы рассматриваем квадратичные стохастические операторы двуполой популяции на одномерном симплексе.

Определения. Пусть $F = \{F_1, F_2, F_3, \dots, F_n\}$ – множество женского типа, $M = \{M_1, M_2, M_3, \dots, M_v\}$ – множество мужского типа. Состоянием популяции называется пара распределений вероятностей $x = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ – и $y = \{y_1, y_2, y_3, \dots, y_v\}$ – на множествах, соответственно, F и M .

$$x_i \geq 0, \quad \sum_{i=1}^n x_i = 1 \quad (5)$$

$$y_i \geq 0, \quad \sum_{i=1}^v y_i = 1$$

Пространством состояний данной популяции является $S^{n-1} \times S^{v-1}$ декартово произведение $(n-1)$ -мерного симплекса S^{n-1} на $(v-1)$ -мерный симплекс S^{v-1} .

Дифференциация популяции называется наследственной, если при любом состоянии (x, y) в поколении G однозначно определено состояние (x', y') , возникающее в следующем поколении G' путём скрещиваний и отбора.

Отображение $W: S^{n-1} \times S^{v-1} \rightarrow S^{n-1} \times S^{v-1}$, отображающее $(n-1)^* (v-1)$ мерное декартово произведение на себя, определяемое равенством:

$$(x', y') = W(x, y), (x, y) \in S^{n-1} \times S^{v-1} \quad (6)$$

называется эволюционным оператором. В координатах оно превращается в систему равенств:

$$x'_i = f_i(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, y_1, y_2, y_3, \dots, y_v),$$

$$1 \leq i \leq n,$$

(7)

$$y'_k = g_k(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, y_1, y_2, y_3, \dots, y_v),$$

$$1 \leq k \leq v,$$

которые также называются эволюционными. Отображение (7) при любом начальном состоянии (x^0, y^0) однозначно определяет траекторию:

$$\{(x^{(t)}, y^{(t)})\}_{t=0}^{\infty}: (x^{(t+1)}, y^{(t+1)}) = \quad (8)$$

$$W((x^{(t)}, y^{(t)})) = W^{(t+1)}((x^{(0)}, y^{(0)})), \quad t = 1, 2, \dots$$

Множество предельных точек траектории, начинающейся в точке (x^0, y^0) , называется её предельным множеством и обозначается через $\omega(x^0, y^0)$.

Выведем эволюционные уравнения двуполой популяции. Исходными данными для этого являются коэффициенты наследственности $P_{ik,j}^{(f)}, P_{ik,j}^{(m)}$. Величина $P_{ik,j}^{(f)}$ определяется как вероятность рождения потомка женского типа F_j , $1 \leq j \leq n$, у матери типа F_j , $1 \leq j \leq n$, и отца типа M_k , $1 \leq k \leq v$. Аналогично определяется $P_{ik,j}^{(m)}$, $1 \leq i \leq n, 1 \leq k \leq v$, очевидно,

$$P_{ik,j}^{(f)} \geq 0, \quad \sum_{j=1}^n P_{ik,j}^{(f)} = 1 \quad (9)$$

$$P_{ik,j}^{(m)} \geq 0, \quad \sum_{j=1}^v P_{ik,j}^{(m)} = 1$$

коэффициенты наследственности суммарно учитывает, например, такие факторы, как рекомбинационный процесс, отбор гамет, мутации, дифференциальная рождаемость.

Пусть (x, y) - состояние в поколении G . (x', y') , возникающее в следующем поколении G' , в момент его содержания вероятности типов находятся по формуле полной вероятности:

$$W: \begin{cases} x'_j = \sum_{i,k=1}^{n,v} P_{ik,j}^{(f)} x_i y_k, 1 \leq j \leq n, \\ y'_l = \sum_{i,k=1}^{n,v} P_{ik,l}^{(m)} x_i y_k, 1 \leq l \leq v, \end{cases} \quad (10)$$

Квадратичный стохастический оператор называется менделеевским, если правила наследования, определённые этим оператором, удовлетворяют законам Менделя [8], т.е. траектории квадратичный стохастический операторы стабилизируются со второго шага.

Пусть $n=v=2$. Приведём некоторые модели, описываемые квадратичными стохастическими операторами.

1. В модели наследственной передачи, предложенной Элстоном и Стьюартом в 1971 году [8], передача признака от родителей к потомству описывается тремя показателями вероятности этой передачи:

$P_{AA,A}^{(f)}$ - от женского типа родителя с генотипом AA ребёнку передаётся аллель A , $P_{aA,A}^{(f)}$ - от женского типа родителя с генотипом aA ребёнку передаётся аллель A , $P_{AA,a}^{(f)}$ - от женского типа родителя с генотипом Aa ребёнку передаётся аллель A , $P_{AA,A}^{(f)}$ - от женского типа родителя с генотипом AA ребёнку передаётся аллель A и тогда $P_{aA,a}^{(f)} = 1 - P_{AA,A}^{(f)}$.

$P_{AA,A}^{(m)}$ - от мужского типа родителя с генотипом AA ребёнку передаётся аллель A , $P_{aA,A}^{(m)}$ - от мужского типа родителя с генотипом aA ребёнку передаётся аллель A , $P_{AA,a}^{(m)}$ - от мужского типа

родителя с генотипом Aa ребёнку передаётся аллель A , $P_{AA,A}^{(m)}$ - от мужского типа родителя с генотипом AA ребёнку передаётся аллель A и тогда $P_{a,a}^{(m)} = 1 - P_{AA,A}^{(m)}$.

Пусть x_1y_1, x_1y_2, x_2y_1 и x_2y_2 частоты генотипов AA, Aa, aA и aa соответственно. Тогда квадратичный стохастический оператор определяет, как изменяются частоты генотипов от поколения к поколению по формуле (10):

Обозначим для краткости генотипы AA, Aa, aA и aa через 11, 12, 21, и 22 соответственно.

$$W: \begin{cases} x'_j = \sum_{i,k=1}^2 P_{ik,j}^{(f)} x_i y_k, 1 \leq j \leq n, \\ y'_l = \sum_{i,k=1}^2 P_{ik,l}^{(m)} x_i y_k, 1 \leq l \leq v, \end{cases} \quad (11)$$

Или по расширению

$$W: \begin{cases} x'_1 = P_{11,1}^{(f)} x_1 y_1 + P_{12,1}^{(f)} x_1 y_2 + P_{21,1}^{(f)} x_2 y_1 + P_{22,1}^{(f)} x_2 y_2, \\ x'_2 = P_{11,2}^{(f)} x_1 y_1 + P_{12,2}^{(f)} x_1 y_2 + P_{21,2}^{(f)} x_2 y_1 + P_{22,2}^{(f)} x_2 y_2, \\ y'_1 = P_{11,1}^{(m)} x_1 y_1 + P_{12,1}^{(m)} x_1 y_2 + P_{21,1}^{(m)} x_2 y_1 + P_{22,1}^{(m)} x_2 y_2, \\ y'_2 = P_{11,2}^{(m)} x_1 y_1 + P_{12,2}^{(m)} x_1 y_2 + P_{21,2}^{(m)} x_2 y_1 + P_{22,2}^{(m)} x_2 y_2, \end{cases} \quad (12)$$

В соответствии с гипотезой о менделеевском типе наследования вероятности определены следующим образом:

$$\begin{aligned} P_{11,1}^{(f)} &= 1 & P_{12,1}^{(f)} &= 1 & P_{21,1}^{(f)} &= 0 & P_{22,1}^{(f)} &= 0 \\ P_{11,2}^{(f)} &= 0 & P_{12,2}^{(f)} &= 0 & P_{21,2}^{(f)} &= 1 & P_{22,2}^{(f)} &= 1 \\ P_{11,1}^{(m)} &= 1 & P_{12,1}^{(m)} &= 0 & P_{21,1}^{(m)} &= 1 & P_{22,1}^{(m)} &= 0 \\ P_{11,2}^{(m)} &= 0 & P_{12,2}^{(m)} &= 1 & P_{21,2}^{(m)} &= 0 & P_{22,2}^{(m)} &= 1 \end{aligned} \quad (13)$$

Подставляя величины (13) в (12), получим

$$W: \begin{cases} x'_1 = x_1 y_1 + x_1 y_2, \\ x'_2 = x_2 y_1 + x_2 y_2, \\ y'_1 = x_1 y_1 + x_2 y_1, \\ y'_2 = x_1 y_2 + x_2 y_2, \end{cases}$$

Или отсюда, т.к. $x_1 + x_2 = 1, y_1 + y_2 = 1$ окончательно имеем:

$$W: \begin{cases} x'_1 = x_1 \\ x'_2 = x_2 \\ y'_1 = y_1, \\ y'_2 = y_2, \end{cases} \quad (14)$$

Т.е. частоты генотипов не изменяются от поколения к поколению, что составляет первое утверждение в законе Харди-Вайнберга.

Теорема 1. Закон Харди-Вайнберга не изменяются от поколения к поколению и справедлив только при менделеевском типе наследования.

Доказательство. Введём следующие обозначения:

$$P_{AA,A}^{(f)} = a, P_{Aa,A}^{(f)} = b, P_{aA,A}^{(f)} = c, P_{aa,A}^{(f)} = d,$$

$P_{AA,A}^{(m)} = a_1, P_{Aa,A}^{(m)} = b_1, P_{aA,A}^{(m)} = c_1, P_{aa,A}^{(m)} = d_1$, тогда закон Харди-Вайнберга записывается следующим образом:

$$\begin{cases} x = axy + bx(1-y) + c(1-x)y + d(1-x)(1-y) \\ y = a_1xy + b_1x(1-y) + c_1(1-x)y + d_1(1-x)(1-y) \end{cases}$$

$$\text{Или } \begin{cases} x = (a - b - c + d)xy + (b - d)x + (c - d)y + d \\ y = (a_1 - b_1 - c_1 + d_1)xy + (b_1 - d_1)x + (c_1 - d_1)y + d_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - b - c + d = 0 \\ b - d = 1 \\ c - d = 0 \\ d = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a_1 - b_1 - c_1 + d_1 = 0 \\ b_1 - d_1 = 0 \\ c_1 - d_1 = 1 \\ d_1 = 0 \end{cases}$$

Решив эти системы, получим $a=1, b=1, c=0, d=0, a_1=1, b_1=0, c_1=1, d_1=0$, откуда и следует утверждение теоремы.

2. При менделеевском типе наследования квадратичные стохастические операторы $\{P_{ij,k}^{(f)}\}_{i,j,k=1}^2, \{P_{ij,k}^{(m)}\}_{i,j,k=1}^2$ определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} P_{11,1}^{(f)} &= 1, & P_{12,1}^{(f)} &= 1/2, & P_{21,1}^{(f)} &= 1/2, & P_{22,1}^{(f)} &= 0 \\ P_{11,2}^{(f)} &= 0, & P_{12,2}^{(f)} &= 1/2, & P_{21,2}^{(f)} &= 1/2, & P_{22,2}^{(f)} &= 1 \\ P_{11,1}^{(m)} &= 1, & P_{12,1}^{(m)} &= 1/2, & P_{21,1}^{(m)} &= 1/2, & P_{22,1}^{(m)} &= 0 \\ P_{11,2}^{(m)} &= 0, & P_{12,2}^{(m)} &= 1/2, & P_{21,2}^{(m)} &= 1/2, & P_{22,2}^{(m)} &= 1 \end{aligned} \quad (15)$$

Частоты генотипов от поколения к поколению изменяются, и найдены по формуле (12). Подставляя в (12) выше указанные вероятности, получим:

$$W: \begin{cases} x'_1 = x_1 y_1 + \frac{1}{2} x_1 y_2 + \frac{1}{2} x_2 y_1, \\ x'_2 = \frac{1}{2} x_1 y_2 + \frac{1}{2} x_2 y_1 + x_2 y_2, \\ y'_1 = x_1 y_1 + \frac{1}{2} x_1 y_2 + \frac{1}{2} x_2 y_1, \\ y'_2 = \frac{1}{2} x_1 y_2 + \frac{1}{2} x_2 y_1 + x_2 y_2, \end{cases}$$

Или окончательно

$$W: \begin{cases} x'_1 = \frac{1}{2} (x_1 + y_1), \\ x'_2 = \frac{1}{2} (x_2 + y_2), \\ y'_1 = \frac{1}{2} (x_1 + y_1), \\ y'_2 = \frac{1}{2} (x_2 + y_2), \end{cases} \quad (16)$$

Чтобы определить частоты генотипов в следующем поколении, в (16) необходимо подставить x'_1, x'_2, y'_1 и y'_2 т.т. в место x_1, x_2, y_1 и y_2 соответственно, т. е. получим уравнения:

$$W: \begin{cases} x''_1 = \frac{1}{2} (x'_1 + y'_1), \\ x''_2 = \frac{1}{2} (x'_2 + y'_2), \\ y''_1 = \frac{1}{2} (x'_1 + y'_1), \\ y''_2 = \frac{1}{2} (x'_2 + y'_2), \end{cases} \quad (17)$$

Или, подставляя в (17) выражения (16), окончательно имеем:

$$W: \begin{cases} x''_1 = \frac{1}{2} (x_1 + y_1), \\ x''_2 = \frac{1}{2} (x_2 + y_2), \\ y''_1 = \frac{1}{2} (x_1 + y_1), \\ y''_2 = \frac{1}{2} (x_2 + y_2), \end{cases} \quad (18)$$

откуда следует, что частоты генотипов во всех последующих поколениях будут такими же, как в первом поколении. Сформулируем это свойство в виде следующей теоремы.

Теорема 2. Устойчивая (стабильная) частота генотипов достигается за одно поколение.

Это теорема есть третье утверждение закона Харди-Вайнберга, правда, чуть в общем виде.

Из (16) видно, что прообраз $((1;0),(0;1))$ и $((0;1),(1;0))$ пуст, откуда следует, что оператор не является сюръективным отображением.

Таким образом, мы доказали следующую теорему:

Теорема 3. Квадратичные операторы, определённые выше, менделеевские при $v = 2$, $n = 2$ и не являются сюръективным отображением.

Менделеевость оператора эквивалентна тому, что, начиная со второго шага, последовательность $X^{(k+1)}$ стабилизируется.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Розиков У.А., Жамилов У.У.. Вольтерровские квадратичные стохастические операторы двуполой популяции. // Укр.мат.жур., 2001. М. 63. №7.
2. Розиков У.А., Жамилов У.У. О динамике строго невольтеровских квадратичных стохастических операторов на двумерном симплексе.//Мат.сб.-2009.-200, №9.-с.81-94.
3. Мейлиев Х.Ж. Эргодические свойства мер, порожденных одним классом квадратичных операторов. // QarDU xabarlarlari. 2017 г. № 2. 8 стр.
4. Мейлиев. Х.Ж. Квадратичные стохастические операторы.// QarDU xabarlarlari. 2017 г. № 4. 9 стр.
5. Мейлиев Х.Ж. Сюръективные квадратичные стохастические операторы. // QarDU xabarlarlari. 2018 г. № 3. 8 стр.

**О НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ ЕДИНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ,
ДЕЙСТВУЮЩИХ НА РАСТЯЖЕНИЕ В ОБОБЩЁННЫХ ПРОСТРАНСТВАХ ГЕЛЬДЕРА**

Маматов Шамсиддин Каршиевич,

доцент Ургутского филиала

Самаркандского государственного университета

Омонов Шерзод Бахтиёр ўғли,

доцент Ургутского филиала

Самаркандского государственного университета

sherzodomonovphd@gmail.com

Улугбекова Азиза Улугбек қизи,

студент Ургутского филиала

Самаркандского государственного университета

Аннотация. В статье исследуется один функциональный оператор, применяемый в условиях, при которых сингулярные интегральные операторы являются операторами Нётера. Известно, что если образ линейного оператора в банаховых пространствах замкнут, а размерности его ядра и коядра конечны, то такой оператор называется оператором Нётера. Для того чтобы сингулярный интегральный оператор со сдвигом был оператором Нётера в случае, когда функция сдвига контура интегрирования необратима, важно, чтобы соответствующий функциональный оператор был обратимым в рассматриваемом пространстве. В статье исследуются условия, при которых функциональный оператор, содержащий оператор сдвига с необратимой суперпозицией, является обратимым оператором в обобщенных пространствах Гёльдера.

Ключевые слова: банахово пространство, функция сдвига, ядро, коядро, спектральный радиус, обратимый.

**GELDERNING UMUMLASHTIRILGAN BO'SHLIQLARIDA CHO'ZILISHGA
ISHLAYDIGAN YAGONA INTEGRAL OPERATORLARNING NOANIQLIGI TO'G'RISIDA**

Annotatsiya. Maqolada singular integral operatorlarning Nyoter operatori bo'lishlik shartlarida qo'llaniladigan bir funksional operator o'rganiladi. Ma'lumki, Banax fazolarida chiziqli operatorning obrazi yopiq bo'lib, uning yadrosi va koyadrosi o'lchovlari chekli bo'lsa, bunday operator Nyoter operatori deyiladi. Integrallash konturining siljish funksiyasi teskarilanmovchi bo'lgan holda, siljishli singular integral operatorning Nyoter operatori bo'lishligi uchun qaralayotgan fazoda mos funksional operatorning teskarilanuvchi bo'lishligi muhimdir. Maqolada superpozitsiyasi teskarilanmovchi bo'lgan siljish operatorini o'zida saqlovchi funksional operatorning umumlashgan Holder fazolarida teskarilanuvchi operator bo'lishlik shartlari o'rganiladi.

Kalit so'zlar: banax fazosi, siljish funksiyasi, yadro, koyadro, spektral radius, teskarilanuvchi.

**ON THE UNCERTAINTY OF SINGULAR INTEGRAL OPERATORS ACTING ON
STRETCHING IN GENERALIZED HÖLDER SPACES**

Abstract. The article examines a functional operator used in the conditions for singular integral operators to be Noether operators. It is known that in Banach spaces, if the image of a linear operator is closed and the dimensions of its kernel and cokernel are finite, such an operator is called a Noether operator. For a singular integral operator with displacement to be a Noether operator when the displacement function of the integration contour is not invertible, it is crucial that the corresponding functional operator is invertible in the space under consideration. The article investigates the conditions under which a functional operator containing a displacement operator whose superposition is not invertible becomes an invertible operator in generalized Hölder spaces.

Keywords: Banach space, displacement function, kernel, cokernel, spectral radius, invertible.

Введение. Интенсивное систематическое изучение уравнений, в которых предельные значения искомых функций вычисляются в различных точках несущего контура, связаны с сингулярными

интегро-функциональными уравнениями и соответствующими им операторами, у которых линии особенностей ядер задаются отображениями (сдвигами) кривой интегрирования на себя.

Метод исследования и характер получаемых для сингулярных интегральных операторов со сдвигом результатов существенно зависят от пространств, свойств коэффициентов a , d функционального оператора, функции сдвига и контура интегрирования.

В основополагающих для этой проблематики исследованиях Г.С. Литвинчука [1], посвящённых построению теории Нетера сингулярных интегральных операторов, изучался случай периодического диффеоморфизма при предположении непрерывности коэффициентов.

Напомним, что линейный ограниченный оператор называется нетеровым, если образ оператора замкнут, а размерность ядра и коядра конечны.

Весьма значительный вклад в развитие теории сингулярных интегральных операторов с таким сдвигом внесли Н.К. Карапетянц и С.Г.Самко Н.Я.[2-4], Крупник и В.И.Няга[5] и другие. Подчеркнём, что во всех работах, посвящённых сингулярным интегральным операторам со сдвигом, предполагалось, что отображение (сдвиг) действует на контуре носителей гомеоморфно.

Теория с необратимым сдвигом только начинает создаваться. В этом направлении первый шаг сделан был в работах Ю.Д.Латушкина [6] в пространстве L_p что касается теории нетеровости сингулярных интегральных операторов с необратимым сдвигом в обычных и обобщённых пространствах Гельдера, то она до последнего времени не изучалась. Таким образом, в настоящей статье результаты о функциональных операторах и об операторах так называемого взвешенного необратимого сдвига направлены на приложения к теории сингулярных интегральных операторов с необратимым сдвигом. В то же время исследование таких операторов представляет значительный самостоятельный интерес.

Пусть Γ - простой замкнутый гладкий контур, d –диаметр Γ , α – дифференцируемое отображение (сдвиг) Γ на себя, $\alpha'(t) \neq 0$, $t \in \Gamma$. Согласно [1] через Φ обозначим класс неотрицательных функций $\omega(\delta) \neq 0$ заданных в промежутке $(0, d]$ и удовлетворяющих условиям:

а) $\omega(\delta)$ является модулем непрерывности,

б) $\sup_{\delta \in (0, d]} \frac{\delta}{\omega(\delta)} \int_0^d \frac{\omega(t)}{t^2 + t\delta} dt < +\infty$.

В качестве характеристики непрерывных на Γ функций выбирается модуль непрерывности

$$\omega(f, \delta) = \sup_{|t-\tau| < \delta} |f(t) - f(\tau)|, \delta \in (0, d].$$

Определение 1. Комплексная функция $f(t)$ принадлежит классу $H_\omega(\Gamma)$. Если она определена на кривой и удовлетворяет условию:

$$\omega(f, \delta) \leq c_f \omega(\delta), \delta \in (0, d], \text{ где } \omega(\delta) \in \Phi,$$

c_f - постоянная, зависящая от функции $f(t)$.

Известно, что $H_\omega(\Gamma)$ становится банаховым пространством, если ввести норму следующим образом:

$$\|f\|_{H_\omega(\Gamma)} = \|f\|_{C(\Gamma)} + \sup_{\delta \in (0, d]} \frac{\omega(f, \delta)}{\omega(\delta)}.$$

Пространство $H_\omega(\Gamma)$ назовем обобщённым пространством Гельдера. В частности, если $\omega(\delta) = \delta^\mu$ ($0 < \mu < 1$), то $H_\omega(\Gamma)$ превращается в обычное пространство Гельдера $H_\mu(\Gamma)$. Пусть $\mathcal{E}$ - множества фиксированных точек Γ .

Определение 2. Функция $\omega(\delta)$ принадлежит множеству Φ_0 , если $\omega(\delta) \in \Phi$ и для любого постоянного $k > 0$ существует предел $\lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\omega(k\delta)}{\omega(\delta)}$. Заметим, что множество $\bigcup_{\omega \in \Phi_0} H_\omega$ намного шире множества обычных гильдеровских функций H_μ , ($0 < \mu < 1$). Нормы $\|\cdot\|_{H_\omega^0}$ и $\|\cdot\|_{H_\omega}$ эквивалентны в пространстве $H_\omega^0(\Gamma, \mathcal{E})$. В самом деле

$$\|f\|_{H_\omega^0(\Gamma, \mathcal{E})} \leq \|f\|_{H_\omega(\Gamma)}.$$

С другой стороны для $f(t) \in H_\omega^0$

$$\|f\|_{C(\Gamma)} \leq \omega(d) \cdot \|f\|_{\omega}$$

И, следовательно,

$$\frac{1}{\omega(d) + 1} \|f\|_{H_\omega(\Gamma)} \leq \|f\|_{H_\omega^0(\Gamma, \mathcal{E})} \leq \|f\|_{H_\omega(\Gamma)}$$

Определение 3. Скажем, что функция $f(t) \in H_{\omega}^0(\Gamma, \mathbb{E})$, если для всех $\tau \in \mathbb{E}$ $f(\tau) = 0$.

Введём в $H_{\omega}^0(\Gamma, \mathbb{E})$ норму

$$\|f\|_{H_{\omega}^0(\Gamma, \mathbb{E})} = \sup_{\delta \in (0, d]} \frac{\omega(f, \delta)}{\omega(\delta)} = \|f\|_{\omega}.$$

Отметим, что $H_{\omega}^0(\Gamma, \mathbb{E})$ тоже является банаховым пространством.

Пусть $\alpha: \Gamma \rightarrow \Gamma$ – листное сохраняющее ориентацию неособое дифференцируемое растягивающее ($|\alpha'(t)| > 1$) отображение простого замкнутого гладкого контура Γ на себя, $N \in \mathbb{N}, \alpha^N(t) \neq 0, t \in \Gamma, N \geq 2$. Через W обозначим оператор необратимого сдвига, действующий по правилу $(Wf)(t) = f(\alpha(t)), t \in \Gamma$, через g – оператор умножения на обобщённо гильберговскую функцию взвешенного необратимого сдвига будем называть $T_g = gW$.

Оператор W ограниченно действует в $H_{\omega}(\Gamma)$, и для его нормы справедлива следующая оценка:

$$\|W\|_{H_{\omega}(\Gamma)} \leq \max \left\{ 1, \sup_{t, x \in \Gamma} \frac{\omega(|\alpha(t) - \alpha(x)|)}{\omega(|t - x|)} \right\}.$$

Теорема 1. Спектральный радиус оператора T_g в $H_{\omega}(\Gamma)$, $\omega \in \Phi_0$, вычисляется по формуле:

$$R_{\omega}(T_g) = \sup_{k \in \mathbb{N}} \sup_{\tau \in F_k} \left\{ G_k^{\sim \frac{1}{k}}(\tau) \right\},$$

где F_k – множество неподвижных точек α_k на Γ , α_k – k -я итерация отображения α ,

$$G_k^{\sim}(t) = \prod_{j=0}^{k-1} g^{\sim}(\alpha_j(t)), \quad g^{\sim}(t) = |g(t)| \cdot \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\omega(|\alpha(t)| \cdot \delta)}{\omega(\delta)}$$

Доказательство. Отметим, что $T_g \in \text{tr}(P_{\tau}, I - P_{\tau})$ в $H_{\omega}(\Gamma)$, где tr – матрица нижнетреугольная P_{τ} и $I - P_{\tau}$ – взаимно дополнительные проекторы в $H_{\omega}(\Gamma)$. Спектр $P_{\tau} T_g P_{\tau}$ в $\text{Im } P_{\tau}$ состоит из единственной точки $g(\tau)$. Поскольку α – растягивающее, для спектрального радиуса $R_{\omega}^0(T_g)$ оператора T_g в $H_{\omega}^0(\Gamma, \tau)$ имеем $R_{\omega}^0(T_g) \geq |g(t)|$. Отсюда следует доказываемое равенство, что завершает доказательство теоремы.

В качестве следствия теоремы получим следствие спектр оператора T_g и $H_{\omega}(\Gamma)$, который представляет собой круг с центром в начале координат радиуса $R_{\omega}(T_g)$.

Рассмотрим функциональный оператор вида $K = aI - dW$, где $a, d \in H_{\omega}(\Gamma)$

Основным результатом данного исследования является следующая теорема:

Теорема 2. Следующие утверждения эквивалентны:

1. Оператор $K = aI - dW$ обратим в $H_{\omega}(\Gamma)$ $\omega \in \Phi_0$.
2. Для функций a и d выполняются (I) $a(t) \neq 0, t \in \Gamma$; (II) $R_{\omega}(T_{a^{-1}d}) < 1$.

Доказательство. Импликация 2) $\rightarrow$ 1) очевидна. Докажем 1) $\rightarrow$ 2). Пусть условие (I) доказано. Тогда в силу теоремы 1, предположим, что $R_{\omega}(T_g) > 1$

1. Множество обратимых операторов открыто равномерной топологии. Поэтому, не уменьшая общности, можно считать $g(t) = \frac{d(t)}{a(t)} \neq 0, t \in \Gamma$ и $R_{\omega}(T_g) > 1$. Учитывая (I), при необходимости мало возмущая функцию g , для некоторой точки $\tau \in F_k$ имеем 1) $G_k(\tau) \neq 1$; 2) $G_k^{\sim} > 1$.

Теперь мы находимся в условиях теоремы 1, что противоречит обратимости оператора K . Импликация 1) $\rightarrow$ (II) доказана. Доказательство импликации получается аналогично. Теорема 2 доказана.

Следствие. Пусть α – растягивающее отображение Γ на себя. $a(t) \neq 0$,

$d(t) \neq 0, t \in \Gamma$. Оператор K обратим только слева (Φ_0^+ – оператор) тогда и только

тогда, когда $R_{\omega}(T_g) > 1$, где $g = \frac{d}{a}$.

Действительно, если выполнено условие $R_{\omega}(T_g) > 1$, то в силу теоремы 1 K обратим в $H_{\omega}(\Gamma)$, $\omega \in \Phi_0$ только слева. Пусть теперь K обратим только слева, но $R_{\omega}(T_g) > 1$. Множество обратимых только слева операторов открыто в равномерной топологии. Учитывая $a(t) \neq 0$, при необходимости мало возмущая функцию $g = \frac{d}{a}$ имеем $R_{\omega}(T_g) < 1$.

Тогда в силу теоремы 2 К двусторонне обратимый оператор и тем самым получим утверждение следствия.

Теперь докажем критерий нетеровости оператора $U = K_1 P_+ + K_2 P_-$ где $(P_{\mp} = \frac{1}{2}I \mp S)$, I – тождественный оператор S – оператор сингулярного интегрирования с ядром Коши, действующий по формуле:

$$(Sf)(t) = \frac{1}{\pi i} \int \frac{f(x)}{x-t} dx, x, t \in \Gamma$$

Коэффициент K_i – функциональный оператор вида:

$$K_i = a_i I - d_i W, i=1,2.$$

$a_i, d_i \in H_{\omega}(\Gamma)$ – операторы умножения на функции, W – оператор сдвига, определяемый формулой:

$$(Wf)(t) = f(\alpha(t)), t \in \Gamma.$$

Теорема 3. Пусть α – сохраняющее ориентацию отображение без периодических блоков. Следующие утверждения эквивалентны:

1) U нетеров в $H_{\omega}(\Gamma)$, $\omega \in \Phi_0$;

2) K_i обратим в $H_{\omega}(\Gamma)$, $i = 1, 2$.

3) для функций a_i и d_i выполняется

а) $a_i \neq 0, t \in \Gamma$;

б) $R_{\omega}(T_{g_i}) < 1, i = 1, 2$ где $g_i(t) = \frac{d_i(t)}{a_i(t)}, i = 1, 2$. При выполнении условий 1) 2) индекс оператора

U вычисляется по формуле:

$$\text{Ind} U = \text{ind}_{\Gamma} \frac{a_2}{a_1}$$

Доказательство. Импликации $3) \Rightarrow 2) \Rightarrow 1)$ и $2) \Rightarrow б)$ при условии $a_i(t) \neq 0, t \in \Gamma, i = 1, 2$, следуют из компактности $WS - SW$ и теоремы 2. Формула для индекса доказывается гомотопией оператора U семейством операторов:

$$U_{\lambda} = (a_1 I - \lambda d_1 W) P_+ + (a_2 I - d_2 W) P_-, \lambda \in [0; 1],$$

к оператору $a_1 P_+ + a_2 P_-$, индекс которого равен правой частью (1)

(см. [7]) где

$$\text{ind}_{\Gamma} \frac{a_2(t)}{a_1(t)} = \frac{1}{2\pi} \left\{ \arg \frac{a_2(t)}{a_1(t)} \right\}_{\Gamma},$$

через $\{*\}_{\Gamma}$ обозначено приращение функции $\frac{a_2(t)}{a_1(t)}$ вдоль Γ .

Докажем импликацию $1) \Rightarrow 3)$. Пусть U нетеров в $H_{\omega}(\Gamma)$ и $1) \Rightarrow а)$ доказано.

Достаточно показать, что из нетеровости

$$U(1, g) = (I - T_g) P_+ + P_-, g = \frac{d}{a}$$

следует неравенство: $R_{\omega}(T_g) < 1$, где в условия а) и б) опущен индекс “ Γ ”.

Предположим, что $R_{\omega}(T_g) \geq 1$. Множество нетеровых (обратимых) операторов открыто в равномерной топологии. Учитывая а), формулу (1) и при необходимости мало возмущая функцию $g(t)$ для некоторой точки $\tau_k \in F_k$ где F_k – множество k -периодических точек отображения α предполагаем выполненными неравенства:

$$G_k^{\sim}(\tau) > 1; |G_k(\tau)| \neq 1.$$

Теперь мы находимся в условиях:

1) $G_k(\tau) \neq 1 (\forall \tau \in \Gamma)$;

2) $\sup_{\tau \in \Gamma} G_k^{\sim}(\tau) > 1$.

Тогда найдётся дуга $\Delta \subset \Gamma$ и такой левый обратный к оператору $A = I - T_g$ в $H_{\omega}(\Gamma)$ оператор A^{-1} , что для всех $f(t) \in H_{\omega}(\Gamma)$ с носителем $\text{supp} f \subset \Delta$ выполнено $f \in \text{Ker } A^{-1}$, и мы находимся в этих условиях. Выберем дугу Δ а также левый обратный к $A = I - T_g$ в $H_{\omega}(\Gamma)$ оператор A^{-1} .

В силу нетеровости $U^{\sim} \cong U(1, g) = (I - T_g)$ оператор $U^{\sim^{-1}} = P_+ A^{-1} + P_-$ является правым регуляризатором для $U^{\sim}$. Фиксируем $f \in H_{\omega}, \text{supp} f \subset \Delta$,

и точку t_0 , для которой $f(t_0) \neq 0, f(t) \in \text{Ker } A^{-1}$.

Имеем;

$$FP_+ \approx P_+ f I \approx P_+ U^{-1} U^{-1} f I \approx P_+ (AP_+ + P_-)(P_+ A^{-1} + P_-) f I = P_+ A P_+ A^{-1} f I = 0$$

Следовательно, оператор $f(t_0)I - f(t)P_+ = (f(t_0) - f(t))P_+ + f(t_0)P_-$ нетеров как сумма обратимого и компактного операторов Но $(f(t_0) - f(t))P_+ + P_-$

нетеров (см[7]) в пространстве $H_\omega(\Gamma)$ тогда и только тогда когда $f(t_0) - f(t) \neq 0, t \in \Gamma$.

Так как при $t=t_0$ указанный оператор не нетеров. Полученное противоречие доказывает, что $R_\omega(T_g) < 1$.

Завершим теперь доказательство теоремы, установив, что $1) \Rightarrow$, а) Согласно сказанному, достаточно показать, что из нетеровости оператора

$$U(a, d) = (aI - dW)P_+ + P_-, a, d \in H_\omega(\Gamma)$$

следует $a(t) \neq 0, t \in \Gamma$.

Так как U нетеров в $H_\omega(\Gamma)$, то $U(a, d)$ тоже нетеров и

$$\text{Ind } U(a, d) = -\frac{1}{2\pi} \{\arg a(t)\}_\Gamma.$$

Пусть $a(t_0) = 0, t \in \Gamma$. Множество нетеровых операторов открыто в равномерной топологии. Выберем достаточно близкие к $a(t)$ функции $a^\sim(t)$ и $a^\approx(t)$ так чтобы $a^\sim(t) \neq 0, a^\approx(t) \neq 0, t \in \Gamma$. Тогда из нетеровости $U(a, d)$ будет следовать нетеровость оператора $U(a^\sim, d)$ и $U(a^\approx, d)$. Заметим, что для функций $a^\sim$ и $a^\approx$ будут выполнены условия теоремы. Однако легко выбрать $a^\sim$ и $a^\approx$ так, что $\text{Ind } a^\sim \neq \text{Ind } a^\approx$ а это противоречит (2) и теореме об устойчивости индекса нетероваго оператора. Теорема доказана.

Заключение. Заметим, что при доказательстве теоремы 2 было фактически доказано, что нетеровость оператора U с необратимым сдвигом в $H_\omega(\Gamma)$ эквивалентна обратимостью операторов K_1, K_2 в $H_\omega(\Gamma)$.

Основным результатом этой работы является теорема, согласно которой функциокальный оператор

$$K = aI - dW, a, d \in H_\omega(\Gamma), \\ (Wf)(t) = f(a(t))$$

α - растягивающий сдвиг контура Γ на себя, обратим тогда только тогда, когда $a(t) \neq 0, t \in \Gamma$ и спектральный радиус оператора $T_\alpha = \frac{d}{a} W$ меньше 1.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Литвинчук Г.С. Краевые задачи и сингулярные интегральные уравнения со сдвигом. - М.: Наука. 1977.- 448 с.
2. Карапетянц Н.К., Самко С.К. Об одном новом подходе к исследованию сингулярных интегральных операторов со сдвигом. Докл. АН СССР. 1972. Т.202. №2. С.273-276.
3. Карапетянц Н.К., Самко С.Г. Сингулярный интегральный оператор на оси с дробно-линейным сдвигом и нетеровость операторов с инволюцией. Изв. АН Арм.ССР. Сер.Матем.1972. Т.7. №1. С.68-77.
4. Карапетянц Н.К., Самко С.Г. Сингулярные интегральные операторы со сдвигом Карлемана в случае кусочно-непрерывных коэффициентов. Изв. ВУЗов. Сер.мат. 1975. №2. С.43-54.
5. Крупник Н.Я., Няга. Сингулярные интегральные операторы со сдвигом вдоль кусочно-ляпуновского контура. // Изв. ВУЗов. Мат. 1975. №6. С.60-72.
6. Латушкин Ю.Д. Об интегро-функциональных операторах с невязимо-однозначным сдвигом. Изв. АН СССР. Сер.мат.1981. Т.45. №6. С.1241-1257. Т.45. №6. С.1241-1257.
7. Карлович Ю.И. Турсункулов Б. О функциокальных и сингулярных интегральных операторах с некарлемановским сдвигом в обобщенных пространствах Гельдера. Самарканд. 1983.-а.,с. - рукопись представлена Самаркандским ун-том. Деп. в УзНИИТИ 20 июня 1983.

EKZOSAYYORALAR HAQIDA UMUMIY MA'LUMOTLAR, ULARNING O'TMISHI, HOZIRI VA KELAJAGI

Ergashev Salohiddin Shavkat o'g'li,

Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti kichik ilmiy xodimi

To'rayev Jahongir Sharipovich,

O'zbekiston – Finlandiya pedagogika instituti assistenti

Annotatsiya. Ushbu maqolada Quyosh sistemasidan tashqaridagi sayyoralar haqidagi kashfiyotlarga oid qisqacha sharhni taqdim etamiz, ekzosayyoralarni aniqlash usullarining kuchli va zaif tomonlarini muhokama qilamiz, turli usullar orqali olib borilgan kuzatishlar asosida, sayyoralar shakllanishi va evolyutsiyasiga bo'lgan hozirgi tushunchamizni ko'rib chiqamiz, shuningdek Quyosh sistemasidan tashqaridagi sayyora tizimlarini yanada aniqroq tushunish uchun olib borilayotgan va rejalashtirilgan kuzatishlar haqida ma'lumot beramiz.

Kalit so'zlar: sayyora sistemalari, ekzosayyoralar, sun'iy yo'ldosh, atmosfera, protosayyorali disk, radial tezlik, transit, tortishish.

ОБЩАЯ ИНФОРМАЦИЯ ОБ ЭКЗОПЛАНЕТАХ, ИХ ПРОШЛОМ, НАСТОЯЩЕМ И БУДУЩЕМ

Аннотация. В данной статье представлен краткий обзор открытий, связанных с планетами за пределами Солнечной системы. Обсуждаются сильные и слабые стороны методов обнаружения экзопланет, анализируется текущее понимание формирования и эволюции планет на основе наблюдений, проведенных различными методами. Также рассматриваются текущие и планируемые наблюдательные стратегии, направленные на более точное понимание планетных систем за пределами Солнечной системы.

Ключевые слова: планетные системы, экзопланеты, спутник, атмосфера, протопланетный диск, радиальная скорость, транзит, гравитация.

GENERAL INFORMATION ABOUT EXOPLANETS, THEIR PAST, PRESENT, AND FUTURE

Abstract. This article provides a brief overview of discoveries related to planets outside the Solar System, discusses the strengths and weaknesses of exoplanet detection methods, reviews current understanding of planetary formation and evolution based on observations conducted using various methods, and highlights ongoing and planned observation strategies aimed at achieving a more precise understanding of planetary systems beyond the Solar System.

Keywords: planetary systems, exoplanets, satellite, atmosphere, protoplanetary disk, radial velocity, transit, gravitation.

Kirish. Bizning Quyosh sistemamizdan tashqaridagi sayyoralar sistemalari haqidagi tushunchamiz so'nggi o'n yil ichida kuzatishlar sohasidagi katta yutuqlar tufayli sezilarli darajada rivojlandi. Yuqori aniqlikdagi spektrograflar yordamida biz yulduzlar atrofida ko'rinmas hamrohlarni radial tezlik usuli orqali aniqlash imkoniyatiga ega bo'ldik. Kosmosda olib borilgan yuqori aniqlikdagi fotometriya, ayniqsa **Kepler** va TESS missiyasi orqali, ekzosayyoralar yulduzlarini atrofida aylanib, uni to'sar ekan, yulduz nuri bir foiz yoki undan kamroq kamaygan taqdirda ham ularni aniqlash imkonini berdi. Janubiy yarimsharda joylashgan turli kuzatuv stansiyalaridan Galaktika burmasining ultra keng maydonli, yuqori tezlikda va uzluksiz monitoringi orqali biz Quyosh sistemasi yaqinidan tortib, Butun Somon yo'li markazigacha bo'lgan hududda sayyora tizimlari tomonidan yuzaga keladigan mikrolenzalanish effektlarini kuzatish imkoniyatiga ega bo'ldik. Topilgan va aniqlangan ekzosayyoralar soni ortishi bilan ularni sinflashtirish muammosi paydo bo'ldi. Ekzosayyoralarini sinflashtirishda birinchi parametr sifatida bizga yaxshi ma'lum sayyoralar tipi (massa birliklaridan) foydalanib sinflashtirila boshlandi, masalan, Yer yoki Yupiter tipidagi ekzosayyora deb sinflashtirildi [1]. Har bir tip massasiga qarab yanada aniqroq quyi tiplarga ajratildi [2]. Tadqiq etilayotgan ekzosayyoraalarning orbital parametrlari aniqligi oshishi va ularning tizimlari topilishi natijasida endilikda ekzosayyoralar orbitalari bo'yicha ham tasnif qilinmoqda [3].

Tarixi: Quyosh sistemasidan tashqaridagi sayyoralarni izlash va ularni xarakterlash, kuzatuv astronomiyasining uzoq vaqt davom etgan izlanishi bo'lib kelgan. Qiziqarli tomoni shundaki, birinchi kashf etilgan Quyosh sistemasidan tashqaridagi sayyoralar asosiy ketma-ketlik yulduzi atrofida emas, balki neytron yulduzi atrofida topilgan va bu, pulsar vaqtini o'zgarishini kuzatish orqali aniqlangan edi [4]. Quyoshga o'xshash yulduzlar atrofidagi birinchi ekzosayyora - **51 Pegasi b** – 1995-yilda Mayor va Queloz tomonidan radial tezlik usuli orqali kashf etilgan [5]. Ushbu usulning asosiy g'oyasi shundaki, agar yulduzga ko'rinmas sayyora massasi hamroh bo'lsa, ular ikkisi ham umumiy massalar markazi atrofida orbital harakatni amalga oshiradilar, bu esa yulduzning spektrida Doppler effektidan kelib chiqadigan davriy ko'k va qizilga siljishni keltirib chiqaradi. Natija keng tanqidlarga uchragan bo'lsa-da, ayniqsa bunday radial tezlik signalini yulduz dog'lari takrorlashi mumkinligi haqidagi taxminlar bilan, aslida radial tezlik signalining sayyora massali hamrohdan kelib chiqqanligi aniqlandi. Radial tezlik usulining kamchiligi shundaki, biz sayyora orbitasining og'maligini bilmaymiz, shuning uchun sayyora massasini hisoblashda har doim eng past qiymat olinadi, asl massa esa biz sayyora tizimini deyarli to'g'ri qarab kuzatayotgan bo'lsak, ancha og'ir bo'lishi mumkin. Tasavvur qilinishicha, sayyora ta'sirida yulduz radial tezligidagi kichik tebranishni aniqlash uchun juda aniq radial tezlikni o'lchash kerak, bu esa faqat juda yuqori aniqlikka ega spektrograf orqali amalga oshirilishi mumkin. Darhaqiqat, ekzosayyoralarning aksariyati radial tezlik usuli orqali faqat **HARPS** (High Accuracy Radial velocity Planet Searcher) deb nomlanuvchi yuqori aniqlikdagi Echelle spektrografi yordamida kashf etilgan, bu spektrograf Mayor va boshqalari tomonidan ishlab chiqilgan va **La Silla**, Chili davlatidagi ESO 3,6 metrli teleskopiga o'rnatilgan [6]. Shunga o'xshash uskunaning ikkinchi nusxasi - **HARPS-N** – 2012-yilda Ispaniyaning **La Palma**, Kanar orollaridagi **Telescopio Nazionale Galileo** 3,6 metrli teleskopiga o'rnatilgan [7], bu astronomlarga radial tezlik usuli yordamida ekzosayyoralarni izlash imkonini berdi.

Ekzosayyoralarni kuzatishning navbatdagi katta bosqichi 1999-yilda boshlandi [8]. O'shanda radial tezlik usuli bilan tasdiqlangan ekzosayyora tizimi HD 209458da birinchi tranzit signalni ya'ni yulduz oldidan ekzosayyora o'tishini aniqladi. Tranzit usuli ekzosayyora atmosferasini o'rganishda katta yordam beradi. Buning sababi shundaki, tranzit paytida mezbon yulduzdan keladigan yorug'lik ekzosayyora atmosferasidan o'tib, ekzosferadagi molekulyar yutilish xususiyatlarini ochib beradi. Tranzit paytida va tranzitsiz mezbon yulduzning spektrlarini taqqoslash orqali biz ekzosferani yuqori signalni shovqinga nisbati bilan tekshirishimiz mumkin. Bundan tashqari, turli xil tranzit davrlar orasidagi ekzosfera yutilish xususiyatlarining o'zgarishi ham ekzosayyoralarning ob-havosini yoritishi mumkin. Birinchi ekzosayyora spektroskopiya kuzatuv 2002 yilda Charbonneau va boshqalar tomonidan amalga oshirildi [9]. U issiq Yupiter HD 209458b atmosferasida natriyning yutilish xususiyatlarini aniqladi. Keyingi ishlar 2004 yilda Vidal-Madjar va boshqalar tomonidan HD 209458b da kislorod va uglerod molekulalarini topdi [10]. Shuningdek 2008-yilda Swain va boshqalar tomonidan HD 189733b ekzosayyorasidagi molekulalarni aniqladi [11]. Tinetti va boshqalar tomonidan 2010-yilda XO-1b o'rganildi [12]. Tranzit usulining yagona kamchiligi shundaki, ekzosayyora ega yulduzga nisbatan kichik, yulduzning xiralashishi shunchalik kichikki, bu usul orqali ekzosayyorani aniqlash uchun juda yuqori fotometrik aniqlik, kamida 1% daraja talab qilinadi. Bunday fotometrik aniqlikka atmosfera turbulentligi muammo tug'diradi va zaif yulduzlar uchun yuqori aniqlikdagi fotometriyaga erishishga hamda kichikroq ekzosayyoralarni qidirish yerdan olib borilishi nihoyatda qiyin.

Shunday qilib, yerga asoslangan teleskoplardan tranzit qidiruvi faqat yorqin yulduzlar bilan cheklangan. Biroq bu cheklov kosmik missiyalar uchun muammo emas. Masalan, Kepler kosmik teleskopi yulduzlarni koinotdan yuqori aniqlikda, uzluksiz kuzatish imkonini berib, tranzit usuli orqali 2000 dan ortiq ekzosayyoralarni tadqiq etdi. HD209458b tranzit usuli bilan kuzatilgan vaqtda, birinchi ekzosayyoraviy mikrolinlanish hodisasi ham kuzatilgan [13]. Bogdan Pachinski ko'rinmas, ixcham yulduz jismlarini qidirish uchun mikrolinzalardan foydalanish g'oyasini birinchi bo'lib o'ylab topdi [14]. Pachinskiyning asl taklifi MACHO-larni qidirish bo'lsa-da, u va uning (o'sha paytda) postdok, Shude Mao bu g'oyani kengaytirib, mikrolinzalar qo'shaloq yulduzlar va yulduzlar bilan bog'liq ekzosayyoralarni aniqlashga qodir ekanligini ko'rsatishdi [15]. Eynshteyn 1936-yilda [16] o'zining ilmiy maqolasida yulduzlardan mikrolinza effektlarini kuzatish dargumon deb taxmin qilgan bo'lsa-da, Pachinski yulduzlar tomonidan mikrolinlanish ehtimolini hisoblab chiqqan va bu ehtimol (yoki optik chuqurlik) milliondan birga teng ekanligi aniqlangan. Bu shuni anglatadiki, agar biz bir milliondan ortiq yulduzdan iborat zich yulduzlar maydonini topa olsak, mikrolinlanish effektlarini kuzatish imkoniyatiga ega bo'lamiz. Pachinskiyning ilmiy maqolasi va zamonaviy CCD (zaryadli aloqa qurilma) asosidagi kameralar paydo bo'lishi bilan, bir qator kuzatuv kampaniyalari, masalan, MACHO, EROS, OGLE, MOA va boshqalar, Galaktika markazi va Magellan bulutlari kabi zich yulduzlar maydonlarini doimiy kuzatishni boshladi. MACHO (yoki yulduzlar) tomonidan birinchi mikrolinlanish hodisalari 1993 yilda MACHO, EROS va OGLE hamkorliklari tomonidan xabar qilingan bo'lsa-da, ekzosayyoralarning mikrolinlanish hodisalari faqat 2003-yilda Bond va boshqalar

tomonidan aniqlangan [17]. Buning sababi shundaki, yulduz obyektlari tomonidan yuzaga keladigan mikrolinzalanish signallari odatda bir necha oy davom etadi, ekzosayyoralarining mikrolinzalanish signallari esa faqat bir necha kun davom etadi. Bunday signallarni boshqa ta'sirlardan, masalan, qo'shaloq yulduzlar, parallaks va boshqalardan farqlash va aniqlash uchun yuqori chastotali, ko'p joylarda kuzatuv ishlari talab etiladi.

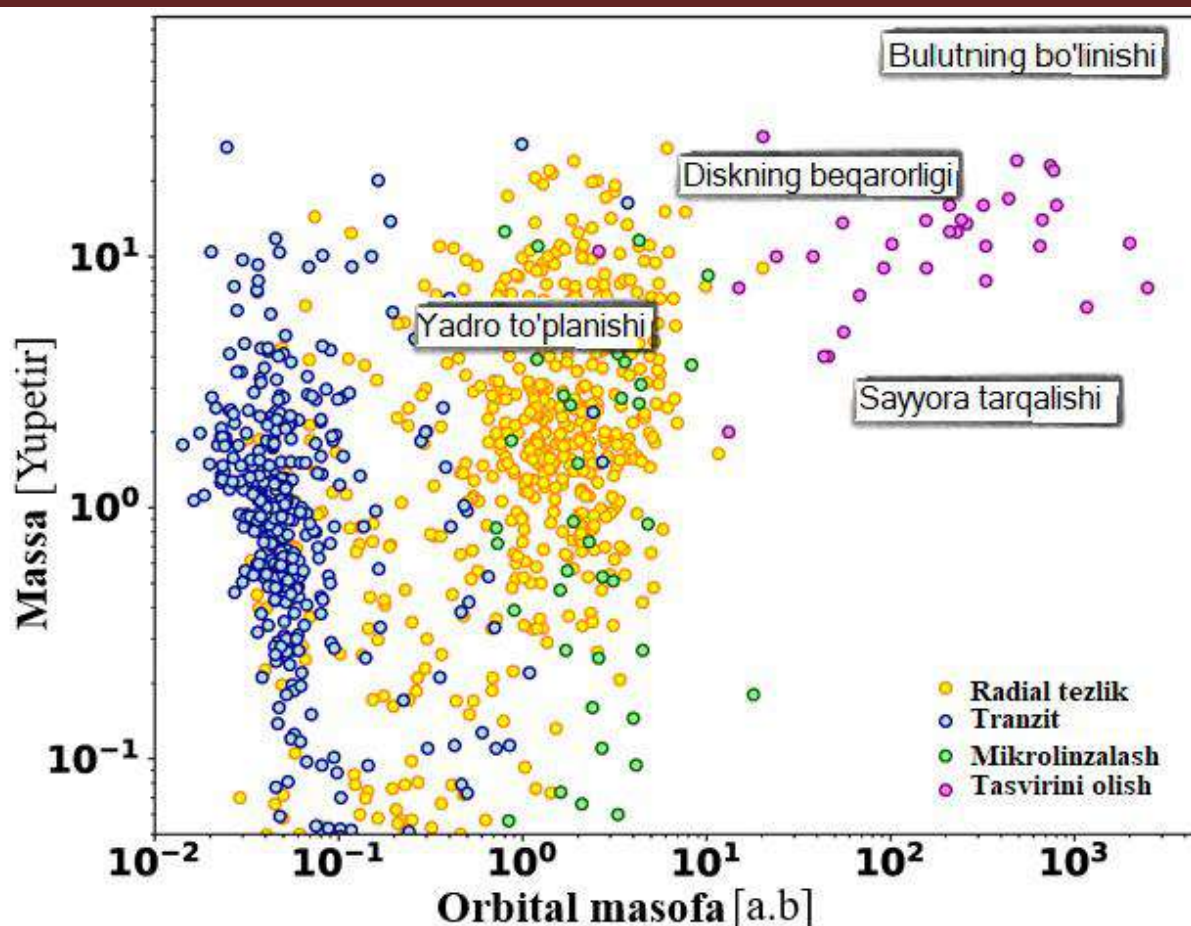
Mikrolinzalanishning yagona kamchiligi shundaki, boshqa usullardan farqli o'laroq, ekzosayyora signali takrorlanmaydi, va mikrolinzalanish yorug'lik egri chizig'idan sayyoraning xususiyatlarini aniqlash uchun faqat bitta imkoniyat mavjud bo'ladi. Shunga qaramay, yaxshi namunalangan yorug'lik egri chiziqlari yordamida biz asosiy sayyora parametrlari, masalan, massa va orbital masofani aniq aniqlashimiz mumkinligi ko'rsatib o'tilgan. Ayniqsa, erdagi va kosmosdagi kuzatuvlar bir vaqtda amalga oshirilgan bo'lsa (masalan, Spitzer teleskopi yordamida), bu linzaning parallaksini aniqlash va linza parametrlarini yanada aniq belgilash imkonini beradi [18].

Bundan tashqari, mikrolinzalanishning afzalligi shundaki, u faqat sayyoraning gravitatsion signaliga tayanadi va yulduz yoki sayyoraning o'zidan chiqqan yorug'likni ishlatmaydi. Shu sababli, biz juda kichik massali (masalan, Yerga o'xshash) ekzosayyoralarining kattaroq orbitalarda (muz chizig'idan uzoqda) aniqlanishini ta'minlay olamiz. Bu esa radial tezlik, tranzit yoki bevosita tasvirga olish usullari orqali amalga oshirib bo'lmaydi.

2008-yilda astronomlar birinchi marta ekzosayyoralaridan bevosita chiqarilgan fotonlarni aniqlashga muvaffaq bo'lishdi. Bu faqat o'sha paytda Keck va Gemini teleskoplari tomonidan taqdim etilgan zamonaviy adaptiv optika (AO) asboblari va yuqori kontrastli tasvirga olish imkoniyatlari orqali erishilgan yuqori fazoviy aniqlik tufayli amalga oshdi. Ushbu ilg'or texnologiyadan foydalangan holda, Marois va boshqalar [19] nafaqat HR 8799 yulduzi bilan bog'liq bo'lgan uchta ekzosayyora tasvirini olishdi, balki to'rt yil davomida yuqori fazoviy aniqlikdagi tasvirlar orqali ularning orbital harakatlarini ham kuzatishdi. Ekzosayyoralarining to'g'ridan-to'g'ri tasvirga olinishi texnikasining afzalligi shundaki, AO tomonidan taqdim etilgan yuqori fazoviy aniqlik yordamida biz ekzosayyora fotonlarini asosiy yulduz tomonidan chiqarilgan fotonlardan ajratishimiz va ekzosayyoraning yorug'ligini spektrografga yuborish orqali uning atmosferasini bevosita o'rganishimiz mumkin.

Ammo to'g'ridan-to'g'ri tasvirga olish usulining bir nechta kamchiliklari mavjud. Birinchisi, ekzosayyoralarining yulduzlardan ajratilishi uchun AO kerak bo'lganligi sababli, bu usul faqat yorqin (yoki yaqin joylashgan) yulduzlar bilan cheklanadi, chunki AO atmosfera turbulentliklarini bartaraf etishda samarali ishlay oladi. Yana bir kamchiligi shundaki, asosiy yulduzning yorug'lik hissasini to'g'ri olib tashlash uchun koronagraf yordamida yulduz yorug'ligini bloklab, yuqori kontrastli tasvirga olish imkoniyatiga ega bo'lsak-da, biz faqat katta orbital masofada joylashgan ekzosayyoralariga e'tibor qaratishimiz mumkin. Darhaqiqat, to'g'ridan-to'g'ri tasvirga olish usuli yordamida aniqlangan ekzosayyoralarining aksariyati asosiy yulduzlaridan juda uzoq masofada joylashgan (o'nlab yoki yuzlab AU masofada), bu esa asosiy modellar, masalan, yadro akretsiyasi yoki disk beqarorligi orqali sayyoralarining shakllanish ssenariylariga muammolar tug'diradi.

Ekzosayyoralarining bugungi holati. Ekzosayyoralarining kashf qilinishi va ularni o'rganish sohasidagi yutuqlar bugungi kunda bizga minglab yulduz tizimlarida joylashgan 5000 dan ortiq ekzosayyoralaridan iborat ulkan ma'lumotlar bazasini taqdim etdi. Ushbu katta ma'lumotlar bazasi orqali astronomlar sayyoralar hosil bo'lishi va ularning evolyutsiyasi haqidagi muhim savollarga javob topishga harakat qilishmoqda. Buning uchun sayyoralar parametrlarini – ularning massasi, radiusi, orbital xususiyatlari va atmosferasini aniq o'lchash juda muhim.



1-rasm. Ekzosayyoralarining orbital masofalari va massalarining radial tezlik, tranzit, mikrolinzalash va to'g'ridan to'g'ri tasvirlash usullari orqali taqsimlanishi

Ma'lumotlar NASA Ekzosayyora Arxividan olingan.

Ekzosayyoralarining Radius va Massasini O'lchash: Ekzosayyoralarining radiusini aniqlash uchun ko'pincha tranzit usuli qo'llaniladi. Ushbu usulda yulduz yorug'ligidagi o'zgarishlar kuzatilib, sayyoraning yulduz radiusiga nisbatan radiusi aniqlanadi. Ammo, bu usulning aniqligi yulduzning o'z xususiyatlariga bog'liq. Kaliforniya Kepler Survey loyihasi Kepler teleskopi yordamida tranzit kuzatuvlari amalga oshirgan yulduzlarni yuqori aniqlikda o'rganib, 3000 dan ortiq ekzosayyoralarining radiusini aniqlashga yordam berdi. Natijada, kichik toifalardagi sayyoralarning ikkita asosiy turkumi aniqlandi:

Superyerlar: Radiuslari Yer radiusining 1.3 baravariga teng bo'lgan toifalar.

Subneptunlar: Radiuslari Yer radiusining 2.4 baravariga teng bo'lgan toifalar.

Radiuslar orasidagi ma'lum bir sohada (~ 1.8 Yer radiusi) sayyoralarning sonining kamligi kuzatildi. Ushbu holat "bug'lanish vodiysi" (evaporation valley) deb ataluvchi nazariy modelga asos bo'lib, sayyoralarning yulduz yaqinida joylashgan gaz qatlamlarini yo'qotishi natijasida shakllangan. Massani aniqlashda esa radial tezlik usuli qo'llaniladi. Radius va massa ma'lumotlari birgalikda sayyoralarning zichligi va tarkibi haqida ma'lumot beradi. Misol uchun, tadqiqotlar shuni ko'rsatdiki: 2 Yer massasi chegarasi Yerga o'xshash qattiq sayyoralarni Neptun tipidagi gazsimon sayyoralardan ajratadi. 0.41 Yupiter massasi esa Neptun tipidagi sayyoralarni Yupiter tipidagi yirik gazsimon sayyoralardan ajratadi. Sayyoralarning atmosferasi haqida bilib olish uchun tranzit spektroskopiyasi usuli qo'llaniladi. Ushbu usulda yulduz nuri tranzit paytida sayyora atmosferasi orqali o'tganda o'zgarishlarni tahlil qilish orqali atmosfera tarkibi aniqlanadi. Masalan, Hubble va Spitzer teleskoplari yordamida issiq Yupiterlar deb ataluvchi gazsimon gigant sayyoralarning atmosferasining xilma-xil xususiyatlari – tozaligidan tortib bulutlar va tumanlikkachacha bo'lgan holatlari o'rganildi.

Ekzosayyoralarining orbital masofalari, ularning shakllanish jarayoni haqida muhim ma'lumot beradi. Dastlabki kashfiyotlar ko'proq yulduzlarga yaqin joylashgan "issiq Yupiterlar"ga oid bo'lgan bo'lsa, bugungi kunda turli orbital masofalardagi, hatto hayotga yaroqli hududdagi sayyoralarning ham aniqlanmoqda.

Sayyoralarning shakllanishi bo'yicha ikki asosiy nazariya mavjud: **Yadro akkresiyasi:** Metallga boy muhitda mayda zarralar birlashib, yadro hosil qiladi va keyinchalik gazni o'ziga tortib, gigant sayyoralarning shakllanadi. **Disk beqarorligi:** Protoplanetar diskning sovishi natijasida zichlik yuqori bo'lgan hududlarda gravitatsiya ta'siri ostida gazli sayyoralarning shakllanadi. Ekzosayyoralarining hozirgi orbital joylashuvi ularning

dastlabki shakllangan joyidan farq qilishi mumkin. Migratsiya jarayoni va planetalararo tarqalish bu hodisani tushuntirishga yordam beradi. Misol uchun: **Planetalararo tarqalish**: Ikki yoki undan ortiq sayyoralarning gravitatsion o'zaro ta'siri natijasida bir sayyora keng orbitaga chiqib ketadi, boshqasi esa yulduzga yaqinlashadi. **Bulut fragmentatsiyasi**: Sayyoralarning keng orbitali yulduz bilan birga molekulyar bulutdan shakllanishi mumkin. Erkin harakatlanadigan, yulduzga bog'lanmagan ekzosayyoralar (free-floating planets) ham o'rganilmoqda. Bu sayyoralarni aniqlash qiyin bo'lsa-da, mikrogravitatsion linzalanish usuli yordamida ularni kuzatish imkoniyati mavjud. MOA va OGLE loyihalari orqali bir necha erkin harakatlanadigan sayyora kashf qilindi. Ekzosayyoralar to'liq o'rganish uchun yirik teleskoplar va maxsus kuzatuv dasturlari muhim ahamiyatga ega. Yangi texnologiyalar yordamida: Ekzosayyoralarning atmosferasi va tarkibi chuqurroq o'rganiladi. Sayyoralarning yulduz diskalaridan qanday shakllanishi va evolyutsiyasi haqida to'liq tasavvur hosil qilinadi. Ekzosayyoralar haqidagi hozirgi ma'lumotlar sayyoralarning xilma-xilligi, shakllanish jarayonlari va yulduz bilan birgalikda evolyutsiyasini tushunish yo'lida muhim poydevor bo'lib xizmat qilmoqda. Ekzosayyoralar o'rganish sohasida yangi texnologiyalar va usullar ilm-fan rivojini yangi bosqichga olib chiqmoqda. Ushbu yutuqlar nafaqat ekzoplanetalar aniqlash, balki ularning xususiyatlarini o'rganish va hatto hayotga mos sharoitlar mavjudligini tushunishga ham imkon bermoqda. Quyida aniqlash texnikalari va ularni rivojlantirish yo'nalishlaridagi asosiy yangiliklarga to'xtalamiz.

Radial Tezlik (RV) Metodi: Radial tezlik metodi ekzosayyoralar aniqlashning muhim usuli bo'lib, uning aniqligini oshirish dolzarb masaladir. Masalan, Yerning radial tezlik signali atigi ~ 9 sm/s bo'lib, hozirgi eng ilg'or asboblardan uchun ham bu daraja erishib bo'lmaydi. Ushbu vazifani amalga oshirish uchun yangi avlod spektrograflar ishlab chiqilmoqda:

ESPRESSO (VLT teleskopida), aniqlik ~ 10 sm/s.

CODEX (E-ELT loyihasi doirasida), aniqlik ~ 2 sm/s darajasida.

Biroq, bu sohada asosiy to'siq nafaqat asbob-uskunalar, balki yulduzlarning tabiatiga xos o'zgaruvchanliklar (yuzadagi dog'lar, magnit faollik) bo'lib, ular ekzosayyoralarning radial tezlik signallaridan bir necha barobar yuqori bo'lishi mumkin. Ushbu muammoni hal qilish uchun yulduzlarni fotometrik va spektroskopik usullarda kuzatish, shuningdek, yulduzlar o'zgaruvchanligini aniqlashga yordam beruvchi usullarni takomillashtirish talab etiladi.

Transit metodi so'nggi yillarda kosmik missiyalar natijasida sezilarli rivojlandi:

Kepler va TESS teleskoplari minglab ekzoplanetalar aniqlashga muvaffaq bo'ldi. Yaqin kelajakda va uzoq muddatda **PLATO** kabi missiyalar yorqin yulduzlarni kuzatib, kichik transit signallarini aniqlashni davom ettiradi. Transit kuzatuvlar nafaqat ekzosayyoralar aniqlashga, balki ularning atmosferasini o'rganishga ham imkon beradi. ESA tomonidan 2028-yilda uchirilishi rejalashtirilgan **ARIEL** missiyasi ekzosayyoralar atmosferasini o'rganishga qaratilgan. Yerdagi teleskoplar orqali amalga oshirilayotgan kuzatuvlar, masalan, **NGTS**, **KELT**, **TRAPPIST** va **ExTrA** kabi loyihalar, keng maydonlarni qamrab olib, kosmik missiyalarga muqobil bo'lib xizmat qilmoqda. Yangi texnologiyalar, jumladan, avtomatlashtirilgan adaptiv optika (AO) tizimlari, tranzit kuzatuvlarida aniqlikni oshirishga va yulduzlar orasidagi xatolarni kamaytirishga xizmat qilmoqda.

Gravitatsion mikrolinzalash metodi kelgusi yillarda sezilarli o'sishni boshdan kechiradi, ayniqsa, **WFIRST** kabi missiyalar orqali. Ushbu missiya Quyosh tizimining markaziy qismini uzluksiz kuzatib, quyidagilarga erishadi: Jovian yo'ldoshlari hajmiga teng bo'lgan ekzosayyoralar aniqlash. Mikrolinzalash natijalaridagi noaniqliklarni bartaraf etish uchun Yer va kosmosdan kuzatishlarni uyg'unlashtirish. Hozirda **OGLE**, **MOA**, va **KMTNet** kabi loyihalar yuqori aniqlikdagi kuzatuvlar olib bormoqda. Kelajakda **PRIME** loyihasi Galaktikaning markaziy qismini infraqizil sohada kuzatib, mikrolinzalash hodisalarining aniqligini oshiradi.

Ekzosayyoralar to'g'ridan to'g'ri tasvirlash usuli ekstremal adaptiv optika (AO) tizimlari yordamida yangi bosqichga ko'tarilmoqda: **Gemini Planet Imager (GPI)** loyihasi 600 ta yulduzni kuzatib, ekzosayyoralar va gazli diskalar aniqlashga qaratilgan. **SCEXAO** tizimi yuqori kontrast va kichik masofalarda tasvirlashni amalga oshirish uchun yangi texnologiyalarni joriy qilmoqda.

Yangi konsepsiyalar, masalan, **Starshade** (tashqi to'siq), **WFIRST** missiyasida Yerga o'xshash ekzoplanetalar aniqlash imkoniyatini beradi. Ushbu usullar bizga nafaqat ekzoplanetalar hosil bo'lishi va rivojlanishini o'rganish, balki Koinotda hayot mavjudligini aniqlashga ham yordam beradi. Mazkur rivojlanishlar orqali nafaqat Koinotdagi ekzosayyoralar haqida ko'proq ma'lumotga ega bo'lamiz, balki Yerga o'xshash "ko'k nuqtalar" bor-yo'qligini bilib olish imkoniyatiga ham ega bo'lamiz.

Xulosa. Ekzosayyoralarning o'rganilishi zamonaviy astrofizikaning eng muhim yo'nalishlaridan biri hisoblanadi. Ushbu tadqiqotlarning bosh maqsadi boshqa yulduzlarning atrofida aylanayotgan sayyoralardan haqida chuqurroq bilimga ega bo'lishdir. Bu maqsad quyidagi asosiy yo'nalishlarda o'z aksini topadi:

Sayyoralar tizimlarini tushunish: Ekzosayyoralarining kashf etilishi va ularning turli xususiyatlarini o'rganish bizga sayyoralar tizimlarining shakllanishi va evolyutsiyasi haqida bilimlar beradi. Bu ma'lumotlar Quyosh tizimi qanday shakllangani va o'z o'rnini qanday saqlab qolganini yaxshiroq tushunishga yordam beradi. **Atmosferalarni o'rganish:** Ekzosayyoralarining atmosferalarini tahlil qilish orqali ularning kimyoviy tarkibi, harorat rejimi va biologik faollik belgilarini aniqlash mumkin. Bu yondashuv, jumladan, hayot uchun qulay bo'lgan sharoitlarni aniqlashga imkon beradi. **Hayot izlarini qidirish:** Tadqiqotlarning eng katta motivatsiyasi boshqa sayyoralarda hayot mavjudligini aniqlashdir. Suv bug'lari, kislorod, metan va boshqa molekulalar mavjudligi, hayot uchun qulay sharoitlarning ehtimolini ko'rsatadi. **Yangi texnologiyalarni rivojlantirish:** Ekzosayyoralarining o'rganilishi yuqori sezgirlikka ega asbob-uskunalar, sun'iy yo'ldoshlar va teleskoplar rivojlanishini rag'batlantiradi. Bu esa nafaqat astrofizikada, balki boshqa ilmiy sohalarida ham yutuqlar olib keladi. **Koinotda insoniyatning kelajagini aniqlash:** Ekzosayyoralarining yashashga yaroqliligini o'rganish uzoq muddatli istiqbolda insoniyat uchun yashash mumkin bo'lgan boshqa joylarni aniqlashda muhim rol o'ynaydi.

ADABIYOTLAR:

1. Plavalova Eva. *Taxonomy of the Extrasolar Planet* // *Astrobiology*, vol. 12, issue 4, pp. 361-369. 2012.
2. Plavalova Eva. *Classification of Extrasolar Planets: New Horizons* // *ASP Conference Series*, Vol. 496. San Francisco: Astronomical Society of the Pacific, p.375. 2015.
3. Zotos Euaggelos E.; Erdi Balint; Saeed Tareq; Alhodaly Mohammed Sh. *Orbit classification in exoplanetary systems* // *Astronomy & Astrophysics*, Volume 634, id.A60, 15 pp. 2020.
4. Wolszczan, A.; Frail, D.A. A planetary system around the millisecond pulsar PSR1257+12. *Nature* 1992, 355, 145–147.
5. Mayor, M.; Queloz, D. A Jupiter-mass companion to a solar-type star. *Nature* 1995, 378, 355–359.
6. Phase, C. *Setting New Standards with HARPS*. *Messenger* 2003, 114, 20–24.
7. Cosentino, R.; Lovis, C.; Pepe, F.; Cameron, A.C.; Latham, D.W.; Molinari, E.; Udry, S.; Bezawada, N.; Black, M.; Born, A.; et al. *HarpS-N: The new planet hunter at TNG*. *Ground-Based Airborne Instrum. Astron. IV* 2012, 8446, 84461V.
8. Charbonneau, D.; Brown, T.M.; Latham, D.W.; Mayor, M. *Detection of Planetary Transits Across a Sun-like Star*. *Astrophys. J.* 2000, 529, L45–L48.
9. Charbonneau, D.; Brown, T.M.; Noyes, R.W.; Gilliland, R.L. *Detection of an Extrasolar Planet Atmosphere*. *Astrophys. J.* 2002, 568, 377–384.
10. Vidal-Madjar, A.; Désert, J.-M.; Lecavelier des Etangs, A.; Hébrard, G.; Ballester, G.E.; Ehrenreich, D.; Ferlet, R.; McConnell, J.C.; Mayor, M.; Parkinson, C.D. *Detection of Oxygen and Carbon in the Hydrodynamically Escaping Atmosphere of the Extrasolar Planet HD 209458b*. *Astrophys. J.* 2004, 604, L69–L72.
11. Swain, M.R.; Vasisht, G.; Tinetti, G. *The presence of methane in the atmosphere of an extrasolar planet*. *Nature* 2008, 452, 329–331.
12. Tinetti, G.; Deroo, P.; Swain, M.R.; Griffith, C.A.; Vasisht, G.; Brown, L.R.; Burke, C.; McCullough, P. *Probing the Terminator Region Atmosphere of the Hot-Jupiter XO-1b with Transmission Spectroscopy*. *Astrophys. J.* 2010, 712, L139–L142.
13. Bond, I.A.; Udalski, A.; Jaroszyński, M.; Rattenbury, N.J.; Paczyński, B.; Soszyński, I.; Wyrzykowski, L.; Szymański, M.K.; Kubiak, M.; Szewczyk, O.; et al. *OGLE 2003-BLG-235/MOA 2003-BLG-53: A Planetary Microlensing Event*. *Astrophys. J.* 2004, 606, L155–L158.
14. Paczynski, B. *Gravitational microlensing by the galactic halo*. *Astrophys. J.* 1986, 304, 1–5.
15. Mao, S.; Paczynski, B. *Gravitational microlensing by double stars and planetary systems*. *Astrophys. J.* 1991, 374, L37–L40.
16. Einstein, A. *Lens-Like Action of a Star by the Deviation of Light in the Gravitational Field*. *Science* 1936, 84, 506–507.
17. Alcock, C.; Akerlof, C.W.; Allsman, R.A.; Axelrod, T.S.; Bennett, D.P.; Chan, S.; Cook, K.H.; Freeman, K.C.; Griest, K.; Marshall, S.L.; et al. *Possible gravitational microlensing of a star in the Large Magellanic Cloud*. *Nature* 1993, 365, 621–623.
18. Aubourg, E.; Bareyre, P.; Bréhin, S.; Gros, M.; Lachièze-Rey, M.; Laurent, B.; Lesquoy, E.; Magneville, C.; Milsztajn, A.; Moscoso, L.; et al. *Evidence for gravitational microlensing by dark objects in the Galactic halo*. *Nature* 1993, 365, 623–625.

19. Udalski, A.; Szymanski, M.; Kaluzny, J.; Kubiak, M.; Krzeminski, W.; Mateo, M.; Preston, G.W.; Paczynski, B. The optical gravitational lensing experiment. Discovery of the first candidate microlensing event in the direction of the Galactic Bulge. *Acta Astron.* 1993, 43, 289–294.
20. Udalski, A.; Yee, J.C.; Gould, A.; Carey, S.; Zhu, W.; Skowron, J.; Kozłowski, S.; Poleski, R.; Pietrukowicz, P.; Pietrzyński, G.; et al. Spitzer as a Microlens Parallax Satellite: Mass Measurement for the OGLE-2014-BLG-0124L Planet and its Host Star. *Astrophys. J.* 2015, 799, 237.
21. Ingrosso, G.; Novati, S.C.; de Paolis, F.; Jetzer, P.; Nucita, A.A.; Zakharov, A.F. Pixel lensing as a way to detect extrasolar planets in M31. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 2009, 399, 219–228. Dai, X.; Guerras, E. Probing Extragalactic Planets Using Quasar Microlensing. *Astrophys. J.* 2018, 853, L27.
22. Marois, C.; Macintosh, B.; Barman, T.; Zuckerman, B.; Song, I.; Patience, J.; Lafrenière, D.; Doyon, R. Direct Imaging of Multiple Planets Orbiting the Star HR 8799. *Science* 2008, 322, 1348.

BIR JINSLI BALKANING SO'NUVCHI ERKIN TEBRANMA HARAKAT TENGLAMASINING SONLI YECHIMI

Abdinabiyev Jasur Safarovich,

«Toshkent irrigatsiya va qishloq xo'jaligini mexanizatsiyalash
muhandislari instituti» Milliy tadqiqot universiteti assistenti

jasur.nuuz@gmail.com

Rayimov Abduraxmon Odiljon o'g'li,

«Toshkent irrigatsiya va qishloq xo'jaligini mexanizatsiyalash
muhandislari instituti» Milliy tadqiqot universiteti doktranti

rayimovabduraxmon@gmail.com

Annotatsiya. Ushbu ishda bir jinsli balkaning tashqi kuch ta'siridagi tebranma harakatini dempfer yordamida so'ndirish masalasi ko'rilgan. Lagranjning 2-tur differensial tenglamasi yordamida so'nuvchi tebranma harakat differensial tenglamasi tuzilgan. Xususiyl bir masala uchun matematik model chiziqli bo'lmagan differensial tenglama va boshlang'ich shart ko'rinishida keltirilgan. Matematik model sonli yechimi grafik ko'rinishda Maple matematik paketi yordamida olingan va tebranma harakat so'ngan vaqt uchun balkaning gorizontaldan og'ish burchagi aniqlangan.

Kalit so'zlar: so'nuvchi tebranma harakat, differensial tenglama, lagranjning 2-tur tenglamasi, sonli yechim, dempfer, Maple matematik paketi, matematik model.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ЗАТУХАЮЩИХ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ ОДНОРОДНОЙ БАЛКИ

Аннотация. В данной работе рассмотрена задача гашения колебательного движения однородной балки под действием внешней силы с помощью демпфера. С использованием дифференциального уравнения Лагранжа 2-го рода составлено дифференциальное уравнение затухающего колебательного движения. Математическая модель для частной задачи представлена в виде нелинейного дифференциального уравнения с начальным условием. Численное решение математической модели получено в графическом виде с помощью математического пакета Maple, и определен угол отклонения балки от горизонтали для времени затухания колебательного движения.

Ключевые слова: затухающее колебательное движение, дифференциальное уравнение, уравнение Лагранжа 2-го рода, численное решение, демпфер, математический пакет Maple, математическая модель.

NUMERICAL SOLUTION OF THE EQUATION FOR DAMPED FREE VIBRATIONS OF A HOMOGENEOUS BEAM

Abstract. This work examines the problem of damping the oscillatory motion of a homogeneous beam under the influence of an external force using a damper. The differential equation of damped oscillatory motion is derived using Lagrange's equation of the second kind. For a specific case, the mathematical model is presented in the form of a nonlinear differential equation with initial conditions. The numerical solution of the mathematical model is obtained graphically using the Maple mathematical package, and the angle of deviation of the beam from the horizontal is determined for the time when the oscillatory motion is damped.

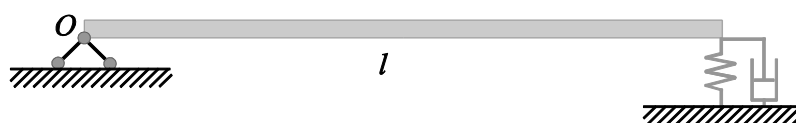
Keywords: damped oscillatory motion, differential equation, Lagrange's equation of the second kind, numerical solution, damper, Maple mathematical package, mathematical model.

Kirish. Mashina yoki inshootlarni o'rganishda, ularda hosil bo'ladigan tebranishlarni inobatga olish masalaning eng muhim jihatlardan biri hisoblanadi. Ularning uzoq muddat xizmat qilishini ta'minlash uchun, odatda ularning qismlarida hosil bo'ladigan zararli tebranishlarni so'ndirish masalasi ko'riladi [1,5]. Inshoot va mashina qismlari orasida eng ko'p ishlatiladiganlaridan biri bu to'g'ri chiziqli sterjen yoki balka hisoblanadi. Ko'p hollarda balkalarda hosil bo'ladigan tebranishlarni o'rganishda ularning egilishini hisobga olmasa ham bo'ladi. Chunki bu egilish nisbatan qattiq materiallardan yasalgan balkalarda juda kichik bo'ladi. Texnik nuqtayi nazardan balkaning yoki elastik tizimlar tebranma harakatini o'rganishdagi muammolar: balkaning egilishini inobatga olgan holda qo'zg'aluvchan prujinali tayanch va unga biriktirilgan

massa bilan balkaning tebranishlari masalasi [2], mexanik sistema erkin tebranishlarining differensial tenglamalarini EXM yordamida yechish [3] va hokazo. Umuman olganda, bugungi kunda murakkab tenglamalarni EXM dasturlari bilan yechish keng tarqalgan. Chunki olingan natijalar analitik yechim bilan taqqoslanganda farq juda kichik bo'lib, ularni aniq yechim sifatida ishlatish mumkin [4].

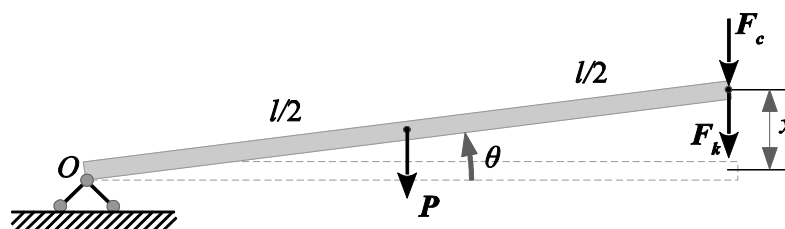
Ushbu maqolada balkada hosil bo'ladigan so'nuvchan erkin tebranma harakatini o'rganamiz. Bunda balkaning egilishini hisobga olmaymiz va uning tebranishi unga mahkamlangan prujina hisobiga bo'ladi deb faraz qilamiz. Ya'ni tebranma harakat prujinaning elastiklik kuchi evaziga paydo bo'ladi deb hisoblaymiz. Tebranma harakatning so'nishi esa balkaga mahkamlangan demfer natijasida ro'y beradi deb qaraymiz. Ushbu hol uchun balkaning tebranma harakat tenglamasini keltirib chiqaramiz va uni sonli yechimini ko'rsatamiz.

Masalaning qo'yilishi. Massasi m va uzunligi l bo'lgan bir jinsli balkaning bir uchi sharnirli qo'zg'almas mahkamlangan va ikkinchi uchi bikirligi c bo'lgan prujina va qarshilik koeffitsiyenti k bo'lgan demfer yordamida tutib turilsa, u holda balkada hosil bo'ladigan erkin, so'nuvchan tebranma harakat differensial tenglamasini keltirib chiqarish hamda uning sonli yechimini ko'rsatish.



1-rasm.

Yechish. Balkaning tebranishini balkaning O – nuqta atrofida buralish burchagi θ ning o'zgarishi orqali ifodalash mumkin. Balkaga ta'sir qiluvchi kuchlarni quyidagi chizmada ko'rish mumkin. Bunda F_c – prujinaning elastiklik kuchi, F_k – demferning qarshilik kuchi, P – balkaning og'irlik kuchi.



2-rasm.

Umumiy holda prujinaning elastiklik kuchini uning siqilish yoki cho'zilish masofasiga, demferning qarshilik kuchini esa demfer mahkamlangan nuqtaning tezligiga to'g'ri proporsional deb olish mumkin. Balka bir jinsli bo'lgani uchun, og'irlik kuchi balkaning o'rtasiga qo'yiladi. Kuchlar uchun ifodalarni quyidagicha yozish mumkin

$$F_c = cx = cl \sin \theta, \quad F_k = k\dot{x} = kl\dot{\theta} \cos \theta, \quad P = mg. \quad (1)$$

Balkaning tebranma harakat tenglamasini keltirib chiqarish uchun Lagranjning 2-tur tenglamalaridan foydalanish mumkin. Agar umumlashgan koordinata sifatida θ burchakni olsak, u holda Lagranjning 2-tur tenglamasi quyidagicha yoziladi [6].

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \theta} = Q_\theta, \quad (2)$$

bu yerda T – sistema kinetik energiyasi, Q_θ – umumlashgan kuch. Ushbu sistema uchun umumlashgan kuch barcha kuchlarning O – nuqtaga nisbatan momentlari yig'indisiga teng, ya'ni

$$Q_\theta = -\frac{Pl}{2} \cos \theta - F_c l \cos \theta - F_k l \cos \theta = -\left(\frac{mgl}{2} \cos \theta + \frac{cl^2}{2} \sin 2\theta + \dot{\theta} kl^2 \cos^2 \theta \right). \quad (3)$$

Sistema kinetik energiyasi esa quyidagicha aniqlanadi

$$T = \frac{1}{2} I_o \omega^2 = \frac{1}{6} ml^2 \dot{\theta}^2, \quad (4)$$

bu yerda I_O – balkaning O – nuqtaga nisbatan inersiya momenti.

Kinetik energiya va umumlashgan kuch uchun topilgan ifodani (2) tenglamaga qo'ysak quyidagi ko'rinishdagi harakat tenglamasini olamiz

$$\frac{1}{3}ml^2\ddot{\theta} = -\left(\frac{mgl}{2}\cos\theta + \frac{cl^2}{2}\sin 2\theta + \dot{\theta}kl^2\cos^2\theta\right), \quad (5)$$

yoki

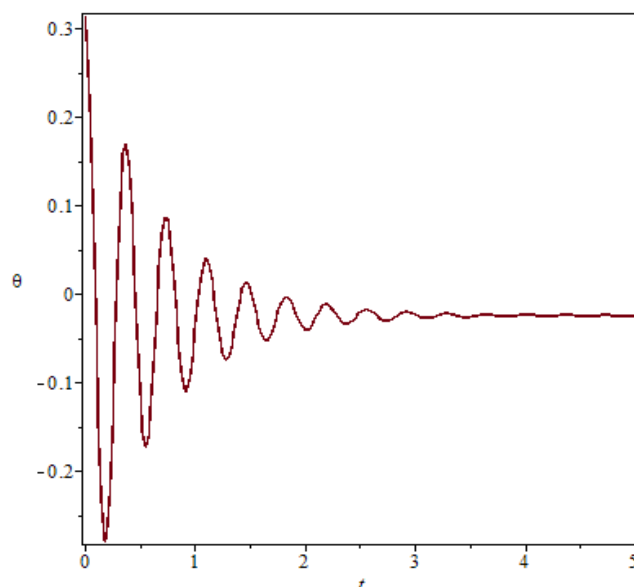
$$2ml^2\ddot{\theta} + (6kl^2\cos^2\theta)\dot{\theta} + 3l(mg\cos\theta + cl\sin 2\theta) = 0. \quad (6)$$

(6) tenglama qaralayotgan balkaning so'nuvchi erkin tebranma harakat tenglamasidir. Bu tenglama nochiziqli tenglama bo'lganligi sababli uning analitik yechimini topish murakkab hisoblanadi. Shuning uchun ushbu tenglamani Maple dasturi yordamida sonli yechamiz va natijani grafikda keltiramiz [7]. Buning uchun tenglamadagi o'zgarmas parameterlarga quyidagi qiymatlarni beramiz:

$$m = 2kg, l = 2m, c = 200 \frac{N}{m}, k = 2 \frac{N \cdot s}{m}.$$

Boshlang'ich vaqtda $\theta = \frac{\pi}{10}$ va $\dot{\theta} = 0$ bo'lsin deb shart qo'yamiz.

Natijada quyidagi grafikni olamiz:



3-rasm. θ ning t (vaqt) ga nisbatan o'zgarishi

Bu grafikda burchak θ (rad) ning vaqt t (s) ga nisbatan o'zgarishi tasvirlangan. Bundan ko'rinadiki parametrlarning qaralayotgan qiymatlari uchun sezilarli tebranishlar taxminan 3.5 soniya davom etadi. Undan keyin tebranishlar so'nadi yoki sezilsiz bo'ladi. Burchak esa taqriban $\theta = -0.0246 \text{ rad}$ bo'lganda balka muvozanatlashadi.

Maple kod:

#Differensial tenglama

```
> dt := 16 * diff(theta(t), t$2) + 48 cos^2(theta(t)) * diff(theta(t), t) + 6 * (19.6 * cos(theta(t)) + 400 * sin(2 * theta(t))) = 0;
```

$$dt := 16 \left(\frac{d^2}{dt^2} \theta(t) \right) + 48 \cos^2(\theta(t)) \left(\frac{d}{dt} \theta(t) \right) + 117.6 \cos(\theta(t)) + 2400 \sin(2\theta(t)) = 0$$

#Boshlang'ich shart

```
> bsh := theta(0) = Pi/10, D(theta)(0) = 0;
```

$$bsh := \theta(0) = \frac{1}{10} \pi, D(\theta)(0) = 0$$

#Sonli yechim

```
> y3 := dsolve({dt, bsh}, theta(t), type = numeric);
```

$y3 := \text{proc}(x_rkf45) \dots \text{end proc}$

#t=5s vaqtda θ burchak qiymati

> y3(5);

$$\left[t = 5., \theta(t) = -0.0245758928156017, \frac{d}{dt} \theta(t) = 0.00313644984301689 \right]$$

#Differensial tenglama yechimining grafigi $t=0..5$ s da

> with(plots) : odeplot(y3, [t, $\theta(t)$], 0..5, numpoints = 200);

Xulosa. Yuqorida olingan natijalar yordamida quyidagi xulosalarga kelish mumkin.

1. Ko'plab murakkab mexanika masalalarini yechishda matematik model chiziqli bo'lmagan differensial tenglamalar ko'rishida topiladi va ushbu differensial tengamalarning aniq yechimini topish juda ham murakkab yoki umuman imkonsiz [8]. Maple matematik paketi yordamida chiziqli bo'lmagan differensial tenglamalarni sonli yechimini yoki grafigini Runge-Kutta usulidan ($method=rkf45$) foydalanib yuqori aniqlikda, tez va oson aniqlash mumkin.

2. Ko'priklar va yuqori qavatli binolar qurilishida islatiladigan balkalarda paydo bo'ladigan tebranishlarni dempfer yordamida so'ndirish masalasiga xususiy holda matematik model tuzildi va yechim uchun umumiy algoritim ishlab chiqildi. Ushbu algoritim yordamida ixtiyoriy vaqt uchun balkaning gorizontaldan og'ish burchagini aniqlashimiz va dempferning ixtiyoriy so'nish koeffitsienti uchun $\theta(t)$ grafigini olish mumkin.

3. Ushbu maqola texnika oliy o'quv yurti talabalari va magistrarlari uchun so'navchi tebranma harakatni o'rganishda foydalanish uchun tavsiya etiladi.

ADABIYOTLAR:

1. А.Нашиф, Д.Джоунс, Дж. Хендерсон. Демпфирование колебаний: Пер. с англ.-М.: Мир, 1988.-448с.
2. V. L. Litvinov, P. S. Grigoriev, Sh. R. Ibodulloev; Statement of the problem on vibrations of a beam with a moving spring support. AIP Conf. Proc. 3 June 2024; 3119 (1): 050004. <https://doi.org/10.1063/5.0214809>
3. А.А.Яблонский. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике – М.:Интеграл пресс,2000.-384с.
4. А.Райимов, Ж.Абдинабиев, Аналитическое и численное решение задач динамики в Maple. // O'zbekiston qishloq va suv xo'jaligi, maxsus son [1].2024y.
5. Sunday, Joshua. (2017). Systems Theory: An Approach to Mass-Damper-Spring and Mass-Nondamper-Spring Systems. // General Letters in Mathematics. 3. 10.31559/GLM2016.3.3.4.
6. Т.Рашидов, Ш. Шоziёттов, К.Б.Муминов, Назарий механика асослари, 1990. - 292с.
7. Журов Г.Н. Математические методы в инженерии. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Методические указания к практическим занятиям/Национальный минерально-сырьевой университет «Горный». 2015. - 62 с.
8. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. — М.: Наука, 1989.

YEVROPIY KIRISHMA ATOMLARI BILAN LEGIRLANGAN KREMNIYNING MAGNIT XUSUSIYATLARI

Mavlonov G'iyosiddin Haydarovich,

*Islom Karimov nomidagi Toshkent davlat texnika universiteti professori,
fizika-matematika fanlari doktori*

Abdug'aniyev Yo'ldoshali Adashali o'g'li,

*Islom Karimov nomidagi Toshkent davlat texnika universiteti assistent o'qituvchisi
yoldoshaliabduganiyev2@gmail.com*

Annotatsiya. Ishlab chiqilgan diffuziya texnologiyasi yordamida lantanoid guruhiga mansub elementlar bilan kremniyni legirlash imkoniyati yaratildi va natijada materialning asosiy fizik parametrlarini o'rganish mumkin bo'ldi. Tadqiqot natijalariga ko'ra, ma'lum sharoitlarda olingan namunalarda ferromagnit xususiyatlar aniqlangan bo'lib, bu holat kirishma atomlarining magnit domenlarga parallel joylashuvi bilan izohlandi. Olingan tadqiqot natijalari shuni ko'rsatdiki, yevropiy kirishma atomlarining diffuziya yo'li bilan legirlangan kremniy namunalari $T = 300\text{K}$ haroratda kuchli ferromagnit xususiyatlarni namoyon qiladi.

Kalit so'zlar: kremniy, yevropiy, diffuziya, konsentratsiya, magnit maydonlar, gisteresis.

МАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА КРЕМНИЯ, ЛЕГИРОВАННОГО ПРИМЕСНЫМИ АТОМАМИ ЕВРОПИЯ

Аннотация. С помощью разработанной технологии диффузии создана возможность легирования кремния элементами, относящимися к группе лантаноидов, что позволило изучить основные физические параметры материала. Результаты исследования показали, что в образцах, полученных при определённых условиях, были обнаружены ферромагнитные свойства, что объясняется параллельным расположением примесных атомов в магнитных доменах. Полученные результаты исследований продемонстрировали, что образцы кремния, легированные путём диффузии примесных атомов европия, проявляют сильные ферромагнитные свойства при температуре $T = 300\text{K}$.

Ключевые слова: кремний, европий, диффузия, концентрация, магнитные поля, гистерезис.

FERROMAGNETIC PROPERTIES OF SILICON DOPED WITH EUROPIUM IMPURITY ATOMS

Abstract. The developed diffusion technology has created the possibility of doping silicon with elements from the lanthanide group, which has enabled the study of the material's fundamental physical parameters. According to research findings, ferromagnetic properties were observed in samples obtained under specific conditions, which was attributed to the parallel alignment of impurity atoms within magnetic domains. The research results demonstrated that silicon samples doped through diffusion with europium impurity atoms exhibit strong ferromagnetic properties at a temperature of $T = 300\text{K}$.

Keywords: silicon, europium, diffusion, concentration, magnetic fields, hysteresis.

Kirish. Hozirgi vaqtda ko'plab olimlar va mutaxassislar lantanoidlar guruhiga mansub elementlar bilan legirlangan kremniyning magnit xususiyatlarini o'rganmoqdalar va bu sohada ma'lum yutuqlarga erishilgan bo'lib, ushbu tadqiqotlar asosida zamonaviy magnit maydon datchiklari hamda magnetoelektron qurilmalar yaratish imkoniyati ko'rsatib berilgan [1-3]. Lantanoidlar guruhiga mansub elementlar bilan legirlangan kremniyni olishga bo'lgan qiziqish nafaqat diffuziya asosida legirlash texnologiyasini rivojlantirish, balki olingan materiallarning asosiy fizik parametrlarini o'rganish bilan ham bog'liq. Adabiyotlarning tahlil qilinganda, lantanoid elementlarining aralashma atomlari bilan legirlangan kremniy namunalarda ma'lum harorat diapazonlarida ferromagnit xususiyat namoyon bo'lishi aniqlangan. Bu holat, o'z navbatida, kirishma atomlarining magnit domenlar bilan izohlangan.

Olish texnologiyasi. Yevropiy kirishma atomlari bilan legirlangan kremniyning ferromagnit xususiyatlarini o'rganish uchun boshlang'ich monokristalli kremniy KEF-6, 40 va 80 markalarining tanlab

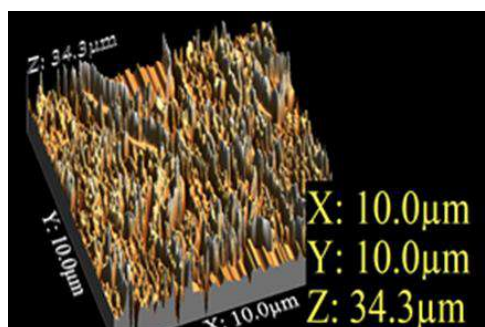
olindi. Yevropiy atomlarining diffuziyasi $T = 1100 \div 1250^\circ\text{C}$ harorat oralig'ida, $t = 6 \div 15$ soat davomida, $P = 10^{-6}$ mm sim. ust. gacha vakuumlangan kvarts ampullarda amalga oshirildi [4-6].

1-jadvalda diffuziyadan keyingi namunalarning ECOPIA HALL HMS-7000 rusimidagi Van der Pauw qurilmalari yordamida o'lchangan, elektr fizik parametrlarini ko'rish mumkin.

1-jadval.

Namunalar	O'tkazuvchanlik turi	Solishtirma qarshilik, $\rho, \Omega \cdot \text{cm}$	Zaryad tashuvchilarning harakatchanligi, $\mu, \text{cm}^2/\text{B} \cdot \text{c}$	Zaryad tashuvchilarning soni, N, cm^{-3}
Si<P, Eu>-80	p	$1.8 \cdot 10^{-2}$	191	$1,8 \cdot 10^{18}$
Si<P, Eu>-40	p	$1.36 \cdot 10^{-2}$	204	$2,2 \cdot 10^{18}$
Si<P, Eu>-6	p	$12 \cdot 10^{-2}$	309	$1,68 \cdot 10^{17}$

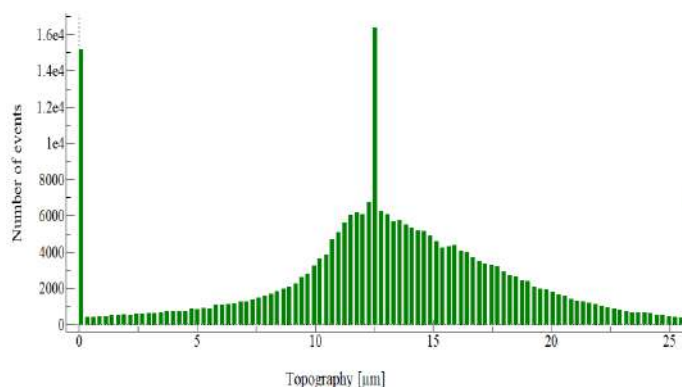
Atom kuchlar mikroskopi (AKM) yordamida yevropiy kirishma atomlari bilan legirlanagan kremniy namunalarning sirt holati o'rganildi. Bu usul yordamida ma'lum nuqtalar yoki spektrning mos keluvchi chiziqlari bo'yicha kirishma tomalrning atomlar klasterlarining o'lehamalrining aniqlash mumkin.



1-rasm.

Yevropiy kirishma atomlari bilan legirlangan kremniy namunaning sirt holatining AKM tasvirlari.

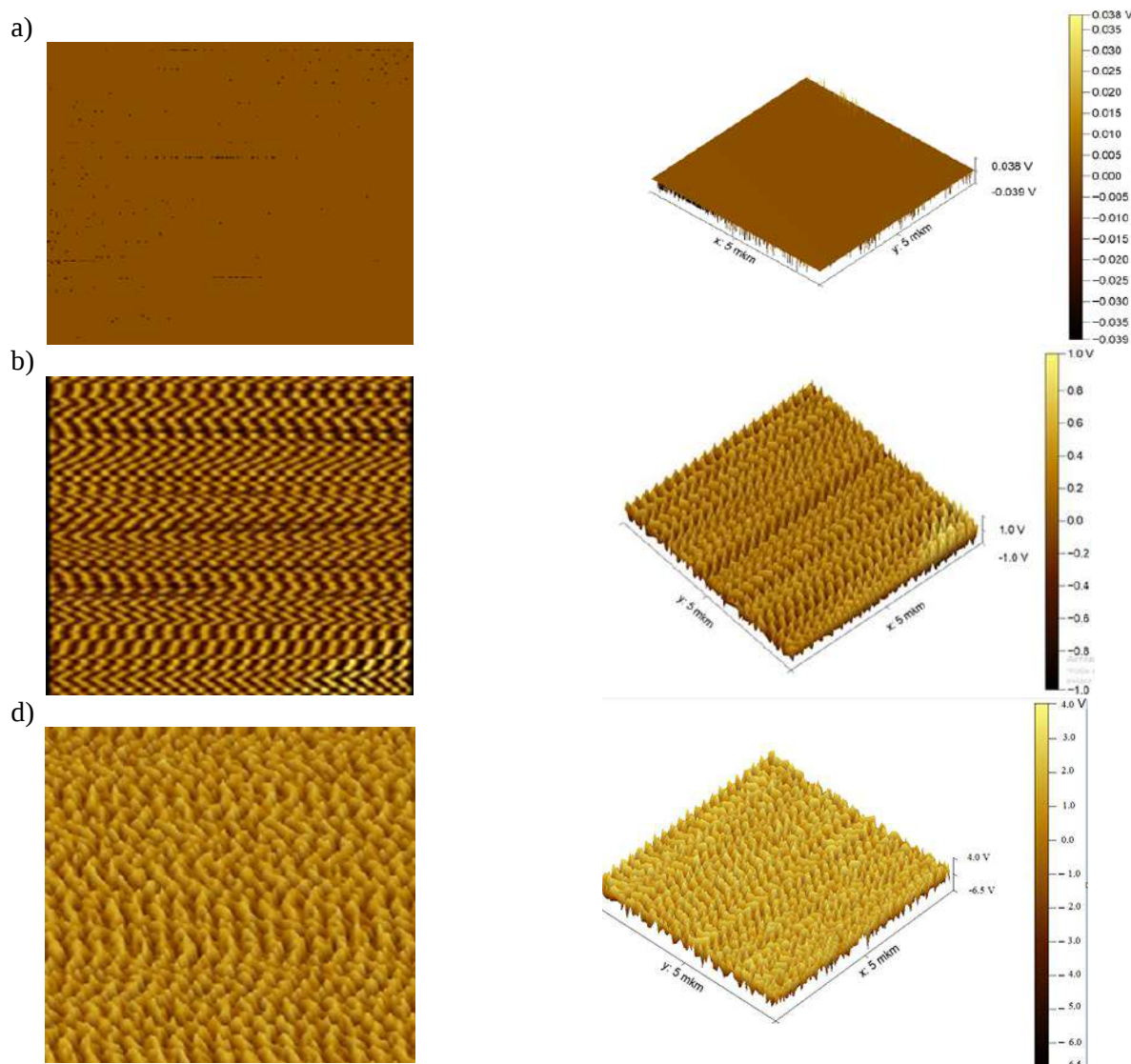
AKM yordamida olingan spektrdan kremniy yuzasining har bir nuqtasiga to'g'ri keluvchi atomlar sonini aniqlash mumkin. 2-rasmdan ko'rinib turibdiki, $12,5 \mu\text{m}$ nuqtada yevropiy kirishma atomlaridan hosil bo'lgan nanoklasterlar soni taxminan $1.6 \cdot 10^4$ ga yetadi.



2-rasm.

$0 \div 25 \mu\text{m}$ uzunlik oralig'ida yevropiy kirishma atomlari bilan legirlangan kremniy namunalardan olingan cho'qqilar spektri

Namunalarning sirt qatlamida hosil bo'lgan magnit klasterlarni o'rganish maqsadida Magnit kuchlar mikroskopi(MKM) yordamida amalga oshirildi. 3-rasmda nazorat kremniy namunasi uchun MKM orqali olingan magnit topografiya tasvirlangan: 3-a- rasm $B_1 = 250$ mT tashqi magnit maydonida. Tajriba natijalar shuni ko'rsatdiki, yevropiy kirishma atomlari bilan legirlangan kremniy namunalarida 100 mT dan katta tashqi magnit maydon ostida sirt qatlamida magnit momentlarning tartiblanishi kuzatiladi. Bu esa magnit topografiyaning o'zgarishiga olib keladi. 3-b-rasmdan ko'rinib turibdiki, $B_1 = 150$ mT magnit maydonida kantileverga qo'llangan sensor chiqish signali $U = 2$ V ni tashkil etadi. $B_2 = 250$ mT magnit maydonida esa magnit kuchlar diapazoni 10,5 V ga yetadi 3-d-rasm.

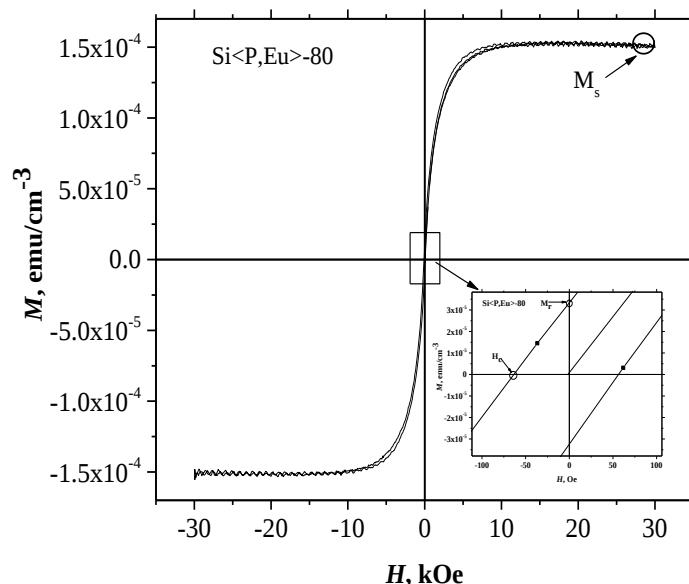


3-rasm.

Xona haroratida boshlang'ich va yevropiy kirishma atomlari bilan legirlangan kremniy namunalarining topografiyasi. a- $B_1 = 250$ mT magnit maydoni ta'sirida. b, d –Yevropiy kirishma atomlari bilan legirlangan kremniy namunasi, $B_1 = 150$ mT va $B_2 = 250$ mT tashqi magnit maydonlari ta'sirida.

Yevropiy kirishma atomlari bilan legirlangan kremniy namunalarining magnit xususiyatlari ushbu materialning geometrik turdagi kuchli magnit anizotropiyasi bilan izohlanishi mumkin. Buning sababi yevropiy atomlarining yuzada va sirt yaqin qatlamda notekis taqsimlanishi bo'lib, bu materialning chuqurligi bo'ylab kuchli magnitliklar paydo bo'lishiga olib keladi. Bunday diffuziya taqsimoti namunaning chuqurligi bo'ylab domen o'lchamlarini cheklaydi va domen tuzilishi juda yupqa magnit plyonkalardagi domenlar tasviriga o'xshash bo'ladi. Bu holda yuza bilan perpendikulyar yo'nalishda magnit kuchlar bo'lmaydi. Agar yuza bilan perpendikulyar tashqi magnit maydon qo'llansa, dastlabki holat muayyan chegaraviy magnit maydoni qiymatigacha saqlanadi. Bu qiymatdan oshganda, materialda domenli tuzilma hosil bo'ladi.

Yevropiy kirishma atomlari bilan legirlangan kremniy namunalarda xona haroratida ferromagnit tipdagi magnit tartiblanish hosil bo'lishi supero'tkazuvchi kvant interferometri (SQUID) yordamida magnit momentning to'g'ridan-to'g'ri o'lchovlari orqali tasdiqlandi (4-rasm).



4-rasm. Yevropiy kirishma atomlari bilan legirlangan kremniy namunasining magnitlanishi

Yevropiy kirishma atomlari bilan legirlangan kremniy namunalarning magnit momenti tashqi magnit maydon ta'sirida gisterezis halqasi hosil qilishiga olib keladi. To'yingan magnitlanish: $M_s = \pm 1.47 \cdot 10^{-4}$ emu/cm³, qoldiq magnitlanish: $M_r = 3.5 \cdot 10^{-5}$ emu/cm³ Majburiy kuch: $H_c = 58$ Oersted. Bu natijalar yevropiy atomlari bilan qo'shimcha qilingan kremniy namunalarda ferromagnit tartiblanishning mavjudligini tasdiqlaydi.

Xulosa. Yevropiy kirishma atomlari bilan legirlangan kremniyning magnit xususiyatlarini o'rganish shuni ko'rsatdiki, xona haroratida juda yupqa magnit plyonkalardagi domenlarga o'xshash magnit domenlar hosil bo'ladi. Bu domen tuzilmalari tashqi magnit maydon ta'sirida oson o'zgaradi, chunki majburiy kuch 58 Oe dan oshmaydi.

Yevropiy bilan legirlangan kremniy namunalarning magnit parametrlarining boshqa materiallarga qaraganda ancha yuqori bo'lishi, ularni magnetoelektronika va spintonika sohalarida magnit sensorlar hamda magneto-optik qurilmalar yaratish uchun ishlatish imkonini beradi.

ADABIYOTLAR:

1. Zikrillayev N.F., Mavlonov G.H., Trabzon L., Isamov S.B., Abduganiev Y.A., Ibodullaev Sh.N., Kushiev G.A. "Magnetic Properties of Silicon Doped with Impurity Atoms of Europium", // *Journal of nano and electronic Physics*. Vol. 15 No 6, 06001(4pp) (2023), DOI: 10.21272/jnep.15(6).06001.
2. Andrey M. Tokmachev, Dmitry V. Averyanov, Alexander N. Taldenkov, Oleg E. Parfenov, Igor A. Karateev, Ivan S. Sokolov and Vyacheslav G. Storchak. "Lanthanide f^7 metalloxenes – a class of intrinsic 2D ferromagnets". // *Materials Horizons*, 2019, 00, 1-9, doi. 10.1039/x0xx00000x.
3. Bakhadir Khanov, M.K., Mavlonov, G.H., Iliev, X.M., Ayupov, K.S., Sattarov, O.E., Tachilin, S.A. Specific features of magnetoresistance in overcompensated manganese-doped silicon. // *Semiconductors*. 2014, 48(8), pages 986–988, DOI: 10.1134/S106378261408003X
4. Nazyrov D.E., Regel A.R., Kulikov G.S. Silicon doped with rare earth elements. Preprint. Physic Technical Institute im. A.F. Ioffe Academy of Sciences of the USSR. No1122. 1987. 56 pp].
5. Zikrillayev N F, Mavlonov G Kh Trabzon, L, Koveshnikov S V Kenzhaev, Z T, Ismailov T B and Abduganiev Y A. // *East Eur.J.Phys.*3,380 (2023)
6. Mavlonov G H, Isamov S.B, Koveshnikov S V, Zikrillayev Kh F, Abduganiev Y.A, Sattarov A A and Ibrohimov A B. Ordering of europium magnetic domains in silicon at room temperature // *Indian Journal of*

Physics. Volume 98, Issue 13.2024

7. Vaara R. L., Kuzmin M., Laukkanen P., Perala R.E., Vayrynen I.J. Two series of triple- and single-domain reconstructions induced by europium on vicinal Si (1 1 1) [112]-miscut surface, // *Applied Surface Science* 220 (2003) 327–334, doi:10.1016/S0169-4332(03)00827-4.
8. P. Liu, J. Tang, Antiferromagnetic coupling in EuO_{1-x} , // *Phys. Rev. B.* 85 (2012) 224417.
9. Tagantsev A K, Cross L E, and J Fousek. Springer-Verlag. - New York (2010).
10. Tuomas H E, Lahtinen J O, Tuomi, and S V Dijken. // *IEEE transactions on magnetics.* 47.10 (2011).

RESEARCH AND APPLICATION OF DOMAIN STRUCTURES IN BISMUTH-BEARING
YTTRIUM IRON GARNET

Ochilov Odil Ochilovich,

Head of the Laboratory
of the Nanotechnology Development Center at the
National University of Uzbekistan
ochilov_o@nuu.uz

Qulmatova Gulzoda Abduravup qizi,

PhD student of the Samarkand State
University named after Sharof Rashidov
qulmatovagulzoda3@gmail.com

Malikov Komiljon Homid o'g'li,

PhD student of Nanotechnology Development Center at the
National University of Uzbekistan
komiljonmalikov1995@gmail.com

Abdulxafizova Nargiza Odiljon qizi,

Intern researcher at Nanotechnology Development Center
at the National University of Uzbekistan
abdulxafizovanargiza@gmail.com

Abstract. The physical principles of magneto-optical deflectors based on the epitaxial films of the bismuth with iron yttrium garnet are investigated in this article. Experimental studies of domain structures in bismuth iron yttrium garnet enable the creation of optical switches of light flux. A described the experimental setup for observation domain for the atomic force microscope MIN - 8. Optical switches based on the magneto-optical Faraday effect are presented, along with an example of controlling light beams applying domain structures in bismuth-containing iron yttrium garnet epitaxial films. Magneto-optical switches of various sizes and types are shown in laboratory models. By polarizing microscopes, the fixing of domains on different flaws in bismuth-containing iron yttrium garnet was examined and observed.

Keywords: magneto-optics, Faraday effect, yttrium iron garnet, domains, commutator.

ИССЛЕДОВАНИЕ И ПРИМЕНЕНИЕ ДОМЕННЫХ СТРУКТУР В
ВИСМУТСОДЕРЖАЮЩЕМ ЖЕЛЕЗО-ИТТРИЕВОМ ГРАНАТЕ

Аннотация. В настоящей статье проведено исследование физических основ магнитооптических дефлекторов на основе эпитаксиальных плёнок висмутсодержащего иттриевого железного граната. Проведённые экспериментальные исследования доменных структур в висмутсодержащем иттриевом железном гранате позволяют создать оптические коммутаторы светового потока. Приведена экспериментальная установка для наблюдения доменных структур на основе поляризационного микроскопа МИН-8. Приведены оптические коммутаторы на основе магнитооптического эффекта Фарадея, демонстрирующие процесс управления световым лучом при помощи доменных структур в эпитаксиальной плёнке висмутсодержащего иттриевого железного граната. Приведены лабораторные макеты магнитооптических переключателей разного типа и размеров. Исследовались и наблюдались под поляризационными микроскопами закрепления доменов на различных дефектах в висмутсодержащем иттриевом железном гранате.

Ключевые слова: магнитооптика, эффект Фарадея, железа иттриевого гранат, домены, коммутатор.

VISMUT TARKIBLI ITTIRIDIY TEMIR GRANATIDA DOMEN TUZILMALARNING
TADQIQOTI VA QO'LLANILISHI

Annotatsiya. Ushbu maqolada vismut tarkibli ittriy temir granati asosida yaratilgan magnitooptik deflektorlarning fizik asoslari tadqiq qilindi. O'tkazilgan eksperimental tadqiqotlar vismut tarkibli ittriy temir granatidagi domen tuzilmalarining optik yorug'lik oqimini boshqarishda foydalanish imkoniyatini aniqlashga xizmat qildi. Domen tuzilmalarini kuzatish uchun MIN-8 polarizatsion mikroskopiga asoslangan eksperimental qurilma taqdim etildi. Shuningdek, magnitooptik Faradey effekti asosida ishlovchi optik

kommutatorlar va epitaksial yupqa qatlamdagi domen tuzilmalari yordamida yorug'lik nurlarini boshqarish jarayoni namoyish etildi. Turli o'lcham va turlarga ega laboratoriya sharoitidagi magnitooptik kommutator maketlari ishlab chiqildi. Polyarizatsion mikroskop yordamida vismut tarkibli ittriy temir granatida domenlarning turli nuqsonlarda mustahkamlanish xususiyatlari tadqiq qilindi va kuzatildi.

Kalit so'zlar: magnitooptika, Faraday effekti, ittiridiy temir granati, domenlar, kommutator.

Introduction. Currently, the existing component base for optical machines needs construction using up-to-date generation technologies. The creation of high capacity, ultra high speed optical switches that function within the infrared and visible spectrums through magneto optical effect requires careful studying of the magneto optical(MO) characteristics of ferromagnetic materials possessing intrinsic domain configurations. This paper attempts to survey a state of the art and futurism of one important component of optoelectronic based optical switches. In this regard, the basic physical principles of the MO deflectors based on epitaxial films of Yttrium iron garnet (YIG) are understood. The domain structures of bismuth doped YIG were experimentally studied for the optical modulation of the light flux. These experiments resulted in the direct recording of the changes of the domain structures caused by magnetic fields, temperature, and optical fields. In support of these national experiments, equipment was constructed to observe the dynamics of the domains under the action of Faraday effect. Photographic documentation of an installation designed for observing domain structures and investigating MO switches—referred to as the MO Faraday element (MOEF)—is presented. Moreover, the parameters of an optical switch based on an epitaxial film with a thickness of 6.22 μm have been characterized.

Research methodology. An installation based on a Min – 8 polarizing microscope has been created to observe domain structures in bismuth-containing garnet ferrites. The installation allows you to visualize and manage domain structures. The rapid advancement of modern magnetoelectronics has significantly expanded the range of applications for magnetic materials [1]. In this context, recent studies have increasingly focused on magnetic materials with various cationic substitutions [2–4] and on computer-based micromagnetic modeling of magnetization distributions [5, 6] from a nanotechnological perspective. Additionally, efforts have been directed toward enhancing the magnetic, optical, and magneto-optical properties of these materials under thermal and laser irradiation, as demonstrated in several recent investigations [6–9]. Consequently, magnetic materials are being widely applied in telecommunications, including in the development of optical switches, beam deflectors, and multiplexers. To gain a comprehensive understanding of the phenomena occurring in magnetic materials, it is imperative to employ modern experimental methods. In this study, we propose a computer-assisted technique for visualizing domain structures, which enables the direct observation of changes under the influence of magnetic fields, temperature variations, optical fields, and other perturbing factors.



Figure.1. Installations for observing domain structures and for studying magneto-optical switches

An experimental setup has been developed to facilitate both visual monitoring of domain changes and precise metric measurements. A photograph of this installation is shown in Fig. 1, with Fig. 1a depicting the apparatus used for observing domain structures—comprising a MIN-8 polarizing microscope coupled with a video camera that transmits images directly to a computer.

Results and discussion. Employing ferrites with a magnetic permeability of 2000 makes it possible to substantially decrease the size of the control magnetic fields while attaining the necessary times for switching of the order of micro seconds. The evolution of magneto-microelectronics is due to the existence of magnetic domains [10–14], vertical Bloch lines (VBL) [15] and spin-orientation phenomena in magnetic materials [16]. An experimental scheme for the study of optical switches is shown in Fig. 1b.



Figure 2. Laboratory layout of MO switches

In Figure 2, the control magnets' overall specifications are depicted. The basic principle is that information retention and retrieval relies on the shifts of the magnet's magnetic features in the presence of destabilizing elements like external magnet fields, temperature changes, or light pressure. Domain structures in magnets can be observed using the magneto-optical (MO) effects of light "transmission" (Faraday effect) or light "reflection" (Kerr effect) using a polarizing microscope. Figure 2 contains a set of polarized microscope (MIN-8) photographs showing domain structures of bismuth-substituted yttrium iron garnet (YIG) $(YBi)_3(FeGa)_5O_{12}$ under several strengths of magnet field, the intensity of which was kept below 10 Oe.

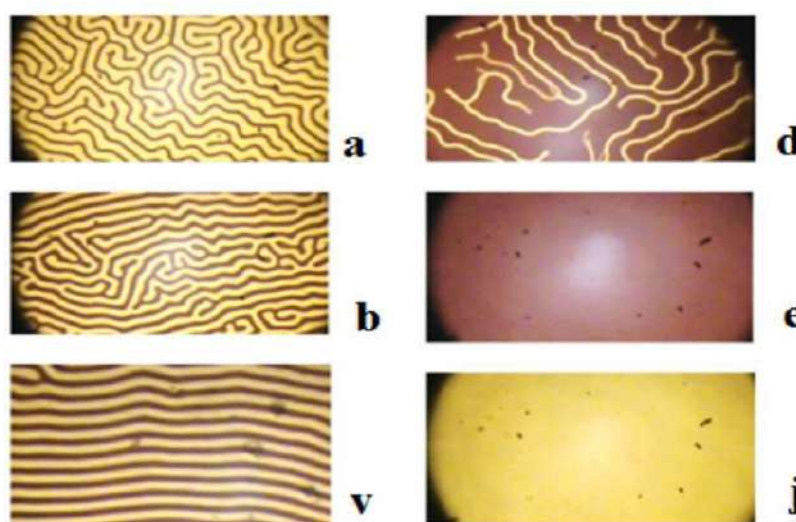


Figure 3. Magnetic domain structures at different magnetic field strengths

Figures 3a and 3b depict the labyrinthine state of the domain structure, while Figure 3c illustrates a stripe domain configuration. As the applied magnetic field increases, the domain structures gradually transition from a labyrinthine state to a single-domain state. Figure 3e represents the dark state, occurring when the direction of the magnetic field is opposite to the propagation direction of the light flux. Under these conditions, a dark field is observed, preventing light transmission through the system. Conversely, Figure 3g illustrates the bright state, where the magnetic field is aligned with the direction of light propagation, allowing light to pass through the system. This characteristic behavior of magnetic materials can be utilized for the development of optical switches. The schematic representation of such a switch is presented in Figure 4.

Optical networks are integral to modern communication systems, with one of their primary functions being the switching of light signals. Optical switches are designed to manage the routing of these signals, enabling the input, output, or redirection of specific spectral channels transmitted through optical fibers. Various technologies have been developed to realize optical switching capabilities. This study focuses on optical switches that leverage the magneto-optical (MO) Faraday effect, illustrating how domain structures in bismuth-substituted yttrium iron garnet (Bi:YIG) can be utilized to control light beams effectively. Figure 3 illustrates, within the paraprocess region, increasing the applied magnetic field predominantly results in a labyrinthine domain structure. Depending on the field's direction, the observed area appears dark or light, as previously discussed. This phenomenon is particularly advantageous for examining defects in magnetic

materials. Figure 5 shows individual stripe domains attached to defects; only after applying a sufficiently strong field do they detach and transition to a single-domain state, which is energetically more favorable.

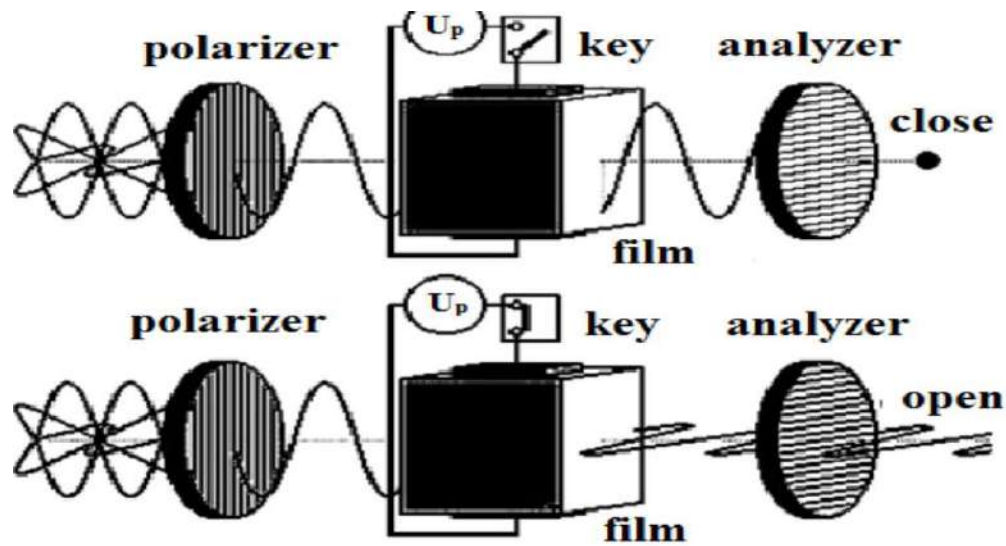


Figure 4. Optical design of the MO switch U_p

It is noteworthy that these investigations hold significant value for educational applications. Integrating a television camera to monitor domain dynamics facilitates data transmission and subsequent analysis, providing educators with an enhanced means to visually demonstrate domain behavior in response to varying magnetic fields.

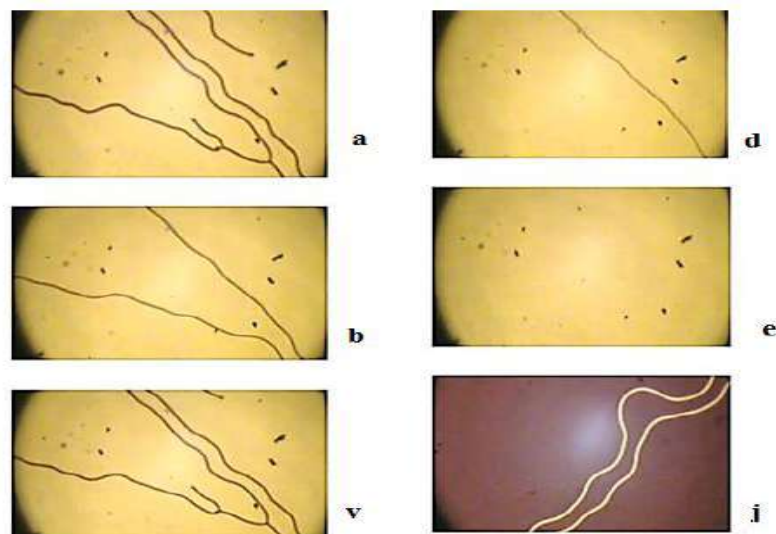


Figure 5. Observation under a MIN 8 microscope of the fixation of domains on defects in bismuth containing YIG

Incorporating such contemporary technical teaching tools into the educational framework enriches the logical structuring of instructional content, modernizes curricula, and fosters the adoption of innovative, active learning methodologies. With this approach, deeper knowledge is formed in teaching these phenomena. New generations of optical instruments for creating and transmitting information are based on the phenomena of interference and diffraction of light, as well as on changes in the magnetic phenomena of magnets, so students studying in the field of telecommunications need to have an understanding of the phenomena in magnetic structures [1,17,18].

Conclusion. The findings from our study enable direct observation of domain structures and their dynamic alterations. Our experimental setup facilitates the visualization of stationary domains associated with defects in the examined magnetic materials. This methodology not only enhances the investigation of magnetic phenomena but also enriches educational practices. Incorporating a television camera to monitor domain dynamics allows for real-time data transmission and analysis, providing educators with an advanced tool to vividly demonstrate domain behavior under varying magnetic fields. This approach aligns with

contemporary educational strategies, promoting a deeper comprehension of magnetic phenomena among students. As modern optical instruments for information creation and transmission increasingly rely on interference, diffraction of light, and magnetic property variations, it is imperative for telecommunications students to grasp the underlying principles governing magnetic structures. A solid understanding of these phenomena is essential for the development and application of next-generation technologies in the field.

REFERENCES:

1. Морозов А.И., Сигов А.С. Новый тип доменных стенок — доменные стенки, порождаемые фрустрациями в многослойных магнитных наноструктурах (Обзор) // ФТТ, 2004, том 46, вып. 3, с. 385-400.
2. Kostishyn V.G., Morchenko A.T., Chitanov D.N. Effect of charge state and cation sizes on magnetic, electric and optical properties of thin epitaxial magnetic garnet films // 19th International Symposium on Metastable Amorphous and Nanostructured Materials ISMANAM-2012, 18-22 June 2012 Moscow, PO-162, P. 209.
3. Мирошин С.В., Морченко А.Т., Читанов Д.Н. Влияние катионных замещений на свойства эпитаксиальных плёнок ферритов-гранатов // 68-е дни науки студентов МИСЦ: международные, межвузовские и институтские научно-технические конференции. Москва 2013, с. 96.
4. Malyshkina O.V., Movchikova A.A.; Ped'ko B.B., Boitsova K.N., Sorokina I.I. Polarization Distribution and Domain Structure in SBN rystal Doped by Eu or Rh // Ferroelectrics. 2010. V.398. P.64–70.
5. Толстобров Ю.В., Манаков Н.А. Микромагнитное моделирование распределения намагниченности в полубесконечных монокристаллах // ФММ. 2006. Т. 102. №6. с. 597-601
6. Манаков Н.А., Толстобров Ю.В., Шилинг Г.С. Микромагнитное моделирование влияния поверхностной анизотропии на доменные структуры в нанопластинке. «Вестник» «Оренбургский государственный университет» 2009, №10 (104), с. 129-132
7. В.И. Пудов, Ю.Н. Драгошанский. Магнитная доменная структура и термостабилизация зон лазерного воздействия в магнитомягких материалах ФТТ, 2016, том 58, вып. 2, с. 252-258.
8. Драгошанский Ю.Н., Пудов В.И., Губернаторов В.В. Комплексные термомагнитная и лазерная обработки электротехнических материалов. // ФММ, 2011, т.111, №5, с. 486-492.
9. Драгошанский Ю.Н, Пудов В.И., Каренина Л.С. Оптимизация доменов и снижение магнитных потерь электротехнической стали активным покрытием и лазерной обработкой. // Известия РАН, серия физическая. 2013, т.77. №10, с.1495-1498
10. Пашко А. Г. Конфигурации динамических доменных структур и процессы перемагничивания пленок ферритов-гранатов: автореф. канд. физ.-мат. наук/ УрГУ. – Екатеринбург, 2009, с.200.
11. Мамалуй Ю. А., Сирюк Ю. А., Смирнов В. В. Роль магнитостатического давления при изучении особенностей доменной структуры // Физика и техника высоких давлений. – 2011. – Т. 21, № 1. с. 72–80.
12. Сирюк Ю. А., Безус А. В. Спонтанные фазовые переходы в ферритгранатовых пленках // Физика твердого тела. – 2013. – Т. 55, В.3. с. 547–551.
13. Щетников О. П., Агафонов Л. Ю., Мехоношин Д. С., Памятных Л. А. Влияние температуры на формирование спиральных динамических магнитных доменов в пленках ферритов-гранатов [Электронный ресурс] // Магнитные явления – Тез. докл. XIV Всеросс. шк. - сем.по пробл. физ. конд. сост. вещ., Екатеринбург, 20–26 ноября 2013 г. с. 72.
14. Мальцев В. Н., Картагулов Л. Н. Влияние постоянного магнитного поля на динамическую устойчивость спирального домена //Физика металлов и металловедение. – 2004. – Т.98, №1. с.1-4.
15. Филиппов Б.Н. Динамика доменных стенок в магнитно-многоосных пленках в области толщин, соответствующих блох-неелевским преобразованиям структуры // Физика твердого тела, 2012, том 54, вып. 12, с. 2282-2288
16. А.В.Безус, А.А. Леонов, Ю.А.Мамалуй, Ю.А. Сирок Фазовые переходы в ЦМД- структурах при спиновой переориентации в ферритах –гранатовых пленках // Физика твердого тела, 2004, том 48, вып. 2, с. 277-281.
17. Жилинская. Г.Н., Козлов А.И. Дифракция плоской электромагнитной волны на плоской периодической структуре// Научный Вестник МГТУ ГА 2010, № 158 с.20-25
18. Под редакцией В.А. Сойфера в кн. Диффракционная нанофотоника. – Москва. - Физматлит 2011, с. 676.

MAGNETIT ASOSIDAGI MAGNIT SUYUQLIKLARNI HOSIL QILISH VA UNING ICHKI TUZILISHINI O‘RGANISH

Nurimov Umidjon Elmuradovich,

Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti

fizika fani o‘qituvchisi, assistant

nurimovumid1@gmail.com

Annotatsiya. Magnitli suyuqlik bu magnitli zarrachalarining o‘lchami 15-80 nm oralig‘ida bo‘lgan kolloid dispers sistemadir. Kimyoviy kondensatsiya usulidan foydalanib magnit nanozarra FeFe_2O_4 (magnetit) sintez qilindi, hosil bo‘lgan magnit nanozarra turli miqdorlarda sirt faol modda va asos suyuqlik bilan yaxshilab aralashtirilib magnit suyuqlik hosil qilindi. Hosil qilingan magnit nanozarralarning rentgenofazaviy, rentgenospektral, morfologik tahlillari olib borildi.

Kalit so‘zlar: temir, kondensatsiya, kolloid eritma, dispers sistema, konsentratsiya, temperatura, magnit suyuqlik, nanozarra.

ОБРАЗОВАНИЕ МАГНИТНЫХ ЖИДКОСТЕЙ НА ОСНОВЕ МАГНЕТИТА И ИЗУЧЕНИЕ ЕГО ВНУТРЕННЕГО СТРОЕНИЯ

Аннотация: Магнитная жидкость представляет собой коллоидно-дисперсную систему с размером магнитных частиц в диапазоне 15-80 нм. Магнитная наночастица FeFe_2O_4 (магнетит) была синтезирована методом химической конденсации, полученная магнитная наночастица тщательно смешивалась с различными количествами ПАВ и базовой жидкости с образованием магнитной жидкости. Проведён рентгенофазовый, рентгеноспектральный и морфологический анализы полученных магнитных наночастиц.

Ключевые слова: железо, конденсация, коллоидный раствор, дисперсная система, концентрация, температура, магнитная жидкость, наночастица.

FORMATION OF MAGNETIC LIQUIDS BASED ON MAGNETITE AND STUDYING ITS INTERNAL STRUCTURE

Abstract. Magnetic fluid is a colloidal dispersed system with magnetic particles size in the range of 15-80 nm. Magnetic nanoparticle FeFe_2O_4 (magnetite) was synthesized using the chemical condensation method, the resulting magnetic nanoparticle was thoroughly mixed with various amounts of surfactant and base liquid to form a magnetic liquid. X-ray phase, X-ray spectral, and morphological analyzes of the produced magnetic nanoparticles were carried out.

Keywords: iron, condensation, colloidal solution, dispersed system, concentration, temperature, magnetic liquid, nanoparticle.

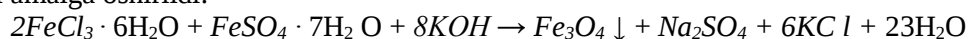
Kirish. Dunyoda bugungi kunda tarkibida 3d-metallari bo‘lgan nanozarralar asosidagi kukun va kolloid eritmalarning fizik-kimyoviy xossasini va ichki tuzilishini o‘rganish juda dolzarbdir. Hozirgi vaqtda tarkibida temir bo‘lgan nanozarralar asosidagi magnit suyuqliklarning magnit xususiyatlarini o‘rganish katta qiziqish uyg‘otmoqda. So‘nggi yillarda olib borilayotgan tajriba va nazariy tadqiqotlar bunday turdagi materiallarning qo‘llanilish sohasini kengaytirdi [1,2]. Xususan, hozirda dunyoda magnit suyuqliklardan texnikada dempfirli sistemalarning tebranishini so‘ndirishda, vakuumli sistemalarni germetiklashda, materiallarni moylashda, tibbiyotda dorilarni inson organizmining kerakli nuqtasiga yetkazishda, shuningdek, zararli o‘simtalarni gipertermiya usulida davolashda, tomografik va rentgen tekshiruvlarda kontracs modda sifatida, tog‘-kon sanoatida nomagnit moddalarni separatsiya qilishda foydalanilmoqda[5]. Shuning uchun ferromagnit nanozarralar tarkibli suyuqliklarning magnitlanish xossasini tashqi magnit maydonda o‘rganish kimyo sanoati va tibbiyot fizikasining eng murakkab muammolarini hal qilishda muhim ahamiyat kasb etadi. Shuningdek, bir vaqtning o‘zida temir metalini o‘z ichiga olgan nanozarralar asosidagi magnit suyuqliklarning mikrotuzilishi va ularning turli xil magnitlanish tabiatining sabablari yetarli darajada o‘rganilmagan[3,4].

Yurtimizda fizik-kimyoviy usulda mahalliy sintez qilingan materiallardan amaliyotda qo‘llanilishida, jumladan, metallurgiya sanoatining ish unumdorligini oshirish, onkologik kasalliklarni davolash usullarini

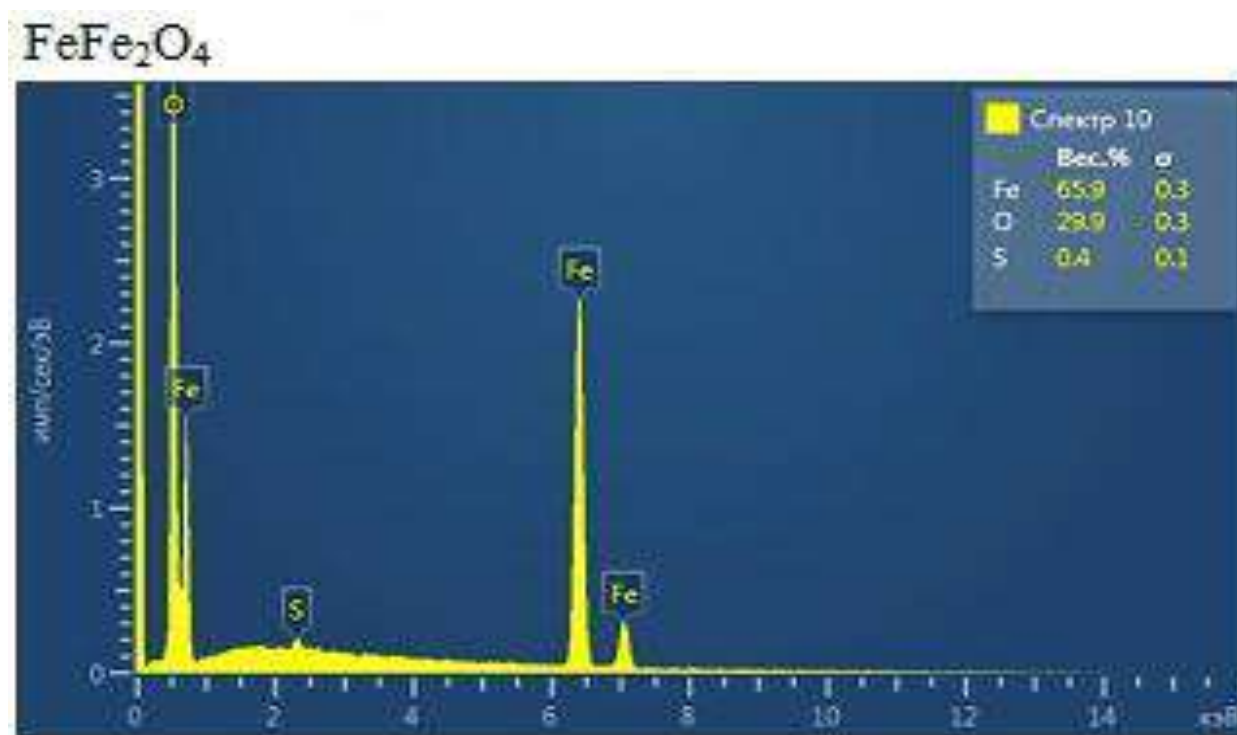
takomillashtirish, farmatsevtika sanoati texnologiyalarini rivojlantirish uchun tadqiq qilishga katta e'tibor qaratilmoqda. Shuning uchun ferromagnit nanomateriallar va uning kolloid eritmalarining fizik xossasini o'rganish dolzarb vazifalardan biri bo'lib qolmoqda.

Oxirgi yillarda o'tkazilgan eksperimental va nazariy tadqiqotlar tahlili shuni ko'rsatdiki, Fe Fe₂O₄ asosidagi magnit suyuqliklarning ichki tuzilishi va xossalari bo'yicha yagona nazariya yaratilmagan hamda ularning magnit tabiatining turlicha bo'lish sabablari yetarli darajada o'rganilmagan[8,10].

Eksperimental qism. 3-d metallari asosidagi nanozarralarni, ya'ni FeFe₂O₄ (magnetit) kimyoviy chuktirish usulidan foydalanib kukunsimon nanozarralar hosil qilindi. Kukunsimon magnit nanozarrachalarini hosil qilish uchun temir xlorid geksagidrat (FeCl₃ • 6H₂O), temir xlorid tetragidrat (FeCl₂ • 4H₂O), suvli ammiak NH₃, etanol, olein kislota C₁₈H₃₄O₂, limon kislotasi C₆H₈O₇ va aseton C₃H₆O olindi. Magnetit (FeFe₂O₄) nanozarrachalarini hosil qilish NH₄OH (ammoniygidroksid) qo'shish orqali FeCl₂ va FeCl₃ ni (1: 2 molyar nisbatda) birgalikda aralashtirib cho'ktirish orqali amalga oshirildi. 100 ml suvdagi 2 g FeCl₂ va 5,6 g FeCl₃ aralashmasi kolbada 96° C gacha qizdirildi. Reaksiya aralashmasi kuchli aralashtirilgan ekan, shprits orqali 20 ml NH₄OH qo'shildi va isitish 55 daqiqa davom etdi. Shundan so'ng, 20 ml suvda 4 g limon kislotasi va 20 ml olein kislotasi alohida kiritildi. Olingan ikkita namuna uchun harorat 100° C ga ko'tarildi va aralashtirish alohida 90 daqiqa davomida davom ettirildi. Reaksiya aralashmasining kichik qismi tortib olinib, uning hajmi ikki barobarga oshgancha suyultirildi va kolbada 0,35 Tesla o'zgarmas magnit maydoniga joylashtirildi. Zarrachalar o'zgarmas magnit maydoni ta'siriga joylashmagan holda kolloid eritma barqaror edi. Namunalardagi ortiqcha bog'lanmagan limon (olein) kislotasini olib tashlash uchun nanozarrachalar dispersiyasi 1sutka davomida qoldirilib, keyin qayta filtrirlandi. Olingan chukmani 2 sutka davomida xona temperaturasida quritib olindi. Bu quyidagi reaksiya orqali amalga oshirildi:



Olingan natijalar va ularning tahlili. Kukunsimon FeFe₂O₄ namuna element tarkibi energiya bo'yicha dispersiyalangan rentgen nurlari spektroskopiyasi (EDX) usulida tekshirildi. Hamda bu namunalarning EDX spektri 1-rasmda keltirilgan.

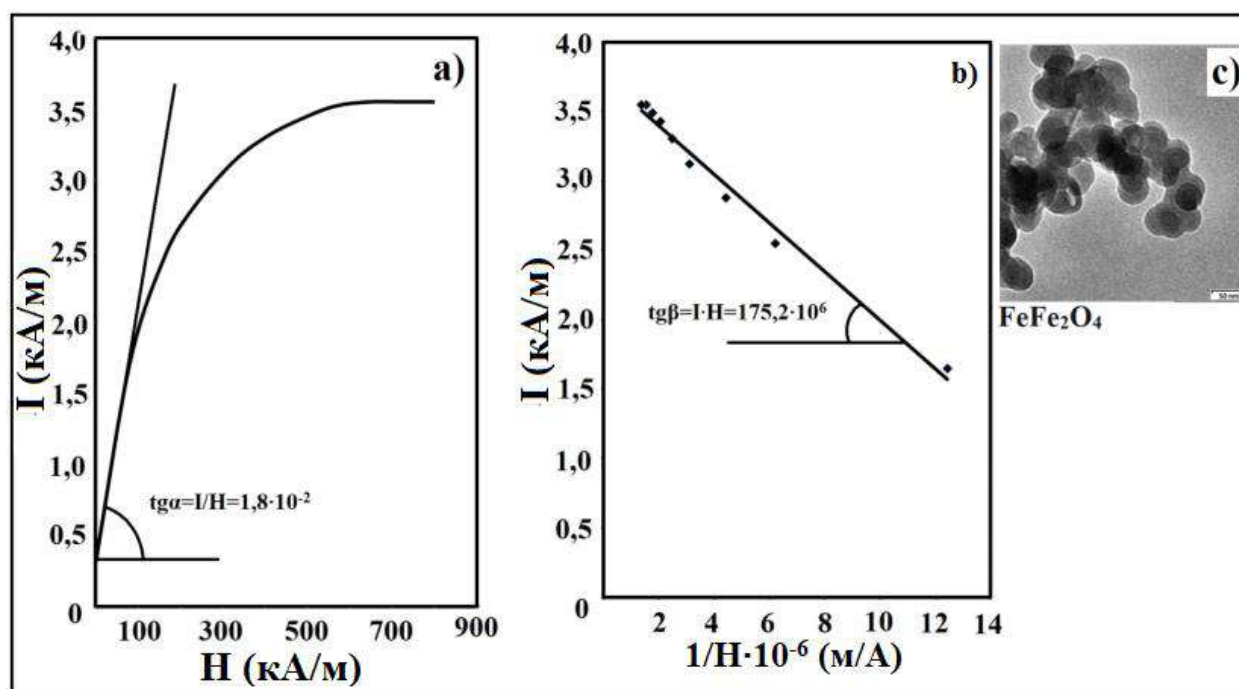


1-rasm. Kukunsimon FeFe₂O₄, CoFe₂O₄ va NiFe₂O₄ namunalarining EDX spektrlari

Namunalarning EDX tahlili tajriba natijalari bilan nazariy hisoblangan natijalar bilan taqqoslandi. Shuni qayd etish h mumkinki, namunalarni sintez qilish jarayoni muvaffaqiyatli amalga oshirilgan [6,7,8].

FeFe₂O₄ asosli magnit suyuqlik zarralarining o'lchami va morfologiyasi transmission elektron mikroskop (TEM) yordamida o'rganildi. Olingan natijalar 2-rasmlarda tasvirlangan. TEM tasvirlaridan (

barcha (c) rasmlar) shuni ko'rish mumkinki, namunalarning zarralari sharsimon shaklga ega. Shuningdek, FeFe_2O_4 zarralarning diametrlari mos ravishda 25-38 nm larga mos keladi[11].



2-rasm. FeFe_2O_4 magnit suyuqlik uchun a) $I=I(H)$; b) $I=I(1/H)$; c) TEM da olingan fotosurati

Magnit suyuqlikdagi kolloid zarralarning magnit momentlari doim Broun harakatida bo'ladi. Demak, bunday sistemaning magnitlanishi uchun Lanjevenning paramagnetizm nazariyasini qo'llash mumkin. Bu nazariyaga asosan sistemaning magnitlanishini quyidagicha yozish mumkin:

$$I = I_{\infty} L(\xi)$$

bu erda $L(\xi) = \left(\text{cth} \xi - \frac{1}{\xi} \right)$ - Lanjeven funksiyasi, I_{∞} - magnit suyuqlikning to'yinish magnitlanishi.

Lanjeven nazariyasidan foydalangan holda magnit suyuqliklarning tajribada olingan magnitlanishining tashqi magnit maydonga - $I=I(H)$ va magnitlanishni magnit maydonning teskari qiymatiga - $I=I(1/H)$ bog'liqligi grafigidan, suyuqlik zarralarining diametri yarim - empirik tahlil qilindi va mikroskopda olingan natijalar bilan taqqoslandi. Buning uchun grafikning dastlabki qismidan qiyalik burchagini aniqlash orqali suyuqlikdagi zarralar diametrini quyidagi formuladan foydalanib aniqlandi:

$$d_0 = \sqrt[3]{\frac{18 \cdot \text{tg} \alpha \cdot kT \cdot \varphi}{\pi \mu_0 I_{\infty}^2}} \quad d_{\infty} = \sqrt[3]{\frac{6kT}{\pi \mu_0 \cdot \text{tg} \beta}}$$

bu erda, d_0 , d_{∞} - suyuqlik magnitlanishi egri chizig'ining dastlabki va oxirgi qismida aniqlangan burchakga mos zarra diametri, I_{∞} - magnit suyuqlikning to'yinish magnitlanishi, φ - magnit suyuqlik zarralarining hajmiy konsentratsiyasi, $\text{tg} \alpha$ va $\text{tg} \beta$ - suyuqlik $I=I(H)$ va $I=I(1/H)$ grafikdan aniqlangan burchak tangensi. Magnit suyuqlik zarralari o'lchami bo'yicha TEM da olingan va yarim-empirik hisoblangan natijalar 2-4 rasmlarda va 3-jadvalda keltirilgan[4,6,9].

1-jadval.

FeFe_2O_4 , CoFe_2O_4 va NiFe_2O_4 magnit suyuqliklar zarralarining gisterezis egri chizig'idan foydalanib yarim-empirik hisoblangan va TEM da olingan diametrlari

Namuna	$\text{tg} \alpha$ (10^{-2})	$\text{tg} \beta$ ($10^6 \text{ A}^2/\text{m}^2$)	D (nm) (yarim-empirik hisoblangan)	D (nm) (Tajriba)
FeFe_2O_4	1,8	175,2	8,57 – 32,85	25 – 38

Xulosa. FeFe_2O_4 , nanozarralari kimyoviy kondensatsiya usulidan foydalanib muvaffaqiyatli sintez qilindi. Bu olingan nanozarralarning o'lchami TEM da olingan fotosurati hamda Debay-Sherer tenglamasi yordamida hisoblanganda nanozarralarning diametri 25-38 nm ekanligi aniqlandi. Xona temperaturasida paramagnit tabiatga ega bo'lgan o'rganilayotgan namunalardan tog'-kon sanoatida magnit bo'lmagan moddalarni ajratib olishda va neft sanoatida oqova suvlarni neft qoldiqlaridan tozalashda, shuningdek, tibbiyot sohasida yangi istiqbolli materiallar sifatida foydalanish mumkinligi taklif etilgan.

ADABIYOTLAR:

1. Park J. Y., Oh S. G., and B. H. Ha, *Korean J. Chem. Eng.* 18, 215 (2001).
2. W. Wu, C. Jiang, and V.A. Roy, *Nanoscale* 7, 38 (2015).
3. Rahman A. and R. Jayaganthan, *Russ. J. Inorg. Chem.* 64,946(2019).
4. Dehghanpour H. R., *IEEE Trans. Magn.* 53 (1), 1 (2017).
5. Abdulkadir, H. Abdallah, S. Jonnalagadda, and B. Martincigh, 71, 68 (2018).
6. Pilipchuk E.V., Mischenko V.M., Petranovska A.L. The creation of magnetite based, neutron capture nanocomposites // *Abstr. Book Int. Symp. "Modern problems of surface chemistry and physics"* (May 2010). - R. 502-503.
7. N. Wang, L. Zhu, D. Wang, et al., *Ultrasonics Sonochemistry*, 17, 526 (2010). <https://doi.org/10.1016/j.ultsonch.2009.11.001>
8. K. Raja, S. Verma, S. Karmakar, et al., *Crystal Res. Technol.* 46, 497 (2011). <https://doi.org/10.1002/crat.201100105>
9. S. Ahmadi, C. H. Chia, S. Zakaria, et al., *J. Magn. Magn. Mater.* 324, 4147 (2012). <https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2012.07.023>
10. H.R. Dehghanpour, *J.Struct. Chem.* 59, 1122 (2018). <https://doi.org/10.1134/S0022476618050141>
11. H.R. Dehghanpour, *IEEE Trans. Magn.* 53 (1), 1 (2017). <https://doi.org/10.1109/TMAG.2016.2605077>

**SPEKTROSKOPIK USULDAN FOYDALANIB SAMARALI P₃HT:PC₇₁BM ASOSLI
FAOL QATLAM OLISH**

Turg'unboyev Abror Yulchi o'g'li,

U.A. Arifov nomidagi Ion plazma va lazer texnologiyalari instituti doktoranti
turgunboevabr9606@gmail.com

Ro'ziyev Farid Murtoza o'g'li,

U.A. Arifov nomidagi Ion plazma va lazer texnologiyalari instituti kichik ilmiy xodimi
roziyevf@list.ru

Tajibayev Ilhom Ibroximjonovich,

U.A. Arifov nomidagi Ion plazma va lazer texnologiyalari instituti, f.-m.f., (PhD)
ilhom.tajiboyev@gmail.com

Zaxidov Erkin Agzamovich,

U.A. Arifov nomidagi Ion plazma va lazer texnologiyalari instituti professori, f.-m.f.d.
ezakhidov@hotmail.com

Quvondiqov Vahobjon Ortiqovich,

U.A. Arifov nomidagi Ion plazma va lazer texnologiyalari instituti, f.-m.f.d.
vahobjon87@gmail.com

Annotatsiya. Organik quyosh elementlari (OQE) muqobil energiya turlaridan biri bo'lib, global energetika inqirozini bartaraf etish uchun ushbu sohada jadal tadqiqotlar o'tkazilmoqda. OQElar arzonligi, moslashuvchanligi, yengilligi va eritmani qayta ishlash imkoni mavjudligi bilan Si-asosidagi noorganik quyosh elementlaridan afzalroq deb qaralmoqda. Ushbu ishda turli haroratlarda termik ishlov berilgan P₃HT:PC₇₁BM faol qatlamning spektral xususiyatlari orqali donor-akseptor molekulyar qatlamlarining tartiblanishi va kristallanishi, hamda ushbu faol qatlamlarda eksitonlar harakatlanishi bilan bog'liq jarayonlar tadqiq qilindi.

Kalit so'zlar: P₃HT:PC₇₁BM, organik quyosh elementi, muqobil energiya, "spin coating", yutilish, fotoluminessensiya (FL).

**ПОЛУЧЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОГО АКТИВНОГО СЛОЯ НА ОСНОВЕ P₃HT:PC₇₁BM С
ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СПЕКТРОСКОПИЧЕСКОГО МЕТОДА**

Аннотация. Органические солнечные элементы (ОСЭ) являются одним из видов альтернативной энергии, и в этой области проводятся интенсивные исследования для решения глобального энергетического кризиса. Считается, что ОСЭ имеют преимущества перед неорганическими солнечными элементами на основе Si из-за их низкой стоимости, гибкости, лёгкости и возможности обработки раствором. В данной работе исследованы упорядочение и кристаллизация донорно-акцепторных молекулярных слоев и процессы, связанные с движением экситонов в этих активных слоях, посредством спектральных характеристик активного слоя P₃HT:PC₇₁BM, подвергнутого термической обработке при различных температурах.

Ключевые слова: P₃HT:PC₇₁BM, органический солнечный элемент, альтернативная энергетика, "spin coating", поглощение, фотолюминесценция (ФЛ).

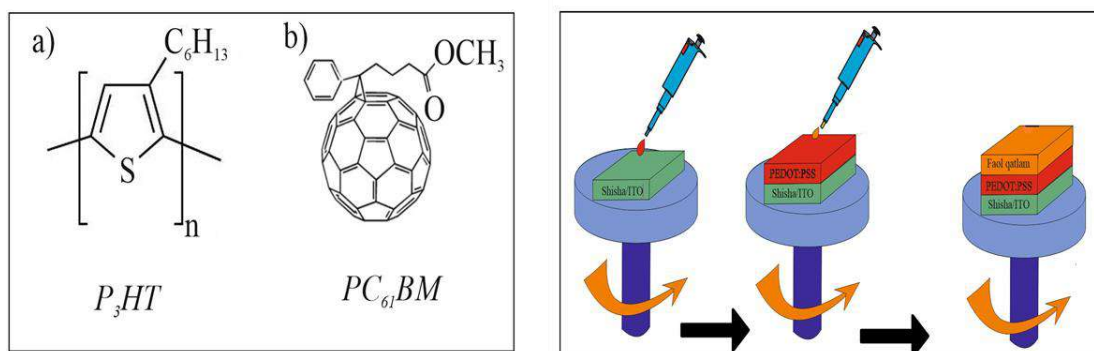
**OBTAINING AN EFFECTIVE P₃HT:PC₇₁BM-BASED ACTIVE LAYER USING A
SPECTROSCOPIC METHOD**

Abstract. Organic solar cells (OSCs) are one of the alternative energy sources, and intensive research is being conducted in this field to address the global energy crisis. OSCs are considered superior to Si-based inorganic solar cells due to their affordability, flexibility, lightness, and the possibility of solution processing. In this study, the ordering and crystallization of donor-acceptor molecular layers, as well as exciton transport processes in these active layers, were investigated through the spectral properties of the P₃HT:PC₇₁BM active layer, which was thermally treated at different temperatures.

Keywords: P₃HT:PC₇₁BM, organic solar cell, alternative energy, "spin coating", absorption, photoluminescence (PL).

Kirish. So'nggi yillar ishlab chiqarish texnologiyalarining rivojlanishi hamda dunyo aholisining o'sishi o'z navbatida iste'molchilarning elektr energiyaga bo'lgan talabining oshishiga olib keldi. Shuningdek, an'anaviy energiya zaxiralari cheklanganligi hamda atmosferamizni ifloslanishi kabi salbiy oqibatlari global ekologik muammolarni keltirib chiqarmoqda. Shu bois yildan - yilga dunyo olimlari ekologik jihatdan toza bo'lgan muqobil energiya manbalarining rolini oshirish hamda ularning yangi turlarini yaratish ustida ilmiy tadqiqotlar olib bormoqda [1-2]. Ayniqsa, konjugatsiyalangan polimerlar va fullerenlardan tashkil topgan organik quyosh elementlari (OQE), ishlab chiqarishning qulay va arzonligi, egiluvchanligi va yengil vazni tufayli muqobil energiya manbayining istiqbolli guruhi sifatida qaralmoqda [3-4]. OQEdagi faol qatlamning nanostrukturasi ko'p o'lchovli bo'lib, asosan, domen hajmi, domenning tozaligi, donor-akseptorning aralashish qobiliyati, materialning kristalligi va molekulyar yo'nalishlar kabi jihatlarni o'z ichiga oladi [5-6]. Xususan, samarali OQE lari olishning bir qancha usullari mavjud. Bular: mos D-A (donor-akseptor) materiallarni tanlash va ularni o'zaro konsentratsiyasini nazorat qilish; faol qatlamda D-A yaxshi aralashishi uchun qo'shimcha erituvchi qo'shish; faol qatlam olishda termik qizdirishdan foydalanish. Ushbu ishda OQEning P₃HT:PC₇₁BM asosli faol qatlami hosil qilinib uning optik xususiyatlari o'rganildi. Bunda D-A materiallari alohida yutilish spektrlari hamda faol qatlam D-A materiallari massa ulushi bo'yicha o'zaro har xil nisbatda olindi. Shuningdek, biz P₃HT:PC₇₁BM asosli faol qatlamni termik ishlov berish orqali turli haroratlarda qizdirib ularning yutilish va fotoluminessensiya spektrlarini tahlil qildik.

Tadqiqot usullari va qurilmalar. Bu ishda faol qatlamning donori sifatida P₃HT (Poli-3-geksiltiofen) va akseptor sifatida PC₇₁BM (Fenil-C71-butir kislotasi metil esteri) dan foydalanildi (1-rasm). Ushbu ishda tadqiqot obyektlari, ya'ni faol qatlam yupqa plyonkalari "spin coating" usuli yordamida hosil qilindi. OQElari faol qatlamini yasash quyidagi Shisha/ITO/PEDOT:PSS/ P₃HT:PC₇₁BM struktura orqali amalga oshirildi, buning uchun qatlam qarshiligi 15 Ω/sm^2 bo'lgan ITO (indiy qalay oksidi) qoplangan shisha tagliklar ultratovush vannada dionizatsiyalangan suv, aseton va izopropil spirti bilan tozalanadi, keyin 6 daqiqa kislorod plazmasi bilan ishlov berilgach, PEDOT:PSS (poli(3,4-etilendioksitiofen) polistirol sulfonat) "spin coating" usulida (4000 ayl/daq., 20 sek.) yupqa qatlami ITO ustiga yotqiziladi. Keyin 20 daqiqa davomida 160 °C haroratda qizdirilib tarkibidagi erituvchi bug'lantiriladi. P₃HT va PC₇₁BM 10 mg/ml polimer donor konsentratsiyasi bilan bog'liq proporsiyada xlorobenzolda eritildi. Eritma bir necha soat davomida xona haroratida aralashtirildi va yotqizilgan PEDOT:PSS ustiga P₃HT:PC₇₁BM lar 1:1, 2:1 va 1:2 nisbatlarda olinib 10 mg/ml konsentratsiya bilan xlorobenzolda tayyorlangan eritma "spin coating" usulida 2000 ayl/min tezlikda qoplandi. Hosil bo'lgan shisha/ITO/PEDOT:PSS/P₃HT:PC₇₁BM strukturaga ega faol qatlam 100 °C, 120 °C, 140 °C va 160 °C haroratlarda 10 daqiqa termik ishlov berildi. Faol qatlamning qalinligi barcha namunalarda ~ 110 nm atrofida bo'lishi spin coater orqali nazorat qilindi.

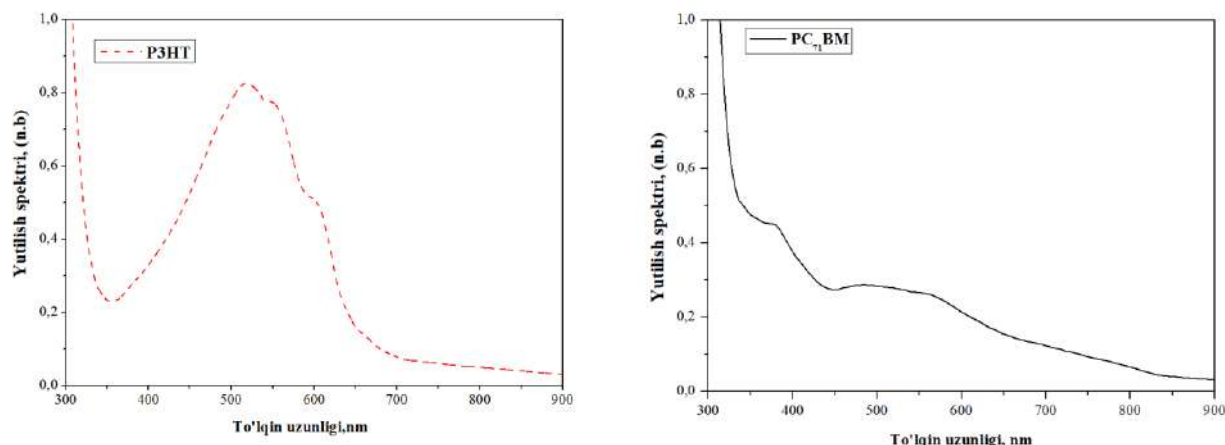


1-rasm. P₃HT va PC₇₁BM donor va akseptorlarining kimyoviy strukturasi va faol qatlam hosil qilish texnologiyasi

Tayyorlangan faol qatlam tarkibiy materiallarining yutilish spektrlari UV-1280 (Shimadzu, Yaponiya) spektrofotometri yordamida 190-1100 nm spektral sohada o'lchandi. Bu spektrofotometr asosan yorug'lik manbai va detektor optikasidan iborat bo'lib o'lchov xatolik darajasi $\pm 0,01\%$ ni tashkil etadi. Tarkibiy materiallarining fotoluminessensiya (FL) spektrlari esa Spektrofluometr RF-6000 (Shimadzu, Yaponiya) yordamida aniqlandi.

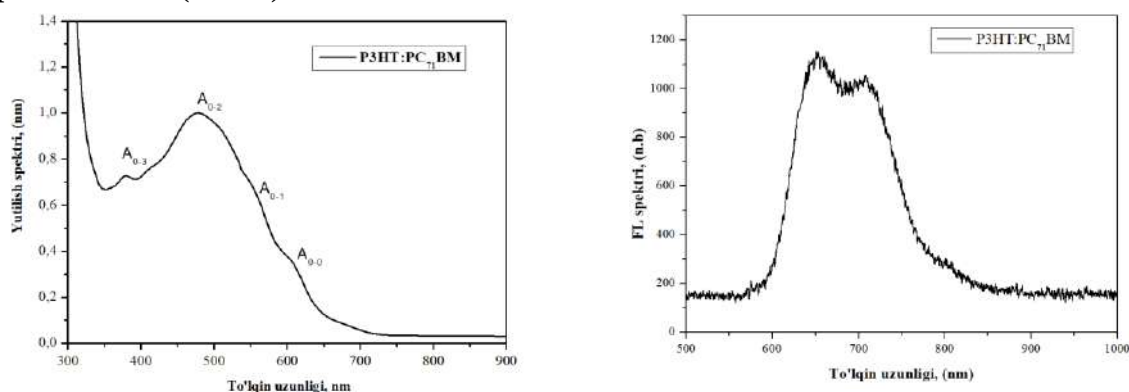
Olingan natijalar va ularning tahlili. OQElarida faol qatlam donor va akseptor materiallarning yutilish spektri intensivliklari va ularning bir-biriga nisbatan joylashuvi ularning fotovoltaiik parametrlariga jiddiy ta'sir ko'rsatadi [7-8-9]. Xususan, OQE uchun muhim bo'gan kristallanish va π - π o'tishlarni yutilish spektrlari orqali baholaymiz [10]. Shu maqsadda biz faol qatlam hosil qilmasdan oldin materiallarning

spektral energetik xususiyatlarini aniqlash maqsadida P3HT va PC₇₁BM moddalarini eritmalaridan “spin coating” yordamida alohida alohida yupqa qatlam hosil qilib ularning yutilish spektrlarini o’rgandik (2-rasm). Yupqa plyonkalarining alohida yutilish spektrlari 300-900 nm to’lqin uzunligi diapazonida ko’rildi. P3HTning yupqa plyonka holda olingan yutilish spektridagi 505nm, 550nm va 605nm to’lqin uzunlikdagi piklar uning tartiblangan kristallik va agregatsiya xususiyatini ifodalaydi. Akseptor PC₇₁BM yupqa plyonkasining yutilishi yorug’likning to’lqin uzunligi oshishi bilan bir tekis kamayib borishini ko’rishimiz mumkin.



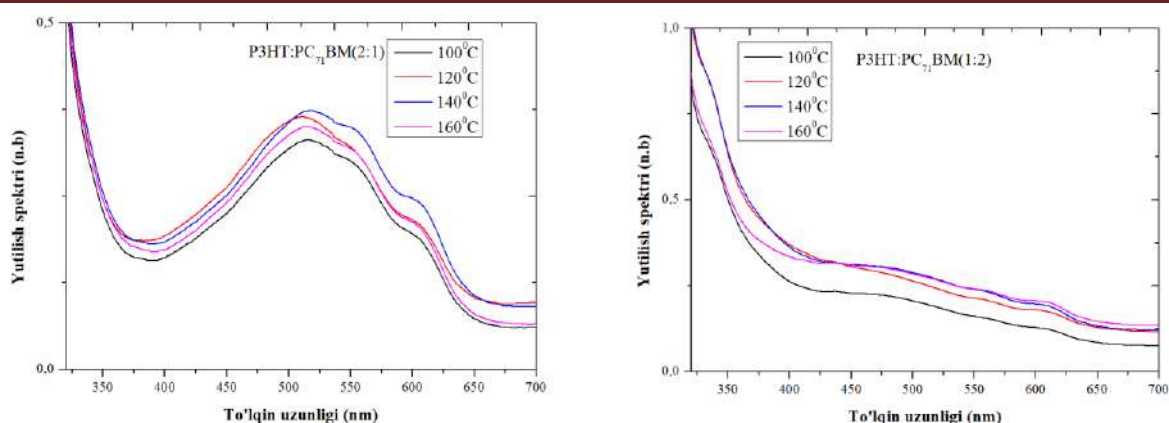
2-rasm. P₃HT va PC₇₁BM yupqa plyonkalarining alohida yutilish spektrlari

Keyin faol qatlamimizni ya’ni P3HT:PC₇₁BM donor-akseptorlarini massa ulushi bo’yicha 1:1 nisbatta olib hosil qilindi. Faol qatlam hajmiy geterostruktura asosida bo’lib uning yutilish va fotolyuminissensiya (FL) spektrlari olindi (3-rasm).



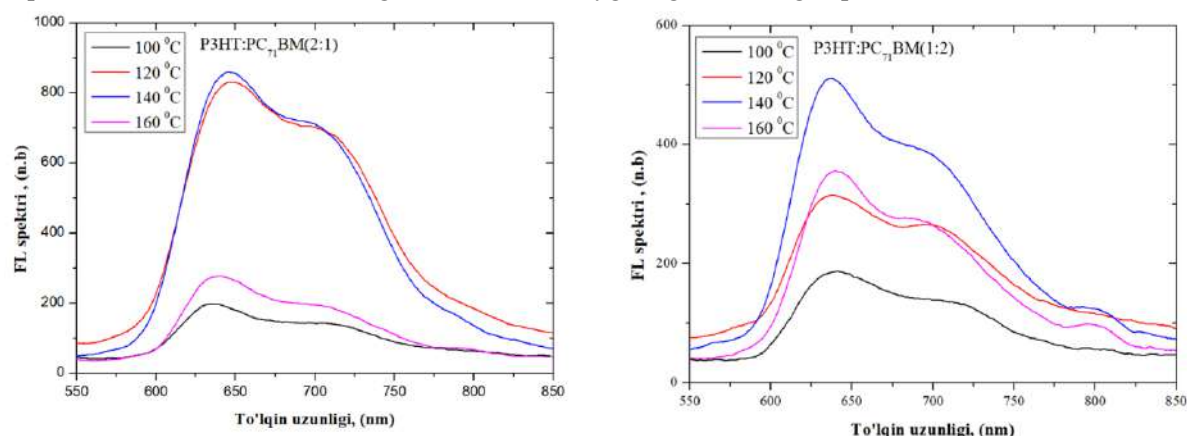
3-rasm. P₃HT:PC₇₁BM faol qatlamlarining yutilish va FL spektrlari

P3HT:PC₇₁BM faol qatlami 350-600 nm to’lqin uzunligi sohasida yorug’likni samarali yutilishga ega. Shuningdek, A₀₋₀, A₀₋₁, A₀₋₂ va A₀₋₃ elektron o’tishlar bilan bog’liq yutilish polosalarining nisbiy intensivliklari P3HT:PC₇₁BM faol qatlamida eksiton harakatlanish qobiliyati, plyonka kristalligi va polimerlarning bog’lanish uzunligi haqida ma’lumot beradi. Maksimum yutilish piki 480 nm to’lqin uzunligida hosil bo’ldi. FL spektrini o’lchashda 405 nm yorug’lik nuri bilan nurlantirildi. FL spektri grafigidan ko’rishimiz mumkin, 600-850 nm to’lqin uzunligi sohasida samarali nurlanish palasasiga ega. OQElarining haroratga barqarorligi ushbu rivojlanayotgan texnologiyani amaliy qo’llash uchun juda muhimdir [11]. Shu bilan birga, faol qatlam donor-akseptor o’zaro ulushi eksitonlar hosil bo’lishi ularning xarakatchanligi, agregatsiyalanish va kristallanish xususiyatlarini belgilaydi. P3HT:PC₇₁BM faol qatlami FL spektrlarida eksiton nurlanishi kuzatiladi ya’ni yorug’lik nuri eksitonlarning nurlanishiga sarflanadi. Shuning uchun FL spektrlarida intensivlik qancha yuqori bo’lsa shuncha ko’p eksiton hosil bo’ladi. 4-5- rasmda P3HT:PC₇₁BM faol qatlam donor-akseptorni 2:1 va 1:2 nisbatda olib 100 °C, 120 °C, 140 °C va 160 °C haroratlarda yutilish va FL spektrlari tahlil qilindi. Dastlab faol qatlamda donor ulushini 2 baravar oshirib turli haroratlarda yutilish spektrlarini olinganda harorat ortib borgan sari yutilish ortib bordi (140 °C), keyin 160 °C da biroz kamaydi.



4-rasm. 2:1 va 1:2 massa ulushida turli haroratlarda tayyorlangan P3HT:PC₇₁BM faol qatlamlarining yutilish spektrlari

Grafikdagi 500-550nm to'liq diapazonidagi yutilish piklari P3HT ning piklari bo'lib uning tarmoqlangan π - π o'tishlari bilan bog'liq. Akseptor ulushini 2 baravar oshirganimizda turli haroratlarda yutilish spektri sezilarli darajada o'zgarmadi bu albatta P3HT va PC₇₁BM materiallarining o'zaro agregatsiyalanishi bilan bog'liq. P3HT:PC₇₁BM faol qatlam 2:1 nisbatda olinganda 1:2 nisbatga qaraganda yutilish optimalroq demak, 2:1nisbatli faol qatlam yorug'likni samarali yutadi. Shuningdek, FL spektrlari P3HT:PC₇₁BM faol qatlam 2:1 nisbatda harorat ortishi bilan FL intensivlik dastlab ortib yuqori haroratlarda kamayishini ko'rishimiz mumkin. Eng yuqori FL intensivligi 140 °C haroratda kuaztildi. Demak, 140 °C haroratda termik ishlov berganimizda faol qatlamda eksitonlar soni optimalga erishildi, buni FL spektri intensivligidan ko'rishimiz mumkin. 120–140 °C da FL intensivligi ortadi, bu P3HT molekularining yaxshiroq tartiblanishi va eksitonlarning nurlanishi kuchayganligi bilan bog'liq.



5-rasm. 2:1 va 1:2 massa ulushida turli haroratlarda tayyorlangan P3HT:PC₇₁BM faol qatlamlarining FL spektrlari

Xulosa. Umuman olganda, barcha OQElarida faol qatlam morfologiyasi, kristallanish, donor-akseptor agregatsiyalanishi va eksitonlar hosil bo'lishi va harakatlanishi kabi xususiyatlar elementning samaradorligini qiyosiy belgilaydi. Faol qatlamni spektroskopik usul ya'ni yutilish va FL spektrlarini tahlil qilish orqali OQElarining yuqoridagi xususiyatlarini baholash mumkin. Yuqorida olingan yutilish va FL spektrlari grafigidan aniqlandiki, P₃HT va PC₇₁BM materiallarining xususiy spektrlarining o'zaro mosligi va bir birini to'ldirishi OQElar uchun samarali bo'lgan yorug'lik yutilishi, hamda yutilish piklarining nisbiy intensivliklari orqali π - π bog'lanishlarni ko'rsatuvchi elektron o'tishlari, eksitonlarning generatsiyasi va faol qatlamning kristallanish xususiyatlarini ko'rsatadi. P₃HT:PC₇₁BM faol qatlam komponentalarini 2:1 va 1:2 nisbatda olib termik ishlov berilgan namunalarning yutilish va FL spektrlarini tahlil qilish orqali faol qatlamning kristallanish va tartiblanish darajasi ortganini hamda π - π elektron bog'lanishlar kuchayganligini kuzatildi. P₃HT:PC₇₁BM faol qatlam donor-akseptori 2:1 nisbatda 140 °C harorat ta'sirida qizdirilganda optimal yutilish va FL spektrlari intensivliklari optimal qiymatga erishildi. Demak, OQE larini to'liq strukturani, ya'ni yuqorgi va pastgi elektrodlarni hasil qilmasdan, uni faol qatlamgacha tayyorlab olib, spektroskopik usul bilan OQEni samaradorligini qiyosiy baholashimiz mumkin.

Minnatdorchilik. Ushbu maqoladagi olingan natijalar O'zRFA U. Arifov nomidagi Ion-plazma va lazer texnologiyalari instituti bazaviy moliyalashtirish mablag'lari ko'magi doirasida bajarilgan.

ADABIYOTLAR:

1. Qazi A. et al. Towards sustainable energy: a systematic review of renewable energy sources, technologies, and public opinions //IEEE access. – 2019. – T. 7. – C. 63837-63851.
2. Tianyu Hu, Xufan Zheng, TingWang, Aziz Saparbaev, Bowen Gao, Jingnan Wu, Jingyi Xiong, MingWan, Tingting Cong, Yuda Li, ErgangWang, XunchangWang, Renqiang Yang Steric hindrance induced low exciton binding energy enables low-driving-force organic solar cells // Aggregate. 2024;pp. 1-11.
3. A.C. Mayer, S.R. Scully, B.E. Hardin, M.W. Rowell, M.D. McGehee, Polymer- based solar cells, Mater. Today 10 (2007) 28–33.
4. Kuvondikov Vahobjon Ortiqovich, Nematov Sherzod Qalandarovich, Saparbayev Aziz Adamovich, Turg'unboyev Abror Yulchi o'g'li, O'razqulova Diyora Muzaffar qizi, Ro'ziyev Farid Murtoza o'g'li. Y6 va IT-4F Fullerensiz akseptorlar asosidagi organik quyosh elementlarining fotovoltaik parametrlari // Scientific reports of BUKHARA state university 2024/8 (113). pp. 94-100.
5. D. Lv, Q. Jiang, Y. Shang, D. Liu, Highly efficient fiber- shaped organic solar cells toward wearable flexible electronics. Npj Flex. Electron. 6,1-9 (2022).
6. C. Lee, Y. Li, W. Lee, Y. lee, J. Choi, T. Kim, C. Wang, E. D. Gomez, H. Y. Woo, B. J. Kim, Correlation between phase- separated domain sizes of active layer and photovoltaic performances in all-polymer solar cells. Macromolecules 49, 5051–5058 (2016).
7. Chidichimo G., Filippelli L. Organic solar cells: problems and perspectives //International Journal of Photoenergy. – 2010. – T. 2010. – №. 1. – C. 123534.
8. V.O.Kuvondikov, E.A.Zaxidov, Sh.K.Nematov, A.A.Saparbayev, W.Shuguang, A.Y.Turg'unboyev. Kichik molekullari donor asosidagi organik quyosh elementlar faol qatlaminining strukturaviy xususiyatlari // «SamDU Ilmiy axborotnomasi», 1-son 143/2 Mart 2024 B 12-17
9. Luo Z. et al. Side-Chain Impact on Molecular Orientation of Organic Semiconductor Acceptors: High Performance Nonfullerene Polymer Solar Cells with Thick Active Layer over 400 nm //Advanced Energy Materials. – 2018. – T. 8. – №. 23. – C. 1800856.
10. Ren Y. et al. Refined standards for simulating UV–vis absorption spectra of acceptors in organic solar cells by TD-DFT //Journal of Photochemistry and Photobiology A: Chemistry. – 2021. – T. 407. – C. 113087.
11. Yang W. et al. Simultaneous enhanced efficiency and thermal stability in organic solar cells from a polymer acceptor additive //Nature Communications. – 2020. – T. 11. – №. 1. – C. 1218.

OLTINGUGURT KOLLOIDI BIOLOGIK FAOLLIGINI PROLONGATSIYALASH IMKONIYATLARI

Xalilov Shoxrux Erkin o‘g‘li,

Navoiy davlat universiteti Fizika va astronomiya

kafedrasi dotsenti v.b., f.-m.f.f.d (PhD)

shokhrux.khalilov.phd@mail.ru

Annotatsiya. Maqolada oltingugurt kolloidini va uning turli sohalarda qo‘llanilish imkoniyatlari borasidagi tadqiqotlar qiyosiy tahlil qilingan. Mamlakatimizda va dunyoda oltingugurt kolloidining fizik kimyomiy xususiyatlari bo‘yicha olingan tadqiqotlar natijalari orqali oltingugurt mikrozarrachalari asosidagi suspenziyalardan flokulyatsiyalangan zarrachalar, gellar va kompozitlar shakllantirish imkoniyatlari o‘rganilgan. Oltingugurt kolloidini prolongatsiyalash zarurati va bu boradagi tadqiqot vazifalari asoslangan.

Kalit so‘zlar: oksidlanish darajalari, α -modifikatsiya, biologik faollik, oltingugurt kolloidini, prolongatsiya, flokulyatsion suspenziyalar, tabiiy minerallari, poliakrilamid, strukturaviy va fazaviy o‘zgarishlar.

ВОЗМОЖНОСТИ ПРОЛОНГАЦИИ БИОЛОГИЧЕСКОЙ АКТИВНОСТИ КОЛЛОИДНОЙ СЕРЫ

Аннотация. В статье даётся сравнительный анализ исследований коллоидной серы и возможностей её применения в различных областях. На основании результатов исследований физико-химических свойств коллоидной серы в нашей стране и за рубежом изучены возможности формирования флокулированных частиц, гелей и композитов из суспензий на основе микрочастиц серы. Установлена необходимость пролонгации коллоидной серы, и поставлены задачи исследований в этой области.

Ключевые слова: уровни окисления, α -модификация, биологическая активность, коллоид серы, пролонгация, флокулирующие суспензии, природные минералы, полиакриламид, структурные и фазовые изменения.

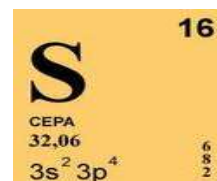
POSSIBILITIES OF PROLONGING THE BIOLOGICAL ACTIVITY OF COLLOIDAL SULFUR

Abstract. The article provides a comparative analysis of studies of colloidal sulfur and the possibilities of its application in various fields. Based on the results of studies of the physicochemical properties of colloidal sulfur in our country and abroad, the possibilities of forming flocculated particles, gels and composites from suspensions based on sulfur microparticles were studied. The need for prolongation of colloidal sulfur was established and research tasks in this area were set.

Keywords: oxidation levels, α -modification, biological activity, sulfur colloid, prolongation, flocculating suspensions, natural minerals, polyacrylamide, structural and phase changes.

Kirish. Jahonda oltingugurtning qishloq xo‘jalik o‘simliklari hashoratlariga qarshi “insektitsid” sifatida qo‘llash, uning ta‘sir etish muddatini (prolongatsiyasi davrini) uzaytirishda har xil tabiatga ega polimerlardan foydalanishga katta e‘tibor berilmoqda. Bu borada oltingugurtning biofaol mikrozarrachalari olish, ekologik xavfsiz polimerlardan foydalanish, oltingugurt bilan makromolekulalar o‘zaro ta‘sirlashishi uchun ularning optimal nisbatlari va polimer oltingugurt aralashmalarining oqimda strukturaviy va fazaviy o‘zgarishlarini aniqlash bo‘yicha tadqiqotlarini amalga oshirish muhim ahamiyat kasb etadi.

Tadqiqot obyekti. Oltingugurt (lotincha “Sulfur”) atom raqami 16, atom massasi 32,06 simvoli S bo‘lgan davriy sistemaning VIA guruhida joylashgan kimyoviy element bo‘lib, uning 4 ta barqaror izotopi mavjud : ^{32}S (massa miqdori 95,084 %), ^{33}S (0,74 %), ^{34}S (4,16 %) va ^{36}S (0,016 %). Atomining radiusi 0,104 nm. Ionlari radiusi: S^{2-} ion 0,170 nm (koordinatsiya soni 6), S^{4+} ion 0,051 nm (koordinatsiya soni 6), S^{6+} ion 0,026 nm (koordinatsiya soni 4). Neytral S^0 atomidan S^{6+} gacha ionlanish energiyasi ketma ketligi 10,36; 23,35; 34,8; 47,3; 72,5 va 88,0 eV. Tashqi elektron qobig‘i konfiguratsiyasi

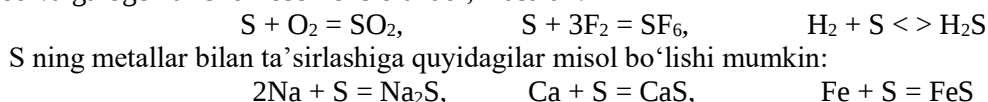


$3s^2 3p^4$. Eng tavsifli oksidlanish darajalari -2, +4, +6 bo'lib, mos ravishda oltingugurt II, IV va VI deb yuritiladi. Oltingugurt no metall element bo'lib, erkin holatda sariq mo'rt kristall yoki kukun ko'rinishida uchraydi.

Tadqiqot metodologiyasi. Oltingugurt atomi va atomlari barqaror "gomozanjir" hosil qiladigan noyob xossaga ega bo'lib, bunday zanjirlar faqat S(oltingugurt) atomlaridan iborat bo'lishi mumkin. Masalan, S-S disulfid kuchli kimyoviy bog'lardan bo'lib, uning energiyasi 260 kJ/mol. Oltingugurt birikishi va zanjirining konfiguratsiyasi turiga qarab kristall va amorf modifikatsiyalarga bo'linadi:

Oltingugurtning α -modifikatsiyasi deb yuritiladigan, och-sariq rombsimon (yacheykasi parametrlari: $a = 1,04646$, $b = 1,28660$, $c = 2,4486$ nm) bo'lgan kristalli (zichligi $2,07 \text{ kg/dm}^3$) normal sharoitda $98,38^\circ\text{C}$ gacha haroratda barqaror bo'ladi. Harorat $95,39^\circ\text{C}$ dan oshganda β -modifikatsiyasi — monoklin oltingugurt (yacheykasi parametrlari: $a = 1,090$, $b = 1,096$, $c = 1,102$ nm) kristalli (zichligi $1,96 \text{ kg/dm}^3$) barqaror bo'ladi. Oltingugurtning har ikkala α - va β -modifikatsiyalarning strukturasi noyassi sakkiz hadli siklik S_8 dan iborat bo'ladi. Ushbu modifikatsiyalar S_8 molekulalarining kristall panjarada o'zaro oriyentatsion joylashishi bo'yicha farqlanadi. Oltingugurtning rombik α - modifikatsiyasining suyuqlanish harorati $112,8^\circ\text{C}$, β -modifikatsiyasining suyuqlanish harorati esa $119,3^\circ\text{C}$. Suyuqlangan oltingugurt $444,6^\circ\text{C}$ dan yuqorida qaynay boshlaydi. Oltingugurt barcha holatlarda diamagnit xossani namoyon qiladi, faqat S_2 molekulasida kislorod (O_2) kabi paramagnit bo'ladi.

Oltingugurt suvda deyarli erimaydi. Ayrim modifikatsiyalari organik suyuqliklarda (toluol, benzol) eriydi, yaxshi erituvchisi oltingugurt-uglerod birikmasi (SS_2) va suyuq ammiak (NH_3) hisoblanadi. Oltingugurt faol no metall bo'lib, o'rtacha darajada qizdirilganda bir qator oddiy moddalarni oksidlaydi, o'zi kislorod va galogenlar bilan oson oksidlanadi, masalan:



1-rasm.

Oltingugurtning karbonat kalsiy ($CaSO_3$) arogonit bilan tabiatda uchraydigan kompozitsiyasi (a), sof S granulasi (b) va kukuni (v)

Aslida oltingugurt tabiatda bir qator elementlar bilan birgalikda uchraydi (1.a — rasm) va yer qobig'ining 0,05 % ni tashkil etadi. Hozirda tabiiy oltingugurt konlari Italiya, AQSH, Yaponiya, Meksika, O'rta Osiyoda mavjud bo'lib, ulardan oltingugurt eritib ajratib olinadi va amaliyotda qo'llash uchun granula (1. b — rasm) yoki kukun (1. v — rasm) shaklida tavsiya etiladi.

Oltingugurtning muhim tabiiy minerallari guruhiga FeS_2 — temir kolchedan (yoki Ferrit), ZnS — rux tutgan sfalerit, PbS — qo'rg'oshinli galenit, HgS — simobli kinovar, Sb_2S_3 — sulfid surma (antimonit) kabilar kiradi. Oltingugurt neft va tabiiy gaz tarkibi katta miqdorlarda uchraydi. Tabiiy suv tarkibiga kiruvchi elementlar orasida 6-o'rinni egallaydi va sulfat-ion sifatida doimiy tarzda suvning qattiqligini ta'minlab turadi. [4]

Qo'llanishi. Bugungi kunda dunyoda ishlab chiqarilayotgan oltingugurt xom ashyosining yarmiga yaqini sulfat kislota (N_2SO_4), 25 % sulfitlar olishda, 10-15 % qishloq xo'jalik ekinlari (asosan toklar va g'o'zalar uchun mis kuporos $CuSO_4 \cdot 5H_2O$) zarakunanda hashoratlarga qarshi kurashda, 10 % rezina sanoatida vulkanizatsiyada ishlatiladi. Shuningdek, oltingugurt yordamida bo'yoq va pigmentlar, portlovchi moddalar (porox), sun'iy tolalar, lyuminoforlar, gugurt, maz, dorivor vositalar ishlab chiqariladi. [5]

Biologik faollik oltingugurtning muhim xossalariidan bo'lib, u barcha tirik organizmda doimiy tarzda ishtirok etadigan biogen element sifatida mavjud [9]. Uning miqdori o'simliklarda 0,3 – 1,2 %, hayvonlarda 0,5 – 2 % tashkil etadi. Oqsillar (S – S disulfid bog'lar), fermentlar, gormonlar, nerv to'qimalari, oziq ovqatlar tarkibida muhim funksional vazifalarni bajaradi. Vazni 70 kg bo'lgan odam tanasida 1402 g oltingugurt bo'ladi va bir kunlik oltingugurtga bo'lgan ehtiyoj 4 g ni tashkil etadi. [6]

Oltingugurt, aniqrog'i uning birikmalari atrof muhit va inson uchun salbiy ta'sir etish xususiyati bo'yicha birinchilar qatorida turadi. Oltingugurtning asosiy ifloslantiruvchi birikmalari toshko'mir va boshqa tarkibida S bo'lgan yonilg'ilar yonishida hosil bo'ladi. Bunda deyarli 96 % oltingugurt SO₂ gazi ko'rinishida atmosferaga chiqib ketadi. Bu gaz havodagi suv bug'lari bilan ta'sirlashib kislotali eritmaga aylanib, kislotali yomg'ir hosil qiladi va uning oqibatida tuproq faunasi va o'simliklari zarar ko'radi. Boshqa jihatdan, oltingugurt birikmalarini bunday salbiy ta'sir etish xususiyatlari zararkunanda hashoratlarga qarshi insektitsid preparatlar tayyorlashga asos bo'ladi. SO₂ gazi va uning asosidagi changlar organizm shilliq pardalari va nafas yo'llariga jiddiy ta'sir etib, kasalliklar keltirib chiqarishi mumkin. Ularning havodagi ruxsat etiladigan cheklanma konsentratsiyasi (PDK) < 0,07 mg/m³ dan oshmasligi kerak. Shuningdek, oltingugurt-uglerod N₂S birikmasi kuchli ta'sir etuvchi vosita bo'lib, uning ishchi xonasi va binosi havosida ruxsat etiladigan cheklanma konsentratsiyasi PDK < 10 mg/m³, atmosferada esa PDK < 0,008 mg/m³ dan oshmasligi talab etiladi.[1]

Oltingugurt kolloidi (*Sulfur colloidum*)– maydalangan, yupqa-dispers, kulrang-sariq kukun bo'lib, uning tarkibining 80 – 95 % oltingugurt, 2-20 % qo'shimcha va to'ldiruvchi moddalar (suv, sirt faol vositalar) tashkil etadi. U insektitsid preparat sifatida mevali, sabzovot va manzarali o'simliklar va toklarni zararkunanda hashoratlardan (мучнистой росы, килы, парши, оидума, клещей) himoya qilish uchun qo'llaniladi. Preparatni amaliy qo'llash uchun 40 g maydalangan kukunsimon oltingugurtga 5 – 10 l suv asta sekinlik bilan qo'shib, uzluksiz aralashtirib bir jinsli suspenziya tayyorlanadi. Preparatni tayyorlangan kunidayoq 21 — 25 °C da o'simliklarga sepish orqali qo'llash tavsiya etiladi. Preparat sepilgach 3 – 4 soatdan keyin faol ta'sir eta boshlaydi va ta'sir etish davri tarkibiga bog'liq tarzda 5 – 12 kun. Zarur bo'lgan hollarda preparatni 10 – 14 kundan keyin qayta sepish tavsiya etiladi. [2]

Prolongatsiya zaruriyati. Oltingugurt maydalangan, kukunsimon holda, hatto kolloidi shaklida o'simliklarga sepilganda, uzoq muddat o'simliklarda ushlab qolinish ehtimoliyati kam. Chunki oltingugurtning o'simlik bilan bog'lab turuvchi vosita deyarli yo'q, suv ham qisqa vaqtdan so'ng bug'lanib ketadi va quruq kukunlar biofaolligini yo'qotmasa, o'simlikdan tushib ketadi. Kukunlarni ushlab turish davrini uzaytirish, ya'ni prolongatsiya qilish uchun ularni o'simlik bilan bog'lab turuvchi vositalar bilan sepish zarur bo'ladi. Bunday bog'lovchilar sifatida ionogen birikmalar, jumladan, biozararsiz, flokulyatsion xossalari poliakrilamidlarni qo'llash har taraflama afzal bo'lishi mumkin. Buning uchun tizimli tarzda oltingugurt kukunlarini poliakrilamidlar bilan flokulyatsion suspenziyalar va gellar hosil qilish, ularning sepish va surtish bilan bog'liq reologik tadqiqotlarni o'tkazish talab etiladi.

Tadqiqot natijalari tahlili.“Oqimda oltingugurtning poliakrilamid bilan flokulalash imkoniyatlari” mavzusida o'tkazilgan zamonaviy adabiyotlar tahlilidan aniq maqsadga qaratilgan, ya'ni flokulyant poliakrilamid va oltingugurt mikrozarachalari asosidagi suspenziyalarning turli rejimli bo'ylama va siljish oqimlarida strukturaviy va fazaviy o'zgarishlarini hamda shakllantirilgan aerol, gel va kompozitlarning biologik faolligini prolongatsion tavsiflarini aniqlash kabi ilmiy tadqiqot vazifalarini amalga oshirish dolzarb ekanligi ayon bo'ldi. Bu vazifalar o'z navbatida quyidagicha asoslanadi. [3]

➤ birinchidan, asosiy tadqiqot obyektlari mahalliy xom ashyolar bo'lib, jumladan, poliakrilamid namunalari “Navoiyot” AJ da ishlab chiqariladi va flokulyant sifatida turli tarkibli suvni tozalash va ruda eritmalari tarkibidan qimmatbaho metal zarrachalarini ajratib olishda qo'llaniladi. Ushbu polimerlarning flokulyatsiyalash xossalariidan samarali foydalanib, mikro yoki nanozarrachalarning funksional faolligi, ayniqsa, biofaolliyi yoki sirt faolligining prolongatsion ta'sirini uzaytirish yoki boshqarish maqsadida qo'llash imkonini topish katta ilmiy va amaliy qiziqish uyg'otadi;

➤ ikkinchidan, flokulyatsiya qilinadigan zarrachalar sifatida, ularning funksional faolligini uzoq muddatlarda namoyish qilishi bilan bog'liq muammolar bo'lgan elementar birikmalarni maqsadli tanlash, jumladan, mahalliy xom ashyolardan tabiiy gazni qayta ishlash chiqindilaridan bo'lgan oltingugurt olish ham dolzarb hisoblanadi. Oltingugurt zarrachalarining biologik faolligini prolongatsiyasini uzaytirish, ya'ni “oltingugurt kolloidi” preparatini qishloq xo'jaligi o'simliklarining zararkunanda hashoratlarga qarshi “insektitsid” sifatida qo'llanilganda, uning qisqa vaqt (5-7 kun) mobaynida o'simlikdan tushib ketib, o'z ta'siri yo'qotishi va uning biofaollik ta'sirini uzaytirish uchun qaytadan takror va takror marta o'simlikka sepil turish bilan bog'liq muammo mavjud. Bu muammoni yechishda poliakrilamid vositasida oltingugurt zarrachalarini flokulsiya qilish va ularni o'simlikka sepganda uzoq muddat ushlab turish imkoniyati bo'lib, uni ilmiy asosli tadqiqot qilish yo'li bilan amalga oshirish mumkin va bu katta ilmiy va amaliy ahamiyat

kasb etadi. Buning uchun zarur bo'ladigan oltingugurtning ulkan zahirasi respublikamizda mavjud bo'lib, jumladan, Muborak va Qandim gazni qayta ishlash zavodlarida oltingugurtning ulkan miqdorlarga chiqindilari to'planib qolgan va ulardan maqsadli foydalanish shubhasiz dolzarb vazifalardandir. [1]

➤ uchinchidan, poliakrilamidning mavjud noionogen, anionli va kationli namunalari o'zlarining zarrachalarga nisbatan flokulyatsion faolligini suvda tayyorlangan suyultirilgan eritmalarida yaqqol namoyon qiladi. Oltingugurt suvda deyarli erimaydi, shu bois uning zarrachalari suvda suspenziyalar hosil qiladi. Bu holat poliakrilamidning suvdagi eritmasiga oltingugurt zarrachalari tushirilganda, ushbu zarrachalarni poliakrilamid makromolekulalari tomonidan flokulyatsiya qilish ehtimoliyati vujudga keladi. Bunda oltingugurt ionogen tabiatini $2S^-$, $4S^+$, $6S^+$ ekanligini inobatga olsak, unda flokulyatsiya jarayonini samarali amalga oshirish uchun noionogen poliakrilamidni qisman gidroliz orqali anionli poliakrilamidga aylantirish maqsadga muvofiq bo'ladi. Chunki qisman gidrolizlangan anionli poliakrilamid makromolekulalari bir paytning o'zida musbat va manfiy zaryadli – ionli zarrachalarni yuqori samaralarda flokulyatsiya qilish imkoniyatiga ega bo'ladi. Bunday yondashish ham zarrachalar faolligini prolongatsiya qilishda muhim rol o'ynaydi.

➤ to'rtinchidan, flokulyatsiyani amalga oshirishda eritma va aralashma suspenziyalarda termodinamik sharoitlar va makromolekulalarning konformatsion o'zgarishlari muhim ahamiyat kasb etadi. Termodinamik sharoitlar bevosita "polimer-erituvchi" o'zaro ta'sirlashishini ifodalovchi Flori – Xaggins parametrini (χ_{12}) to'g'ri tanlashiga bog'liq bo'lib, unda erituvchining termodinamik sifati "yaxshi" erituvchi ($\chi_{12} < 0,5$) dan "yomon" erituvchiga ($\chi_{12} > 0,5$), hatto erituvchini "cho'ktiruvchi"ga aylanishi ($\chi_{12} > 1$) muhim rol o'ynaydi. Erituvchining sifati bunday yo'sinda o'zgarganda, makromolekulalar konformatsiyasi "yoyilgan" holatdan "o'ralgan" holatga o'zgaradi. Bunday termodinamik faktorlar asosida konformatsion o'zgarish amalga oshishida, ya'ni makromolekulani o'ralgan holatga o'tishida, uning shubhasiz zarrachalarni ham o'rab olish ehtimoliyati o'ta yuqori bo'ladi. Ammo buni amalga oshirish uchun kamida ikki xil yondashuv talab etiladi: birida eritmani sovitish orqali erituvchini sifati yomonlashtirilsa, ikkinchisida eritmaga cho'ktiruvchi qo'shish orqali erituvchini sifati yomonlashtirilishi kerak bo'ladi. Bu ikki yondashishda noqulaylik qo'shimcha energiya va material sarflanishini taqozo etishi bilan bog'liqdir ;

➤ beshinchidan, suyuq fazali suspenzion tizimlarda flokulalarning shakllanishida makromolekulalar konformatsion holatining o'zgarishlarini gidrodinamik va reologik oqim maydonlari ta'sirida amalga oshirish termodinamik jarayonlarga nisbatan bir qator muhim afzalliklarga ega bo'lishi mumkin. Bunday oqimlarda makromolekulalarning strukturaviy va fazaviy o'zgarishlarini flokulalar shakllanishi bilan uyg'unlikda amalga oshishi kuzatiladi. Chunki oqimning siljish kuchlanishi yoki siljish tezligiga (tezlik gradiyentiga) bog'liq tarzda makromolekulalarning aylanma-ilgarilanma harakati zarrachalar atrofida yoki muhitida amalga oshadi. Makromolekulalarning bunday harakat qilishi, ularni zarrachalarni o'rab olish imkoniyatini beradi. Buning natijasida flokulyatsiya jarayoni reologik maydon ta'siriga bog'liq tarzda amalga oshishi kuzatiladi, ya'ni flokulyatsiyani reologik maydon ta'sirida boshqarish imkoniyati vujudga keladi. Reologik jarayonlarning turli xil yacheykalarda va rejimlarda amalga oshishini inobatga olsak, unda turli shakl va o'lchamlarda flokulalar olish mumkin bo'ladi. Bu o'z navbatida zarralarni makromolekulalar bilan turli xil darajada va muddatlarda ushlab turish imkonini beradi, ya'ni zarrachalarning funksional ta'sir etish davri prolongatsiya qilinadi. Natijada reologik oqimda makromolekulalarning strukturaviy va fazaviy o'zgarishlari zarrachalarning samarali flokulyatsiyalanishi, funksional faollik ko'rsatgichlarni prolongatsiya qilish shartlarini belgilaydi;

➤ oltinchidan, reologik yacheykalar va oqim rejimlarini tanlash orqali flokulyatsiyalangan zarrachalar, flokulali gellar va kompozitlar olish imkoniyati paydo bo'ladi hamda bunday tarzda shakllangan flokulali tizimlarni funksional faolligini prolongatsion tavsiflarga bog'lab o'rganish lozim bo'ladi.

Xulosa. Ta'kidlab o'tilgan holatlar mazkur belgilangan vazifalarni bajarish uchun polimerlar fizikasi doirasida kompleks ilmiy tadqiqotlarni o'tkazish zarur bo'lib, unda avvalam bor tadqiqot obyektlari va usullarini tanlash va tajribalar o'tkazish uchun tayyorlash, makromolekulyar darajada gidrodinamik va reologik tadqiqotlar o'tkazish, shuningdek ustmolekulyar tuzilish tizimlar, ya'ni shakllantirilgan flokulyatsion tizimlarning struktra va funksional faolligi prolongatsion tavsiflariga bog'liq tarzda o'rganish lozim bo'ladi.

ADABIYOTLAR:

1. Kholmuminov A.A., Khalilov Sh.E. Flocculation With Prolongation Properties of Sulfur Microparticles by Anionic Polyacrylamide in a Flow // Eurasian Journal of Physics, Chemistry and Mathematics. 2022. V.8. P. 1 – 4.

2. Хомуминов А.А., Халилов Ш.Э., Шерниёзов Б.Ш. *Особенность течения серосодержащей композиции полиакриламида в различных условиях // Композиционные материалы, 2020. № 3. с. 311-314.*
3. Беляев П. С., Клинков А. С., Минкин Е. В., Маликов О. Г., Однолько В. Г.// *Реология полимерных систем: избранные главы - М. «Спектр» 2010. - 247 с.*
4. Ахметов Н.С.// *Общая и неорганическая химия.- Москва: «ВШ», 2005.-743 с.*
5. Тагер А.А. // *Физика-химия полимеров. М. «научный мир» 2007. 574 с.*
6. Сутягин В.М., Бондалетова Л.И.// *Химия и физика полимеров: Учебное пособие. – Томск: Изд-во ТПУ, 2003. – 208 с.*

PERILEN NUKLEATSIYAOLDI JARAYONLARI KINETIKASIGA α -SiO₂
KATALIZATORINING TA'SIRI

Xusanova Dilfuza Xushbakovna,

Oz'R FA Ion-Plazma va lazer texnologiyalari instituti
kichik ilmiy xodimi

dilfuzahusanova75@gmail.com

Mexmonov Kamoliddin Komiljon o'g'li,

Oz'R FA Ion-Plazma va lazer texnologiyalari instituti,
3-bosqich tayanch doktoranti

Mirzayev Sirojiddin Zayniyevich,

O'zR FA Ion-Plazma va lazer texnologiyalari instituti
bosh ilmiy xodimi, fizika-matematika fanlari doktori, professor

Xalilov Umedjon Boymamatovich,

O'zR FA Ion-Plazma va lazer texnologiyalari instituti
bosh ilmiy xodimi, fizika-matematika fanlari doktori

Annotatsiya. Zamonaviy texnologiyalar rivojlanishi bilan organik uglerod nanokristallari keng qo'llaniladigan funksional materiallar sifatida dolzarb ahamiyat kasb etmoqda. Biroq perilen nanokristallarining nukleatsiyaoldi jarayonlarini boshqarish uchun katalizatorlarning roli hali to'liq o'rganilmagan. Ushbu ishda reaktiv molekulyar dinamika usuli yordamida amorf SiO₂ (α -SiO₂) nanozarralarining perilen (PERLEN08) va uning hosilasi (RELVUC) klasterlanishiga ta'siri modellashtirildi. Natijalar PERLEN08 molekularlari uchun α -SiO₂ nanozarralar konsentratsiyasi ortishi bilan dimerlanish tezligining ortishini ko'rsatdi. RELVUC molekularlari uchun esa past konsentratsiyada dimerlanish tezligi o'zgarmasada, yuqori konsentratsiyada sezilarli tezlashuv aniqlandi. Bu farq sterik effektlar va molekularlararo o'zaro ta'sirlarning kombinatsiyasi bilan izohlanadi. Tadqiqot natijalari organik nanokristallar sintezini optimallashtirish va nukleatsiyaoldi bosqichini chuqurroq tushunishga sezilarli hissa qo'shadi.

Kalit so'zlar: perilen, nukleatsiya, klasterlanish, π - π o'zaro ta'sir, vodorod bog'lari, kataliz, molekulyar dinamika.

ЭФФЕКТ КАТАЛИЗАТОРА α -SiO₂ НА КИНЕТИКУ ПРОЦЕССОВ
ПРЕНУКЛЕАЦИИ ПЕРИЛЕНА

Аннотация. С развитием современных технологий органические углеродные нанокристаллы приобрели большое значение как функциональные материалы широкого применения. Однако роль катализаторов в управлении процессами пренуклеации периленовых нанокристаллов до сих пор полностью не изучена. В данной работе методом реактивной молекулярной динамики было смоделировано влияние аморфных наночастиц SiO₂ (α -SiO₂) на кластеризацию перилена (PERLEN08) и его производного (RELVUC). Результаты показали, что для молекул PERLEN08 скорость димеризации увеличивается с ростом концентрации наночастиц α -SiO₂. Для молекул RELVUC при низкой концентрации скорость димеризации остаётся неизменной, но значительно ускоряется при высокой концентрации. Это различие объясняется комбинацией стерических эффектов и межмолекулярных взаимодействий. Результаты исследования вносят значительный вклад в оптимизацию синтеза органических нанокристаллов и более глубокое понимание стадии пренуклеации.

Ключевые слова: перилен, нуклеация, кластеризация, π - π взаимодействия, водородные связи, катализ, молекулярная динамика.

INFLUENCE OF α -SiO₂ CATALYST ON PERYLENE PRENUCLEATION KINETICS

Abstract. With the development of modern technologies, organic carbon nanocrystals have gained significant importance as widely applicable functional materials. However, the role of catalysts in controlling the pre-nucleation processes of perylene nanocrystals has not yet been fully studied. This work simulates the influence of amorphous SiO₂ (α -SiO₂) nanoparticles on the clustering of perylene (PERLEN08)

and its derivative (RELVUC) using reactive molecular dynamics. The results showed that for PERLEN08 molecules, the dimerization rate increases with the rise in the concentration of α -SiO₂ nanoparticles. For RELVUC molecules, the dimerization rate remains unchanged at low concentrations of α -SiO₂ nanoparticles but significantly accelerates at high concentrations. A combination of steric effects and intermolecular interactions explains this difference. The findings of this study make a significant contribution to optimizing the synthesis of organic nanocrystals and deepening the understanding of the pre-nucleation stage.

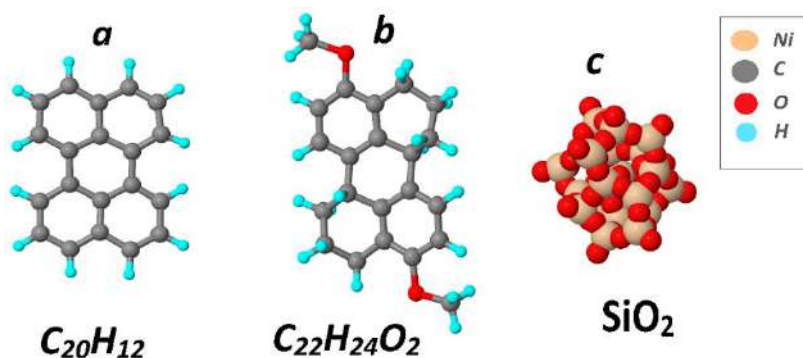
Keywords: perylene, nucleation, clustering, π - π interactions, hydrogen bonds, catalysis, molecular dynamics.

Kirish. Zamonaviy texnologiyalar rivojlanishi bilan organik uglerod nanokristallari yuqori funksional materiallar sifatida katta ahamiyat kasb etmoqda va ular organik elektronika, biologik tasvirlash hamda energetika sohalarida keng qo'llanilmoqda [1–4]. Ayniqsa, perilen nanokristali fotonika [1, 5], organik yarim o'tkazuvchilar [6] va quyosh batareyalari [7, 8] uchun muhim qurilish bloklari hisoblanadi. Ayniqsa, perilen molekulasi va uning hosilalaridan tashkil topgan organik nanokristallar sintezini boshqarish dolzarb ilmiy yo'nalishga aylangan [11]. Biroq, bu jarayonlarni muvaffaqiyatli boshqarish uchun nukleatsiya va nukleatsiyaoldi bosqichlarini tushunishda hamon bilimlar yetarli emas [12, 13]. Ayniqsa, nukleatsiyaoldi jarayonlarida katalizatorlarni roli ahali aniqlanmagan. Ushbu tadqiqotda perilen nanokristallining nukleatsiyaoldi jarayonlarining ilk bosqichlarini katalizatorga bog'liqligini o'rganish uchun reaktiv molekulyar dinamika (MD) usuli yordamida perilen molekulasi (C₂₀H₁₂) va uning hosilasi (C₂₂H₂₄O₂) ning klasterlanish jarayonlariga amorf SiO₂ (α -SiO₂) nanozarralarining katalitik ta'siri o'rganildi.

Modellashtirish usuli va tafsilotlari. Perilen molekulalari va ularning hosilalarining kremniy oksidi (SiO₂) nanozarrachalari yordamida klasterlanish jarayonini reaktiv MD usuliga asoslangan LAMMPS dasturiy paketi orqali modellashtirish yordamida o'rganildi [14]. Modellashtirish jarayonida tizimdagi atomlar orasidagi o'zaro ta'sir ReaxFF potentsiali yordamida ifodalandi [15].

Perilen (C₂₀H₁₂) – ikkita naftalin birligidan iborat bo'lgan politsiklik aromatik uglevodorod hisoblanadi [16,17]. Uning hosilasi – 4,10-dimetoksi-1,2,3,6b,7,8,9,12b-oktagidroperylene (C₂₂H₂₄O₂) qo'shimcha ikkita metoksi guruhiga ega. Ushbu molekulalar mos ravishda kristallar strukturalari Kembrij Strukturalar Ma'lumotlar Bazasidan olingan PERLEN08 [9] va RELVUC [10] kristallari tarkibidagi asosiy qurilish bloklari sifatida xizmat qilganligi uchun, ushbu tadqiqotda, PERLEN08 va RELVUC molekulalari deb ataladi (1a- va 1b-rasmlar). Katalitik klasterlanish jarayonlarni modellashtirishda katalizator sifatida taxminan 1 nm diametrga ega bo'lgan amorf SiO₂ (α -SiO₂) nanozarrasi [22] (1c-rasm) ishlatiladi.

To'rtta modellashtirish tizimi o'rganiladi: (i) 64 ta PERLEN08 va 1 ta α -SiO₂ nanozarrasi, (ii) 64 ta RELVUC va 1 ta α -SiO₂, (iii) 64 ta PERLEN08 va 2 ta α -SiO₂, hamda (iv) 64 ta RELVUC va 2 ta α -SiO₂ nanozarrasi. Tizim hajmlari PERLEN08 va 1 ta SiO₂ uchun $7.3 \times 6.0 \times 5.8 \text{ nm}^3$, PERLEN08 va 2 ta SiO₂ uchun $8.4 \times 6.0 \times 5.8 \text{ nm}^3$, RELVUC va 1 ta α -SiO₂ uchun esa $8.4 \times 5.8 \times 6.3 \text{ nm}^3$, RELVUC va 2 ta α -SiO₂ uchun esa $9.5 \times 5.8 \times 6.3 \text{ nm}^3$ ni tashkil etadi. Olingan natijalarni eksperiment bilan solishtirish maqsadida, modellashtirish fazosida joylashgan α -SiO₂ klasterlarining past (1 ta α -SiO₂) va yuqori (2 ta α -SiO₂) konsentratsiyalari mos ravishda PERLEN08 holati uchun $4 \cdot 10^{18}$ va $7 \cdot 10^{18} \text{ sm}^{-3}$, RELVUC uchun esa $3 \cdot 10^{18}$ va $6 \cdot 10^{18} \text{ sm}^{-3}$ sifatida berildi. Tizimda perilen molekulalar bir tekis taqsimlanib, ular orasida kamida 1.0 nm o'zaro masofa saqlandi.

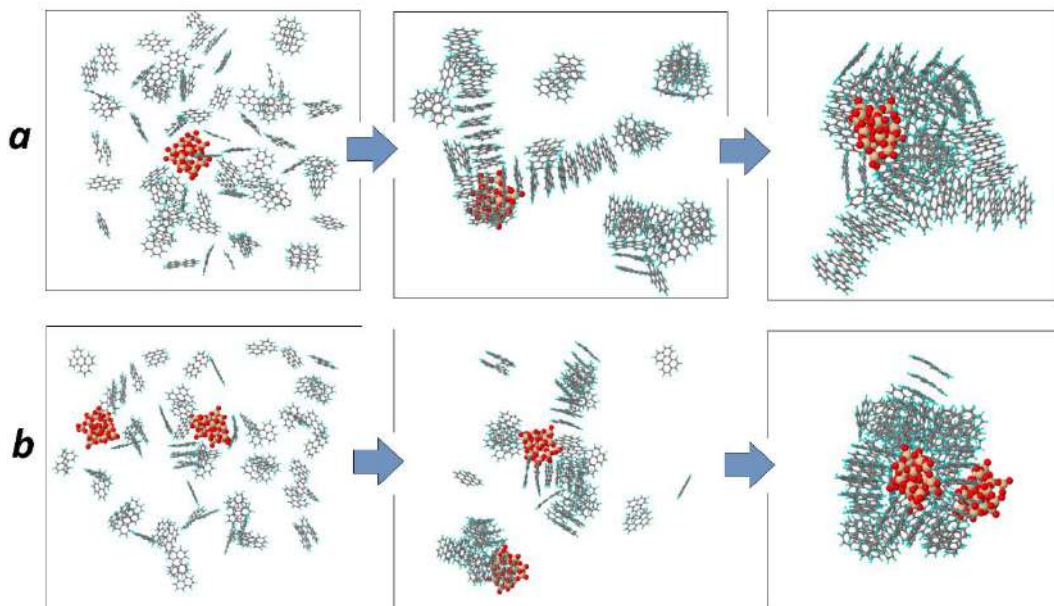


1-rasm. (a) PERLEN08 va (b) RELVUC molekulalari, shuningdek, hamda (c) SiO₂ nanozarrasi

Tizim haroratni 300 K da ushlab turish uchun Nose-Hoover termostati [18] qo'llanilib, tizimni har 100 fs da nazorat qilib turadi. MD modellashtirishlarida vaqt qadami 0.25 fs qilib olinib, modellashtirishlar 2.0 ns

davom etadi. Natijalar ishonchliligini oshirish uchun har bir holat o'n marta takrorlanib, olingan qiymatlar o'rtachalanadi.

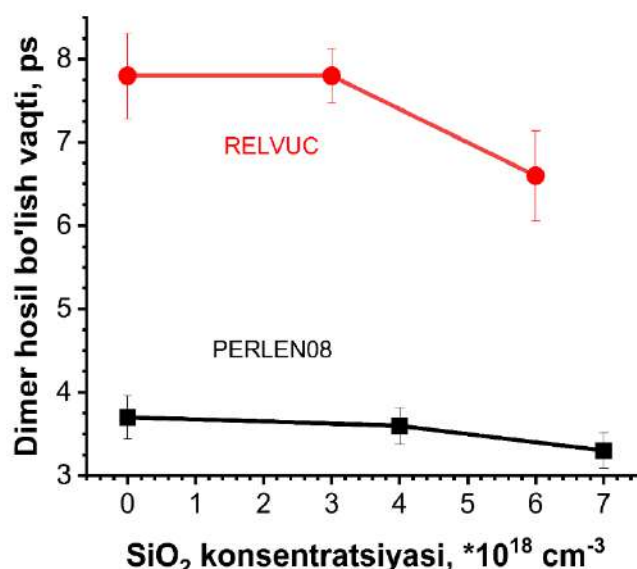
Natijalar va ularning muhokamasi. Nukleatsiyaoldi bosqichi molekulalarning yakka holatidan tartibli agregatlangan holatga o'tish jarayoni bo'lib, bu jarayonda turli o'lchamdagi klasterlar paydo bo'ladi [19, 20]. 2-rasmda PERLEN08 va RELVUC molekulalari past ($3\cdot 10^{18} \text{ sm}^{-3}$) va yuqori ($6\cdot 10^{18} \text{ sm}^{-3}$) $\alpha\text{-SiO}_2$ nanokatalizator konsentratsiyasidagi klasterlanish jarayonining rivojlanishi turli vaqtlardagi tasvirlar orqali ko'rsatilgan.



2-rasm. SiO_2 nanozarralari (a) past va yuqori (b) konsentratsiyasi holatida perilen molekulalarining klasterlanish jarayoni

Perilen molekulalari aromatik birikmalar bo'lgani uchun ularning π -elektronlari $\alpha\text{-SiO}_2$ yuzasi bilan π - π ta'sirlar orqali bog'lanadi. Shuningdek, $\alpha\text{-SiO}_2$ va perilen orasida Van der Waals kuchlari ham mavjud bo'lib, bu ikki xil o'zaro ta'sirlar molekulalarning $\alpha\text{-SiO}_2$ yuzasida adsorbsiyalanishiga yordam beradi. Adsorbsiya natijasida avval dimerlar, keyin trimerlar va yirikroq klasterlar hosil bo'ladi [16]. Bundan tashqari, RELVUC molekulasidagi kislorod atomlari tufayli $\alpha\text{-SiO}_2$ bilan vodorod bog'lari hosil qiladi. Bu yerda, RELVUC molekulasidagi -OH guruhlar $\alpha\text{-SiO}_2$ yuzasidagi -OH guruhlar bilan kuchli va barqaror vodorod bog'lari orqali bog'lanishu ham mumkin. Shuningdek, dipol-dipol o'zaro ta'sirlar RELVUC molekulasini $\alpha\text{-SiO}_2$ yuzasiga yaqinlashtiradi va ularning o'zaro ta'sirini kuchaytiradi. Yuqoridagi ta'sirlar bilan bir qatorda, sterik effektlarning roli ham muhimdir. Perilen molekulalari va $\alpha\text{-SiO}_2$ nanozarrachalarining o'lchami va shakli ularning o'zaro ta'sirlanishiga va joylashishiga ham sezilarli ta'sir qilishi mumkin. Molekulalar juda katta yoki nanozarracha yuzasi juda notekis bo'lsa, sterik to'siq paydo bo'lib, adsorbsiya va klaster hosil bo'lishiga to'sqinlik qiladi. Aksincha, qulay sterik joylashuvlar zichroq joylashishni va klaster barqarorligini oshirishi ham mumkin.

Klasterlanish jarayonida molekulalarning dimerlanishi eng ko'p vaqt talab qiluvchi jarayon bo'lib, undan keyin klasterlanish vaqti keskin tezlashib ketadi [22]. 3-rasmda PERLEN08 va RELVUC molekulalarining dimerlanish vaqtlari turli sharoitlarda, ya'ni katalizatorsiz, past va yuqori katalizator konsentratsiyali holatlarda ko'rsatilgan.



3-rasm. PERLEN08 va RELVUC molekularining dimer hosil bo'lish vaqtining α -SiO₂ konsentratsiyaga bog'liqligi

Natijalar shuni ko'rsatdiki, PERLEN08 molekularining dimerlanish tezligi α -SiO₂ nanozarralar konsentratsiyasiga to'g'ri mutanosib bo'lib, katalizator konsentratsiyasi oshgan sari dimerlanish tezligi ortib boradi. Xususan, katalizatorsiz, past va yuqori konsentratsiya holatlarida dimerlanish vaqti mos ravishda 3,7 ps, 3,6 ps va 3,3 ps ni tashkil qilib, katalizator yuqori konsentratsiyasi fazodagi perilen molekularining dimerlanish ehtimolligini sezilarli oshiradi.

RELVUC molekulari uchun esa nanokatalizatorsiz holatda dimerlanish vaqti 7,8 ps ni tashkil etib, PERLEN08 ga nisbatan biroz sekinroq kechadi. Bu hodisa RELVUC molekularidagi kislorod atomlarining boshqa molekula kislorod atomlari bilan elektrostatik o'zaro ta'siri tufayli vujudga keluvchi sterik effekt bilan bog'liq. Ushbu hodisa RELVUC molekularining α -SiO₂ nanozarrasi bilan uchrashganida ham sodir bo'lishi ularning dimerlanish vaqtini qisqarishiga to'sqinlik qiladi. Shuning uchun α -SiO₂ nanozarralarining past konsentratsiyali holatida dimerlanish vaqti o'zgarmaydi. Shunga qaramay, α -SiO₂ nanozarralarining yuqori konsentratsiyasida van der Waals kuchlari elektrostatik kuchlardan sezilarli ustunlik qilishi tufayli dimerlanish vaqti 6,6 ps ga keskin kamayadi.

Xulosa. Reaktiv MD usuli yordamida olib borilgan tadqiqot natijasida α -SiO₂ nanozarralari PERLEN08 va RELVUC molekularining klasterlanish jarayoniga turlicha ta'sir ko'rsatishi aniqlandi. PERLEN08 uchun α -SiO₂ nanozarralar konsentratsiyasi ortishi bilan dimerlanish tezligi ortadi. RELVUC molekulari uchun esa past konsentratsiyada dimerlanish o'zgarmasada, yuqori konsentratsiyada tezlashadi. Bu holat sterik va katalitik effektlarning o'zaro ta'siri bilan bog'liq ekanligi aniqlandi. Ushbu tadqiqot organik nanokristallar hosil bo'lishining nukleatsiyaoldi bosqichini chuqurroq tushunishga va sintez jarayonlarini boshqarishda SiO₂ nanozarralarining potentsialini ochib berishga yordam beradi.

ADABIYOTLAR:

1. Y. Sato et al., *IEEE J. of Selected Topics in Quantum Electronics*, 4.1, 40-48(1998).
2. Li, Z., et al., *Advanced Materials*, 28(15), 3110-3122 (2016).
3. L. Cheng et al., *Chemical Society Reviews*, 47(11), 3959-3984.
4. Yu, J., et al., *Energy & Environmental Science*, 13(3), 605-620 (2018).
5. H. Zollinger et al., *John Wiley & Sons*, 2003.
6. Li Rongjin et al., *Accounts of Chemical Research*, 43, 529-540 (2010).
7. O. Ostroverkhova et al., *Chemical Reviews*, 116, 13279-13412 (2016).
8. Li Q., Zhen L. *Accounts of Chemical Research*. 53, 962-973 (2020).
9. J. Merz, et al., *Chem. Sci.* 10 (32) 7516-7534(2019).
10. J.F. Fuini, et al., *Dyes Pigm.* 88 (2) 204-211(2011).
11. Yiding Lai et al., *Cryst. Growth Des.* 15, 1011-1016 (2015).
12. Rongjin Li et al., *Accounts of chemical research* 43, 529-540 (2010).
13. M.B. Casu et al., *Chemical Physics Letters* 479, 76-80 (2009).

14. Thompson, Aidan P., et al. *Comp. Physics Com.*, 271, 108171, (2022)
15. Van Duin, Adri CT, et al. *The J. of Phys. Chem. A*, 105.41, 9396-9409, (2001)
16. Husanova, D., et al. *Chemical Physics* 579, 112191 (2024).
17. Khalilov, Umedjon, et al. *Uzbek Journal of Physics* 23.3, 7-11 (2021).
18. Nosé, Shūichi. *Molecular Physics* 52.2, 255-268 (1984).
19. Yao, Ze-Fan et al., *Crystal Growth & Design* 18.1, 7-15 (2018).
20. Vekilov, Peter G. *Crystal Growth & Design* 10.12, 5007-5019 (2010).
21. Sosso, Gabriele C., et al. *Chemical Reviews* 116.12, 7078-7116 (2016).
22. Husanova, Dilfuza, et al. *J. Phys Chem C* 129, 5, 2421-2428 (2025).

ГЕЛИОҚУРИТГИЧЛАРДА КОНВЕКТИВ ИССИҚЛИК-МАССА-АЛМАШИНИШ
ЖАРАЁНЛАРИНИ ТАДҚИҚ ЭТИШ

Назаров Мустақим Рашидович,

Бухоро давлат педагогика институти доценти

Назарова Наргиза Мустакимовна,

Бухоро давлат университети доценти

nazarova_nargiza85@mail.ru

Худойбердиев Аҳад Ахтамович,

“Тошкент ирригация ва қишлоқ хўжалигини
механизациялаш муҳандислари институти”

Миллий тадқиқот университети.

Бухоро табиий ресурсларини бошқариш институти докторанти

Ражабов Бобоҳон Хасанович,

Бухоро давлат педагогика институти катта ўқитувчиси

Рахмонова Маржона Акмал қизи,

Бухоро давлат педагогика институти магистранти

Аннотация. Мазкур иш қўёш қурутгичларида конвектив иссиқлик - масса алмашинини жараёнларини ўрганишга бағишланган. Ишда радиацион-конвектив рециркуляцияли гелиоқурутгичида меваларни қуритиш жараёнида юз берадиган иссиқлик-масса-алмашинини жараёнлари тадқиқ этилган.

Гелиоқурутгич қурилмасида ўтказилган тажриба натижаларидан фойдаланиб, меваларнинг радиацион-конвектив қуриш жараёнини ақс эттирадиган критериял тенглама олинган. Олинган натижалар асосида олма мевасининг иссиқлик алмашинини коэффициентини аниқланган.

Калит сўзлар: конвектив иссиқлик алмашинини, гелиоқурутгич, критериял тенглама, иссиқлик ўтказувчанлиги, диффузия коэффициентини, иссиқлик алмашинини коэффициентини, Нуссельт сони (ўлчамсиз мезони).

ИССЛЕДОВАНИЕ КОНВЕКТИВНЫХ ТЕПЛО-МАССООБМЕННЫХ ПРОЦЕССОВ В
ГЕЛИОСУШИЛКАХ

Аннотация. Данная работа посвящена исследованию конвективных процессов теплообмена в солнечных сушилках. В работе изучены теплообменные процессы, происходящие при сушке плодов в рециркуляционной гелиосушилке радиационно-конвективного типа.

По результатам эксперимента, проведённого в данной гелиосушилке, получена критериальное уравнение, отражающее процесс радиационно-конвективного теплообмена плодов. На основании полученных результатов определён коэффициент теплоотдачи плодов яблок.

Ключевые слова: конвективный теплообмен, гелиосушилка, критериальное уравнение, теплопроводность, коэффициент диффузии, коэффициент теплообмена, число Нуссельта (безразмерный критерий).

RESEARCH OF CONVECTIVE HEAT-MASS-EXCHANGE PROCESSES IN HELIO-
DRYERS

Abstract. This work is devoted to the study of convective heat-mass exchange processes in solar dryers. In the work, heat-mass-exchange processes occurring in the process of drying fruits in a radiative-convective recirculation helio-dryer were studied.

Using the results of the experiment conducted in the helio-dryer device, a criterion equation was obtained that reflects the process of radiative-convective formation of fruits. Based on the obtained results, the heat exchange coefficient of apple fruit was determined.

Keywords: convective heat exchange, solar dryer, criterion equation, heat transfer, diffusion coefficient, heat exchange coefficient, Nusselt number (dimensionless criterion).

Кириш. Қуёш қуритгичларида меваларни қуритиш давомида юз берадиган иссиқлик масса-алмашилиш жараёнларини ўрганишда, қуритиладиган маҳсулотларни қуриш параметрлари ва иссиқлик техникавий характеристикаларини билишни тақозо қилади. Масалан, меванинг қуриш тезлиги, нам ва иссиқлик ўтказувчанлик коэффициентлари, диффузия коэффициенти, иссиқлик сифими ва ҳ.к. Бундай катталикларнинг сонли қиймати кўп омилларга боғлиқ бўлганлиги учун уларнинг қийматини аниқлаш анча мураккаб [1,3].

Ушбу мақолада меваларни қуритиш жараёнида радиацион-конвектив иссиқлик алмашилиш акс эттирадиган математик моделлар, ва ўхшашлик назарияси асосида меваларни иссиқлик алмашилиш коэффициентини аниқлаш усули тўғрисида фикр юритилади [7].

Мева ва сабзавотларни қуритиш жараёнида юзага келади конвектив иссиқлик алмашилиш намлик-масса узатиш жараёнлари билан чамбарчас боғлиқ. Қуритиш объектлари (мева ва сабзавотлар) одатда коллоид капилляр-говакли тузилишга эга бўлган маҳсулотлар ҳисобланади.

Меваларни қуёш нури билан қуритишда гелиоқуритгич қурилмаларини лойиҳалаш билан бирга унда қуритиладиган маҳсулотларни қуриш режимларини ҳам танлаш лозим. Чунки, меваларни қуриш жараёнлари ташқи қуритиш омилларига ҳамда маҳсулот (мева) нинг чегара қатламида содир бўладиган иссиқлик ва масса алмашилиш жараёнларига ҳам боғлиқ бўлади [1,2].

Замонавий қуёш қуритгичлари кўп сонли ўзаро боғланган элементлар тизимларидан иборат бўлиб, уларнинг ҳар бирида турли хил иссиқлик ҳодисалари содир бўлади. Айниқса, мева ва сабзавотларни ностационар қуёш нурланиши таъсирида (конвектив-радиацион) қуритишда содир бўладиган иссиқлик масса алмашилиш жараёнларини математик жиҳатдан тавсифлаш анча қийин. Шунингдек, бундай технологик жараёнларда қуритиш объектининг биологик, физик-кимёвий хусусиятлари ва табиий шароит, яъни ташқи иқлим шароитларининг таъсирини ҳам ҳисобга олиш талаб этилса, бу қийинчиликлар сезиларли даражада ошади [1,2].

Метод ва материаллар. Маълумки, гелиоқуритгичларда ва бошқа иссиқлик технологик қурилмаларда конвектив иссиқлик алмашилиш жараёнларини тадқиқ этишнинг муҳандислик ҳисоблаш усуллари билан бири, бу ушбу жараёнларни лаборатория шароитида тажрибада ўрганишдир. Одатда конвектив ва радиацион-конвектив иссиқлик узатиш жараёнида, ҳарорат майдонлари ва иссиқлик оқимларини ҳисоблаш учун аналогия, тажрибаларни режалаштириш ва ўхшашлик назарияси каби усулларидан фойдаланилади.

Қуёш радиацион-конвектив қуёш қуритгичларида меваларни қуриш кинетикаси ва иссиқлик-масса-алмашилиш жараёнларини ўрганишда қуйидаги асосий катталиклар, яъни иссиқлик алмашилиш коэффициенти α ва масса алмашилиш коэффициенти β ҳамда иссиқлик ўтказувчанлик коэффициенти λ кабилар ҳисобланади. Ушбу катталиклар кўплаб ўзгарувчан ташқи омилларга мураккаб тарзда боғлиқдир. Масалан, иссиқлик алмашилиш коэффициенти α ни аниқлаш учун экспериментал (тажриба) маълумотларни қайта ишлаш ва режалаштириш усулларидан фойдаланилади.

Мураккаб иссиқлик-масса алмашилиш тизимларида (конвектив иссиқлик узатишда) муҳитнинг иссиқлик бериш коэффициенти α ни ташқи омилларга боғлиқлигини аниқлаш учун, одатда, чексиз кўп тажрибалар ўтказиш керак, чунки иссиқлик бериш коэффициенти α кўплаб ташқи ва ички параметрларга боғлиқ бўлади, масалан, вақт, координаталар, тезлик, ҳарорат, муҳитнинг физик хусусиятлари ва бошқалар:

$$\alpha = f(\tau, x, t, v, \rho, \eta \dots) \quad (1)$$

Масалан, қуёш иссиқхоналари ва гелиоқуритгичларда содир бўладиган радиацион-конвектив иссиқлик-масса алмашилиш жараёнларини ўрганиш учун, хусусан (1) ифодадаги мустақил ўзгарувчилар сонини камайтириш лозим бўлади. Бундай муаммоларни ҳал этиш учун ўхшашлик назарияси деб аталадиган усул ишлаб чиқилган.

Ўхшашлик назарияси кўпинча иссиқлик технологик қурилмаларида юз берадиган иссиқлик-масса алмашилиш жараёнларни ўрганади. Бундай ҳодисаларни тадқиқ этишда ўлчамсиз комплекслар – мезонлар (критерийлар ёки ўхшашлик сонлари) устида амаллар бажарилади.

Аниқроқ қилиб айтганда, ўхшашлик мезони бу физик миқдорлар нисбатларини тавсифловчи ўлчамсиз катталик (комплекс)дир [6]. Ўхшашлик назариясига кўра, иссиқлик ва масса алмашилиш коэффициентларини, яъни масалан, иссиқлик бериш коэффициенти α , иссиқлик ўтказувчанлик коэффициенти λ , диффузия коэффициенти D ва бошқа шунга ўхшаш катталиклар тажрибада қуйидагича аниқланади.

Технологик иссиқлик қурилмаларида содир бўладиган жараёнларни тадқиқ қилишда кўпинча лаборатория шароитида унинг кичик физик моделларида ўрганилади, моделда худди оригинал технологик қурилмада содир бўладиган физик жараёнлар амалга оширилади. Бу қурилма одатда моделлаштириш объекти (намуна) ҳисобланади. Шунинг учун ўхшашлик назарияси асосида

моделлаштириш қоидаларидан фойдаланилади ва бунда чекланган миқдордаги тажриба натижаларини худди ўшандай ўхшаш ҳодисалар гуруҳига қўллашга имкон беради. Ўхшашлик назарияси Кирпичев-Гухман теоремасининг учта қоидага асосланади:

1. Ўхшаш жараёнлар бир хил физикавий табиатга (хусусиятга) эга бўлиши керак;
2. Моделда ва моделлаштириш объектида (саноат намунасида) ўхшашлик ва чегаравий шартлари бажарилиши керак. Конвектив иссиқлик алмашилиш жараёнлари учун бу геометрик ўхшашлик, кинематик ўхшашлик (тезликларнинг ўхшашлиги), динамик ўхшашлик (кучларнинг ўхшашлиги), иссиқлик (термал) ҳодисаларининг ўхшашлиги (ҳарорат майдонлари ва иссиқлик оқимлари ва уларнинг тарқалиши каби ўхшашликлар).
3. Физик модел ва моделлаштириш объектида (оригиналда, намунада) аниқловчи мезонлар ўзаро тенг бўлиши керак [6]. Иккинчи ўхшашлик теоремасига мувофиқ, дифференциал тенгламалар системасидан аниқланган мезонлар ҳам ўхшашлик мезонлари билан тавсифланади ва улар дифференциал тенгламалар ечимидан олинади. Шунинг учун, олинган ўхшашлик сонларига асосланиб, биз конвектив иссиқлик алмашилиш учун ҳам ўхшашлик тенгламасини ҳосил қилишимиз мумкин, уни ечиш орқали иссиқлик алмашилиш коэффиценти α топилади (чунки α Нуссельт Nu ифодасига киради). Энг умумий шаклда Нуссельт сони қуйидагича ёзилади:

$$Nu = f(Gr, Re, Fo, Pe) \quad (2)$$

Иссиқлик бериш коэффиценти α ни аниқлашнинг энг кенг тарқалган усули бу барқарор (стационар) ҳолатдаги иссиқлик оқим усули ҳисобланади. Бунда α иссиқлик алмашилиш коэффиценти Нютон-Рихман тенгламасидан аниқланади:

$$\alpha = \frac{Q}{(t-t_0)F} = \frac{q}{(t-t_0)} \quad (3)$$

бу ерда Q – иссиқлик оқими Вт; t – иссиқ ҳаво ёки газ температураси, t_0 – ташқи муҳит температураси К; F – иссиқлик алмашинадиган юза [6].

Тажриба натижалари. Иссиқлик бериш (иссиқлик алмашилиш) коэффиценти, иссиқлик ўтказувчанлик ва бошқа масса алмашилиш коэффиценти каби катталикларни тажрибадан аниқлаш учун иссиқлик манбаидан узатиладиган Q иссиқлик миқдорини ўлчаш лозим; яъни бунда объект ҳарорати t ; ва ташқи муҳит ҳарорати t_0 ; иссиқлик алмашилиш юзаси F ; ҳамда Q . иссиқлик оқимини аниқлаш методлари, унинг қандай усулда берилишига ҳам боғлиқ бўлади. Бу тадбирлар экспериментатор томонидан танланади.

Тажрибалардан маълумки, иссиқлик қурилмаларида жумладан қуёш қуритгичларида ҳам радиацион конвектив иссиқлик алмашилишни ифодалайдиган функционал боғланиш умумий ҳолда қуйидаги кўринишда бўлади.

$$Nu = f(Re, Pr) \quad (4)$$

бу ерда Nu – Нуссельт ўлчамсиз мезони, Re – Рейнолдс ва Pr – Прандтл сонлари ҳам ўлчамсиз (мезонлари) катталик ҳисобланади. Бу ўлчамсиз мезонлар орасидаги (критериал) боғланишни қуйидаги даражали кўпайтма кўринишда ёзиш мумкин [1,3].

$$Nu = A Re^m Pr^n \quad (5)$$

Охириги ифодани ўлчамсиз мезонларнинг қийматларини қўйиб, уни қуйидаги кўринишда ҳам ёзиш мумкин:

$$\frac{\alpha l}{\lambda} = A \left(\frac{vd}{V} \right)^m \cdot \left(\frac{v}{a} \right)^n \quad (6)$$

Охириги ифодадан A, m, n ларнинг қийматини аниқлаш учун турли режимларда ўтказилган тажриба натижалари ва қуришти агентининг шу режимлардаги топилган қийматларидан фойдаланамиз.

Катталиклар	20° С	40° С	60° С
Ҳаво зичлиги $\rho, \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	1,205	1,125	1,06
Ҳавонинг ишқаланиш коэффициентини $\eta, \text{Па} \cdot \text{С}$	15. 10 ⁻⁶	16.9.10 ⁻⁶	18,6.10⁻⁶
Ҳавонинг иссиқлик ўтказувчан-лиги, $\lambda, \text{Вт/м.К}$	2,9.10 ⁻²	3.10 ⁻²	3,1.10⁻²
Ҳавонинг тезлиги $\nu, \text{м/с}$	2	2	2
Меванинг характерли (узунлиги) ўлчами $\ell; M$	0,06	0,06	0,06

Қуритиш агентининг турли температуралардаги Re, Nu, Pr ўлчамсиз мезонлари (Re, Nu, Pr) нинг қийматини аниқлашга имкон берадиган дастлабки маълумотлар 1-жадвалда келтирилган.

Меваларни қуритишга доир тажрибалар муаллиф томонидан ишлаб чиқилган ихчам шамоллатиладиган рециркуляцияли гелиоқуритгичида олиб борилди [7]. Қурилманинг тузилиши ва ишлаш принципи [8,9] ишларда батафсил ёритилган. Ушбу ишда қуритиш объекти сифатида олма меваси олинди.

Олма мевасини қуритиш жараёни турли режимларда олиб борилди. Олинган натижалар асосида ўлчамсиз мезонларнинг қийматларини 1-жадвалдаги берилган маълумотлар ёрдамида ҳисоблаш мумкин. 2-жадвалда эса турли температуралар учун ўлчамсиз мезонларнинг ҳисобланган қийматлари берилган. Турли температураларда ўтказилган тажриба натижаларидан Re, Nu, Pr ўлчамсиз мезонларининг қийматлари асосида A, m, n коэффициентларни аниқлаш учун қуйидаги тенгламалар системасини ечиш керак бўлади.

$$Nu_1 = A Re_1^m Pr_1^n, \quad Nu_2 = A Re_2^m Pr_2^n, \quad Nu_3 = A Re_3^m Pr_3^n \quad (7)$$

2-жадвал.

Ўлчамсиз мезонлар	Ҳарорат 20°С	Ҳарорат 40°С	Ҳарорат 60°С
Re	2666	2366	2108
Nu	23,5	21,3	19,7
Pr	0,63	0,68	0,67

Ўлчамсиз мезонларнинг сонли қийматларни (7) ифодага қўйилгандан кейин тенгламалар системаси қуйидаги кўринишга келади.

$$\begin{cases} 23,5 = A 2666^m 0,63^n \\ 21,3 = A 2366^m 0,68^n \\ 19,7 = A 2108^m 0,67^n \end{cases}$$

Бу тенгламалар системасини ечиб, A , m ва n коэффициентларнинг қийматлари аниқланади. Тенгламани ечиш натижасида бу коэффициентларнинг қийматлари ҳисоблаб топилди. Бунда $A = 0,035$; $m = 0,82$; $n = 0,43$ га тенг.

Олма мевасининг қуриши жараёнида олинган тажриба натижаларидан фойдаланиб, рециркуляцияли ихчам гелиоқуритгичида радиацион-конвектив қуриш жараёнини акс эттирадиган қуйидаги критериял тенглама олинди.

$$Nu = 0,035 Re^{0,82} Pr^{0,43}$$

Бу тенглама таклиф этилган ихчам гелиоқуритгичида меваларни қуришида радиацион конвектив иссиқлик алмашилиш жараёнини ифодалайди.

Энди Нуссельт мезонининг бу топилган қийматидан фойдаланиб, олма мевасининг иссиқлик алмашилиш коэффициентини аниқлаймиз. Маълумки, $Nu = \frac{\alpha l}{\lambda}$ га тенг. Бу ифодадан олма меванинг иссиқлик бериш коэффициентини аниқлаш мумкин. $\alpha = \frac{21,3\lambda}{l} = \frac{21,3 \cdot 3 \cdot 10^{-2}}{6 \cdot 10^{-2}} \approx 10,5 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\text{К}}$ га тенг эканлигини топамиз. Бу қиймат илмий адабиётларда берилган меваларнинг иссиқлик бериш коэффициентига яқиндир.

Олинган тажриба натижаларидан гелиоқуритгичларни лойиҳалашда ва меваларни қуриш жараёнини тадқиқ этишда фойдаланиш мумкин.

Хулоса. Иссиқлик техникаси ва қуёш қуритгичларига доир илмий адабиётларни таҳлил қилиш ва олиб борилган тадқиқот натижаларига асосланиб, қуйидаги хулосаларга келиш мумкин:

1. Ишда муаллиф томонидан ишлаб чиқилган ихчам шамоллатиладиган гелиоқуритгич қурилмасида, олма мевасини қуриш жараёни ўрганилган. Шунингдек, қуришти камерасида радиацион конвектив иссиқлик алмашилиш жараёнини акс эттирадиган критериял тенглама олинган.

2. Олинган тажриба натижаларидан фойдаланиб, олма мевасининг иссиқлик алмашилиш коэффициентининг қиймати аниқланган.

АДАБИЁТЛАР:

1. Румянцев Б.М., Журба В.П. Тепловые установки в производстве строительных материалов и изделий. М-1991г.
2. Лыков А. Теория сушки. Энергия, М., 1968 г 472с.
3. Назаров М.Р. Математическое моделирование процессов тепло-массообмена в солнечных сушильных установках // Гелиотехника 2006 № 1.
4. Гинзбург А. С., Савина И.М. Массообменные характеристики пищевых продуктов. Москва. «Легкая и пищевая промышленность» 1982 г.
5. Узakov Г.Н. Моделирование и исследование тепломассообменных процессов в холодильной камере при естественной и вынужденной конвекции. Технические науки. // Молодой ученый №5 (28) май 2011 г. <https://moluch.ru/archive/28/3082/>
6. <https://portal.tpu.ru/SHARED/p/PNB/learning/hydraulics/Tab1/Lecture5.pdf>
7. Назаров М.Р. и др. Компактная солнечная сушилка, с активным вентилированием. Международная научно-практическая конференция “Солнечная энергетика” НПО “Физика Солнца” физ-тех, институт. Ташкент 2019й 20-22 декабря.
8. Назаров М.Р. и др. Международного научного журнала «Гелиотехника» 2021, №5. С.56
9. Назарова Н.М., Назаров М.Р., Даминов М.И. Рециркуляционная солнечная сушилка с рекуперативным теплообменником утилизатором теплоты. LIV Международной научно-практической конференции “Технические науки: проблемы и решение” Москва. 19.11.2021г

ТЕПЛОВОЙ НАСОС И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ

*Назаров Мустаким Рашидович,**доцент Бухарского государственного педагогического института**Назарова Наргиза Мустакимовна,**доцент Бухарского государственного университета**nazarova_nargiza85@mail.ru**Рамазонова Фотима Ёрбоевна,**докторант Бухарского государственного университета*

Аннотация. В последнее время в нашей стране и за рубежом наблюдается значительный интерес к тепловым насосам (ТН). Это связано, в первую очередь, с ростом цен на энергоносители и проблемами экологии. Этому способствует и зарубежный опыт. Также расширялись области применения тепловых насосов, поэтому исследования и пути повышения энергетической эффективности тепловых насосов являются актуальными.

В данной работе изучено устройство и принципы работы теплового насоса. Также проанализированы виды тепловых насосов и пути повышения их энергетической эффективности.

Ключевые слова: тепловой насос, теплоснабжение, компрессор, расширительный клапан, испаритель, конденсатор, хладагент.

ISSIQLIK NASOSI VA UNING QO'LLANILISHI

Annotatsiya. So'nggi paytlarda mamlakatimizda va chet ellarda issiqlik nasoslariga katta qiziqish kuzatilmoqda. Bu, birinchi navbatda, energiya narxlarining oshishi va ekologik muammolar bilan bog'liq. Bunga xorijiy tajriba ham o'z hissasini qo'shmoqda. Issiqlik nasoslarini qo'llanish sohalari ham kengaydi, shuning uchun ushbu sohada tadqiqotlar o'tkazish va issiqlik nasoslarining energiya samaradorligini oshirish yo'llari dolzarbligicha qolmoqda. Ushbu ishda issiqlik nasosining qurilmasi va uning ishlash prinsipi o'rganiladi. Issiqlik nasoslarining turlari va ularning energiya samaradorligini oshirish yo'llari ham tahlil qilinadi.

Kalit so'zlar: issiqlik nasosi, issiqlik ta'minoti, kompressor, kengaytirish valfi, evaporator, kondensator, sovutgich.

THE HEAT PUMP AND ITS APPLICATION

Abstract. Recently, in our country and abroad, there has been significant interest in heat pumps (HP). This is primarily due to rising energy prices and environmental issues. Foreign experience also contributes to this. The areas of application of heat pumps have also expanded, so research and ways to improve the energy efficiency of heat pumps are relevant. This paper examines the device and its operating principle of a heat pump. It also analyzes the types of heat pumps and ways to improve their energy efficiency.

Keywords: heat pump, heating supply, compressor, expansion valve, evaporator, condenser, refrigerant.

Введение. Согласно прогнозам Мирового энергетического комитета (МИРЭК), к 2020 г. 75 % теплоснабжения (коммунального и производственного) в развитых странах будет осуществляться с помощью тепловых насосов [2].

В тепловых насосах, так же как и в холодильных машинах (ХМ), осуществляется перенос тепла от тел и сред с низкой температурой к телам и средам с более высокой температурой. Тепловые насосы успешно используются в быту и промышленности в Европе и США уже более 25 лет. Их особенность состоит в преобразовании так называемого низко потенциального тепла окружающей среды: земли, воды, воздуха. Во многих странах эта экологическая технология получила распространение сравнительно недавно.

Следует также отметить, что технология тепловых насосов имеет долгую историю развития, начиная с пятидесятих годов прошлого века. Эта технология достаточно хорошо освоена зарубежными специалистами и широко применяется в строительных проектах целого ряда стран Европы, а также в США и Японии. При этом подавляющее большинство проектов представляют

собой комплексную систему энергоснабжения здания, с учётом вентиляции, отопления, горячего водоснабжения и рекуперации тепла. Вне всякого сомнения, такие проекты обладают высокой эффективностью по сравнению с классическими способами теплоснабжения, но и осуществляются они в условиях активного стимулирования и поддержки со стороны государства.

Узбекистан располагает большим потенциалом солнечной энергии. Одним из первоочередных мероприятий по её использованию является преобразование её в низкопотенциальную тепловую энергию, в частности на нужды горячего водоснабжения, а также отопления. Однако в силу технико-экономических причин автономные солнечные системы теплоснабжения не получили на данный момент широкого распространения в республике. Прежде всего, это невозможность получать стабильно тепло от солнечных систем в течение всего года. Высокая доля ископаемых энергоносителей в нашем энергоснабжении становится проблематичной вследствие ограниченных запасов нефти и газа [8].

Устройству и принципу работы тепловых насосов посвящено множество научных и научно-популярных трудов [3,4,5,9].

Тепловой насос – это своеобразная холодильная машина, с помощью которой можно переносить тепло от менее нагретого тела к более нагретому, увеличивая температуру последнего. Тепловые насосы являются альтернативными источниками энергии, позволяющими получать дешёвое тепло без вреда для окружающей среды.

Для того, что понять принцип работы теплового насоса, нам нужно разобраться в нескольких понятиях теплотехники, например, низко потенциальное тепло, теплоноситель, тепловая машина, цикл Карно, теплота, хладагент (фреон), компрессор и т.д.

Методы и материалы. Принцип работы теплового насоса основан на том факте, что любое тело с температурой выше абсолютного нуля обладает запасом тепловой энергии. Этот запас прямо пропорционален массе и удельной теплоёмкости вещества. Например, моря, океаны, земная атмосфера, подземные воды, обладают огромной массой, поэтому можно сделать вывод, что их грандиозные запасы тепловой энергии можно частично использовать с применением теплового насоса для отопления домов и других теплотехнических процессов без ущерба мировой экологической обстановке.

Для того чтобы представить принцип работы теплового насоса, его устройство можно разделить на 4 основных элемента:

- **Компрессор**, который сжимает хладагент для повышения его давления и температуры.
- **Расширительный клапан** — терморегулирующий вентиль, который резко понижает давление хладагента.
- **Испаритель** — представляет собой теплообменник, в котором хладагент с низкой температурой поглощает тепло от окружающей среды.
- **Конденсатор** — теплообменник, в котором уже горячий хладагент после сжатия передаёт тепло в рабочую среду отопительного контура (смотрите рисунок 1.)

Эти четыре компонента позволяют холодильным машинам производить холод, а тепловым насосам — тепло. Для того чтобы разобраться, как работает каждый компонент теплового насоса и для чего он нужен, предлагаем подробно описать каждый этап работы теплового насоса. Как уже говорилось ранее — в основе работы тепловых насосов лежит термодинамический цикл. Это значит, что работа теплового насоса состоит из нескольких этапов цикла, которые повторяются снова и снова в определённой последовательности.

Рабочий цикл теплового насоса можно разделить на четыре следующих этапа.

1. Поглощение тепла из окружающей среды (кипение хладагента). В испаритель (теплообменник) поступает хладагент, который находится в жидком состоянии и имеет низкое давление. При низкой температуре хладагент способен закипать и испаряться. Процесс испарения необходим для того, чтобы вещество поглотило тепло. Именно на этом этапе работы теплового насоса (например, в грунтовом тепловом насосе, грунте-воде) хладагент с низкой температурой, проходя по теплообменнику, отбирает тепло от теплоносителя (рассола), который ранее поднялся из скважин, где отобрал низкопотенциальное тепло грунта.

Дело в том, что температура грунта в Средней Азии под землёй в любое время года составляет +15 ...+2°C. При использовании геотермального теплового насоса типа грунт-вода устанавливаются вертикальные зонды, по которым циркулирует рассол (теплоноситель). Задача теплоносителя — нагреться до максимально возможной температуры во время циркуляции по глубинным зондам.

Когда теплоноситель отобрал тепло из грунта, он поступает в теплообменник теплового насоса (испаритель), где «встречается» с хладагентом, который имеет более низкую температуру. И согласно второму закону термодинамики происходит теплообмен: тепло от более нагретого рассола передаётся менее нагретому хладагенту.

Здесь очень важный момент: поглощение тепла возможно во время испарения вещества и, наоборот, отдача теплоты происходит при конденсации. Во время нагрева хладагента от теплоносителя он меняет своё фазовое состояние: хладагент переходит из жидкого состояния в газообразное (происходит процесс закипания хладагента, он испаряется). Пройдя через испаритель, хладагент находится в газообразной фазе. Это уже не жидкость, но газ, который отобрал тепло у теплоносителя (рассола).

2. Сжатие хладагента компрессором. На следующем этапе хладагент в газообразном состоянии попадает в компрессор. Здесь компрессор сжимает фреон, который за счёт резкого увеличения давления нагревается до определённой температуры. Аналогичным образом работает и компрессор обычного бытового холодильника. Единственное существенное отличие компрессора холодильника от компрессора теплового насоса — значительно меньшая производительность.

3. Передача тепла в систему отопления (конденсация). После сжатия в компрессоре хладагент, который имеет высокую температуру, поступает в конденсатор. В данном случае конденсатор — это тоже теплообменник, в котором во время конденсации происходит отдача теплоты от хладагента к рабочей среде отопительного контура (например, воде в системе тёплых полов, или радиаторов отопления).

В конденсаторе хладагент из газовой фазы снова переходит в жидкую фазу. Этот процесс сопровождается выделением тепла, которое используется для системы отопления в доме и горячего водоснабжения (ГВС).

4. Понижение давления хладагента (расширение). Теперь жидкий хладагент нужно подготовить к повторению рабочего цикла. Для этого хладагент проходит через узкое отверстие терморегулирующего вентиля (расширительного клапана). После «продавливания» через узкое отверстие дросселя хладагент расширяется, вследствие чего падает его температура и давление. Этот процесс сравним с распылением аэрозоля из баллончика. После распыления баллончик на короткое время становится холоднее. То есть произошло резкое падение давления аэрозоля вследствие продавливания наружу, температура, соответственно, тоже падает. Хладагент снова находится под таким давлением, при котором он способен закипеть и испаряться, что необходимо нам для поглощения тепла от теплоносителя. В быту все сталкиваются с теплонасосной установкой (ТНУ) и не замечают его — это обычный бытовой холодильник. Он забирает тепловую энергию изнутри холодильной камеры от продуктов и воздуха в нём и передает его воздуху помещения через горячую панель, которая, как правило, находится на задней стенке холодильника, т.е. отапливает помещение, в котором находится.



Рисунок 1. Устройство и принцип работы теплового насоса

Все тепловые машины (двигатели внутреннего сгорания, холодильные, паровые др.) работают циклически. Термин «цикл» («циклический процесс») указывает на непрерывное изменение

состояния системы (рабочего тела), в результате которого она возвращается в первоначальное состояние, из которого эти изменения начались.

Графически циклический процесс (цикл) изображается в виде замкнутой линии. В термодинамике рассматривают циклы, состоящие из строго определённой последовательности некоторых простейших изопроцессов, в результате протекания которых рабочее тело возвращается в исходное состояние [5].

В 1824 году инженер С. Карно впервые использовал термодинамический цикл для описания и анализа работы идеальной тепловой машины. По сути дела, КПД цикла Карно определяет теоретический предел возможных значений КПД тепловой машины для данного температурного интервала.

Этот цикл остаётся фундаментальной основой для сравнения с ним и оценки эффективности ТН, поскольку тепловой насос можно рассматривать как обращённую тепловую машину.

В прямых циклах (также их называют циклами двигателей, или энергетическими) мы получаем полезную работу, в обратных (их называют холодильными) для протекания процесса нужно подводить энергию, поскольку второе начало термодинамики задаёт направленность самопроизвольных термодинамических процессов, согласно ему невозможна самопроизвольная передача теплоты от холодного тела к тёплому.

В статьях, популяризирующих тепловые насосы, часто можно встретить фразу, что «тепловой насос – это холодильник наоборот». Важно понимать, что и холодильник, и тепловой насос работают по одному и тому же термодинамическому циклу – обратному.

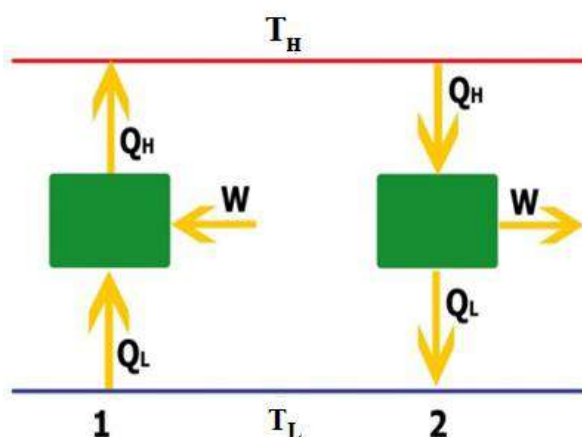


Рисунок 2. Термодинамическая схема теплового насоса (1) и теплового двигателя (2)

Просто в первом случае целью является создание пониженной температуры внутри холодильной камеры, и с помощью дополнительно затраченной энергии теплота из холодильника отводится в окружающую среду. А во втором целью является создание повышенной температуры внутри помещения, и с помощью дополнительно затраченной энергии теплота из окружающей среды отводится в помещение, т.е. окружающая среда охлаждается.

Тепловая машина (рисунок 2) получает тепло Q_H от нагревателя (высокотемпературного источника), совершает работу A и часть теплоты Q_L отдаёт в охладитель при низкой температуре T_L . Тепловой насос требует затраты работы A для получения тепла Q_L при низкой температуре T_L и отдачи его при более высокой T_H . Можно показать, что если обе эти машины обратимы (т. е. термодинамические процессы не содержат потерь тепла или работы), то существует конечный предел эффективности каждой из них, и в обоих случаях это есть отношение Q_H/A [5].

Принципиальная схема и принцип работы наиболее распространённой парокомпрессионной ТНУ может быть описана следующим образом (рисунок 3):

1. Во внешнем теплообменнике (испарителе) тепловая энергия из окружающей среды за пределами здания или из другого доступного источника тепла передаётся рабочему телу ТНУ - хладагенту (как правило, фреону), циркулирующему по внутреннему контуру.

2. Фреон нагревается, испаряется и направляется в сторону компрессора. Компрессор сжимает фреон, при этом температура фреона возрастает.



Рисунок 3. Принципиальная схема теплового насоса

3. Далее сжатый фреон проходит через внутренний теплообменник (конденсатор), где конденсируется и отдаёт тепло в систему потребителя (прямой нагрев воздуха или теплоносителя системы отопления или технологического объекта, или приготовление горячей воды для потребителей).

4. Далее фреон проходит через дросселирующий клапан, понижающий давление, что сопровождается снижением температуры.

Хладагент под высоким давлением через капиллярное отверстие попадает в испаритель, где за счёт резкого уменьшения давления и подвода тепла происходит процесс испарения. При этом хладагент отбирает тепло у внутренних стенок испарителя, а испаритель, в свою очередь, отнимает тепло у земляного или водяного контура, за счёт чего он постоянно охлаждается. Компрессор вбирает хладагент из испарителя, сжимает его, за счёт чего температура хладагента резко повышается, и выталкивает в конденсатор. Кроме этого, в конденсаторе нагретый в результате сжатия хладагент отдаёт тепло (температура порядка 85-125°C) отопительному контуру и переходит в жидкое состояние. Процесс повторяется постоянно.

В технической термодинамике для характеристики холодильной машины используется так называемый холодильный коэффициент ε , определяемый как отношение количества теплоты Q_2 , взятого от охлаждаемых тел, к работе внешних сил A :

$$\varepsilon = \frac{Q_2}{A} \leq \frac{1}{T_1/T_2 - 1} \quad (1)$$

В отличие от коэффициента полезного действия (КПД) теплового двигателя (1) холодильный коэффициент ε может принимать значения больше единицы. Если речь идёт об энергетической эффективности теплового насоса, то он как холодильная машина характеризуется весьма высокой эффективностью, что иногда воспринимается и трактуется как парадоксальное явление.

Как выше сказано, что КПД теплового насоса больше 1, иногда (в идеальном случае) доходит до 5, если считать тепловой насос «чёрным ящиком», то действительно, устройство потребляет энергии меньше, чем производит тепла, что принципиально важно. В действительности никаких принципиальных трудностей в этом вопросе нет, и можно дать простое количественное объяснение возникающему парадоксу [5,9]. Доступность материала обеспечивается тем, что он базируется на использовании известной формулы С. Карно для максимального значения КПД теплового двигателя.

Всякий естественно идущий необратимый процесс (например, переход теплоты к телу с более низкой температурой) ведёт к «обесцениванию» внутренней энергии, к снижению её качества.

В обратимых процессах снижения качества энергии не происходит, поскольку все энергетические превращения могут идти в обратном направлении. Например, при обычном способе отопления вся теплота, выделяемая при сжигании топлива в печи, при нагревании спирали электрическим током и т. п., поступает в помещение в виде такого же количества теплоты, но

поскольку температура помещения ниже, чем в печи, у нагретой спирали и т. п., то происходит качественное обесценивание внутренней энергии.

Тепловой насос или система динамического отопления устраняет непосредственный необратимый теплообмен между телами с разными температурами [5].

При работе теплового насоса или системы динамического отопления происходит повышение качества внутренней энергии, передаваемой отапливаемому помещению из окружающей среды. При малой разности температур, когда качество этой энергии существенно не увеличивается, его количество становится больше, чем и объясняется высокая эффективность насоса и системы динамического отопления в целом [9].

Заключение. На основе проведённых исследований по тепловым насосам, можно сделать следующие выводы:

1. Было изучено устройство и принцип работы тепловых насосов с точки зрения термодинамических позиций и были показаны их преимущества по сравнению с другими тепловыми машинами.

2. Применение тепловых насосов в системе кондиционирования воздуха, обогрева помещений и других целей значительно снижает расход электроэнергии (топлива и других энергоресурсов), что является энергетически выгодным.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Попов, А. В. Анализ эффективности различных типов тепловых насосов / А. В. Попов // *Проблемы энергосбережения*. – 2005. – № 1. – С. 27–31.
2. Калнинь, И. М. Энергосберегающие теплонасосные технологии / И. М. Калнинь // *Эколог. системы*. – 2003. – № 6. – С. 14–17.
3. Иншиева, Ю. В. Тепловые насосы в Беларуси. Интервью с С. В. Коневым, заведующим лабораторией терморегулирования Института тепло - и массообмена им. А. В. Лыкова / Ю. В. Иншиева [Электронный ресурс]. – 2010.
4. Проценко, В. П. Коэффициент преобразования парокомпрессионных тепловых насосов / В. П. Проценко, В. А. Радченко // *Теплоэнергетика*. – 1998. – № 8. – С. 32–42.
5. Бутиков Е. И., А.А. Быков. Холодильная машина и тепловой насос. / *Научно-методический журнал Физика в школе*. 1990. – №5. – С. 74–76.
6. Кириллин В.А. и др. *Техническая термодинамика*. - М.: Наука, 1979.- С. 427.
7. Соколов, Е. Я. Теплофикация и тепловые сети: учеб. для вузов / Е. Я. Соколов. – М.: Изд-во МЭИ, 2001. – 472 с.
8. <https://earchive.tpu.ru/bitstream/11683/29384/1/TPU215411.pdf>
9. Nazarov M.R., Daminov M.I., Nazarova N.M., Kuchkarov J. Convective Heat Pump Dryers and Evaluation of Their Efficiency. RA JOURNAL OF APPLIED RESEARCH. ISSN: 2394-6709. DOI:10.47191/rajar/v7i12.09. Volume: 07 Issue: 12 December-2021
10. Nazarov Mustaqim Rashidovich, Nuriddinov Xurram, Nazarova Nargiza. The heat pump and its energy efficiency European Scholar Journal (ESJ) Available Online at: <https://www.scholarzest.com>. Vol. 2 No. 5, MAY 2021, ISSN: 2660-5562
11. Везиришвили О.Ш. Тепловые насосы и экономия топливно-энергетических ресурсов // *Известия вузов. Энергетика*. – 1984. – № 7. – С. 61–65.

СРАВНЕНИЕ МЕТОДОВ ЯДЕРНЫХ ФОТОЭМУЛЬСИЙ И ПУЗЫРЬКОВЫХ КАМЕР ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИЗУЧЕНИЯ ДИФРАКЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ

Саидханов Насир Шакирович,
профессор Физико-технического
института имени С.А.Азимова АН РУз, д.ф.-м.н.

Аннотация. Описаны основные характеристики двух методов, широко используемых в исследованиях физики высоких энергий: метода ядерных фотоэмульсий и метода пузырьковых камер. Изложены положительные и отрицательные стороны обоих методов. Для изучения процессов дифракционной диссоциации протона на протоне в фотоэмульсии, отобраны четырёхлучевые события, найденные при импульсах 21, 25 и 200 ГэВ/с, отвечающие критериям отбора нуклон-нуклонных взаимодействий. Для сравнения использованы данные, полученные при импульсе первичного протона 205 ГэВ/с, на водородно-пузырьковой камере Аргоннской национальной лаборатории. Для исследования процессов дифракционной диссоциации протонов использованы параметрически инвариантные величины (ПИНВ). Кратко описаны свойства ПИНВ, показаны их преимущества по сравнению с другими методами. Описана модель независимого испускания частиц, с предсказаниями которой сравнивались экспериментальные результаты.

Сравнение полученных результатов показало, что метод ядерных фотоэмульсий также даёт хорошие результаты для изучения процессов дифракционной диссоциации протонов.

Ключевые слова: протон, ядро, нуклоны, фотоэмульсия, пузырьковая камера, дифракционная диссоциация, модель, независимое испускание, сечение, инвариантные величины,

DIFRAKSIYA JARAYONLARINI O'RGANISH NATIJALARI ASOSIDA YADRO FOTOEMULSIYALARI VA PUFAKCHALI KAMERALAR USLUBLARINI TAQQOSLASH

Annotatsiya. Yuqori energiyalar fizikasi tadqiqotlarida keng qo'llaniladigan yadroviy fotoemulsiya uslubi va pufakchali kameralar uslubining asosiy xarakteristikalarini tavsiflangan. Ikkala usulning ijobiy va salbiy tomonlari ko'rsatilgan. Fotoemulsiyada protonda protonning difraksiya dissotsiatsiyasi jarayonlarini o'rganish uchun, nuklon-nuklon o'zaro ta'sirlashuvlarini tanlash mezonlariga javob beradigan 21, 25 va 200 GeV/s impulslarda topilgan to'rt nurli hodisalar tanlangan. Taqqoslash uchun Argon milliy laboratoriyasining vodorod-pufakchali kamerasida birlamchi proton impulsi 205 GeV/s da olingan ma'lumotlardan foydalanilgan. Protonlarning difraksiya dissotsiatsiyasi jarayonlari parametrik invariant kattaliklar (PIK) yordamida o'rganilgan. PIKlarning xususiyatlari qisqacha tavsiflangan, ularning boshqa usullarga nisbatan afzalliklari ko'rsatilgan. Olingan eksperimental natijalar bilan taqqoslangan zarrachalarning mustaqil emissiyasi modeli haqida tushuncha berilgan. Fotoemulsiya uslubi va pufakchali kameralar uslubida olingan natijalarni taqqoslash shuni ko'rsatdiki, yadroviy fotoemulsiya uslubi ham protonlarning difraksiya dissotsiatsiyasi jarayonlarini o'rganish uchun yaxshi natijalar berar ekan.

Kalit so'zlar: proton, yadro, nuklonlar, fotoemulsiya, pufakchali kamera, difraksiya dissotsiatsiya, model, mustaqil emissiya, kesim, o'zgarish miqdorlar.

COMPARISON OF METHODS OF NUCLEAR PHOTOEMULSIONS AND BUBBLE CHAMBERS BASED ON THE RESULTS OF STUDYING DIFFRACTION PROCESSES

Abstract. The main characteristics of two methods widely used in high-energy physics research are described: the nuclear photoemulsion method and the bubble chamber method. The positive and negative sides of both methods are outlined. To study the processes of diffraction dissociation of a proton on a proton in a photoemulsion, four-ray events found at pulses of 21, 25, and 200 GeV/s that meet the criteria for selecting nucleon-nucleon interactions were selected. For comparison, the data obtained with the pulse of the primary proton at 205 GeV/s, on the hydrogen bubble chamber of the Argonne National Laboratory, were used.

Parametrically invariant quantities (PIQ) were used to study the processes of diffraction dissociation of protons. The properties of PIQ are briefly described, and their advantages over other methods are shown. A model of independent particle emission is described with the predictions of which experimental results are compared. A comparison of the results showed that the nuclear photoemulsion method also provides good

results for studying the processes of diffraction dissociation of protons.

Keywords: proton, nucleus, nucleons, photoemulsion, bubble chamber, diffraction dissociation, model, independent emission, cross section, invariant quantities.

Введение. Исследование процессов дифракционной диссоциации (ДД) является важным источником информации о характере сильных взаимодействий. Дифракция происходит при высоких энергиях и малых переданных импульсах и, тесно связана с процессами множественного рождения адронов. Исследование неупругих дифракционных процессов представляет интерес, так как распределение конечных адронов в дифракционном пучке оказывается тесно связанным с распределением кварков в сталкивающихся адронах и механизмом их адронизации.

Многолетние исследования адронных взаимодействий ещё не привели к законченной теории сильных взаимодействий, которая могла бы описывать процессы с малой передачей импульса. Квантовая хромодинамика – теория взаимодействия кварков и глюонов в настоящее время всё более утверждается как базис для понимания и описания сильных взаимодействий. Но современная теория сильных взаимодействий - КХД пока не позволяет рассчитывать процессы с небольшими передачами импульсов, к которым относится ДД. Однако модельные представления на основе КХД-подхода наиболее адекватно описывают эксперимент в области глубоко неупругих процессов, тогда как основную долю всех адронных взаимодействий составляют мягкие процессы. Мягкие взаимодействия требуют привлечения моделей для описания перестройки кварковой структуры сталкивающихся частиц и последующей адронизации кварков. К настоящему времени для описания мягких процессов развиваются многочисленные кварк-партонные модели, которые ещё далеки от совершенства. Одна из основных задач современного этапа состоит в детальной количественной проверке этих моделей с целью определить наиболее близкие к действительности плодотворные подходы и идеи, могущие войти составной частью в будущую теорию.

Для этого требуется постановка экспериментов в широкой области первичных энергий, систематизация накопленного экспериментального материала с помощью широкого спектра характеристик процесса множественной генерации, применение новых тонких методов анализа. Представляется актуальным существенное расширение круга исследуемых характеристик соударений (особенно корреляционных, которые демонстрируют высокую чувствительность к динамике процесса).

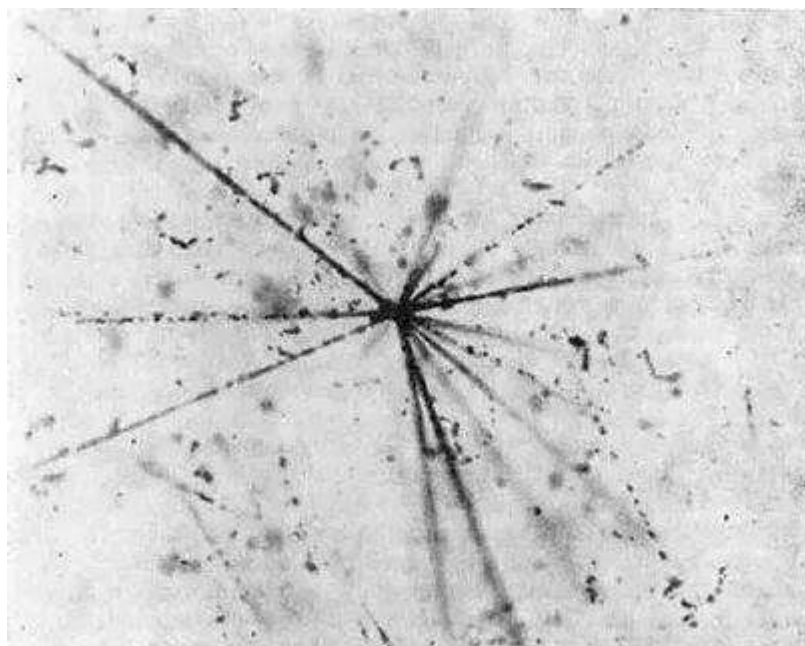
Для выяснения характерных динамических черт процесса взаимодействия сталкивающихся частиц также важно исследование процессов кластеризации частиц и рождения резонансов. Для выявления реальной картины процесса множественного образования частиц на нуклонах и ядрах необходимо провести детальное сопоставление имеющихся экспериментальных данных с предсказаниями различных теоретических моделей [1].

Методика исследования. Фотоэмульсионная методика. Исследования взаимодействий частиц высоких энергий с нуклонами и ядрами ведутся самыми различными методами. Значительное число работ по взаимодействию частиц с нуклонами и ядрами, например, выполнено в фотоэмульсии. Этому способствует относительная лёгкость и дешевизна проведения экспериментов с эмульсиями. При появлении новой области энергии такие эксперименты традиционно являются первыми экспериментами на фиксированных ядерных мишенях. Безусловно, развитие техники эксперимента в области физики высоких энергий привело к методам регистрации частиц и измерения их характеристик, которые позволяют изучать чрезвычайно тонкие черты процессов взаимодействия элементарных частиц, идущих даже с очень маленькими сечениями. Однако создание специальной аппаратуры и установок для этих целей обходится чрезвычайно дорого.

Метод регистрации заряженных частиц с использованием толстослойных фотоэмульсий был изобретён в 1928 году советскими физиками Л.В. Мысовским и А.П. Ждановым. Фотоэмульсионный (или метод толстослойных эмульсий) является наиболее дешёвым методом регистрации ионизирующего излучения. Его сущность заключается в использовании специальных фотоэмульсий, нанесённых на фотопластины.

Экспериментальное изучение элементарных частиц фото эмульсионным методом производится по их следам, оставленным в стопке пластин с толстослойной "ядерной" фотоэмульсией, облучённых на синхрофазотронах или в космическом пространстве. Ядерная толстослойная фотоэмульсия - это суспензия светочувствительных зёрен бромистого серебра в растворе желатина со значительно большей концентрацией (до 84 %) и в несколько раз меньших размеров зёрен, чем в обычной фотоэмульсии. Размер зёрен бромистого серебра от 0,2 до 0,4 мкм. Заряженные частицы, проходя через ядерную фотоэмульсию, воздействуют на зёрна бромистого серебра таким образом, что после

проявления они образуют ряд чёрных зёрен коллоидного серебра вдоль траектории частиц (смотрите рисунок 1).



**Рисунок 1. Взаимодействие частицы космического излучения с ядром фотоэмульсии.
Линии-траектории частиц**

Чем выше чувствительность фотоэмульсии и больше ионизация, создаваемая частицей, тем плотнее зёрна следа частиц. Благодаря большой тормозной способности, ядерные фотоэмульсии имеют возможность зафиксировать следы частиц с очень большой энергией на сравнительно небольшой пластинке. Это обстоятельство чрезвычайно важно для изучения космических лучей и частиц высокой энергии, получаемых на современных ускорителях. Современные ядерные фотоэмульсии позволяют регистрировать следы частиц с энергией порядка 10^{10} - 10^{15} эв. Так как ядерная эмульсия представляет собой силовое поле, как и любая другая среда, то элементарная частица, попадая в слой фотоэмульсии, подвергается воздействию ядерных сил. Действие ядерных сил на элементарную частицу подчиняется закону Кулона, образуя, таким образом, кулоновское взаимодействие электронных зарядов зёрен эмульсии элементарной частицы. Распределение зёрен бромистого серебра в объеме фотоэмульсии случайно, поэтому элементарная частица с большой энергией, попадая в слой фотоэмульсии благодаря кулоновскому взаимодействию будет двигаться не прямолинейно, а испытывать многократные отклонения от прямолинейности. Эти отклонения не регулярны, носят случайный характер и называются многократным рассеянием. Чем меньше энергия частицы, при всех прочих равных условиях, тем больше многократное рассеяние. Чем больше энергия частицы, тем больше длина пробега и расстояние между отдельными экспонированными зёрнами или группами зёрен и тем меньше величина отклонения траектории движения частиц от прямолинейности и степень почернения зёрен фотоэмульсии.

Фотоэмульсия является детектором с непрерывной чувствительностью, способным сохранять информацию в течение длительного времени. Главным достоинством фотоэмульсии являются высокие пространственная и ионизационная разрешающие способности. Это позволяет производить точные геометрические измерения, регистрировать ядра отдачи, короткие следы испарения, медленные электроны и т.д.; достаточно точно можно измерить ионизацию. К настоящему времени ведутся широкие исследования не только нуклон-ядерных, но и ядро-ядерных взаимодействий в фотоэмульсии [2,3].

Результаты, полученные методом ядерных фотоэмульсий. В работах [4-6] исследовалась дифракционная диссоциация протонов на нуклонах с помощью событий, отобранных в фотоэмульсии при импульсах 21, 25 и 200 ГэВ/с. Был применён метод параметрически инвариантных величин (ПИВ) g_1 и g_2 , определяемых следующим образом [7]:

$$g_1 = m_3/(m_2^3)^{1/2}, \quad g_2 = (m_4/m_2^2) - 3, \quad m_k = \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^k,$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i. \quad (1)$$

Здесь n – число вторичных заряженных частиц в звезде, $x = \lg|\operatorname{tg}\Theta|$ – псевдобыстрота (для струйных частиц величина x связана с величиной η простым преобразованием). Свойства величин g_1 и g_2 подробно описаны в работах [4,8].

При дифракционной диссоциации налетающего протона в pp -столкновении продукты диссоциации имеют малые углы Θ в л.с., а протон отдачи – сравнительно большой угол. За счёт таких событий в распределении по величине g_1 ожидается пик около $+1$. При дифракционной диссоциации мишени в pp -столкновении продукты диссоциации имеют большие углы Θ , а протон-снаряд отклоняется на малый угол. Такие события в распределении событий по величине:

$$g'_1 = g_1 (n - 1)^{1/2} / (n - 2) \quad (2)$$

будут концентрироваться около $g'_1 = -1$.

За счёт дифракционной диссоциации одного из сталкивающихся протонов в распределении звезд по величине:

$$g'_2 = g_2(n - 1)/(n - 3)^3 \quad (3)$$

ождается пик около $g'_2 = 1$. В отличие от величины g'_1 , величина g'_2 концентрирует дифракционные события, как снаряда, так и мишени в одно место.

Экспериментальные распределения по ПИВ в этих работах сравнивались с предсказаниями модели независимого испускания частиц (ИЕМ). При розыгрыше случайных звезд по этой модели предполагалось:

- 1) углы вылета Θ_1 -вторичных заряженных частиц независимы;
- 2) распределение частиц по величине $x_1 = \lg|\Theta_1|$ имеет форму экспериментального (при больших множественностях – форму Гаусса).

По топологическому сечению четырёхлучевых взаимодействий, найденному при 25 ГэВ/с было оценено сечение дифракционной диссоциации при 21–25 ГэВ/с, которое оказалось равным

$$\sigma = 2,29 \pm 0,45 \text{ мбн.} \quad (4)$$

Необходимо отметить, что число четырёхлучевых событий, найденных в фотоэмульсии при этих энергиях равнялось всего 484.

Авторами [6,9] фотоэмульсионным методом исследовалась дифракционная диссоциация протона на протоне в четырёхлучевых pp -взаимодействиях при импульсе 200 ГэВ/с. Сечение дифракционной диссоциации найдено равным $2,0 \pm 0,4$ мбн. Число четырёхлучевых событий, найденных в фотоэмульсии при этой энергии, была равна 198.

Наряду с достоинствами, которые были перечислены выше, фотоэмульсионная методика имеет ряд недостатков, таких как:

- ограниченность набора статистики в фотоэмульсии из-за трудоёмкости поиска, отбора и измерения событий,
- присутствие в событиях по критериям отбора протон–нуклонных (pN) взаимодействий доли протон-ядерных (pA) взаимодействий.

Поэтому вызывает интерес сравнение результатов, полученных фотоэмульсионной методикой с результатами, полученными другими методиками, на большой статистике, а именно с методикой пузырьковых камер.

Сначала кратко ознакомимся с этой методикой.

Метод пузырьковых камер. Пузырьковая камера была изобретена Дональдом Глазером (США) в 1952 году. За своё изобретение Глазер получил Нобелевскую премию по физике в 1960 году. Луис Альварес усовершенствовал пузырьковую камеру Глазера, используя в качестве перегретой жидкости водород. Кроме того, для анализа сотен тысяч фотографий, получаемых при исследованиях с помощью пузырьковой камеры, Альварес впервые применил компьютерную программу, позволяющую анализировать данные с очень большой скоростью [10].

Пузырьковая камера позволила зафиксировать поведение многих ионизирующих частиц, не

подававшихся ранее наблюдению, и получить о них в тысячи раз большую информацию. До этого около 40 лет использовалась камера Вильсона, где треки проявляются благодаря конденсации капель жидкости в переохлаждённом паре.

Принцип работы пузырьковой камеры таков: камера заполнена жидкостью, которая находится в состоянии, близком к вскипанию. При резком уменьшении давления жидкость становится перегретой. Если в данном состоянии в камеру попадёт ионизирующая частица, то её траектория будет отмечена цепочкой пузырьков пара и может быть сфотографирована.

В качестве рабочей жидкости наиболее часто применяют жидкие водород и дейтерий (*криогенные пузырьковые камеры*), а также пропан, различные фреоны, ксенон, смесь ксенона с пропаном (*тяжеложидкостные пузырьковые камеры*). Перегрев жидкости достигается за счёт быстрого понижения давления до значения, при котором температура кипения жидкости оказывается ниже её текущей температуры.

Понижение давления осуществляется за время $\sim 5 - 15$ мс перемещением поршня (в жидководородных камерах) либо сбросом внешнего давления из объёма, ограниченного гибкой мембраной (в тяжеложидкостных камерах).

Частицы впускаются в камеру в момент её максимальной чувствительности. Спустя некоторое время, необходимое для достижения пузырьками достаточно больших размеров, камера освещается, и следы фотографируются (стереофотосъёмка с помощью 2—4 объективов). После фотографирования давление поднимается до прежней величины, пузырьки исчезают, и камера снова оказывается готовой к действию. Весь цикл работы составляет величину менее 1 с, время чувствительности $\sim 10 - 40$ мс.

Пузырьковые камеры (кроме ксеноновых) размещаются в сильных магнитных полях. Это позволяет определить импульсы заряженных частиц по измерению радиусов кривизны их траекторий.



Рисунок 2. Первая пузырьковая камера лаборатории имени Энрико Ферми

Пузырьковые камеры, как правило, используются для регистрации актов взаимодействия частиц высокой энергии с ядрами рабочей жидкости или актов распада частиц. В первом случае рабочая жидкость исполняет роль и регистрирующей среды.

Эффективность регистрации пузырьковой камерой различных процессов взаимодействия или распада определяется в основном её размерами. Наиболее типичный объём — сотни литров, но существуют камеры гораздо большего размера, например, водородная камера «Мирабель» на ускорителе Института физики высоких энергий РАН имеет объём 10 м^3 ; водородная камера на ускорителе Национальной ускорительной лаборатории США — объём 25 м^3 .

Основное преимущество пузырьковой камеры — изотропная пространственная чувствительность к регистрации частиц и высокая точность измерения их импульсов.

В нашем распоряжении имелись данные, полученные при 205 ГэВ/с, на водородной пузырьковой камере Аргоннской национальной лаборатории США, предоставленные профессором М. Дерриком. Для изучения дифракции протона были применены параметрически инвариантные величины, как и в случае с фотоэмульсионной методикой.

На рисунке 3 представлено распределение 1147 четырёхлучевых событий, полученных с ВПК, по величине g'_1 . Кривой показано распределение величины g'_1 , полученное в рамках ИЕМ.

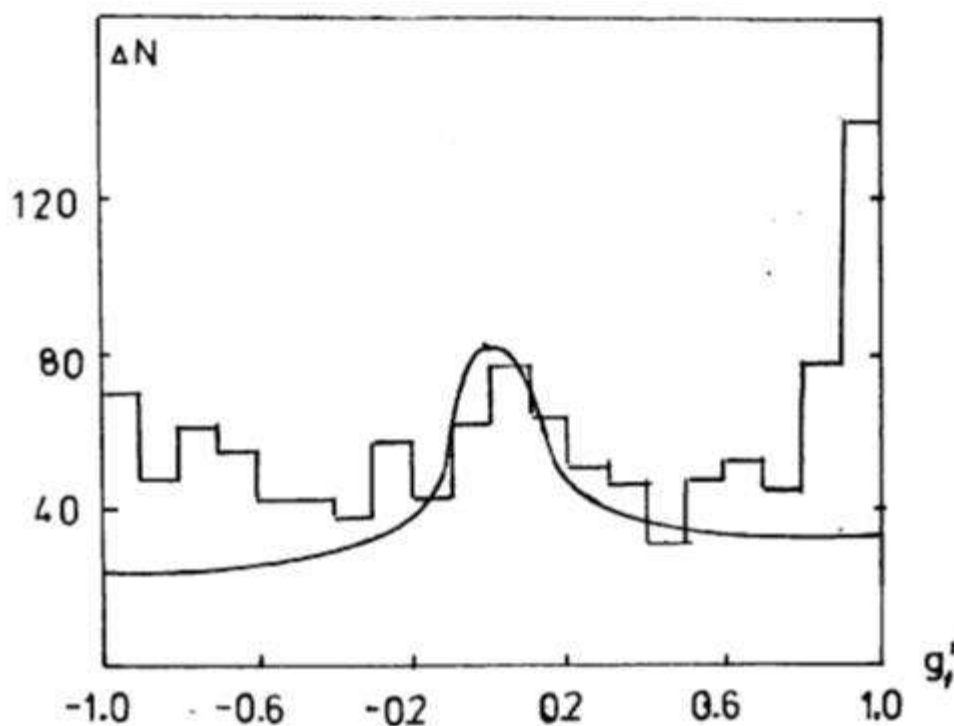


Рисунок 3. Распределение четырёхлучевых событий, полученных с ВПК по величине g'_1

При сравнении двух распределений по всей области наблюдается противоречие: $\chi^2 = 267$ при 19 степенях свободы. Однако в области $-0,2 < g'_1 < +0,5$ они близки: $\chi^2 = 6,3$ при 6 степенях свободы. Наблюдается превышение эксперимента над фоном в областях $-1 \div -0,2$ и $+0,5 \div +1,0$. В распределении по g' пик в области дифракционной диссоциации мишени, как и в шире, чем в области диссоциации снаряда. Это подтверждает предположение авторов [9] о нарушении ультрарелятивистского приближения. Если предположить, что эти превышения связаны с дифракционной диссоциацией сталкивающихся частиц, то их доля среди pp-столкновений равна:

$$\alpha_d = 33,2 \pm 2,4\%. \quad (5)$$

Это соответствует сечению дифракционной диссоциации снаряда, мишени и обоих протонов в pp-столкновении при 205 ГэВ/с

$$\sigma_d = 1,96 \pm 0,14 \text{ мбн.} \quad (6)$$

Отметим, что сечение дифракционной диссоциации среди четырёхлучевых pp-взаимодействий при 200 ГэВ/с в фотоэмульсии авторами [9] найдено равным $2,0 \pm 0,4$ мбн.

Заключение. Близость результатов, полученных фотоэмульсионным методом и методом пузырьковых камер при одинаковых энергиях, показывает, что методика отбора событий, применяемая в фотоэмульсии, верна.

Таким образом, можно сделать вывод, что оба метода дают одинаковые результаты и хорошо дополняют друг друга.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Константин А. Гулианос. Дифракционная диссоциация: экспериментальный и феноменологический обзор. Ядерная физика. Приложение. 12 (1990) 110-134. DOI: 10.1016/0920-5632(90)90184-V.
2. K.G. Gulamov, S.I. Zhokhova, V.V. Lugovoi, V.S. Navotny, V.M. Chudakov and N.Sh.Saidkhanov. Analysis of variances of quasirapidities in collisions of gold nuclei with track-emulsion nuclei. Phys.Atom.Nucl. 75 (2012) 1014-1018, Yad.Fiz. 75 (2012) 1075-1079.
3. M.I.Adamovich, K.G.Gulamov, N.Sh.Saidkhanov et.al. Factorial moments of ^{28}Si Induced interactions with $\text{Ag}(\text{Br})$ nuclei. Particles and Nucl., Letters V13, (2001), №4, 2001, p.213-222.
4. Саидханов Н.Ш. Неупругие взаимодействия протонов и ядер с нуклонами и ядрами при высоких и сверхвысоких энергиях. Изд-во «Фан» АН РУз. Ташкент, 2021г., 214 стр.
5. Саидханов Н.Ш., Сулейманова М. Исследование дифракционной диссоциации протона

на протоне при импульсах 21-25 ГэВ/с. //Изв.АН УзССР. -1980. -С. 81-83.

6. Абдужамилов Ш. и др. Исследование дифракционной диссоциации протонов с импульсом 200 ГэВ/с с помощью параметрически инвариантных величин. // Ядерная физика. -1977. -т. 25. -С. 575-578.

7. Е. А. Трофимова, Н. В. Кисляк, Д. В. Гилёв ; [под общ. ред. Е. А. Трофимовой] Теория вероятностей и математическая статистика. Учеб. пособие /; М-во образования и науки Рос. Федерации, Урал. федер. ун-т. – Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2018. – 160 с. ISBN 978-5-7996-2317-3

8. Саидханов Н.Ш. Применение параметрически инвариантных величин для исследований в физике высоких энергий. // Центр научных публикаций. Бухоро давлат Университети илмий ахбороти. (buxdu.Uz), 4/2024, стр.50-56.

9. Азимов С.А. и др. Изучение дифракционной диссоциации протонов с помощью параметрически инвариантных величин при 25 и 200 ГэВ/с. // Ядерная физика. -1978. -т.27. -С.1233-1239.

10. Donald A. Glaser. Some Effects of Ionizing Radiation on the Formation of Bubbles in Liquids (англ.) // Physical Review: journal. — 1952.—Vol. 87, no. 4. — P. 665. — doi:10.1103/PhysRev.87.665. — Bibcode:1952PhRv...87..665G.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПРИМЕСИ Ag НА СЛАБОЛЕГИРОВАННЫЕ p^0-n^0 -ГЕТЕРОПЕРЕХОДЫ И УСТРОЙСТВА НА ИХ ОСНОВЕ

Султанов Ахмаджон Маждидович,

доцент Наманганского

инженерно-технологического института

Бозоров Хурийд Нарзуллаевич,

PhD, Наманганский

инженерно-технологический институт

xurshid_bozorov83@mail.ru

Аннотация. Арсенид галлия, как и многие другие полупроводники A^3B^5 , является важнейшим материалом для сверхбыстрых электронных и оптических приборов, но они почти всегда содержат точечные дефекты кристаллической решетки, размер которых равен размеру атомов решетки [1]. Проведены эксперименты, и изучено влияние Ag примеси на высоковольтные p^0-n^0 гетеропереходы и приборы на основе слаболегированного слоя арсенида-галлия. В ходе исследования влияния примеси Ag на место положения p^0-n^0 перехода определена концентрация и характер распределения основных носителей заряда, диффузионная длина неосновных носителей заряда, подвижности носителей заряда, возникновения глубоких уровней в слаболегированного слоя арсенида-галлия.

Ключевые слова: гетеропереходы, высоковольтные p^0-n^0 переходы, слаболегированные слои GaAs, примеси, диффузионная длина, подвижность носителей заряда, глубокие уровни.

Ag ARALASHMASINING KAM LEGIRLANGAN p^0-n^0 GETEROO'TISHLARILARI VA ULAR ASOSIDAGI QURILMALARGA TA'SIRINI O'RGANISH

Annotatsiya. Galliy arsenid, shuningdek, boshqa ko'plab yarim o'tkazgichlar A^3B^5 , o'ta tezkor elektron va optik qurilmalar uchun qimmatli material bo'lib, ularning barchasida kristall panjaraning o'lchami atom panjarasining o'lchamiga teng bo'lgan nuqta nuqsonlari mavjud [1]. Tajribalar o'tkazildi va Ag nopokligining yuqori voltli p^0-n^0 hetero-bo'g'inlari va yengil qo'shilgan galliy arsenid qatlamiga asoslangan qurilmalarga ta'siri o'rganildi. Ag nopokligining p^0-n^0 o'tish joyiga ta'siri, ko'pchilik zaryad tashuvchilarning konsentratsiyasi va tarqalish tabiati, ozchilik zaryad tashuvchilarning diffuziya uzunligi, zaryad tashuvchilarning harakatchanligi, yengil qo'shilgan galliy arsenid qatlamida chuqur darajalarning paydo bo'lishi aniqlandi.

Kalit so'zlar: geterobog'lanishlar, yuqori voltli p^0-n^0 o'tish joylari, yengil qo'shilgan GaAs qatlamlari, aralashmalar, diffuziya uzunligi va zaryad tashuvchilarning harakatchanligi, chuqur darajalar.

STUDY OF THE INFLUENCE OF Ag MIXTURE ON LIGHTLY DOPED p^0-n^0 HETEROJUNCTIONS AND DEVICES BASED ON THEM

Abstract. Gallium arsenide, as well as many other semi-conductors A^3B^5 , is a valuable material for superfast electronic and optical devices, and all of them contain point defects in the crystal lattice, the size of which is equal to the size of the atomic lattice [1]. Experiments were conducted and the influence of Ag impurity on high-voltage p^0-n^0 heterojunctions and devices based on a lightly doped gallium arsenide layer was studied. The study of the influence of Ag impurity on the location of the p^0-n^0 transition, the concentration and nature of the distribution of the majority charge carriers, the diffusion length of the minority charge carriers, the mobility of charge carriers, the occurrence of deep levels in a lightly doped gallium arsenide layer were determined.

Keywords: heterojunctions, high-voltage p^0-n^0 junctions, lightly doped GaAs layers, impurities, diffusion lengths and mobilities of charge carriers, deep levels.

Введение. Проведение исследований [2] по созданию мощных высоковольтных переключающих приборных структур на основе слаболегированного арсенида галлия связано с необходимостью поиска альтернативных принципов коммутации электрической мощности в субнано- и пикосекундном диапазонах времени [3,4,5]. В настоящее время чрезвычайно быстро развивается субнано- и пикосекундная импульсная техника, что связано с потребностями лазерной

локационной, радиопередающей техники, термоядерной энергетики, пикосекундной спектроскопии жидкостей и твёрдых тел, топографии и ряда областей преобразовательной техники, а также техники физического эксперимента требуют создания именно полупроводниковых коммутаторов этого диапазона мощностей, обладающих традиционными преимуществами полупроводниковых приборов: большим сроком службы, надёжностью, высоким к.п.д. и устойчивостью к внешним воздействиям и мгновенной готовностью к работе [6].

Актуальной является задача получения эпитаксиальных слоёв и приборов на основе соединений A^3B^5 (GaAs, GaP) с заданными и новыми свойствами, в которых компенсация слоёв, распределение концентрации фоновых мелких примесей и дефектов с глубокими уровнями (ГУ) определяются технологическими условиями кристаллизации расплава. На момент выполнения работы практически отсутствовали экспериментальные исследования по влиянию содержания изовалентной примеси Ag в жидкой фазе при выращивании эпитаксиальных слоёв GaAs на концентрацию и тип образующихся при этом собственных дефектов решётки, и не было достаточного понимания роли и природы акцепторных дефектов с ГУ, а также и донорного дефекта типа EL2, участвующих в компенсации такой структуры.

Актуальной проблемой физики дефектов и полупроводников являются исследования метастабильности дефектов и их свойств, в первую очередь, EL2-дефекта и DX-центра в GaAs и AlGaAs, а также других дефектов, образующихся в процессе эпитаксиального роста и при их радиационном облучении протонами и электронами. Вопрос о том, что такое EL2-дефект – изолированный antisite-дефект или его комплекс с между узельным мышьяком, может ли он быть сформирован в GaAs, выращенном из раствора-расплава в Ga и при радиационном облучении или нет, так же, как DX-центр – это дефект с отрицательной корреляционной энергией, а если так, то может ли он перейти в метастабильное антисвязанное состояние Al донора замещения, был до последнего времени открытым.

Весьма актуальными задачами являются идентификация дефектов в сложных слоистых структурах и исследования физических характеристик в локальных областях полупроводниковых материалов и приборов. Этим требованиям отвечают электронно-зондовые методы исследования.

К моменту начала работ, связанных с изучением материалов и структур на основе эпитаксиального нелегированного GaAs, не было достаточного адекватных электронно-зондовых методов определения параметров дефектов и примесей в локальных областях материалов и приборов, а также однородности в их распределении. Актуальной задачей стала потребность в разработке таких методов.

Целью настоящей работы является выращивание, экспериментальное исследование и выявление новых свойств и природы точечных дефектов решётки с глубокими уровнями в эпитаксиальных слоях и структурах на основе соединений A^3B^5 (таких, как GaAs, Ga и GaAsAl), образующихся при различных методах роста, отжига и радиационном облучении слоев. Весьма актуальными задачами являются идентификация дефектов в сложных слоистых структурах и исследования физических характеристик в локальных областях полупроводниковых материалов и приборов [7,9]. Этим требованиям отвечают электронно-зондовые методы исследования. К моменту начала работ, связанных с изучением материалов и структур на основе эпитаксиального нелегированного GaAs, не было достаточного сведения адекватных электронно-зондовых методов определения параметров дефектов и примесей в локальных областях материалов и приборов, а также однородности в их распределении. Актуальной задачей стала потребность в разработке таких методов.

Метод. Представляет интерес изучение влияния изовалентных атомов на процесс формирования плавных p^0-n^0 переходов, поскольку их применение позволяет изменять уровень концентрации и спектр мелких примесей и глубоко уровней ловушек за счёт взаимодействия с фоновыми примесями в расплаве и изменения собственных точечных дефектов в эпитаксиальных слоях. Эпитаксиальные методы выращивания позволяют совместить во времени процесс кристаллизации полупроводникового материала и получение приборной структуры.

Основное распространение получили газотранспортная, молекулярно-лучевая и жидкофазная эпитаксии (ЖФЭ).

Идеальная стыковка кристаллических решёток в полупроводниковый гетеропереход возможна при использовании ЖФЭ. Этот метод позволяют изготовить не только двухслойные, но и многослойные гетероструктуры. Понимание роли примесей и возникающих при этом дефектов имеет решающее значение для объяснения ряда явлений от диффузии до односторонней инжекции, или для построения теории процессов, происходящих в легированных материалах.

Для достижения указанных целей решался следующий комплекс задач [8,10,13].

- Исследование и определение влияние примеса Ag на основные физические параметры слаболегированного слоя арсенида галлия, таких как: местоположение высоковольтных p^0-n^0 переходов;
- характер распределения и концентрации основных носителей заряда;
- диффузионные длины неосновных носителей заряда и их подвижности в слаболегированных слоях арсенида галлия;
- оптимизацию технологии получения слоёв и структур с управляемым содержанием дефектов для создания новых, эффективных приборов микро- и оптоэлектроники;
- разработка электронно-зондовых методов исследования процесса рекомбинации и спектроскопии центров с ГУ в локальных областях эпитаксиальных слоёв, основанных на регистрации тока, индуцированного электронным зондом;
- определение энергетического спектра ГУ дефектов решётки и квантовых состояний точек, а также анализ влияния на этот спектр как внешних, так и встроенных электрических полей с помощью ЭЛТБ спектроскопии при различных условиях предварительного обратимого изохронного, изотермического и оптического отжига.
- применение вольт-фарадных измерений и нестационарной спектроскопии ГУ для определения механизма деградации лазеров с квантовыми ямами.

Показано, что как рост температуры начала кристаллизации при выращивании GaAs из раствора-расплава в Ga, так и изменение содержания Ag в жидкой фазе позволяют контролировать концентрацию и номенклатуру собственных акцепторных (HL2, HL5 и HF1) и донорных (EL2) точечных дефектов, компенсацию слоёв и структур [10,13]. Показано, что *in situ* отжиг AlGaAs слоёв способствует формированию без дислокационных когерентных КТ, аннигиляции точечных дефектов решётки, связанных с образованием дислокаций в слое матрицы GaAs (EL2), локализованных на гетерогранице AlGaAs/GaAs, и уменьшению на порядок концентрации остальных дефектов.

Новое научное направление исследований, которое сформировалось в процессе выполнения данной работы - это исследование новых свойств и природы точечных дефектов решётки с глубокими уровнями в эпитаксиальных слоях и структурах на основе соединений A^3B^5 (таких, как GaAs, и GaAlAs), эффектов их взаимодействия с самоорганизующимися Ga/GaAs квантовыми точками с использованием новых методов исследования центров с глубокими уровнями в локальных областях слоистых структур.

Эксперимент. Для решения поставленных задач использованы следующие методы:

После выращивания эпитаксиальных структур, в первую очередь, определялись толщины слоёв, их планарность и место положение p^0-n^0 перехода. Для определения местоположения p^0-n^0 перехода или области пространственного заряда (ОПЗ) использовался метод электрооптического эффекта [12]. Электрооптический эффект проявляется в возникновении двойного лучепреломления в электрическом поле. В случае эпитаксиальной структуры с p^0-n^0 переходом двойное лучепреломление должно возникать в ОПЗ за счёт индирования оптической анизотропии на p^0-n^0 переходе. При исследованиях использовался микроскоп МИК – 5.

Для определения концентрации и характера распределения основных носителей заряда применялся вольтёмкостной метод с помощью ртутного зонда при послойном стравливании слоев арсенида галлия. Типичное распределение концентрации носителей заряда в одном из полученных p^0-n^0 структурах показано на рисунке 1.

Диффузионная длина ННЗ является важнейшей характеристикой любого полупроводникового материала [6,11,14]. Для определения диффузионной длины ННЗ в слаболегированных слоях GaAs, введенных примесями Ag, применялся способ изучения распределения тока, индуцированного электронным зондом малого диаметра, и определяется выражением:

$$I = I_0 \exp \left(-\frac{r_0 - x}{L_p} \right)$$

где x – расстояние от области возбуждения до p^0-n^0 перехода, r_0 – радиус области возбуждения.

Диффузионные длины L_d в p^0 – GaAs, определённые данным способом по наклону зависимости $I_{n1} = f(x)$, достигали $6 \div 15$ мкм при нулевом смещении и увеличивались до ≥ 80 мкм при $U_{обр} = 100$ В.

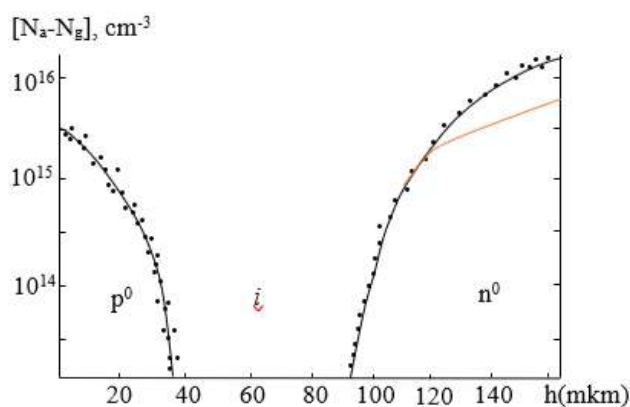


Рисунок 1. Распределения концентрации носителей заряда в одном p^0 - n^0 структурах

Измерения проводились с помощью растрового электронного микроскопа микроанализатора jXA-5A. На рисунке 2 представлены зависимости диффузионной длины электронов от тока в слаболегированном слое p^0 – GaAs толщиной 35 мкм.

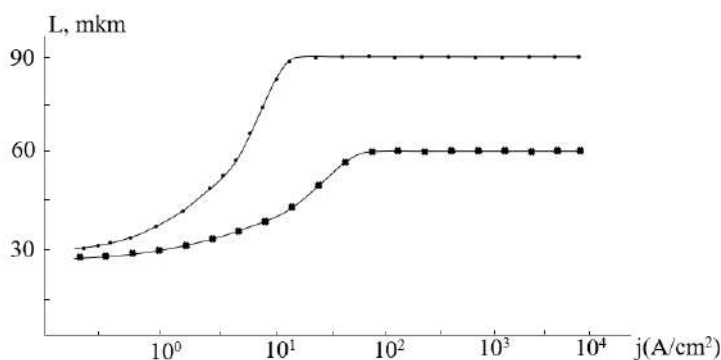


Рисунок 2. Типичные зависимости $L_n = f(j)$ в слоях p^0 = GaAs.
1 – p^0 - $5 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$; 2 – p^0 - $2 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$.

Видно, что начиная плотностей тока $j > 50 \text{ А/см}^2$, диффузионная длина L_n практически не меняется и достигает значений $75 \div 85 \text{ мкм}$. Увеличение L_n в области меньших токов, по-видимому, связано с насыщением центров захвата электронов.

Подвижности носителей заряда определялись измерением эффекта Холла в эпитаксиальных слоях, выращенных на полуизолирующих подложках. Измерения проводились методом Ван-дер-Пау на образцах с шестью омическими контактами, полученными вплавлением индиевых капель в эпитаксиальный слой. Значения подвижности электронов в p^0 - GaAs слоях находятся в пределах $\approx 5000 \div 6000 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{сек}$, а подвижности дырок в p^0 - n^0 - GaAs слоях $\approx 3000 \div 5000 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{сек}$.

Результаты исследований подвижности основных носителей заряда в p^0 - областях, показали, что имеется высокая степень компенсации в эпитаксиальных слоях (рисунок 3). Как следует из рисунка, степень компенсации в p^0 -слое возрастает по мере приближения к p^0 - n^0 переходу.

Такой характер зависимости подвижности может свидетельствовать о том, что суммарная концентрация заряженных центров в слое уменьшается с увеличением толщины p^0 -слоя и с уменьшением температуры кристаллизации слоя. Для определения энергетических параметров глубоких уровней в слаболегированных слоях, введённых примесями Ag, использовался метод нестационарной ёмкостной спектроскопии глубоких уровней (DLTS) и фотоёмкости (ФЕ). Во всех слоях, полученных методом ЖФЭ, помимо мелких акцепторных и донорных уровней, обнаружены глубокие уровни $A(E_c + 0,32 \text{ эВ})$, $B(E_c + 0,54 \text{ эВ})$, $C(E_c + 68 \text{ эВ})$ (рисунок 4).

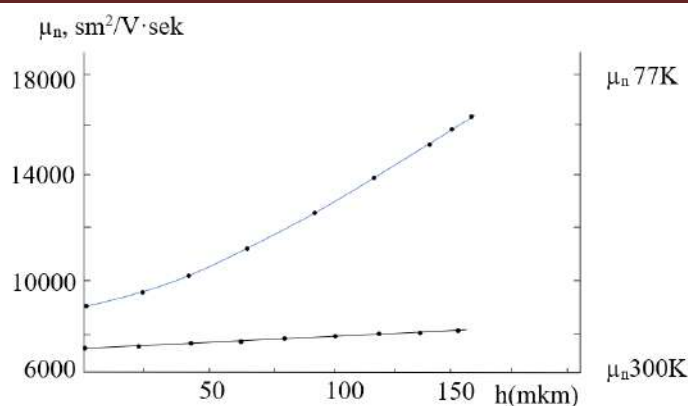


Рисунок 3. Результаты исследований подвижности основных носителей заряда в p^0 - областях

В литературе эти уровни обозначаются HL5, HL3, HL2 [3-4]. Рекомбинационные свойства p^0 -области в значительной степени определяются глубокими акцепторными А и В центрами. При этом основную роль эти центры играют в p – части p^0 -области. В p^0 - GaAs они, обнаруженные методом ёмкостной спектроскопии (DLTS), приписываемые к дефектом роста, являются ловушками для дырок, причём концентрация их падает экспоненциально с уменьшением температуры роста.

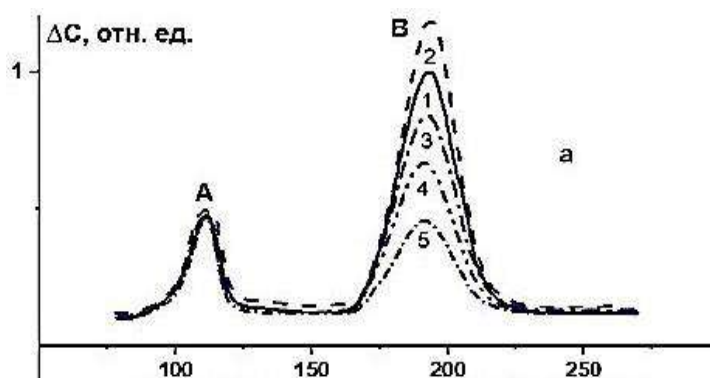


Рисунок 4. DLTS спектр один из образцов легированный примесям Ag

Сечения захвата глубоких уровней при этом соответствует значениям $\sigma = 8 \cdot 10^{-17} \text{ см}^2$, $6 \cdot 10^{13} \text{ см}^2$, $4 \cdot 10^{-17} \text{ см}^2$.

Спектр ИК - поглощения этих образцов, легированный Ag примесям при температуре от 20 °С до 200 °С представлены на рисунке 5, а кинетика влияния температуры в интервале от 20 °С до 200 °С на глубоких уровней показано на рисунке 6.

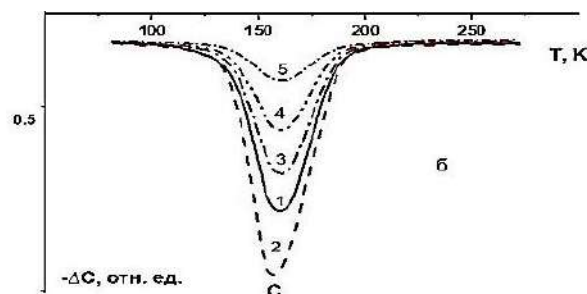


Рисунок 5. Спектр ИК-поглощения, легированный Ag при различных рабочих температурах

Наряду с мелкими акцепторами и мелкими донорами, глубокие акцепторы определяют положение p^0 - p^0 перехода и размеры ОПЗ. Часть p^0 -слоя, примыкающая к подложке, имеет сравнительно высокую концентрацию мелких акцепторов, большую, чем концентрация мелких доноров и глубоких акцепторов. По мере смешения от подложки вглубь слоя у разность $N_{д.м.} - N_{м.а.}$

уменьшается, а затем становится равной нулю и меняет знак, однако, за счёт наличия глубоких акцепторов (рисунок 6), тип проводимости слоя не меняется.

Если $0 < N_{д.м.} - N_{а.м.} < N_{а.г.}$, то уровень Ферми будет близок к положению первого глубокого акцепторного уровня – А. При дальнейшем смещении вглубь слоя, когда $N_{а.г.} < N_{д.м.} - N_{а.м.} < N_{а.г.}$, уровень Ферми будет приближаться к положению второго уровня – В и дальше третьего уровня – С.

Оценки показывают, что удельное сопротивление области неполной ионизации центров с уровнями А, В и С при 300 К составляет 10^6 Ом·см и более. Координата слоя, где $N_{д.м.} = N_{а.м.} + 2N_{а.г.}$ есть место положения p^0 - n^0 перехода. Далее в слое n^0 – типа концентрация электронов будет определяться снижением $N_{д.м.} - N_{а.г.}$. Поэтому p^0 – область состоит из двух частей низкоомной p^0 – и высокоомной i – части, а p^0 - n^0 переход находится на границе i - и n^0 – области.

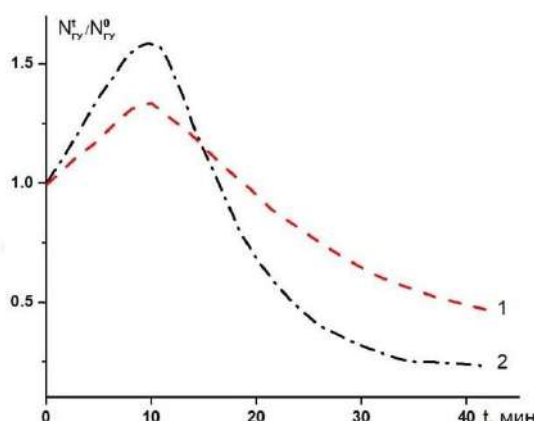


Рисунок 6. Кинетика влияния рабочих температуры на ГУ образцах легированных Ag

Научная новизна работы. Все основные научные результаты, получены впервые.

- разработаны методы определения оптических параметров центров с ГУ, процессов рекомбинации в локальных областях p^0 - n^0 -структур с помощью электронного зонда и разделения в спектрах БЛТБ сигналов, связанных с квантовыми состояниями точек от дефектов с ГУ.

- обнаружены и исследованы свойства, условия образования и отжига EL2-дефекта и акцепторного дефекта НВ1 с уровнем $(E_u + + 0,47)$ эВ в эпитаксиальных слоях GaAs, выращенных из раствора-расплава в Ga при температурах начала кристаллизации не выше 900°C.

- обнаружены и исследованы свойства и условия образования бистабильного дефекта с кинетикой конфигурационной трансформации первого порядка и параметрами в стабильном состоянии, совпадающими с радиационным Е1-дефектом, кинетика трансформации которого определяется единичным прыжком междоузельного мышьяка; метастабильного уровня антисвязанного локализованного Al состояния ОХ-центра в легированных слоях AlGaAs.

В GaAs/AlGaAs-гетероструктурах исследованы влияние дефектов с глубокими уровнями на заселённость состояний квантовых точек; кулоновское взаимодействие между ионизованными дефектами решетки и носителями, локализованными в квантовых точках, с образованием электростатического диполя, встроенное поле которого изменяет высоту потенциального барьера для эмиссии и захвата носителей квантовой точкой. Показано, что как рост температуры начала кристаллизации при выращивании GaAs из раствора-расплава в Ga, так и изменение содержания Ag в жидкой фазе позволяют контролировать концентрацию и номенклатуру собственных акцепторных (HL2, HL5 и HF1) и донорных (EL2) точечных дефектов, компенсацию слоев и структур.

Показано, что отжиг AlGaAs слоёв способствует формированию бездислокационных когерентных КТ, аннигиляции точечных дефектов решётки, связанных с образованием дислокаций в слое матрицы GaAs (EL2), локализованных на гетерогранице GaAs/AlGaAs, и уменьшению на порядок концентрации остальных дефектов.

Заключение. В заключение отметим, что

- определены места положения p^0 - n^0 перехода или области пространственного заряда слаболегированного слоя GaAs легированного Ag примесями. Толщина p^0 -области обеспечивает значения коэффициента передачи и рекомбинационные свойства получаемых p^0 - n^0 переходов [11,12,14].

- изучены характер и профиль распределения концентрации основных носителей заряда. Концентрация носителей в p^0 - и n^0 – областях лежала в пределах от $1 \cdot 10^{15}$ см⁻³ до $0,1 \cdot 10^{15}$ см⁻³

- определена подвижность носителей заряда. Подвижность носителей заряда составляла в p^0 - слое $\mu_n \approx (5 \div 6) \cdot 10^3 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{сек}$, и p^0 - слое $\mu_p \approx (400 \div 450) \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{сек}$.
 - определены диффузионные длины ННЗ в слаболегированных слоях GaAs легированного Ag примесями;
 - проведено комплексное исследование свойств слаболегированного слоя GaAs, легированного примесями Ag, и установлено, что эти примеси образуют глубокие уровни с энергиями ионизации $E_c - 0,32 \text{ эВ}$, $E_c - 0,82 \text{ эВ}$, $E_v - 0,55 \text{ эВ}$ в GaAs <Ag>.
 - исследованы процессы влияния глубоких центров, создаваемых примесями Ag, и установлено, что примеси нестабильны в решётке арсенида галлия при изменениях рабочих температур, и кинетика влияния температуры на глубокие уровни носит нелинейный характер.
- В слоях p^0 - GaAs были обнаружены также уровни, являвшиеся ловушками для электронов ($E_c - 0,53 \text{ эВ}$), ($E_c - 0,82 \text{ эВ}$) и ($E_v - 0,55 \text{ эВ}$), обозначенные как EL2, EL3, EL4. Сечение захвата равно $6 \cdot 10^{-14} \text{ см}^2$, $5 \cdot 10^{-17} \text{ см}^2$ и $7 \cdot 10^{-14} \text{ см}^2$ соответственно. Концентрация ловушки EL3 была порядка 10^{17} см^{-3} [10].

ЛИТЕРАТУРА:

1. Sarkat T. *Epitaxial Design of Direct Optically Controlled GaAs/AlGaAs –based Heterostructure Lateral Superjunction Power Device for Fast Repetitive Switching/ Mazumder S.K.* // *IEEE Transactions on Electron Devise.* – 2007. Vol. 54. № 3. March.
2. Rojkov V.A., Sultanov A.M. *Investigation of the effect of Mn impurity on high-voltage p^0 - n^0 heterojunctions based on a low-doped (GaAs) layer* // *Science and Education in Karakalpakstan. ISSN 2181-9103 № 3/2 (35), 2023.* – pp. 78-84.
3. Коротков С.В., Аристов Ю.В., Жмодиков А.Л., Козлов А.К. 2014. Высоковольтные диодно-динисторные импульсы тока. // *Приборы и техника эксперимента.* // № 4. С. 61-66.
4. Гусев А.И., Любутин С.К., Рукин С.Н., Словиковский Б.Г., Сиранов С.Н. 2017. Исследование процесса спада напряжения при ударно-ионизационном переключении силовых тиристор. // *Приборы и техника эксперимента.* // № 8. С. 95-101.
5. Аристович Ю.В. и другие. 2007. Мощное полупроводниковое переключение высоковольтных импульсов с наносекундным фронтом нарастания. // *Приборы и техника эксперимента.* // № 2. С. 87-90.
6. Грехов И.В. 2008. Силовая полупроводниковая электроника и импульсная техника. // *Вестник Российской академии наук. т. 78. № 2. С.106-103.*
7. Шевченко С.А., Ивадов Б.В., Смирнов А.А. и др. 2020. Экспериментальное исследование низковольтного 4H-SiC дрейфового восстановительного диода // *Труд. 2020 IEEE 60 Конференция российских молодых исследователей в области электротехники и электронной техники (2020 ELConRus).*
8. Sultanov A.M., Abdugarimov A.A., Kufian M.Z. 2023. Development of technology for creating high-voltage p^0 - n^0 junctions based in GaAs // *Bulletin of the Karaganda university. Physics series № 4 (112).* pp. 50-56.
9. Войтович В., Гордеев А., Думаневич А. 2014. GaAs-диоды для PFC SMPS UPS IPM Solar invertors и замены синхронных выпрямителей // *Силовая электроника. № 6. вып.2.*
10. Султанов А.М. Монография. 2022. Разработка технологии создания и исследование фотонно-инжекционных коммутаторов на основе гетероструктур GaAs-AlGaAs. Наманган, Usmon Nosir Media, 116 стр.
11. Sultanov A. M., Mirzarayimov J. Z. ². 2024. Main technological factors affecting the properties of low-doped layers and transistor n^+ - p^0 - n^0 structures. // *European Journal of Emerging Technology and Discoveries ISSN E: 2938-3617, Volume 2, Issue 3.*
12. Sultanov A.M, Yusupov E.K., Rakhimov R.G. 2024. Investigation of the Influence of Technological Factors on High-Voltage p^0 - n^0 Junctions Based on GaAs. *Journal of Nano- and Electronic Physics. vol 16, № 16 01010 (5 pp).* Namangan Institute of Engineering and Technology, 160115 Namangan, Uzbekistan.
13. Рожков А.В., Султанов А.М. 2023. Исследование влияния технологических факторов на высоковольтных $p^0 - n^0$ переходов на основе GaAs-AlGaAs. «Третий Ренессанс в Узбекистане и инновационные процессы» Международная научно-практическая онлайн конференция. Издательство «Хайт наири-2020» г. Андижан.

EGRI QUVURLARNING ERKIN VA MAJBURIY TEBRANISHLAR MASALASI

Esanov Nuriddin Qurbonovich,

Alfraganus universiteti dotsenti

0009-0009-1460-1812

Annotatsiya. Qo'yilgan masalalarning erkin tebranishlar chastotasini topish uchun ortogonal progonka, Myuller, Gauss va Laplas usullaridan foydalanib kompleks chastota topiladi. Natijada kompleks amplitudaga va mos keluvchi xos funksiyalarni qurish imkoniyatini beradi. Qalin devorli quvurga tashqi kuch ta'siridagi kuchlanishlarni, sterjenga ta'sir etuvchi kuchlar va momentlar muvozanatining shartlaridan foydalanib hisoblanadi. Mexanik sistemaga ta'sir etuvchi barcha ichki, tashqi va inersiya kuchlarining bajargan ishlari variatsiyasining nolga teng bo'lishi, sistemaning muvozanatda bo'lishini ifoda qiladi. Olingan sonli natijalarni mavjud natijalar bilan solishtirib, yuqorida keltirilgan tenglamalarni yechish uchun, o'zgaruvchilarni ajratish, Myuller, Gauss, Laplas va Godunovning ortogoal progonka usullari qo'llanildi.

Kalit so'zlar: tebranish, ortogonal, Myuller, Gauss, Laplas, Godunov, mexanik sistema, sterjen, quvur, moment, inersiya kuchi, differensial tenglama, egilish, buralish.

ЗАДАЧА О СВОБОДНЫХ И ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЯХ КРИВОЛИНЕЙНЫХ ТРУБ

Аннотация. Для определения частоты свободных колебаний в поставленных задачах используются метод ортогональной прогонки, методы Мюллера, Гаусса и Лапласа для нахождения комплексной частоты. В результате появляется возможность построить комплексную амплитуду и соответствующие собственные функции. Напряжения, действующие на толстостенную трубу под воздействием внешней силы, рассчитываются с использованием условий равновесия сил и моментов, действующих на стержень. Равенство нулю вариации работ всех внутренних, внешних сил и сил инерции, действующих на механическую систему, выражает равновесие системы. Сравнивая полученные численные результаты с существующими, для решения вышеприведённых уравнений были применены методы разделения переменных, ортогональной прогонки Мюллера, Гаусса, Лапласа и Годунова.

Ключевые слова: колебание, ортогональный, Мюллер, Гаусс, Лаплас, Годунов, механическая система, стержень, труба, момент, сила инерции, дифференциальное уравнение, изгиб, кручение.

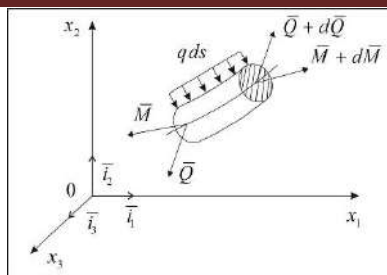
THE PROBLEM OF FREE AND FORCED OSCILLATIONS OF CURVED PIPES

Abstract. Abstract. To find the frequency of free oscillations for the given problems, the complex frequency is determined using the orthogonal sweep method, as well as Müller's, Gauss's, and Laplace's methods. This allows for the construction of complex amplitudes and corresponding eigenfunctions. The stresses acting on a thick-walled pipe due to an external force are calculated using the equilibrium conditions of forces and moments acting on the rod. The equilibrium of a mechanical system is expressed by the fact that the variation of work performed by all internal, external, and inertial forces acting on the system is equal to zero. Comparing the obtained numerical results with existing ones, the methods of separation of variables, orthogonal sweep of Müller, Gauss, Laplace, and Godunov were applied to solve the aforementioned equations.

Keywords: oscillation, orthogonal, Müller, Gauss, Laplace, Godunov, mechanical system, rod, pipe, moment, inertial force, differential equation, bending, torsion.

Kirish. Egri sterjenning tebranma harakat tenglamasini keltirib chiqarishdan iborat. 1-rasmda tasvirlangan egri sterjen bo'lagi muvozanatda bo'lishi uchun barcha kuchlarning vektor yig'indisi Dalamber prinsipiga asosan nolga teng bo'ladi [1]:

$$\sum_{k=1}^{N_1} \vec{F}_k + \sum_{j_1=1}^{N_2} \vec{R}_{j_1} + \sum_{j_2=1}^{N_3} \vec{J}_{j_2} = 0. \quad (1)$$



1- Egri quvurning cheksiz kichik bo'lagi

Bu (1) umumiy tenglamadan (2) sterjenning elementar bo'lakchasining tenglamasini olamiz:

$$\frac{\partial \vec{N}}{\partial s} + \frac{\partial \vec{Q}_n}{\partial s} + \frac{\partial \vec{Q}_b}{\partial s} - \rho F \frac{\partial^2 \vec{U}}{\partial t^2} + \vec{q} = 0, \quad d\vec{M} + d\vec{M}_Q + d\vec{M}_q - d\vec{M}_I = 0. \quad (2)$$

Bunda: $d\vec{M} = \frac{\partial \vec{M}_t}{\partial s} ds + \frac{\partial \vec{M}_n}{\partial s} ds + \frac{\partial \vec{M}_b}{\partial s} ds$ - egri quvurning ko'ndalang kesimida paydo bo'ladigan bosh momenti [2].

$$\begin{aligned} \frac{\partial N}{\partial s} - kQ_n - \rho F \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + q_t &= 0, & \frac{\partial M_n}{\partial s} + M_t k - M_b \tau - Q_b l - J_n \rho \frac{\partial^2 u_n}{\partial t^2} &= 0, \\ \frac{\partial Q_n}{\partial s} + kN - Q_b \tau - \rho F \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + q_n &= 0, & \frac{\partial M_t}{\partial s} + M_n k - J_t \rho \frac{\partial^2 u_t}{\partial t^2} &= 0, \\ \frac{\partial Q_b}{\partial s} + Q_n \tau - \rho F \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + q_b &= 0, & \frac{\partial M_b}{\partial s} + M_n \tau - Q_n l_1 - J_b \rho \frac{\partial^2 u_b}{\partial t^2} &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

$$\sigma_s = E_{on} \left[\varepsilon_s(t, s) - \int_0^t R_{OE}(t - \tau) \varepsilon_s(\tau, s) d\tau \right]. \quad (4)$$

yuqoridagilardan foydalanib, quvurning ichki nuqtalari uchun quyidagi materiallar qarshiligi fanidan ma'lum bo'lgan munosabatlarni olamiz .

$$\begin{aligned} N &= \int_{F_s} \sigma_s dF, & M_n &= z \int_{F_s} (\sigma_s dF), \\ M_b &= y \int_{F_s} (\sigma_s dF), & M_t &= \tilde{G} \frac{\partial u_t}{\Delta s \partial s} \int_{F_s} R^2 dF. \\ F_n &= \int_{F_s} z dF_s, & F_b &= \int_{F_s} y dF_s, & J_b &= \int_{F_s} y^2 dF_s, \\ J_n &= \int_{F_s} z^2 dF_s, & J_{bn} &= \int_{F_s} xy dF_s, & J_t &= \int_{F_s} (y^2 + z^2) dF_s \end{aligned} \quad (5)$$

Agar yuqoridagi munosabatlardan foydalansak, u holda quyidagi integro-differensial tenglamalar sistemasini olamiz[3]:

$$\begin{cases}
 \frac{\partial N}{\partial s} - kQ_n - \rho F \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + q_t = 0, \\
 \frac{\partial Q_b}{\partial s} + Q_n \tau - \rho F \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + q_b = 0, \\
 \frac{\partial Q_n}{\partial s} + kN - Q_b \tau - \rho F \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + q_n = 0, \\
 \frac{\partial M_n}{\partial s} + M_t k - M_b \tau - Q_b l - J_n \rho \frac{\partial^2 u_n}{\partial t^2} = 0, \\
 \frac{\partial M_b}{\partial s} + M_n \tau - Q_n l_1 - J_b \rho \frac{\partial^2 u_b}{\partial t^2} = 0, \\
 \frac{\partial M_t}{\partial s} + M_n k - J_t \rho \frac{\partial^2 u_t}{\partial t^2} = 0, \\
 \frac{\partial u}{\partial s} = \frac{N}{E_0 F_0} + kv + \int_0^t R_{0E}(t-\tau) \left(\frac{\partial u(s, \tau)}{\partial s} - kv \right) d\tau, \\
 \frac{\partial u_b}{\partial s} = -\frac{M_b}{J_b E_0} + \int_0^t R_{0E}(t-\tau) \frac{\partial u_b}{\partial s} d\tau, \\
 \frac{\partial v}{\partial s} = u_b - ku + w \int_0^{s_0^+} k(s) \chi(s) ds, \\
 \frac{\partial u_n}{\partial s} = -\frac{M_n}{J_n E_0} + \int_0^t R_{0E}(t-\tau) \frac{\partial u_n}{\partial s} d\tau, \\
 \frac{\partial w}{\partial s} = u_n - v \int_0^{s_0^+} k(s) \chi(s) ds, \quad \frac{\partial u_t}{\partial s} = \frac{2M_t}{J_t E_0} (1+v) + \int_0^t R_{0E}(t-\tau) \frac{\partial u_t}{\partial s} d\tau.
 \end{cases} \quad (6)$$

Quvurning qovushoqlik xususiyatlarini hisobga olsak, elastiklik modulining operator ko‘rinishi quyidagicha bo‘ladi:

$$\begin{aligned}
 \tilde{E}_p f(t) &= E_{0\kappa} \left[f(t) - \int_0^t R_{E\kappa}(t-\tau) f(\tau) d\tau \right]. \\
 R_j(t) &= A_j e^{-\beta_j t} / t^{1-\alpha_j}
 \end{aligned} \quad (7)$$

(7) tenglikdan, integral had kichik hisoblanadi, shuning uchun $f(t)$ funksiya uchun $f(t) = \psi(t) e^{-i\omega_R t}$ o‘rinli bo‘ladi va (7) tenglikni quyidagi ifoda bilan taqriban almashtirish mumkin[4]:

$$\bar{E}_p f = E_{0\kappa} \left[1 - \Gamma_\kappa^C(\omega_R) - i\Gamma_\kappa^S(\omega_R) \right] f. \quad (8)$$

Bunda materialning relaksatsiya yadrosi mos ravishda, kosinus va sinus Furre tasvirlari orqali quyidagicha ifodalanadi[5]:

$$\Gamma^C(\omega_R) = \int_0^\infty R(\tau) \cos \omega_R \tau d\tau, \quad \Gamma^S(\omega_R) = \int_0^\infty R(\tau) \sin \omega_R \tau d\tau.$$

$$R > 0, \quad dR(t) / dt \leq 0, \quad 0 < \int_0^{\infty} R(t) dt < 1, \quad \nu = const \quad (9)$$

Tadqiqot metodologiyasi (Research Methodology)

Qo'yilgan masala egri quvurlarning erkin va majburiy tebranishlar chastotasini topish uchun ortogonal progonka, Myuller, Gauss va Laplas usullaridan foydalanib kompleks chastotalar topiladi va natijalar formulalar yordamida ifodalanadi[6].

Misol tariqasida konsol sterjen ko'rilsa, u holda konsol sterjenning mahkamlangan chegarasida quyidagi shartlar qo'yiladi: $\vec{u}(u, \nu, w) = 0$, $\vec{u}_s(u_n, u_b, u_t) = 0$. [8]. Ikkinchi erkin turgan tomoniga kuch qo'yilganlik sharti qo'yiladi $\vec{Q} = \vec{P}$, $\vec{M} = \vec{T}$. Bunda $\vec{P}, \vec{T}$ - berilgan tashqi kuch va tashqi moment vektorlari. Boshlang'ich shartlar ko'chish va uning tezligiga $t=0$ bo'lgan vaqt uchun qo'yiladi:

$$\begin{aligned} u(s, 0) &= u_c(s), \quad \nu(s, 0) = \nu_c(s), \quad w(s, 0) = w_c(s), \\ \dot{u}(s, 0) &= \dot{u}_c(s), \quad \dot{\nu}(s, 0) = \dot{\nu}_c(s), \quad \dot{w}(s, 0) = \dot{w}_c(s). \end{aligned} \quad (10)$$

Yuqoridagi integro-differensial tenglamalar sistemasi va unga mos keluvchi chegaraviy shartlardan foydalansak, (10) ni quyidagi ko'rinishda yozish mumkin.

$$(q_t = q_n = q_b = 0).$$

$$\begin{cases} \frac{\partial N}{\partial s} - kQ_n - \rho F \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0, \\ \frac{\partial Q_b}{\partial s} + Q_n \tau - \rho F \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0, \\ \frac{\partial Q_n}{\partial s} + kN - Q_b \tau - \rho F \frac{\partial^2 \nu}{\partial t^2} = 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial M_n}{\partial s} + M_t k - M_b \tau - Q_b l - J_n \rho \frac{\partial^2 u_n}{\partial t^2} = 0, \\ \frac{\partial M_b}{\partial s} + M_n \tau - Q_n l_1 - J_b \rho \frac{\partial^2 u_b}{\partial t^2} = 0, \\ \frac{\partial M_t}{\partial s} + M_n k - J_t \rho \frac{\partial^2 u_t}{\partial t^2} = 0, \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial s} (1 - \Gamma_{E1}^{cs}) &= \frac{N}{E_0 F_0} + k(1 - \Gamma_{E1}^{cs}) \nu, \\ \frac{\partial u_n}{\partial s} (1 - \Gamma_{E1}^{cs}) &= -\frac{M_n}{E_0 J_n}, \\ \frac{\partial \nu}{\partial s} &= u_b - ku + w \int_0^{s_0^+} k(s) \chi(s) ds = u_b - ku + w\tau, \\ \frac{\partial u_t}{\partial s} (1 - \Gamma_{E1}^{cs}) &= \frac{2M_t}{J_t E_0} (1 + \nu), \\ \frac{\partial w}{\partial s} &= u_n - \nu \int_0^{s_0^+} k(s) \chi(s) ds = u_n - \nu\tau, \\ \frac{\partial u_b}{\partial s} (1 - \Gamma_{E1}^{cs}) &= -\frac{M_b}{E_0 J_b}. \end{aligned} \quad (11)$$

Egri quvurning erkin tebranish masalasi qo'yilganda (10) kompleks ko'effitsiyentli differensial tenglamalar sistemasi yechimini quyidagi ko'rinishda izlaymiz:

$$\begin{aligned} (N, Q_n, Q_b, M_t, M_n, M_b, u, v, w, u_t, u_n, u_b)^T = \\ = (\bar{N}, \bar{Q}_n, \bar{Q}_b, \bar{M}_t, \bar{M}_n, \bar{M}_b, \bar{u}, \bar{v}, \bar{w}, \bar{u}_t, \bar{u}_n, \bar{u}_b)^T e^{-i\omega t}. \end{aligned} \quad (12)$$

Bunda: $\omega = \omega_R + i\omega_I$ - tebranishning kompleks chastotasi. Agar (12) ni (11) ga qo'ysak, u holda kompleks ko'effitsiyentli oddiy differensial tenglamalar sistemasini olamiz:

$$\begin{cases} \frac{\partial(\bar{N}e^{-i\omega t})}{\partial s} - k\bar{Q}_ne^{-i\omega t} - \rho F \frac{\partial^2}{\partial t^2}(\bar{u}e^{-i\omega t}) = 0, \\ \frac{\partial(\bar{Q}_be^{-i\omega t})}{\partial s} + \tau\bar{Q}_ne^{-i\omega t} - \rho F \frac{\partial^2}{\partial t^2}(\bar{w}e^{-i\omega t}) = 0, \\ \frac{\partial(\bar{Q}_ne^{-i\omega t})}{\partial s} + k\bar{N}e^{-i\omega t} - \bar{Q}_be^{-i\omega t}\tau - \rho F \frac{\partial^2}{\partial t^2}(\bar{v}e^{-i\omega t}) = 0, \\ \frac{\partial(\bar{M}_ne^{-i\omega t})}{\partial s} + (\bar{M}_te^{-i\omega t})k - (\bar{M}_be^{-i\omega t})\tau - (\bar{Q}_be^{-i\omega t})l - J_n\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2}(\bar{u}_ne^{-i\omega t}) = 0, \\ \frac{\partial(\bar{M}_be^{-i\omega t})}{\partial s} + (\bar{M}_ne^{-i\omega t})\tau - (\bar{Q}_ne^{-i\omega t})l_1 - J_b\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2}(\bar{u}_be^{-i\omega t}) = 0, \\ \frac{\partial(\bar{M}_te^{-i\omega t})}{\partial s} + (\bar{M}_ne^{-i\omega t})k - J_t\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2}(\bar{u}_te^{-i\omega t}) = 0, \\ \frac{\partial\bar{N}}{\partial s}e^{-i\omega t} - k\bar{Q}_ne^{-i\omega t} + \rho F\bar{u}\omega^2e^{-i\omega t} = 0, \\ \frac{\partial\bar{Q}_b}{\partial s}e^{-i\omega t} + \tau\bar{Q}_ne^{-i\omega t} + \rho F\bar{w}\omega^2e^{-i\omega t} = 0, \\ \frac{\partial\bar{Q}_n}{\partial s}e^{-i\omega t} + k\bar{N}e^{-i\omega t} - \bar{Q}_be^{-i\omega t}\tau + \rho F\bar{v}\omega^2e^{-i\omega t} = 0, \\ \frac{\partial\bar{M}_n}{\partial s}e^{-i\omega t} + k\bar{M}_te^{-i\omega t} - \tau\bar{M}_be^{-i\omega t} - l\bar{Q}_be^{-i\omega t} + J_n\rho\bar{u}_n\omega^2e^{-i\omega t} = 0, \\ \frac{\partial\bar{M}_b}{\partial s}e^{-i\omega t} + \tau\bar{M}_ne^{-i\omega t} - l\bar{Q}_ne^{-i\omega t} - J_b\rho\bar{u}_b\omega^2e^{-i\omega t} = 0, \\ \frac{\partial\bar{M}_t}{\partial s}e^{-i\omega t} + k\bar{M}_ne^{-i\omega t} - J_t\rho\bar{u}_t\omega^2e^{-i\omega t} = 0, \\ \frac{\partial(\bar{u}e^{-i\omega t})}{\partial s}(1 - \Gamma_{E1}^{cs}) = \frac{\bar{N}e^{-i\omega t}}{E_0F_0} + k(1 - \Gamma_{E1}^{cs})\bar{v}e^{-i\omega t}, \\ \frac{\partial(\bar{u}_ne^{-i\omega t})}{\partial s}(1 - \Gamma_{E1}^{cs}) = -\frac{\bar{M}_ne^{-i\omega t}}{E_0J_n}, \end{cases}$$

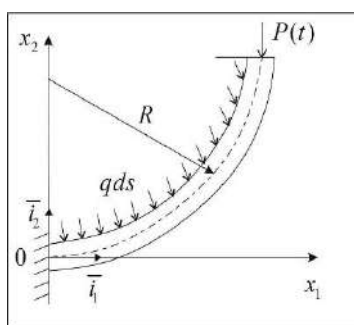
$$\begin{aligned}\frac{\partial(\bar{v}e^{-i\omega t})}{\partial s} &= \bar{u}_b e^{-i\omega t} - k\bar{u}e^{-i\omega t} + \bar{w}e^{-i\omega t}\tau, \\ \frac{\partial(\bar{u}_t e^{-i\omega t})}{\partial s}(1 - \Gamma_{E1}^{cs}) &= \frac{2\bar{M}_t e^{-i\omega t}}{J_t E_0}(1 + \bar{v}e^{-i\omega t}), \\ \frac{\partial(\bar{w}e^{-i\omega t})}{\partial s} &= \bar{u}_n e^{-i\omega t} - \bar{v}e^{-i\omega t}\tau, \\ \frac{\partial(\bar{u}_b e^{-i\omega t})}{\partial s}(1 - \Gamma_{E1}^{cs}) &= -\frac{\bar{M}_b e^{-i\omega t}}{E_0 J_b}.\end{aligned}$$

Hosil qilingan tenglamalarni $e^{-i\omega t}$ ga bo'lib, quyidagi kompleks koeffitsiyentli oddiy differensial tenglamalar sistemasini olamiz[7]:

$$\begin{aligned}\frac{d\bar{N}}{ds} &= k\bar{Q}_n - \rho F \omega^2 \bar{u}, & \frac{d\bar{M}_t}{ds} &= -\bar{M}_n k - J_t \rho \omega^2 \bar{u}_t, \\ \frac{d\bar{Q}_n}{ds} &= k\bar{N} + \bar{Q}_b \tau - \rho F \omega^2 \bar{v}, & \frac{d\bar{M}_n}{ds} &= -\bar{M}_t k + \bar{M}_b \tau + \bar{Q}_b l - J_n \rho \omega^2 \bar{u}_n, \\ \frac{d\bar{Q}_b}{ds} &= -\bar{Q}_n \tau - \rho F \omega^2 \bar{w}, & \frac{d\bar{M}_b}{ds} &= -\bar{M}_n \tau + \bar{Q}_n l_1 - J_b \rho \omega^2 \bar{u}_b, \\ \frac{d\bar{u}}{ds}(1 - \Gamma_{E1}^{cs}) &= \frac{\bar{N}}{E_0 F_S} + k(1 - \Gamma_{E1}^{cs})\bar{v}(s, t), & \frac{\partial \bar{v}}{\partial s} &= \bar{u}_b - k\bar{u} + \bar{w}\tau, \\ \frac{\partial \bar{w}}{\partial s} &= \bar{u}_n - \bar{v}\tau, & \frac{\partial \bar{w}}{\partial s} &= \bar{u}_n - \bar{v}\tau, & \frac{d\bar{u}_t(s, t)}{ds}(1 - \Gamma_{E1}^{cs}) &= \frac{2\bar{M}_t \Delta s(1 + v)}{E_0 J_t}, \\ \frac{d\bar{u}_n}{ds}(1 - \Gamma_{E1}^{cs}) &= -\frac{\bar{M}_n}{E_0 J_n}, & \frac{d\bar{u}_b}{ds}(1 - \Gamma_{E1}^{cs}) &= -\frac{\bar{M}_b}{E_0 J_b}.\end{aligned} \quad (13)$$

Natijalar va muhokama (Results and Discussions)

Egri chiziqli sterjenning tebranishlari (erkin va garmonik majburiy) o'rganiladi va sonli natijalar olinadi.



2-rasm. Bir tomoni mahkamlangan egri chiziqli quvur bo'lagi

Faraz qilaylik egri sterjenda faqat **bo'ylama** kuch ta'sir etsin va mos ko'chishlar hisobga olinsin, u holda asosiy (13) tenglamadan quyidagi oddiy differensial tenglamalar sistemasini olamiz:

$$\frac{d\bar{u}}{ds}(1 - \Gamma_{E1}^{cs}) = \frac{\bar{N}}{E_0 F_S} + k(1 - \Gamma_{E1}^{cs})\bar{v}(s, t),$$

Bu tenglamadan hosila olamiz va $\frac{d\bar{N}}{ds} = k\bar{Q}_n - \rho F \omega^2 \bar{u}$ ($\bar{Q}_n = 0$) ifodani olib borib quyamiz:

$$\frac{d^2u}{ds^2}(1-\Gamma_{E1}^{cs}) = \frac{1}{E_0F_s} \frac{dN}{ds} + k(1-\Gamma_{E1}^{cs}) \frac{dv}{ds},$$

$$\frac{d^2u}{ds^2}(1-\Gamma_{E1}^{cs}) = \frac{1}{E_0F_s} (-\rho F_s \omega^2 \bar{u}) + k(1-\Gamma_{E1}^{cs}) \frac{dv}{ds},$$

$$E_0F_s(1-\Gamma_{E1}^{cs}) \frac{d^2u}{ds^2} - E_0F_s k(1-\Gamma_{E1}^{cs}) \frac{dv}{ds} + \rho F_s \omega^2 u = 0$$

$$\frac{d\bar{u}}{ds}(1-\Gamma_{E1}^{cs}) = \frac{\bar{N}}{E_0F_s} + k(1-\Gamma_{E1}^{cs}) \bar{v}(s,t), \text{ tenglamaga } \frac{d\bar{Q}_n}{ds} = k\bar{N} + \bar{Q}_b \tau - \rho F_s \omega^2 \bar{v},$$

$$(\bar{Q}_n = 0, \bar{Q}_b = 0) \text{ tenglamani qo'yamiz, yani } N = -\frac{\rho F_s \omega^2 \bar{v}}{k},$$

$$\frac{du}{ds}(1-\Gamma_{E1}^{cs}) = \frac{-\frac{\rho F_s \omega^2 \bar{v}}{k}}{E_0F_s} + k(1-\Gamma_{E1}^{cs})v,$$

$$E_0F_s k(1-\Gamma_{E1}^{cs}) \frac{du}{ds} - E_0F_s k^2(1-\Gamma_{E1}^{cs})v + \rho F_s \omega^2 \bar{v} = 0$$

Topilgan tenglamalardan quyidagi tenglamalar sistemasini hosil qilamiz:

$$\begin{cases} E_{01}\Gamma_E A \frac{d^2u}{ds^2} - E_{01}\Gamma_E F_s k \frac{dv}{ds} + \rho F_s \omega^2 u = 0 \\ E_{01}\Gamma_E A k \frac{du}{ds} - E_{01}\Gamma_E F_s k^2 v + \rho F_s \omega^2 \bar{v} = 0 \end{cases} \quad (14)$$

Bu sistemaning ikkinchi tenglamasidan hosila olib, birinchi tenglamasidan $\frac{dv}{ds}$ ni topib, olib borib

qo'yib o'zgarma koeffitsiyentli bir jinsli differensial tenglamani hosil qilamiz

$$\frac{dv}{ds} = \frac{A}{F_s k} \frac{d^2u}{ds^2} + \frac{\rho \omega^2 u}{E_{01}\Gamma_E k}, \quad E_{01}\Gamma_E A k \frac{d^2u}{ds^2} - E_{01}\Gamma_E F_s k^2 \frac{dv}{ds} + \rho F_s \omega^2 \frac{dv}{ds} = 0$$

$$E_{01}\Gamma_E A k \frac{d^2u}{ds^2} - E_{01}\Gamma_E F_s k^2 \left(\frac{A}{F_s k} \frac{d^2u}{ds^2} + \frac{\rho \omega^2 u}{E_{01}\Gamma_E k} \right) + \rho F_s \omega^2 \left(\frac{A}{F_s k} \frac{d^2u}{ds^2} + \frac{\rho \omega^2 u}{E_{01}\Gamma_E k} \right) = 0$$

$$\left(E_{01}\Gamma_E A k - A E_{01}\Gamma_E k + \frac{A \rho \omega^2}{k} \right) \frac{d^2u}{ds^2} + \left(\frac{F_s \rho^2 \omega^4}{E_{01}\Gamma_E k} - F_s k \rho \omega^2 \right) u = 0$$

$$\frac{A \rho \omega^2}{k} \frac{d^2u}{ds^2} + \left(\frac{F_s \rho^2 \omega^4}{E_{01}\Gamma_E k} - F_s k \rho \omega^2 \right) u = 0$$

$$\frac{d^2u}{ds^2} + \left(\frac{F_s \rho \omega^2}{A E_{01}\Gamma_E} - \frac{F_s k^2}{A} \right) u = 0$$

$$u = e^{ks} \text{ belgilash kiritamiz}$$

$$k^2 e^{ks} + \left(\frac{F_s \rho \omega^2}{AE_{01} \Gamma_E} - \frac{F_s k^2}{A} \right) e^{ks} = 0$$

$$k^2 - \left(\frac{F_s k^2}{A} - \frac{F_s \rho \omega^2}{AE_{01} \Gamma_E} \right) = 0$$

$$k_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{F_s k^2}{A} - \frac{F_s \rho \omega^2}{AE_{01} \Gamma_E}} = \pm \sqrt{\frac{F_s E_{01} \Gamma_E k^2 - F_s \rho \omega^2}{AE_{01} \Gamma_E}} = \pm \sqrt{\frac{B_2 - B_3}{B_1}}$$

Bunda: $\Gamma_E = 1 - \Gamma_{cs}$; Bu tenglamani shakl almashtirishlar natijasida oddiy kompleks koeffitsiyentli differensial tenglamaga olib kelinadi. Va yechim quyidagicha bo'ladi:

$$u = C_1 e^{\sqrt{\frac{B_2 - B_3}{B_1}} s} + C_2 e^{-\sqrt{\frac{B_2 - B_3}{B_1}} s}; B_1 = AE_{01} \Gamma_E, B_2 = F_s E_{01} \Gamma_E k^2, B_3 = F_s \rho \omega^2,$$

$$E_{01} \Gamma_E A k \frac{du}{ds} - E_{01} \Gamma_E F_s k^2 v + \rho F_s \omega^2 v = 0 \text{ ifodaga topilgan qiymatni qo'yib keyingi}$$

noma'lumni topamiz,

$$v = \frac{E_{01} \Gamma_E A k \frac{du}{ds}}{E_{01} \Gamma_E F_s k^2 - \rho F_s \omega^2} = \frac{B_1 k \left(\sqrt{\frac{B_2 - B_3}{B_1}} C_1 e^{\sqrt{\frac{B_2 - B_3}{B_1}} s} - \sqrt{\frac{B_2 - B_3}{B_1}} C_2 e^{-\sqrt{\frac{B_2 - B_3}{B_1}} s} \right)}{B_2 - B_3}$$

Xulosa va takliflar (Conclusion/Recommendations)

Lagranjning ikkinchi tur tenglamalarini qo'llashdan oldin umumlashgan koordinatalarda potensial va kinetik energiyani hisoblash kerak bo'ladi:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} = Q_{Pj} + Q_{Rj}.$$

Bunda $j = 1 \dots n$ — erkinlik darajasi soni; t — vaqt; q_j — umumlashgan koordinata; T — kinetik energiya; Q_{Pj} — umumlashgan kuch; Q_{Rj} — umumlashgan qarshilik kuchlari.

D.A.Cherensov tomonidan olingan quyidagi xususiy hosilali differensial tenglama, Lagranjning II tur differensial tenglamalaridan foydalanib olingan:

$$m(\varphi) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \beta \frac{\partial w}{\partial t} - \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \left\{ H_R \left(\frac{\partial u}{\partial \varphi} - \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} \right) \right\} + \left\{ D_R \left(\frac{\partial u}{\partial \varphi} + w \right) \right\} = 0, \quad (15)$$

$$m(\varphi) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial \varphi} \left\{ H_R \left(\frac{\partial u}{\partial \varphi} - \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} \right) \right\} - \frac{\partial}{\partial \varphi} \left\{ D_R \left(\frac{\partial u}{\partial \varphi} + w \right) \right\} = 0.$$

$$H_R = \frac{EJ(\varphi)K_k(\varphi)}{(1 - \nu^2)R^4}, \quad D_R = \frac{ES(\varphi)}{(1 - \nu^2)R^4}, \quad m(\varphi) = \rho S(\varphi).$$

$S(\varphi)$ — ko'ndalang kesim yuzasi; $m(\varphi)$ — quvurning birlik uzunlik massasi; R — markaziy o'q egrilik radiusi; $K_k(\varphi)$ — Karman koeffitsiyenti.

Yupqa devorli egri quvurlarning erkin va majburiy tebranishlarining asosiy tenglamalari mumkin bo'lgan ko'chish prinsipi yordamida olinadi. Ichki kuchlarni bajargan ishi quyidagicha:

$$\delta A_n = - \int_S \int_L E_0 \varepsilon_z \delta(\varepsilon + k_x y_1 + k_y x_1 - \beta' \bar{\omega}) dS dx = - \int_L (T \delta \varepsilon + M_1 \delta x_1 + M_2 \delta x_2) dx. \quad (16)$$

Bunda: S – normal kesim yuzasi, L – o‘q chiziq uzunligi, $\beta' \bar{\omega}$ – sterjen ko‘ndalang kesimidagi buralishni hisobga oluvchi parametrlar

$$\varepsilon_z = \frac{\partial u_z}{\partial z}, x_1 = \frac{\partial \theta}{\partial x}, x_2 = \frac{\partial \psi}{\partial x} - K\psi,$$

$$\varepsilon = w' + (v \sin \psi - u \cos \psi) / R, \quad T = \int_S \sigma_{xx} dS, \quad M_1 = \int_S \sigma_{xx} y dS, \quad M_2 = \int_S z \sigma_{xx} dS. \quad (17)$$

Xulosa. Yuqorida keltirilgan nazariya bo‘yicha, qovushoq-elastik egri chiziqli sterjenning xos tebranishlariga misol ko‘ramiz. Olingan sonli natijalarni mavjud natijalar bilan solishtirib, yuqorida keltirilgan tenglamalarni yechish uchun, o‘zgaruvchilarni ajratish, Myuller, Gauss, Laplas va Godunovning ortogonal progonka usullari qo‘llanildi.

ADABIYOTLAR:

1. Светлицкий В. А. Упругие элементы машин В. А. Светлицкий, О.С. Нарайкин - Москва: Машиностроение, 1989. - 264 с.
2. Светлицкий В. А. Сборник задач по теории колебаний: учеб. пособие для вузов В. А. Светлицкий, И. В. Стасенко. – Москва: Высшая школа, 1973. - 454 с.
3. Safarov I.I., Boltaev Z.I., Axmedov M.Sh. Natural Oscillations of Cylindrical Bodies with External Friction on the Boundary. *Applied Mathematics*, 2015, 6, 629-645.
4. Safarov I.I., Teshaev M.Kh., Boltaev Z.I., Axmedov M.Sh. Spread of Natural Waves in Cylindrical Panel. *Impact Factor 3.582 Case Studies Journal ISSN (2305-509X) – Volume 4, Issue 3 - March-2015. P.34-39.*
5. Safarov I.I., Boltaev Z.I., Axmedov M.Sh. Impact of longitudinal and transverse waves by cylindrical layers were liquid. // *Journal of Multidisciplinary Engineering Science and Technology (JMEST)* ISSN: 3159-0040 Vol. 1 Issue 4, November – 2014. P. 273-281.
6. Safarov I.I., Teshaev M.Kh., Boltaev Z.I. Wave propagation in visco elastic wedge with an arbitrary angle peaks. // *International Journal of Research in Engineering and Science (IJRES)*. Volume 2 Issue 11 November. 2014. P.32-37.
7. Саипназаров Ж.М. Распространение волн в двухслойной упругой среде.// *Вухоро davlat universiteti ilmiy axboroti*. –2024–№9. 82-91 b.

ВЛИЯНИЕ КИСЛОРОДА НА ЭЛЕКТРОННЫЕ И МАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА ФЕРРОМАГНИТНОГО КОБАЛЬТА

*Кувандиков Облокул Кувандикович,
профессор Самаркандского государственного
университета имени Шарофа Рашидова*

*Шодиёв Зокир Миртозаевич,
доцент Самаркандского государственного
университета имени Шарофа Рашидова*

*Ахтамов Жушкин Шодмонович,
докторант Самаркандского государственного
университета имени Шарофа Рашидова
texnologiya11@gmail.com*

Аннотация. В данной научно-исследовательской работе изучена электронная структура чистого кобальта, являющегося типичным представителем металлов железной группы (МЖГ), а также его оксида – оксида кобальта (II) (CoO), образующегося в результате взаимодействия с атомами кислорода. Изменение электронной структуры и магнитных свойств вследствие образования соединения кобальта с кислородом было теоретически проанализировано методом *Density Functional Theory with Hubbard U correction (DFT+U)*. В расчётах использовался параметр Хаббарда для кобальта $U = 4.5$ эВ. В рамках данного исследования вычисления были выполнены с использованием программного пакета *Quantum ESPRESSO*, в ходе которых были определены плотность состояний (*Density of States, DOS*), зонная структура (*Band Structure, BAND*) и магнитные моменты для чистого Co и CoO.

Ключевые слова: DFT+U, Quantum ESPRESSO, ферромагнетик, магнитный момент, кобальт, ELF-карта.

FERROMAGNET KOBALTING ELEKTRON VA MAGNIT XOSSALARIGA KISLORODNING TA'SIRI

Annotatsiya. Olib borilgan ushbu ilmiy-tadqiqot ishida temir guruhi metallari (TGM) ning tipik vakili bo'lgan toza kobaltning va uning kislorod bilan hosil qilgan kobalt (II) oksidining (CoO) elektron strukturasi o'rganildi. Kislorod atomlarining kobalt atomlari bilan birikma hosil qilishi natijasida uning elektron strukturasi va magnit xossasining o'zgarishi nazariy jihatdan *Density Functional Theory with Hubbard U correction (DFT+U)* metod orqali tahlil qilindi. Nazariy hisoblash jarayonida kobalt uchun Hubbard parametri uchun $U = 4.5$ eV qiymatidan foydalanildi. Ushbu ilmiy-tadqiqot ishida hisoblash ishlari Quantum ESPRESSO dasturida amalga oshirilib toza Co va CoO larning elektron holat zichligi (*Density of States, DOS*), zona strukturasi (*Band Structure, BAND*) va magnit momentlari aniqlandi.

Kalit so'zlar: DFT+U, Quantum ESPRESSO, ferromagnet, magnit moment, kobalt, ELF xarita.

THE INFLUENCE OF OXYGEN ON THE ELECTRONIC AND MAGNETIC PROPERTIES OF FERROMAGNETIC COBALT

Abstract. This study investigates the electronic structure of pure cobalt, a representative transition metal of the iron group (MIG), and its oxide, cobalt(II) oxide (CoO), formed through interaction with oxygen atoms. The modifications in the electronic structure and magnetic properties resulting from cobalt-oxygen compound formation were theoretically analyzed using the *Density Functional Theory with Hubbard U correction (DFT+U)* method. In the computational framework, the Hubbard U parameter for cobalt was set to $U = 4.5$ eV. First-principles calculations were performed using the Quantum ESPRESSO package to determine the density of states (DOS), band structure (BAND), and magnetic moments of pristine Co and CoO.

Keywords: DFT+U, Quantum ESPRESSO, ferromagnetic, magnetic moment, cobalt, ELF map.

Введение. В последние годы методы теории функционала плотности (*Density Functional Theory, DFT*) и DFT+U стали важными инструментами в области физики твёрдого тела, а также для

изучения электронных и магнитных свойств 3d-металлов. Расчётные значения DFT примечательны своей высокой точностью и соответствием экспериментальным результатам.

Соединения кобальта (Co) и оксида кобальта (CoO), относящиеся к группе 3d-металлов, играют важную роль в технологических и научных исследованиях благодаря своим уникальным химическим и магнитным свойствам. Кобальт, обладая высоким магнитным моментом, широко используется в производстве магнитных материалов, таких как жёсткие диски и магнитопроводники. Он также играет ключевую роль, как катодный материал в литий-ионных батареях. В нефтехимической промышленности кобальт используется в качестве катализатора, особенно в реакциях гидрогенизации [1].

Оксид кобальта (CoO) нашёл применение в исследованиях спинтроники и магнитных наноматериалов [2]. Кроме того, CoO является эффективным катализатором в окислительно-восстановительных реакциях, например, в каталитических нейтрализаторах, применяемых для очистки окружающей среды.

Анализ влияния кислорода (O_2) на электронные и магнитные свойства ферромагнитного кобальта (Co) с использованием DFT представляет собой важную исследовательскую область материаловедения. Взаимодействия между кобальтом и кислородом приводят к сложным механизмам переноса заряда, которые оказывают влияние на электрическую проводимость и магнитное обменное взаимодействие соединения. Теоретическое изучение этих процессов с использованием методов DFT и DFT+U предоставляет ценные данные и позволяет лучше понять, как кислород влияет на электронную зонную структуру (BAND) и плотность состояний (DOS) кобальтовых оксидов.

Примечательно, что методы DFT, особенно, модификации типа DFT+U, стали важными инструментами для преодоления ограничений стандартных DFT методов при изучении свойств оксидов 3d-металлов. Эти методы учитывают сильную корреляцию между электронами, что позволяет более точно моделировать магнитные и электронные свойства соединений кобальта. Таким образом, анализ взаимодействия кобальта с кислородом на основе DFT+U является актуальной темой, имеющей большое значение для разработки передовых материалов.

Описание объекта и методов исследования. В данном исследовании анализируются изменения в электронной и магнитной структурах ферромагнитного кобальта (Co), возникающие в результате его взаимодействия с кислородом (O), с использованием метода DFT+U (теория функционала плотности с поправкой Хаббарда U).

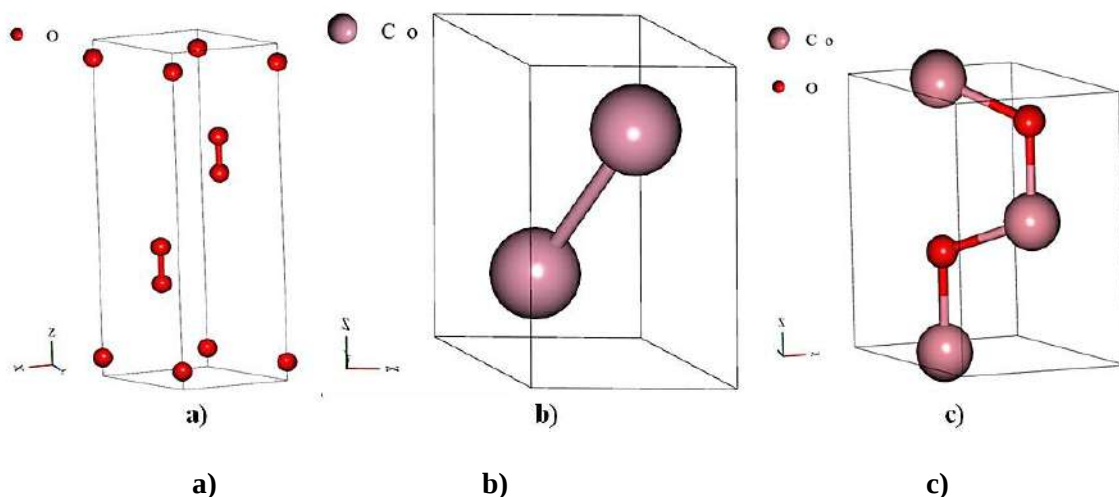


Рисунок 1. Кристаллические структуры образцов O (a), Co (b) и CoO (c).

Для выполнения расчётов на основе указанного метода был выбран программный пакет Quantum ESPRESSO, который является широко используемым открытым программным обеспечением для DFT+U расчётов [3,4,5]. DFT+U расчёты для кобальта (Co) и оксида кобальта (CoO) проводились в ферромагнитной (FM) фазе. Для кобальта был выбран соответствующий параметр Хаббарда $U=4.5$ эВ [6]. Ионы кислорода в основном взаимодействуют через p-орбитали. Для кислорода значение U не задавалось, так как корреляция не оказывает на него существенного влияния.

Кристаллические решёточные данные для образцов Co (mp-54), O (mp-610917), CoO (mp-19128) были получены из открытой базы данных Materials Project (MP). Materials Project (MP)

является надёжной и авторитетной базой данных, широко используемой в области материаловедения и вычислительного анализа. Она была разработана в Национальной лаборатории Лоуренса Беркли и широко используется в научных и промышленных исследованиях по всему миру [7]. В качестве параметров расчёта для K-point mesh были выбраны следующие значения: для Co и CoO — $21 \times 21 \times 21$.

Результаты и их обсуждение. Карта функции локализации электронов (Electron Localization Function, ELF) показывает степень локализации электронов в пространстве, предоставляя важную информацию о природе связей между атомами в кристаллах. На рисунке 2 (a, b, c) представлена ELF карта для оксида кобальта CoO, построенная на основе расчётов DFT+U в программе Quantum ESPRESSO. На рисунках (a) и (b) красные и жёлтые области вокруг атомов Co и O указывают на очень высокую локализацию электронов ($ELF \approx 1$). Эти области свидетельствуют о том, что валентные d-электроны атома Co обладают высокой локализацией. Высокая электроотрицательность атомов кислорода (O) приводит к более сильной локализации валентных электронов по сравнению с кобальтом. Зелёная и синяя зона между Co и O демонстрирует более низкое значение ELF, что указывает на наличие сильной ионной связи. В соединении CoO кобальт присутствует в виде иона Co^{2+} со степенью окисления +2, а кислород — в виде O^{2-} . На рисунке (5a) показана локализация электронов в пространстве и структура химических связей. Связи в CoO характеризуются как сильно ионные, но с частичным ковалентным характером.

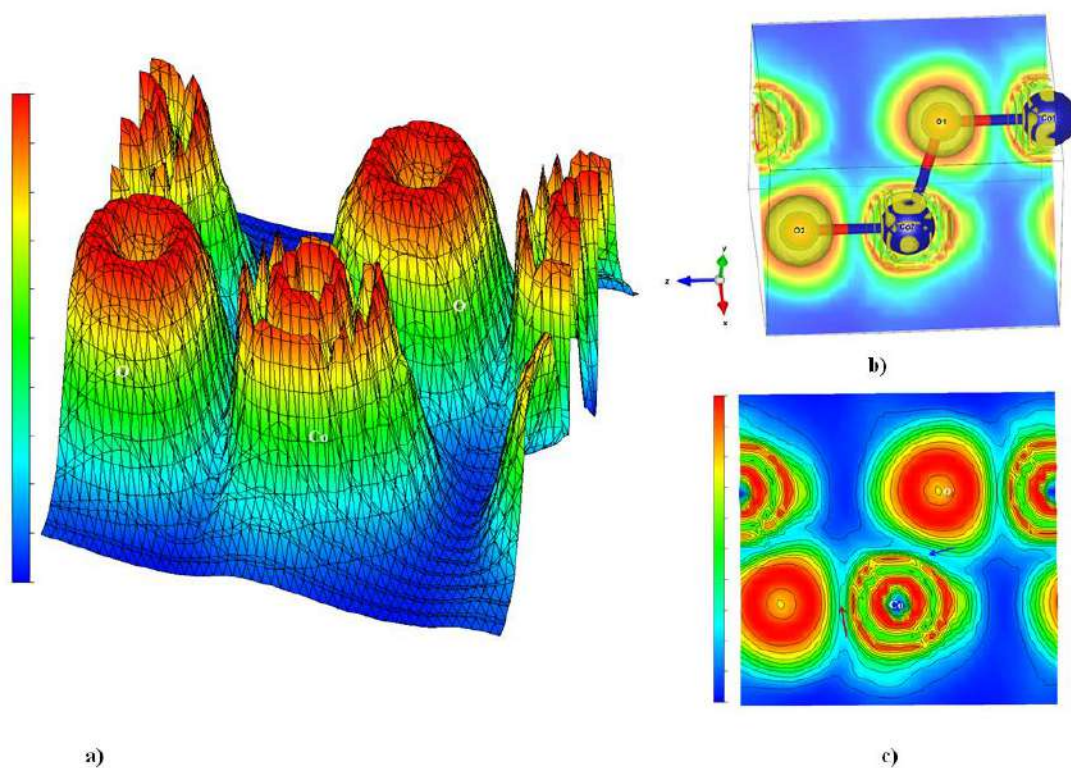


Рисунок 2. График ELF карты для 3d (a, b) и 2d (c) оксида кобальта CoO.

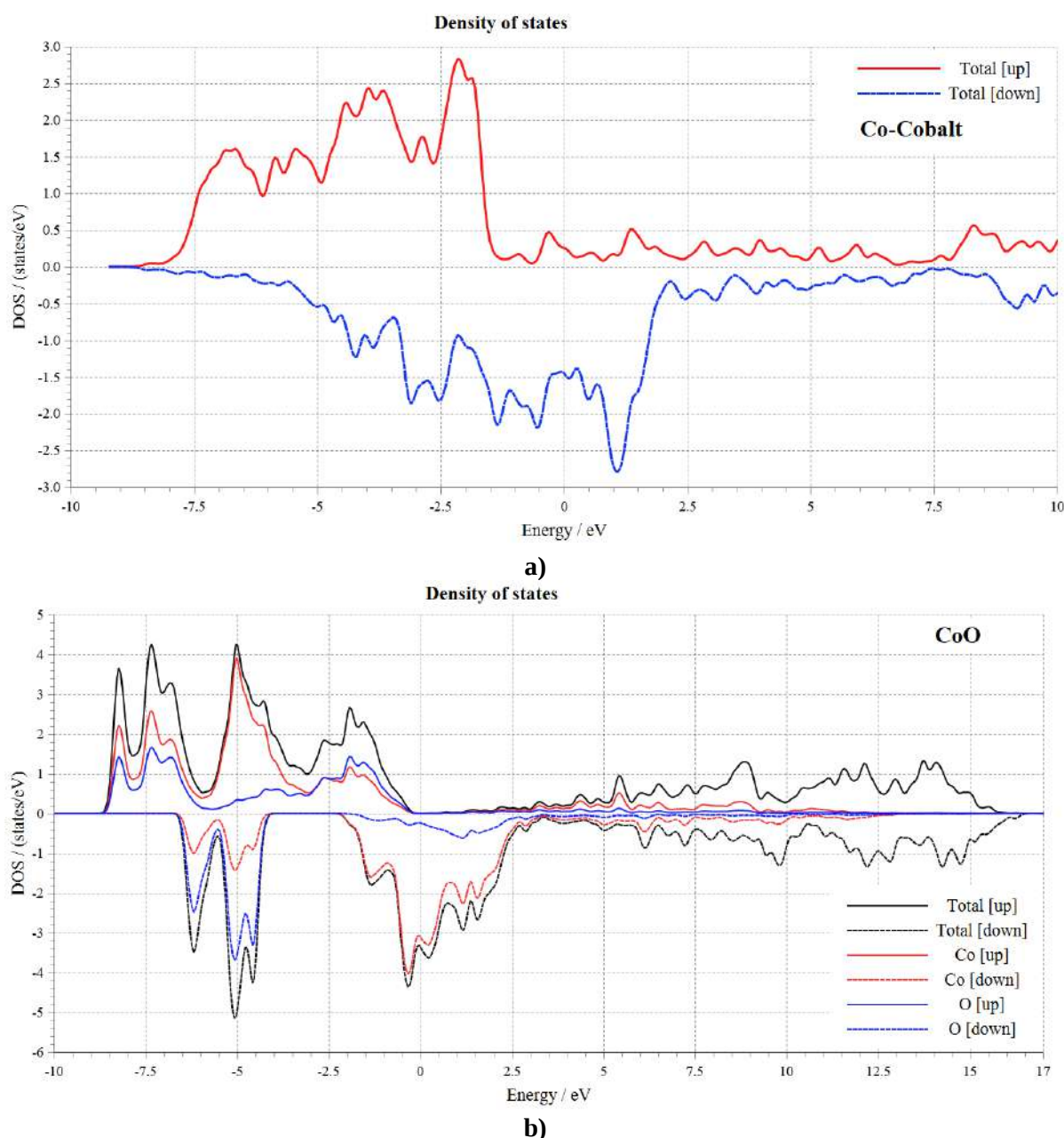


Рисунок 3. График плотности состояний (DOS) для Co (a) и CoO (b).

На рисунке 3(a) представлена плотность состояний (DOS) для Co, где spin-up и spin-down значительно отличаются друг от друга. Асимметричная форма плотности состояний указывает на ферромагнитные свойства кобальта. Это свойство также было отмечено в предыдущих теоретических исследованиях [8,9]. В результате соединения кобальта с кислородом и образования оксида кобальта (CoO) в FM-фазе электронные и магнитные свойства кобальта значительно изменились (Рисунок 3(b)). Если плотность состояний электронов на уровне E_F ($E=0$) для чистого кобальта составляет -1,45 states/eV, то после соединения с кислородом она увеличилась до -3,10 states/eV.

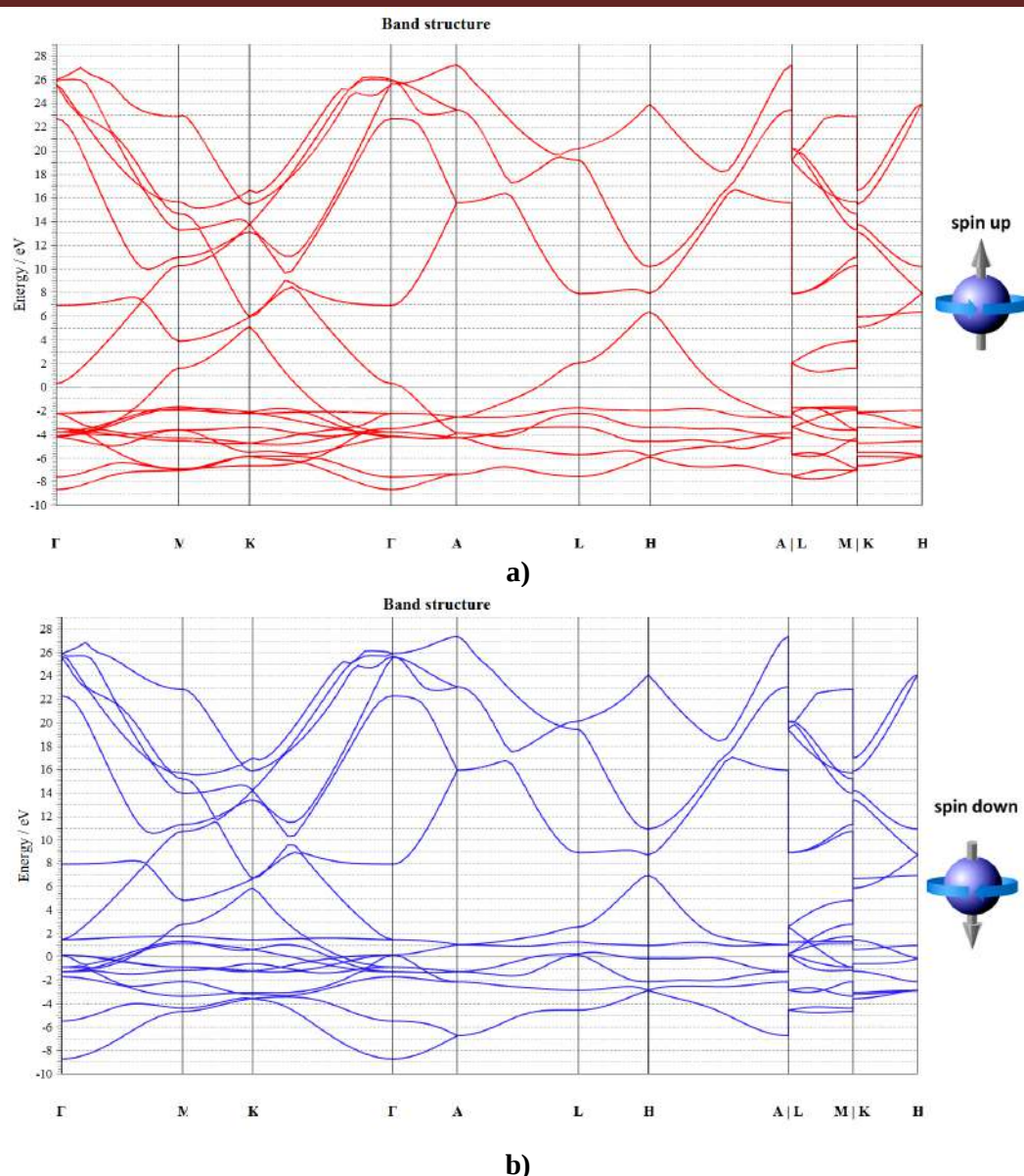


Рисунок 4. Зонная структура Co для spin-up a) и spin-dn b).

Зонная структура кобальта в состоянии spin-up (красная диаграмма) на рисунке 4(a) в диапазоне от -2 до 28 эВ не содержит запрещённые зоны, что свидетельствует о том, что Co является электрическим проводником. В переносе электрического тока участвуют $4s^2$ оболочечные электроны и частично $3d^7$ электроны кобальта. В состоянии spin-dn (синяя диаграмма) на рисунке 4(b) расположение и плотность энергетических полос вблизи нулевой энергии (уровень Ферми) показывают значительное превосходство значений spin-dn по сравнению со значениями spin-up. Несоответствие полос spin-up и spin-dn вблизи уровня Ферми ($E_F=0$) указывает на спин-асимметрию и демонстрирует ферромагнитные свойства чистого кобальта.

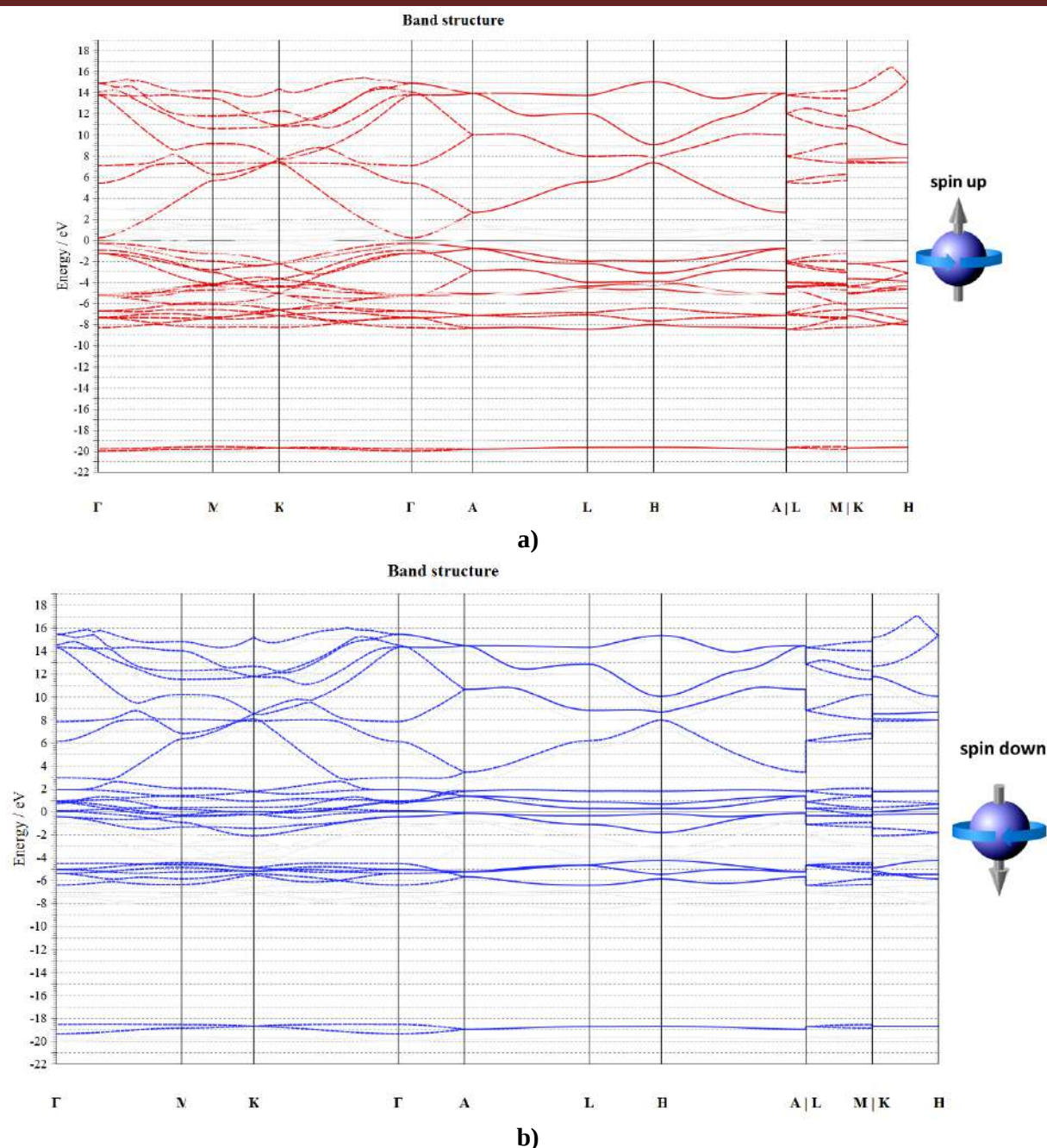


Рисунок 5. Зонная структура CoO для spin-up (a) и spin-down (b).

На рисунке 5(a) представлена зонная структура оксида кобальта (CoO) для spin-up, где в области энергии Ферми ($E=0$) наблюдается запрещённая зона с шириной $E_g=0,5$ эВ между зоной проводимости и валентной зоной. На рисунке 5(b) для spin-dn запрещённая зона не наблюдается. Spin-dn демонстрирует свойства проводимости. Эти результаты указывают на то, что соединение кислорода с кобальтом приводит к снижению его электропроводности.

Кроме того, графики для spin-up и spin-dn проявляют асимметрию, что отражает положительные изменения магнитного момента в атомах кобальта.

Из таблицы 1 видно, что кислород оказывает положительное влияние на магнитный момент кобальта в FM-фазе. В атоме кобальта наблюдается магнитный момент $\sim 1,47 \mu_B$ на атом. В оксиде кобальта (CoO) магнитный момент иона Co^{2+} увеличивается до $\sim 2,22 \mu_B$ из-за валентного состояния и координационной среды. Изменение валентности: при переходе кобальта в состояние Co^{2+} он приобретает $3d^6$ -конфигурацию, при которой магнитные моменты увеличивается за счет неспаренных электронов на 3d- орбиталях. Сильная электроотрицательность кислорода приводит к мощной гибридизации d-орбиталей кобальта с p-орбиталями кислорода, что, в свою очередь, способствует увеличению магнитного момента в соединении.

Samples	U/eV	E _F /eV	Atomic mag. moment/ μ_B		Total magnetization/ Bohr mag/cell	Absolute magnetization /Bohr mag/cell	Total energy/ Ry
O	-	-0.83	-		-	-	-248.95374983
Co	4.5	14.3	1.47	1.88 [10]	3.30	3.70	-148.45659820
CoO	4.5	8.83	2.22	2.72 [10]	6.00	6.04	-212.10103147

Заклучение. Теоретический анализ DFT, проведённый с использованием программы Quantum ESPRESSO, показывает значительное влияние кислорода на электронные и магнитные свойства ферромагнитного кобальта. Кислород, связывая два валентных электрона кобальта, приводит к ослаблению его электропроводности. Было обнаружено увеличение атомного магнитного момента кобальта с 1,47 μ_B до 2,22 μ_B . Увеличение атомного магнитного момента кобальта также было зафиксировано в работе Канди и Ролдана [10].

Важно отметить, что для оксида кобальта в ферромагнитной фазе (FM) теоретическое намагничивание составляет 6,00 μ_B , тогда как в антиферромагнитной фазе (AFM) спонтанная намагниченность равно 0,00 μ_B . Несмотря на то, что кислородные атомы несколько увеличивают атомный магнитный момент кобальта, результирующее намагничивание системы остается равным 0,00 μ_B магнетону Бора. Изучение роли кислорода в ферромагнитном кобальте открывает перспективы для прогресса в энергетических технологиях, особенно в создании эффективных магнитных материалов. Это подчёркивает важность данной работы в контексте возобновляемых ресурсов и устойчивых технологий.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Gupta, S., Fernandes, R., Patel, R., Spreitzer, M., & Patel, N. (2023). A review of cobalt-based catalysts for sustainable energy and environmental applications. *Applied Catalysis a General*, 661, 119254. <https://doi.org/10.1016/j.apcata.2023.119254>
2. Moro, F., Tang, S. V. Y., Tuna, F., & Lester, E. (2013). Magnetic properties of cobalt oxide nanoparticles synthesised by a continuous hydrothermal method. // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 348, 1–7. <https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2013.07.064>
3. Giannozzi, P., Andreussi, O., Brumme, T., Bunau, O., Nardelli, M. B., Calandra, M., Car, R., Cavazzoni, C., Ceresoli, D., Cococcioni, M., Colonna, N., Carnimeo, I., Corso, A. D., De Gironcoli, S., Delugas, P., DiStasio, R. A., Ferretti, A., Floris, A., Fratesi, G., Baroni, S. (2017). Advanced capabilities for materials modelling with Quantum ESPRESSO. // *Journal of Physics Condensed Matter*, 29(46), 465901. <https://doi.org/10.1088/1361-648x/aa8f79>
4. Giannozzi P., Baroni S., Bonini N., Calandra M., Car R., Cavazzoni C., Ceresoli D., Chiarotti G.L., Cococcioni M., Dabo I., (2009), QUANTUM ESPRESSO: a modular and open-source software project for quantum simulations of materials, // *Journal of Physics: Condensed Matter*, 21, 395502, <http://doi.org/10.1088/0953-8984/21/39/395502>
5. Giannozzi P., Baseggio O., Bonfà P. et al., (2020), Quantum ESPRESSO toward the exascale, // *Journal of Physics: Condensed Matter*, 152, 154105, <https://doi.org/10.1063/5.0005082>
6. Dutta, P., & Pandey, S. K. (2019). Studying the electronic structure of FeSi & CoSi by using DFT+DMFT. *AIP Conference Proceedings*, 2115, 030347. <https://doi.org/10.1063/1.5113186>
7. A. Jain, S. P. Ong, G. Hautier, W. Chen, W. D. Richards, S. Dacek, Sh. Cholia, D. Gunter, D. Skinner, G. Ceder, A.P. Kristin A., *APL Mater*, 1, 011002 (2013) <https://doi.org/10.1063/1.4812323>
8. De La Peña O'Shea, V. A., De P R Moreira, I., Roldán, A., & Illas, F. (2010). Electronic and magnetic structure of bulk cobalt: The α , β , and ε -phases from density functional theory calculations. // *The Journal of Chemical Physics*, 133(2). <https://doi.org/10.1063/1.3458691>
9. Matar, S. F., Houari, A., & Belkhir, M. A. (2007). Ab initiostudies of magnetic properties of cobalt and tetracobalt nitride Co₄N. // *Physical Review B*, 75(24). <https://doi.org/10.1103/physrevb.75.245109>
10. Cadi-Essadek A, Roldan A, Santos-Carballal A, et al. (2018). DFT+U Study of the electronic, magnetic and mechanical properties of Co, CoO, and Co₃O₄. Cardiff University. <https://doi.org/10.17035/d.2018.0061874165>

O'TA O'TKAZGICH MODDALARNING YARATILISHI VA ULARNING ZAMONAVIY FAN-TEXNIKA SOHALARIDA TUTGAN O'RNI

Turayev Akmal Atayevich,

Buxoro davlat universiteti

Fizika kafedrası professori, f.-m.f.f.d. (PhD)

a.a.turaev@buxdu.uz

Kamolova Oliyabonu Anvar qizi,

Buxoro davlat universiteti magistranti

Annotatsiya. Mazkur maqolada o'ta o'tkazgich moddalarining yaratilishi, ularning fizik xususiyatlari, tarixiy kashfiyotlari hamda zamonaviy fan-texnika sohasidagi ahamiyati haqida ilmiy asoslangan ma'lumotlar bayon etiladi. Shuningdek maqolada o'ta o'tkazuvchanlik hodisasi, materiallar sinfi va ularni qo'llanilish sohasi muhokama qilinadi.

Kalit so'zlar: YBCO, BSCCO, TBCCO, kritik harorat, o'ta o'tkazuvchanlik, Kuper juftligi, BCS nazariyasi, magnit-rezonans tomografiyasi (MRT).

СОЗДАНИЕ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ МАТЕРИАЛОВ И ИХ РОЛЬ В СОВРЕМЕННЫХ ОБЛАСТЯХ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИИ

Аннотация. В данной статье изложена научно обоснованная информация о создании сверхпроводящих материалов, их физических свойствах, исторических открытиях, а также об их значении в современной науке и технике. Кроме того, в статье обсуждаются явление сверхпроводимости, классификация материалов и области их применения.

Ключевые слова: YBCO, BSCCO, TBCCO, критическая температура, сверхпроводимость, куперовская пара, теория БКШ, магнитно-резонансная томография (МРТ).

THE CREATION OF SUPERCONDUCTIVE MATERIALS AND THEIR PLACE IN MODERN FIELDS OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

Abstract. This article presents scientifically grounded information about the creation of superconducting materials, their physical properties, historical discoveries, and their significance in modern science and technology. Additionally, the phenomenon of superconductivity, the classification of materials, and their areas of application are discussed in the article.

Key words: YBCO, BSCCO, TBCCO, critical temperature, superconductivity, Cooper pair, BCS theory, magnetic resonance imaging (MRI).

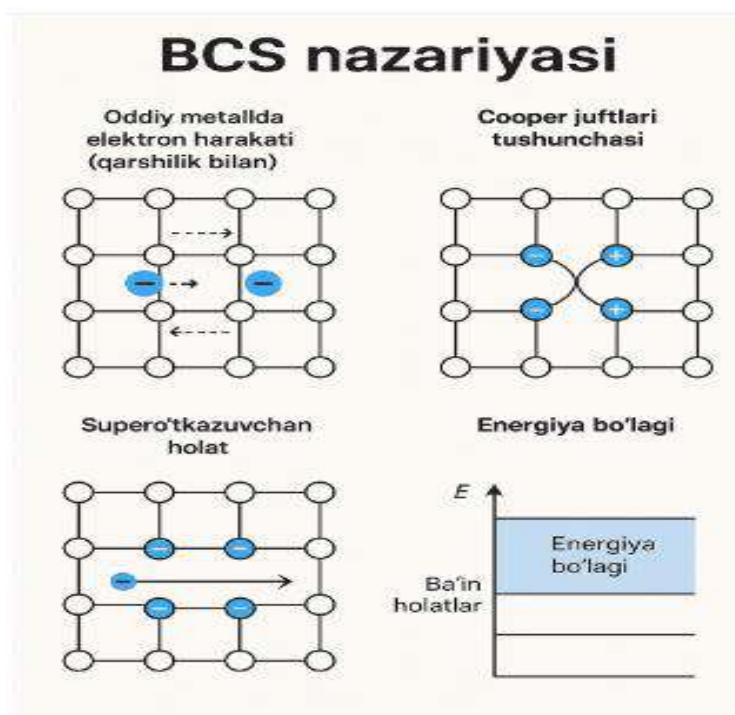
Kirish. XX asrda ilm-fan va texnika sohasida yuz bergan eng katta kashfiyotlardan biri-bu o'ta o'tkazgichlik hodisasi bo'ldi. Bu hodisa moddalar muayyan sharoitlarda o'zining elektr qarshiligini butunlay yo'qotib, elektr tokini hech qanday energiya yo'qotmasdan o'tkaza olish xususiyatiga ega bo'lishini anglatadi. Oddiy sharoitda barcha materiallar elektr energiyasini o'tkazishda ma'lum darajada issiqlik ko'rinishida yo'qotadi. Biroq o'ta o'tkazgich holatidagi moddalarda bunday energiya isrofi mutlaqo kuzatilmaydi - bu esa energetika, elektronika, kvant hisoblash, tibbiyot kabi ko'plab sohalarda inqilobiy texnologiyalar uchun asos yaratadi.

O'ta o'tkazuvchanlik-bu ayrim materiallarda ma'lum kritik haroratdan past haroratlarda elektr qarshiligining butunlay yo'qolishi bilan ifodalanadigan kvant fizikasi hodisasidir. Ushbu xususiyat 1911-yilda Gollandiyalik olim Xayke Kamerling Onnes tomonidan simobning elektr qarshiligi nolga tenglashishi orqali kashf etilgan. Onnesning fikricha juda sof moddalarining qarshiligi ularning kristall panjaralardagi atomlarning tebranishi orqali aniqlanishi kerak edi. Keyingi olib borilgan ilmiy izlanishlar natijalari bu fikrning haqiqatga yaqin ekanligini tasdiqladi. Onnes o'z ilmiy mulohazalarini tasdiqlash maqsadida, o'sha vaqtning toza metalli hisoblangan simobdan ilmiy tadqiqot ob'ekti sifatida foydalandi. Simob moddasi elektr qarshiligining haroratga bog'lanishi o'rganilayotganda, uning qarshiligi harorat 4,2 K ga yaqinlashgach to'satdan keskin kamayishi kuzatildi. Qarshilik shunchalik kichik qiymatgacha kamaydiki, uni o'lchash mumkin bo'lmay qoldi. Bu kashfiyot keyinchalik materialshunoslik va elektronika sohalarida inqilobiy o'zgarishlarga sabab bo'ldi.

Dastlabki o'ta o'tkazgichlar juda past haroratlarda ishlagani sababli ularning amaliyotda qo'llanilishi cheklangan edi. Ammo 1986-yildan boshlab, yuqori haroratda (77 K va undan yuqori) o'ta o'tkazgich xususiyatini namoyon qiluvchi yangi sinfdagi materiallar - seramika asosli yuqori haroratli o'ta o'tkazgichlar (YHO'lar) kashf qilindi. Bu voqea o'ta o'tkazgichlikka oid tadqiqotlar va texnologik ishlanmalarni yangi bosqichga olib chiqdi.

Tadqiqot natijalari. Bugungi kunga kelib, o'ta o'tkazgichlar yordamida magnit levitatsion poezdlar (MAGLEV), kuchli magnit maydonli tibbiy qurilmalar (MRI), energiya uzatish liniyalari, kvant kompyuterlar, tez ishlaydigan tranzistorlar kabi ilg'or texnologiyalar yaratildi. Shu bilan birga, xonada ishlay oladigan o'ta o'tkazgichlarni yaratish borasida jadal ilmiy izlanishlar olib borilmoqda. Chunki bunday materiallar energetika inqilobini amalga oshirish imkonini beradi - energiya yo'qotishlarisiz butun shahar yoki mamlakatlarni elektr bilan ta'minlash mumkin bo'ladi. Mazkur maqolada o'ta o'tkazgich moddalarning fizikasiga, ularning yaratilish jarayonlariga, tasnifiga, fizik xossalariga va zamonaviy hayotda tutgan o'rniga chuqur yondashiladi. Shuningdek, hozirgi kunda olib borilayotgan so'nggi ilmiy tadqiqotlar va kelajakdagi istiqbollar ham ko'rib chiqiladi. Bu mavzu nafaqat nazariy fizika va materialshunoslik sohasida, balki texnologiyaning barcha zamonaviy tarmoqlarida ham dolzarb ahamiyatga ega.

O'ta o'tkazgichlik hodisasi oddiy issiqlik va elektr hodisalari bilan izohlab bo'lmaydigan kvant fizikasi asosida tushuntiriladi. Moddalarning o'ta o'tkazgichlik holatiga o'tishi kritik harorat (T_c) deb ataluvchi muayyan past haroratda yuz beradi. Ushbu harorattan pastda, modda ichidagi elektronlar o'zaro bog'lanib, maxsus tartibli holatga o'tadi. Bu holat moddaning elektr qarshiligini butunlay yo'qolishiga olib keladi.



1-rasm. BCS nazariyasi. Oddiy metall va o'ta o'tkazuvchan moddalarda elektronlar harakati

1957-yilda uch nafar amerikalik fiziklar Jon Bardeen, Leon N. Kuper va Jon R. Shriver tomonidan taklif qilingan BCS nazariyasi (ularning familiyalarining bosh harflaridan olingan) o'ta o'tkazgichlikni tushuntirib beruvchi birinchi muvaffaqiyatli kvant nazariyasi bo'ldi. Ushbu nazariyaga ko'ra, o'ta o'tkazgich holatiga o'tishda quyidagi jarayonlar yuz beradi:

- Elektronlar odatda bir-birini itaradi (ular bir xil zaryadga ega). Biroq, past haroratda kristall panjara tebranishlari (fononlar) orqali ular orasida tortishish kuchi yuzaga keladi.
- Bu tortishish elektronlarni juftlashishiga olib keladi. Ushbu elektron jufti Kuper juftligi deb ataladi.
- Kuper juftlari alohida elektronlardan farqli o'laroq, panjaradagi to'siqlar bilan o'zaro to'qnashmaydi va bir xil kvant holatda harakat qiladi.
- Ularning harakati qarshiliksiz bo'lib, butun material bo'ylab energiya yo'qotmasdan tok oqadi.

Bu hodisa faqat kritik haroratdan pastda sodir bo‘ladi. Harorat ko‘tarilishi bilan juftlashgan elektronlar parchalanadi va oddiy metall holatga qaytadi. Elektr toki - bu erkin elektronlarning harakati natijasida hosil bo‘lib, metall ichida ular panjara orqali harakatlanadi, lekin panjaraning tebranishlari va boshqa zarralar bilan to‘qnashadi, bu esa qarshilik keltirib chiqaradi. Oddiy metall ichida elektronlar panjara bilan to‘qnashadi va energiya yo‘qotadi (1-rasm).

BCS nazariyasiga ko‘ra, juda past haroratlarda elektronlar bir-biri bilan indirekt (bilvosita) tarzda juftlik hosil qiladi. Bu juftliklar “Kuper juftlari” deb ataladi. Oddiy sharoitda elektronlar bir-birini itaradi (ikkalasi ham manfiy zaryadli). Ammo past haroratda panjara orqali ular o‘zaro tortilish hosil qilishi mumkin. Cooper juftlari¹: elektronlar panjara tebranishlari (fononlar) orqali bir-biriga bog‘lanadi.

Kuper juftlari zichligi n_{pair} elektronlarning bir-biriga bog‘lanish darajasini ifodalaydi va quyidagicha ifodalanadi:

$$n_{pair} = \frac{m^*}{h^2} \cdot \left(\frac{\Delta}{k_B T_c} \right)^2 \quad (1)$$

m^* – elektronlarning samarali massasi,

h^2 – Planck doimiysi,

Δ – o‘ta o‘tkazgichlikdagi energiya bo‘shlig‘i,

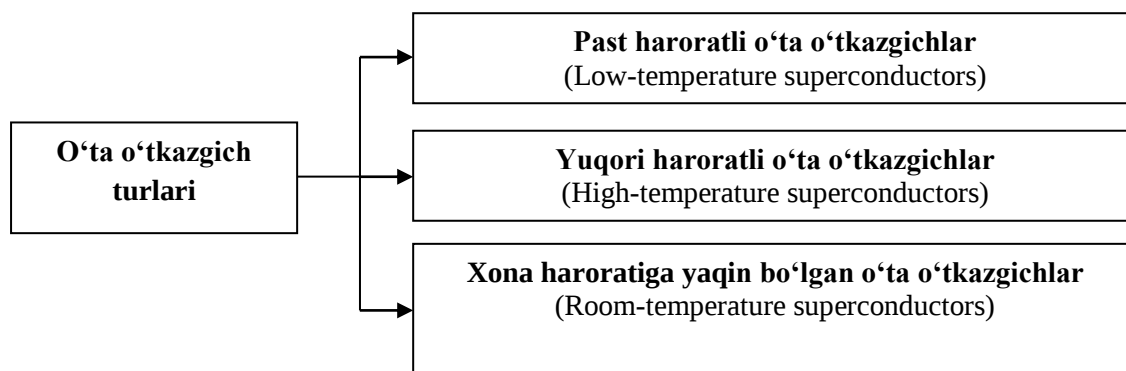
k_B – Boltzmann doimiysi,

T_c – kritik harorat.

Kuper juftliklar zichligi n_{pair} va ularning kvant holati orqali tok zichligi J quyidagicha ifodalanadi²:

$$J = n_{pair} \cdot e \cdot \theta \quad (2)$$

Bu yerda e - electron zaryadi, θ - harakat tezligi[1].



2-rasm. O‘ta o‘tkazgich turlari

O‘ta o‘tkazuvchanlik hodisasi kvant mexanika qonunlariga asoslanadi. Oddiy sharoitda elektr toki orqali o‘tganda elektronlar kristall panjaradagi zarralar bilan to‘qnashib, energiya yo‘qotadi. Ammo o‘ta o‘tkazuvchi holatga o‘tilganda, elektronlar juftlashib (Kuper juftlari hosil bo‘ladi) panjara bilan to‘qnashmaydi va hech qanday qarshilikka uchramaydi. Bu holat faqat kritik harorat deb ataladigan ma‘lum bir past haroratda yuz beradi.

O‘ta o‘tkazgichlik faqat qarshilikning yo‘qolishi bilan cheklanmaydi. 1933-yilda nemis fiziklari V. Meissner va R. Oksenfeld tomonidan kashf etilgan Meissner effektiga ko‘ra, o‘ta o‘tkazgich modda ichidagi barcha magnit maydonlarni chiqarib yuboradi. Bu esa moddaning ideal diamagnit xususiyatga ega bo‘lishiga olib keladi. Bu holat ham Kuper juftlari tomonidan kvant mexanik tarzda tushuntiriladi: ular magnit maydonni kompensatsiya qiluvchi qarshi oqimlar hosil qiladi va modda ichida magnit induksiya nolga teng bo‘ladi[2]. O‘ta o‘tkazgich moddalar 3 turga bo‘lib o‘rganiladi (2-rasm).

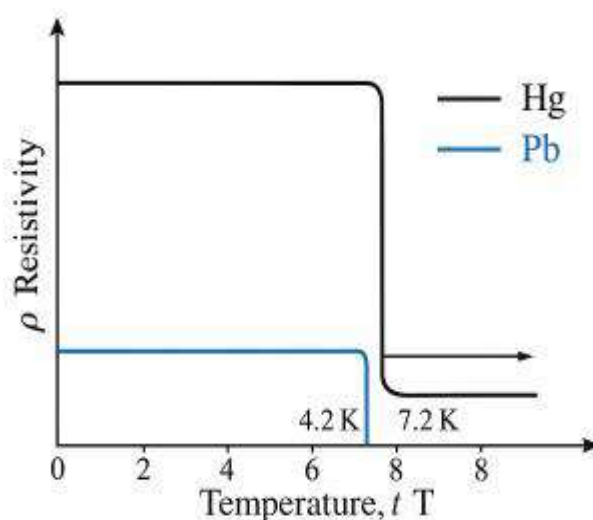
Past haroratli o‘ta o‘tkazgichlar (Low-temperature superconductors) - Past haroratli o‘ta o‘tkazgichlar deb nomlanuvchi materiallar o‘ta o‘tkazgichlik holatiga faqat juda past haroratlarda kirishadi.

¹ https://www.physics.rutgers.edu/grad/621/lectures/L19_SC.pdf?utm_source=chatgpt.com

² <https://journals.aps.org/pr/pdf/10.1103/PhysRev.108.1175>

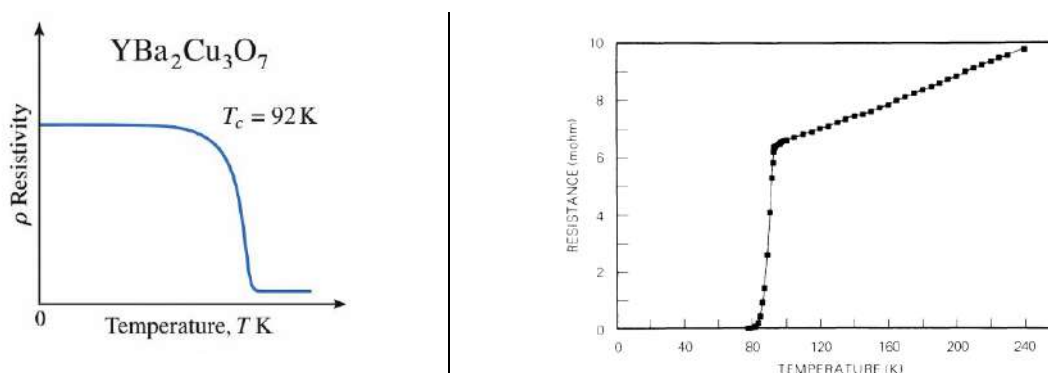
Bu materiallar o'zining o'ta o'tkazgichlik xususiyatini, asosan, kritik harorat (T_c) degan belgilangan qiymatga erishgandan keyin namoyon qiladilar. Kritik harorat (T_c): Ushbu materiallar faqat 1,2K dan 30K gacha bo'lgan juda past haroratlarda o'ta o'tkazgich holatiga o'tadi. Simob (Hg): $T_c = 4,2$ K, Qo'rg'oshin (Pb): $T_c = 7,2$ K, Nikel (Ni) va Sn (Qalay) ham past haroratli o'ta o'tkazgichlarga kiradi (3-rasm).

Past haroratli o'ta o'tkazgichlar asosan suyuq azot yoki geliya yordamida sovutiladi. Ular ko'pincha laboratoriya sharoitida, ilmiy tajribalar va maxsus qurilmalarda qo'llaniladi. Ushbu turdagi materiallar o'ta o'tkazgichlik xususiyatlarini qo'lga kiritishda ko'plab qiyinchiliklarga sabab bo'lgan haroratni kamaytirish masalalarini hal qilishga olib keladi. Magnit rezonans tasvirlash (MRI): Past haroratli o'ta o'tkazgichlar, ayniqsa yuqori magnit maydonlar yaratishda qo'llaniladi. Magnit levitatsiya: O'ta o'tkazgichlar magnit levitatsiya texnologiyasida ishlatiladi, masalan, MAGLEV poezdlarida.



3-rasm. Past haroratli o'ta o'tkazgichlar. Simob (Hg) va qo'rg'oshin (Pb) materiallarning o'ta o'tkazgichlik holatiga o'tishi

Yuqori haroratli o'ta o'tkazgichlar (High-temperature superconductors) - 1986-yilda fizika olimlari yuqori haroratli o'ta o'tkazgichlarni (YHO') kashf etishdi, ya'ni ular o'ta o'tkazgichlik xususiyatini odatdagi o'ta o'tkazgichlardan ancha yuqori bo'lgan haroratlarda namoyon qila boshladilar. Bu kashfiyot o'ta o'tkazgichlar va ular bilan bog'liq texnologiyalarni amalda qo'llash imkoniyatlarini sezilarli darajada kengaytirdi. Kritik harorat (T_c): YHO'lar $T_c=30$ K va undan yuqori bo'lgan haroratlarda o'ta o'tkazgichlik holatiga kirishadi. Boshqacha aytganda, ular suyuqlangan azot bilan sovutiladi.



4-rasm. Yuqori haroratli o'ta o'tkazgich. Yttriy barium mis oksid ($\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$) - $T_c = 92\text{K}$ ³

³ <https://journals.aps.org/prl/pdf/10.1103/PhysRevLett.58.908>

Yuqori haroratli o'ta o'tkazgichlar energiya uzatish tizimlarida va elektronikada inqilobiy imkoniyatlar yaratadi. Chunki ular uchun sovutish uchun zarur bo'lgan energiya past haroratli o'tkazgichlarga nisbatan ancha kam. Kvant hisoblash va kvant aloqalari: YHO'lar kvant kompyuterlari va kvant aloqalari tizimlarida ishlatilishi mumkin.

Xona haroratiga yaqin bo'lgan o'ta o'tkazgichlar (Room-temperature superconductors) - Xona haroratiga yaqin o'ta o'tkazgichlar (yoki "xona haroratidagi o'ta o'tkazgichlar") - bu materiallar eng yuqori darajada umid qilinayotgan yangi avlod o'ta o'tkazgichlardir. Ular o'ta o'tkazgichlikni **xona** haroratida yoki uning yaqinida namoyon qiladi, bu esa ular amalda qo'llanishi uchun juda qulay. Kritik harorat (T_c): Bu materiallar uchun T_c 298 K (25°C) ga yaqin bo'ladi yoki undan yuqori. Hozirgi kunda xonada ishlaydigan o'ta o'tkazgichlar hali aniq kashf etilmagan, lekin bir qator izlanishlar mavjud. Xususan, grafen asosidagi materiallar va boshqalar. Keng ko'lamli energetika tizimlari: Xona haroratidagi o'ta o'tkazgichlar orqali energiya uzatish tizimlari sezilarli darajada yaxshilanadi va samaradorlik oshadi. Kompyuterlar va elektronika: Tez ishlaydigan kvant kompyuterlar va yuqori tezlikda ishlovchi elektron qurilmalar uchun eng qulay materiallar.

Bugungi kunda o'ta o'tkazgich materiallari zamonaviy fan-texnika sohasida keng qo'llanilib kelinmoqda:

✓ **Energiya uzatish tarmoqlarida.** O'ta o'tkazgich materiallari juda keng qo'llaniladi. O'ta o'tkazgich kabel va simlar yordamida elektr energiyasini minimal yo'qotish bilan uzatish mumkin. Boshqa materiallarga nisbatan, o'ta o'tkazgichlar orqali energiya uzatish samaradorligi ancha yuqori, bu esa energiya resurslarini tejash va texnologiyalarni takomillashtirishga yordam beradi.

✓ **Transport tizimlarida.** O'ta o'tkazgichlar, ayniqsa, magnitli levitatsiya texnologiyalarida qo'llaniladi. Misol uchun, "Maglev" (magnetik levitatsiya) poezdlarining texnologiyasi o'ta o'tkazgichlarning maqbul ishlash xususiyatlaridan foydalanadi. Bunday poezdlar yo'lga tegmasdan, havoda suzib ketishi mumkin, bu esa ularning tezligini oshiradi va energiya sarfini kamaytiradi.

✓ **Tibbiyotda qo'llanishi.** O'ta o'tkazgichlar tibbiyotda ham katta ahamiyatga ega. Ular, masalan, magnit-rezonans tomografiya (MRT) apparatlarida ishlatiladi. O'ta o'tkazgich magnit maydonlarining yaratilishida qo'llaniladi, bu esa yuqori aniqlikda tasvirlar olishni ta'minlaydi.

✓ **Yuqori energiyali fizika tadqiqotlari.** O'ta o'tkazgich materiallari, ayniqsa, ilmiy laboratoriyalarda, masalan, zarrachalar tezlatgichlarida (LHC kabi) qo'llaniladi. Bu qurilmalarda yuqori energiyali zarrachalar o'tkazuvchi maydonlarni yaratish uchun o'ta o'tkazgich materiallaridan foydalaniladi.

✓ **Kvant hisoblashlarda.** Kvant kompyuterlarida o'ta o'tkazgich materiallari asosiy rol o'ynaydi. Kvant hisoblashning asosiy g'oyasi - kvant bitlarini (qubitlar) foydalanishdir, bu esa yuqori samaradorlikka erishishga yordam beradi.

Xulosa. O'ta o'tkazgich moddalari bugungi kunda zamonaviy fan va texnikaning rivojlanishida muhim o'rin egallagan. Bu materiallarning elektr toki va issiqlikni qarshiliksiz o'tkazish xususiyatlari, ularni ko'plab sohalarda keng qo'llash imkoniyatini yaratadi. Ularning asosiy afzalliklari, shuningdek, energiya tejash va samaradorlikni oshirish kabi masalalarga katta e'tibor qaratiladi. Bugungi kunda ilmiy izlanishlar natijasida Ittriy barium mis oksid ($\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$) - $T_c = 92$ K, Bismut stronsiyum kalsiyum kuprat ($\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$) - $T_c = 110$ K, Tolyum-barium-kuprat ($\text{Tl}_2\text{Ba}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10}$) - $T_c = 125$ K haroratlarda o'ta o'tkazgichlar olishga erishilgan.

Zamonaviy energiya uzatish tarmoqlarida o'ta o'tkazgichlar yordamida elektr energiyasining minimal yo'qotilishiga erishiladi. Bu, ayniqsa, uzoq masofalarga energiya uzatish jarayonini samarali va barqaror qilishda muhim ahamiyatga ega. Shu bilan birga, o'ta o'tkazgichlar transport tizimlarida, xususan, magnitli levitatsiya texnologiyasida qo'llanilishi, ularning kelajakdagi rivojlanishida yangi ufqlarni ochmoqda. Masalan, maglev poezdlarining ishlash tamoyilida o'ta o'tkazgichlarning imkoniyatlari, transportning tezligini oshirish va energiya sarfini kamaytirishda yanada katta imkoniyatlar yaratadi. Tibbiyotda o'ta o'tkazgichlar magnit-rezonans tomografiyasi (MRT) kabi yuqori texnologiyali uskunalarining samaradorligini oshiradi. O'ta o'tkazgichlarning kuchli magnit maydonlar yaratish xususiyati, tibbiyot sohasida diagnostika va davolash usullarining yangi darajasiga ko'tarilishiga olib kelmoqda. Ularning amaliy qo'llanilishi turli sohalarda, jumladan energiya uzatish, transport, tibbiyot va kompyuter texnologiyalarida kutilgan samaralarni beradi va ushbu texnologiyalarning rivojlanishiga katta hissa qo'shadi. O'ta o'tkazgichlarning xususiyatlari va imkoniyatlari to'liq o'rganilmagan bo'lsa-da, ularning kelajakdagi rivojlanishi, energiya samaradorligini oshirish va texnologiyalarni yangi bosqichga olib chiqish imkoniyatlarini ochadi. Bu esa butun dunyo bo'ylab fan va texnika sohasida inqilobiy o'zgarishlarga olib keladi.

ADABIYOTLAR:

1. Bardeen, J., Cooper, L. N., & Schrieffer, J. R. (1957). *Theory of Superconductivity*. // *Physical Review*, 108(5), 1175–1204.
2. Meissner, W., & Ochsenfeld, R. (1933). *Ein neuer Effekt bei Eintritt der Supraleitfähigkeit*. // *Naturwissenschaften*, 21, 787–788.
3. Kittel, C. (2004). *Introduction to Solid State Physics* (8th ed.). Wiley.
4. Wu, M. K. et al. (1987). *Superconductivity at 93 K in a New Mixed-Phase Y-Ba-Cu-O Compound System at Ambient Pressure*. // *Physical Review Letters*, 58(9), 908–910.
5. Tinkham, M. (1996). *Introduction to Superconductivity* (2nd ed.). McGraw-Hill.
6. Maeda, H. et al. (1988). *A New High-Tc Oxide Superconductor without a Rare Earth Element*. // *Japanese Journal of Applied Physics*, 27(2), L209–L210.
7. Sheng, Z. Z., & Hermann, A. M. (1988). *Superconductivity in the system Tl-Ba-Ca-Cu-O*. // *Nature*, 332, 55–58.
8. Djurayev D, Turayev A, Torayev O — *High temperature cuprate superconductors and their practical significance* // *Science and Innovation*, 2022.
9. Джуряев, Д.Р., Кузьмичев Н.Д., Мотулевич Г.П. *Определение электронных характеристик нитрида ниобия оптическим методом* / Д.Р. Джуряев, Н.Д. Кузьмичев, Г.П. Мотулевич // *Труды ФИАН.*– 1988. – Т. 190. – С. 108-127.
10. Джуряев, Д.Р. *Туннельные исследования пространственно неоднородных пленок ниобия-галлия со структурой A15*/ Д.Р.Джуряев, И.С. Левченко, Г.П. Мотулевич // *Труды ФИАН.*– 1988. – Т. 190. – С. 174-180.

ЭФФЕКТИВНОСТЬ КАРБАМИДНОЙ СУСПЕНЗИИ НА ПРОДУКТИВНОСТЬ РАСТЕНИЙ ВЕРБЛЮЖЬЕЙ КОЛЮЧКИ И СОЛОДКИ ГОЛОЙ В БУХАРСКОЙ ОБЛАСТИ

Хасанов Икром Хасанович,

старший научный сотрудник Бухарского научно- производственного центра семеноводства пастбищных культур Министерства сельского хозяйства Республики Узбекистан, кандидат сельскохозяйственных наук

Аннотация. В статье изучена эффективность карбамидной суспензии на продуктивность растений верблюжьей колючки и солодки голой, произрастающих на пастбищах и непахотных землях, в фазе цветения растений продуктивность растений увеличивается на 14 %, урожайность сена - на 30% и рентабельность минеральных удобрений - на 35%. Применение биостимуляторов на замочки семян повышает всхожесть в 1,5 раза и увеличивает накопление биомассы на 48%.

Ключевые слова: солодка голая, верблюжья колючка, биостимуляторы, рентабельность удобрений.

EFFECTIVENESS OF UREA SUSPENSION ON THE PRODUCTIVITY OF CAMEL THORN AND LICORICE PLANTS IN THE BUKHARA REGION

Abstract. The article examines the effectiveness of urea suspension on the productivity of camel thorn and licorice plants growing in pastures and non-arable lands. During the flowering phase, plant productivity increases by 14%, hay yield by 30%, and mineral fertilizer profitability by 35%. The application of biostimulants for seed soaking increases germination by 1.5 times and enhances biomass accumulation by 48%.

Keywords: licorice, camel thorn, biostimulants, fertilizer profitability.

BUXORO VILOYATIDA KARBAMID SUSPENZIYASINING YANTOQ VA SHIRINMIYA O'SIMLIKLARINING MAHSULDORLIGIGA TA'SIRI

Annotatsiya. Maqolada yaylov va lalmi yerlarda o'sadigan yantoq va shirinmiya o'simliklarining hosildorligiga karbamid suspenziyasining ta'siri o'rganilgan. O'simliklarning gullash davrida ularning mahsuldorligi 14 foizga, pichan hosili 30 foizga va mineral o'g'itlarning rentabelligi 35 foizga oshgani aniqlangan. Urug'larni ivitishda biostimulyatorlarni qo'llash unuvchanlikni 1,5 baravarga ko'paytiradi va biomassa to'planishini 48 foizga oshiradi.

Kalit so'zlar: shirinmiya, yantoq, biostimulyatorlar, o'g'itlarning rentabelligi.

Введение. В Центральной Азии 90% общей территории занимают пастбища, 15% - горы и только лишь около 10% посевных площадей.

Основные водные источники - Сырдарья, Амударья, Зарафшан, Норин. и др.

Амударья протекает через Таджикистан, Туркмению, Узбекистан и Афганистан. Одна из мутных рек мира. Вода имеют 3740 г. илистых фракций.

За последние 30 лет пастбища Узбекистана (20 млн.га) деградированы 8,0 млн.га (36%) из-за глобального изменения климата и отрицательного влияния Арала. Аральское море имеет площадь 5,5 млн.га (12,5%) общей площади. Сейчас, в результате забора воды на орошение, площадь озера и засоленных, сухих земель составляет 87% и 13% водной поверхности. Засоленность воды составляет до 30 г/л солей, в которой не размножаются рыбы. Установлено, от высохших площадей ежегодно поднимается 75 млн.тонн вредных

солей, которые распространяются по всему миру. В результате отрицательного влияния солей, эфемеры и эфемероиды в основном высохли, дают низкие урожаи.

Основным пастбищным кормом являются многолетние полукустарники, янтак, саксаул, изень, полынь и другие.

Обсуждение и результаты. Основой повышения продуктивности пастбищных растений является применение минеральных удобрений.

На пастбищах России ежегодно применяются минеральные удобрения: азота - до 120кг/га, фосфора - до 60 кг/га и калия - 40 кг/га (Д.А.Кореньков) [6].

В соответствии с Постановлениями Президента Республики Узбекистан № ПП-3603 от 14.03.2018 года “О мерах по ускоренному развитию каракулеводческой отрасли” и № ПП-4420 от 16.08.2019 года “О мерах по комплексному развитию каракулеводческой отрасли” намечены конкретные меры по развитию каракулеводства Республики.

За 3 года (2022-2024) в сухой дельте Арала по решению правительства Республики Узбекистан провели мелиоративные мероприятия – проведены глубокие борозды на расстоянии 4-5 м, глубиной 0,8 м борозды, на дно которой посадили саженцы саксаула, кандыма, юльгуна на расстоянии 3 метра между растениями, на общей площади 1,7 млн. га (31 %) от высохшего моря.

В 2018 году организован Бухарский научно-производственный центр семеноводства степных пастбищных культур.

До сегодняшнего дня в республике Каракалпакстан посеяно на пастбищах (Тахтакупирский район) на площади 1500га, Бухарской области (Алат, Джондор, Гиждувон, Караулбазар) - 4,0 тысяч, Джизакской области (Форишский) - 300 га, Навоийской (Конимех, Кызылтапа) - 4500 га, Самаркандской (Пахтачи, Нуробод) - 1000 га, Кашкадарьинский (Нишон, Муборак, Гузор) - 1500 га, Сурхандарьинской (Кумкурбан) - 200 га всего 13,0 тысяча гектаров пастбищных растений – черкез, коврак, кандым, полыни, чогон, саксаул, янтак, кейрук, донашур).

На посеянных площадях организованы охрана и заготовки семян.

Азот (N) - химический элемент, входящий в состав белков (16%), алколоидов и других соединений (5%) и минеральных веществ (1% нитраты и аммония).

В атмосфере, где он в виде газа составляет 75,5% веса воздуха, 78,3% его объёма. Азот – один из важнейших элементов пищи растений. В почве азот находится исключительно в составе гумуса до 5% веса и около 1% в составе микроэлементов – селитры и аммиачных соединений. Постепенный переход азота и гумуса в минеральные формы идёт при участии микроорганизмов. (Аммонификация, нитрификация, денитрификация). Главнейшим азотистым веществом является хлорофил; аспарагин.

В большинстве органических веществ азот входит в виде амина группы $(\text{NH}_2)_2$, гликоля – $\text{CH}_2 \text{NH}_2 \text{CooH}$, а её амида – $\text{CH}_2 (\text{NH}_2)=\text{CoNH}_2$, растения усваивают окисленные соединения, преимущественно, нитраты, и аммония. Так и восстановленные соединения, главным образом, аммиак.

При карбамидной суспензии растений усваивается 80% азота. (Д.А.Кореньков (6), а при внесении их в почву этот показатель составляет 60%.

Анализ результатов. Полевые опыты по выявлению эффективности карбамидной суспензии на продуктивность растений проводились в течение 2019-2021 годов на территории Бухарской опытной станции института селекции, семеноводства и агротехнологии выращивания хлопчатника. Площадь делянки 50м² в 4-х повторностях.

В результате опрыскивания раствором карбамида (50кг/га на 300л/воды) в прохладные дни утра и вечера, наблюдалось благоприятное влияние на продуктивность растений – увеличивается рост на 13%, сухой вес растений – на 28%, урожайность сена – на 35% и кормовые достоинства растений до 30% (таблица1). В 1 кг сена люцерны имеется 0,45 к. ед, в янтате – 0,21 и в солодки голой – 0,42 к.ед. Высокое содержание жира в этих бобовых культурах и обменная энергия до 2,6 раза больше, чем у сена люцерны (таблица 3). Это способствует увеличению веса животных.

Таблица 1.

Влияние карбамидной суспензии на продуктивность растений среднем за 3 года (2019-2021).

Варианты	Высота роста		Сухой вес 1-20 растения		Урожайность сена		Кормовые единицы		Уровень рентабельности удобрений
	см	%	г	%	ц/га	%	Ед.	%	%
Верблюжья колючка									
Контроль (без суспензии)	120,8	100	39,2	100	37,2	100	118,5	100	100
50кг/га карбамида	124,0	103	50,9	114	50,2	135	155,8	131	131
E=+(-) ц/га					0,86-103				
P=%					2,6-3,7				
Солодка голая									
Контроль (без суспензии)	128,1	100	58,8	100	83,5	100	3507	100	100
50кг/га карбамида	144,7	113	65,3	111	108,0	130	4559	129	135
E=+(-) ц/га									
P=%									
Прибавки по сравнению с верблюжьей колючкой, %.		117		128		215		292	

Таблица 2.

Влияние биостимуляторов и замочки семян на продуктивность верблюжьей колючки (среднее за 2 года 2020-2021).

Биостимуляторы	Всхожесть		Высота растений		Биомасса	
	шт	%	см	%	ц/га	%
Контроль без замочки	31,6	100	45,6	100	3,3	100
Фосфат калия	68,4	224	48,9	107	4,7	142
Аминомакс	77,3	251	58,9	129	4,8	148
Геогумат	89,9	294	61,9	136	5,6	170

Верблюжья колючка и солодка голая в основном размножаются корневыми порослями и семенами. Корни этих растений, доходят до 5-6 м в глубину, а из корневых отрастают поросли, не требуется проведение вегетационных поливов. Из-за большой густоты стояния (порядка 30-40 тыс/га) дают сено, которое можно использовать на сенаж и силос. Семена

верблюжьей колючки и корневища солодки голой используются в лекарственных целях. Только из солодкового корня вырабатывается 12 видов лекарств.

В настоящее время в республике Каракалпакстан работает 30 заводов и цехов по выращиванию корневищ солодки голой.

Пастбищные растения имеют низкую всхожесть семян до 30 процентов. Обработка семян биостимуляторами перед посевом, повышает всхожесть до 2,9 раза по сравнению с контролем. (таблица 3). Повышаются высота растений (36%) и биомасса (70).

Таблица 3.

**Кормовые достоинства и химический состав сухих и влажных кормов
Узбекистана (в %)**

Растения и их переработка	Вода %	Содержание в влажных растениях			в сухих растениях, %				Кормовых единиц		Обменная энергия	
		протеины	жир	клетчатка	A7B	Зола	Ca	K	ед	%	ккал	%
Сено янтак	134,7	91,5	15,9	294,9	381,7	81,3	8,1	1,6	0,31	69	1303	79
Люцерна	127,5	125,3	15,2	327,6	319,4	84,7	8,6	2,1	0,45	100	1732	100
Люцерна+ верблюжья колючка	135,7	113	14,4	280	343,8	113,1	4,9	1,6	0,45	100	1584	91
Шрот хлопковый	104,6	311,5	44,1	151,9	329,8	58,1	3,5	8,0	1,02	226,7	2492	144
Шелуха	115,6	54,6	16,7	429,9	350,6	32,7	2,6	1,2	0,32	97	1475	89
Чангалак	176,4	117,8	9,1	350,2	220,8	115,7	5,4	2,2	0,15	48	971	56
Солодка голая	20,7	124,2	33,4	33,3	411,7	78,3	9,3	1,9	0,42	93	4417	260

Заключение. Введение этих культур на землях с близким залеганием грунтовых вод в Узбекистане на сероземных и гидроморфных почвах обеспечит получение кормов, улучшит мелиоративное состояние засоленных земель, повысит плодородие почв, и без полива эти растения дают высокие урожаи кормовых культур.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Атабаева Х. Таджидинов Н. Влияние биостимуляторов на всхожесть семян солодки // Ж. «Агроилм», №3, 2019 с-37.
2. Бобокулов Н. Раббимов А. Чул яйловлари хосилдорлигини ошириш долзарб масала! // Ж. Узбекистон кишлок хужалиги. №11,2015, с-10-11.
3. Ларин И.В. Кормовые растения сенокосов и пастбищ СССР. Том 1. 1951, с-771-777.
4. Махмудов М.М. Агробиологические основы и технология улучшения пастбищ Кызылкум. Авт.док. Дисс. Ташкент.1998 с-42.
5. Кореньков Д.А. Справочник агрохимика. Москва. 1980, с-254-258.
6. Шамсиддинов З.Ш. Создание долголетних пастбищ в Аридной зоне Средней Азии. Ташкент, 1975. Изд. «Фан». С-0-175.
7. Хасанов И.Х. Влияние карбамидной суспензии на продуктивность растений солодки голая и верблюжьей колючки, а также пути развития отрасли на пастбищах Узбекистана // Ж. «Актуальные проблемы современной науки», №5, 2020 с-118-126.

O‘ZBEKISTONDA YETISHTIRILGAN QOVUN HOSILINI SAQLASH VA QAYTA ISHLASHNING ILMIY ASOSLARI

*Abdujabborov Lazizbek Abdug‘affor o‘g‘li,
Buxoro davlat universiteti magistranti*

Annotatsiya. Ushbu maqolada qovun mahsulotlarini saqlash va qayta ishlash texnologiyalari o‘rganilgan. Tadqiqotda qovunning saqlash sharoitlari, kimyoviy tarkibining o‘zgarishi hamda uni qayta ishlash usullari tahlil qilingan. Qovun mahsulotlarining sifatini uzoq muddat saqlash va ulardan turli qayta ishlangan mahsulotlar ishlab chiqarishning zamonaviy usullari ko‘rib chiqilgan. Maqolada, shuningdek, qovunni saqlashda optimal sharoitlar va texnologiyalarni tanlash, uning oziqaviy qiymatini saqlash hamda mahsulotning yaroqlilik muddatini uzaytirish va quritish bo‘yicha tavsiyalar berilgan. Tadqiqot natijalari qovun mahsulotlarini saqlash va qayta ishlash jarayonlarini takomillashtirishga yordam beradi va bu sohaning rivojlanishiga oid masalalar keng yoritilgan.

Kalit so‘zlar: texnologiya, sifat, oziq-ovqat, eksport, iqtisodiyot, qishloq xo‘jaligi, biologik xususiyatlar, qovunqoqi.

НАУЧНЫЕ ОСНОВЫ ХРАНЕНИЯ И ПЕРЕРАБОТКИ УРОЖАЯ ДЫНИ, ВЫРАЩЕННОЙ В УЗБЕКИСТАНЕ

Аннотация. В данной статье рассматриваются технологии хранения и переработки бахчевой продукции. В ходе исследования проанализированы условия хранения дыни, изменение её химического состава и способы её переработки. Рассмотрены современные способы сохранения качества бахчевых продуктов в течение длительного времени и получения из них различных продуктов переработки. Также в статье даны рекомендации по выбору оптимальных условий и технологий хранения дыни, сохранению её пищевой ценности, продлению сроков хранения продукта и его консервированию. Результаты исследований способствуют улучшению хранения и переработки бахчевой продукции, широко освещены вопросы, связанные с развитием этой области.

Ключевые слова: технология, качество, продукты питания, экспорт, экономика, сельское хозяйство, биологические свойства, сушёная дыня.

SCIENTIFIC BASIS OF STORAGE AND PROCESSING OF MELON HARVEST GROWN IN UZBEKISTAN

Abstract. This article examines the technologies of storage and processing of melon products. In the study, storage conditions of melon, changes in its chemical composition, and methods of its processing were analyzed. Modern methods of preserving the quality of melon products for a long time and producing various processed products from them were considered. The article also provides recommendations on choosing the optimal conditions and technologies for melon storage, preserving its nutritional value, extending the product's shelf life and canning it. The results of the research help to improve the storage and processing of melon products, and the issues related to the development of this field are widely covered.

Keywords: technology, quality, food, export, economy, agriculture, biological properties, melon.

Kirish. Qovunni saqlash va qayta ishlash masalasi oziq-ovqat xavfsizligi, qishloq xo‘jaligi mahsulotlarini chuqur qayta ishlash, eksport salohiyatini oshirish hamda iqtisodiy samaradorlikni ta‘minlash nuqtayi nazaridan muhim ahamiyat kasb etadi. Qovun – issiq iqlim sharoitida yetishtiriladigan va o‘zining yuqori ozuqaviy qiymati, shifobaxsh xususiyatlari hamda keng iste‘mol qilinishi bilan ajralib turadigan mahsulotlardan biridir. Shu bilan birga, qovunning saqlash muddati qisqa bo‘lib, noto‘g‘ri sharoitlarda tez buzilish xavfi mavjud.

Bugungi kunda an‘anaviy usullar asosida qovunni saqlash va qayta ishlash jarayonlari yetarlicha samarali emas. Natijada, yetishtirilgan mahsulotning katta qismi yo‘qotishlarga uchraydi yoki iste‘molga yaroqsiz holga keladi. Bu esa fermer xo‘jaliklari va tadbirkorlar uchun iqtisodiy zarar keltirishi bilan birga, aholining sifatli oziq-ovqat mahsulotlariga bo‘lgan talabini to‘liq qondirishda muammolarni keltirib chiqaradi.

Shu sababli, qovunni uzoq muddat saqlash va turli xil qayta ishlash texnologiyalarini joriy etish orqali mahsulotning yaroqlilik muddatini uzaytirish, isrofgarchilikni kamaytirish hamda qovun mahsulotlarining bozorbopligini oshirish muhim ilmiy-amaliy vazifa hisoblanadi. Xususan, qovunni quritish, muzlatish, konserva mahsulotlari ishlab chiqarish, sharbat va jem tayyorlash kabi zamonaviy qayta ishlash texnologiyalarini rivojlantirish orqali nafaqat ichki bozorni sifatli mahsulotlar bilan ta'minlash, balki eksport imkoniyatlarini kengaytirish ham mumkin.

Mazkur tadqiqot qovunni saqlash va qayta ishlashning innovatsion usullarini o'rganish, samarali texnologiyalarni ishlab chiqish va ularni amaliyotga tatbiq etish orqali qishloq xo'jaligi mahsulotlarining raqobatbardoshligini oshirishga qaratilgani bilan dolzarb ahamiyat kasb etadi.

Asosiy qism. Ma'lumotlarga ko'ra, meva va sabzavotlarning yetishtirilgan hosilining 30-35% dan ortig'i turli sabablarga ko'ra, nobud bo'lmoqda.[1]

Isrofgarchilikning sabablari turlicha: terim davrida ob-havo haroratining yuqoriligi, mahsulotni pishib yetilganlik darajasiga ko'ra, o'z vaqtida terilmasligi va terimdan keyingi tadbirlarni to'g'ri yo'lga qo'yilmaganligi va boshqalar. Butun dunyo bozorida sotilayotgan meva va sabzavotlarning 65-70% dan ortig'i doimiy omborlarda saqlangan mahsulotlar hisoblanadi. Doimiy omborlar mahsulotlarni saqlash asosan sovutish kameralariga o'tkazilib, texnologik rejim-nazorat asosida amalga oshiriladi [2,3,4].

Poliz ekinlari jahonda 6,2 million gektar maydonga ekilib, yiliga 142,4 million tonna yalpi hosil yetishtiriladi. Poliz mahsulotlarini yetishtirish bo'yicha yetakchi davlatlar qatoriga Xitoy, Turkiya, Hindiston, AQSh, Eron, Misr va Ispaniya kiradi.[5].



Mamlakatimiz meva-sabzavot mahsulotlari ishlab chiqarish bo'yicha dunyoda yetakchi davlatlardan hisoblanib, har yili 20 mln. tonnadan ziyod yetishtirilmogda.

Qovun – mazali va foydali qishloq xo'jalik mahsuloti bo'lib, uni uzoq muddat saqlash va samarali qayta ishlash oziq-ovqat xavfsizligi, eksport imkoniyatlarini kengaytirish va iqtisodiy samaradorlikni oshirishda muhim ahamiyat kasb etadi.

Bugungi kunda qovun yetishtirish hajmi ortib borayotgan bo'lsa-da, uning qisqa muddatli yaroqlilik muddati muammolardan biri bo'lib qolmoqda. An'anaviy saqlash usullari mahsulotning tez buzilishiga, sifatining pasayishiga va isrofgarchilikka olib kelishi mumkin. Shu sababli, zamonaviy saqlash texnologiyalari va qayta ishlash usullarini joriy etish orqali qovundan yil davomida samarali foydalanish, turli qovun mahsulotlarini ishlab chiqarish va bozorga yetkazib berish imkoniyati yaratiladi.

Qovunni quritish, muzlatish, sharbat va jem tayyorlash kabi qayta ishlash usullari nafaqat mahsulotning saqlash muddatini uzaytiradi, balki unga qo'shimcha qiymat berib, mahalliy va xalqaro bozorda talabni oshiradi. Shu bilan birga, qovunni qayta ishlash qishloq xo'jaligi sektorida bandlikni oshirish, yangi texnologiyalarni joriy qilish va ekologik barqarorlikni ta'minlashga xizmat qiladi.

Shu sababli, qovunni saqlash va qayta ishlash masalalarini ilmiy asosda o'rganish, yangi innovatsion yondashuvlarni ishlab chiqish va ularni amaliyotga tatbiq etish bugungi kunning dolzarb muammolaridan biri hisoblanadi.

Qishloq xo'jalik mahsulotlarini iste'mol qilish boshlangandan buyon ularni saqlash va qayta ishlash bilan shug'ullanib kelinmoqda. Mahsulotlarni sifatini pasaytirmasdan, ularni zararsiz va samarali saqlash inson ehtiyojlaridan biri bo'lgan. Yig'ilgan meva va urug'larni saqlash uchun ko'chmanchi xalqlar maxsus yerto'lalar qurishgan. Ayniqsa, xalqlar o'troq bo'lib yashay boshlagan paytda ortiqcha mahsulotlarni saqlash masalasi dolzarb bo'la boshlagan. Bunda, mahsulotlarni saqlash jarayonida turli xil zararkunandalardan ham himoya qilish muhim ahamiyat kasb etgan.

Mamlakatimizning turli hududlarida olib borilgan arxeologik qazilmalar qishloq xo'jalik mahsulotlarini saqlashning quldorlik tuzumi davridayoq amalga oshirilganligini ko'rsatadi. Bunda mahsulotlar saqlanadigan ko'za va boshqa idishlar ayniqsa e'tiborga molikdir. O'rta Osiyo sharoitida ham qadimdan qishloq xo'jalik mahsulotlarini saqlashga katta e'tibor berilgan.

Qishloq xo'jalik mahsulotlarini saqlash va qayta ishlashning O'rta Osiyoda qo'llaniladigan eng qadimgi usullaridan biri osib saqlash, qoqi qilish va quritish kabi usullar keng tarqalgan. Mahsulotlarni saqlash va qayta ishlashning turli usullari, masalan, qovundan qoqi tayyorlash, quritish kabi usullar qadimdan keng qo'llanib kelinmoqda.

Asosan, quruq mahsulotlar tez buzilmaydigan mahsulotlar hisoblanadi va ularni quruq joylarda, chinni idishlarda, yopiladigan qog'oz qutilarda saqlash odatga aylangan. Shu tarzda, qishloq xo'jalik mahsulotlarining saqlanishi va qayta ishlaniishi nafaqat ularning sifatini saqlashga, balki ularni uzoq muddat davomida isrofgarchiliksiz saqlashga imkon beradi.

Hozirgi vaqtda fan-texnikaning jadal rivojlanishi barcha qishloq xo'jalik mahsulotlarining kimyoviy tarkibini aniqlash imkonini yaratdi. Bu esa, o'z navbatida, ularni saqlash va qayta ishlash kompleksini yaratishga keng yo'l ochdi. Ilm-fan va texnikaning taraqqiyoti qishloq xo'jalik mahsulotlarining sifatini yanada aniqlash va yaxshilashga imkoniyat yaratdi. Bugungi kunda saqlash va qayta ishlash jarayonlari ilg'or texnologiyalar asosida amalga oshirilmoqda, bu esa mahsulotning sifatini maksimal darajada saqlab qolish imkonini beradi.

Mahsulot sifatining shakllanishiga bir nechta omillar ta'sir ko'rsatadi. Ularning eng muhimlaridan biri geografik omildir. Geografik omil mahsulot yetishtiriladigan tabiiy hududning tuproq va iqlim sharoiti xususiyatlari bilan bog'liqdir. Tuproqning tarkibi, iqlimning harorat va namlik sharoitlari, ob-havo o'zgaruvchanligi mahsulotning sifatiga bevosita ta'sir qiladi. Shu sababli, har bir hududning o'ziga xos sharoitlariga mos mahsulotlar yetishtirilishi kerak.

Texnologik omillar ham mahsulot sifatining shakllanishiga katta ta'sir ko'rsatadi. Dehqonchilik madaniyati va mahsulot yetishtirish texnologiyasi mahsulot sifatiga ta'sir qiluvchi omillar sirasiga kiradi. Mahsulotni ishlab chiqarishda qo'llaniladigan texnologiyalar, mineral o'g'itlar, zararkunandalarga qarshi kurashish usullari va boshqa texnik vositalar mahsulotning sifatini bevosita shakllantiradi. Har bir texnologiyaning o'ziga xos afzalliklari va kamchiliklari mavjud, shuning uchun texnologiyalarning samaradorligi mahsulot sifatini yaxshilashda muhim rol o'ynaydi.

Biologik omillar ham mahsulot sifatiga ta'sir qiladi. Yangi navlar va gibridlarni joriy qilish mahsulot sifatini yaxshilashga imkon yaratadi. Yangi navlar ko'pincha yuqori hosildorlikka, kasallik va zararkunandalarga chidamlilikka ega bo'lib, ular orqali mahsulot sifatini oshirish mumkin. Gibrid navlarning o'ziga xos xususiyatlari mahsulotlarning ta'mini, rangi, hajmini va boshqa sifat ko'rsatkichlarini yaxshilaydi.

Shu bilan birga, mahsulotning sifati tayyorlash punktlarida, material-texnika bazasining rivojlanish darajasi va uni qabul qilish, saqlash hamda qayta ishlash texnologiyasiga chambarchas bog'liq. Har bir bosqichda mahsulotning sifatini saqlash va yaxshilash uchun alohida texnologiyalar va vositalar qo'llaniladi. Ma'lumki, sifatli yetishtirilgan mahsulotni tashish, saqlash va qayta ishlash jarayonida dastlabki xossalarni yo'qotib, sifatsiz mahsulotga aylanishi mumkin. Shu sababli, mahsulotni saqlash va qayta ishlashda yuqori malakali texnologiyalar va nazorat mexanizmlarini qo'llash juda muhimdir.

Mahsulotlarni saqlash va qayta ishlash jarayonida noto'g'ri sharoitlar, texnologik nosozliklar yoki beparvolik mahsulot sifatining pasayishiga olib kelishi mumkin. Shunday qilib, qishloq xo'jalik mahsulotlarini saqlash va qayta ishlash texnologiyalarini takomillashtirish, ularning sifatini saqlash va oshirish uchun fan-texnika sohasidagi yangiliklar va ilg'or texnologiyalarni joriy etish zarurdir.

Hozirgi vaqtda poliz mahsulotlarini saqlash va qayta ishlashda ilm-fan va texnologiyaning rivojlanishi sezilarli darajada o'zgarishlarga olib keldi. Poliz mahsulotlarining iste'mol uchun yangiligicha kelib turadigan mavsumi iyun oyining oxiridan oktyabr oyining oxirigacha davom etadi. Ushbu davrda mahsulotni saqlash ishlarini to'g'ri uyushtirish orqali tarvuz va qovun kabi mevalarning iste'mol davrini uzaytirish mumkin. Masalan, tarvuzlar iste'mol qilinadigan davrni 2-3 oygacha, qovunlar uchun esa 5-6 oygacha uzaytirish mumkin. Qovoq mevalarining saqlanish davri esa yangi hosil etilguncha davom etishi mumkin.

Mahsulotni saqlashning biologik xususiyati mevalarning sifatini saqlashda asosiy rol o'ynaydi. Mevalar uchun saqlash sharoitlari ulardan suv qochishini kamaytirish, nafas olish jarayonlarini sekinlashtirish va boshqa fiziologik-biokimyoviy jarayonlarni susaytirishdan iborat. Mevalarning saqlashga yaroqliligi esa ularning po'sti (perikarpiy) va ichki qismi (mezo-karpiy) tuzilishiga, shuningdek kimyoviy tarkibiga bog'liq. Eti qattiq va pektin moddalari ko'p bo'lgan mevalar saqlashga ko'proq moslashgan bo'lsa, yumshoq etli va pektin moddalari kam bo'lgan mevalar saqlashda osonlikcha sifatsizlanib ketadi.

Masalan, qovunlarning po'stlog'ida pektin moddalari kam bo'lsa (quruq moddaga nisbatan 2-5% gacha), ular saqlash va tashish uchun yaroqsiz bo'ladi. Agar pektin miqdori 8-10% bo'lsa, bunday mevalar

transportda tashishga yaroqli, lekin uzoq vaqt saqlanmaydi. Pektin miqdori 10% dan ortiq bo'lgan mevalar esa saqlashga va transportda tashishga eng mos keladi.

O'rta Osiyo turlariga mansub qovun navlari saqlashga yaroqliligi jihatidan bir-biridan farq qiladi. Navning kechpisharligi va meva shakllanishidan pishgunigacha bo'lgan davrning davomiyligi, shu bilan birga meva shakllanishining o'ziga xos xususiyatlari saqlash davriga ta'sir qiladi. Bitta navning ichida, masalan, quyi tartibdagi barg qo'ltiqlarida shakllanib borgan mevalar, shuningdek, eti qalin va urug' bo'shlig'i katta bo'lgan navlar, eti yupqa bo'lgan navlarga qaraganda uzoqroq saqlanadi. Kichik mevalar, shuningdek, yiriklarga qaraganda uzoqroq saqlanadi.

Qovun mevalarining saqlash jarayonida nam yo'qolishi va nafas olish kabi fiziologik-biokimyoviy jarayonlar davom etadi, bu esa ularning sifatini pasayishiga olib keladi. O'zbekiston sabzavot-poliz ekinlari va kartoshkachilik ilmiy tadqiqot institutining ma'lumotlariga ko'ra, qovunlarda nam yo'qolishi 15% dan ortganda kritik darajaga etadi va mevalar saqlanmaydi. Nam yo'qotishining birinchi oydagi darajasi yuqori bo'ladi. Kuzgi-qishki navlarda nam yo'qolishi omborlarda 4-5% dan boshlanib, so'ngra 2-3% gacha kamayadi, saqlashning ikkinchi oyi davomida esa nam yo'qolishi 2,5-3,2% atrofida bo'ladi.

Ertapishar qovunlar faqat 5-10 kun davomida, o'rtapishar qovunlar esa 20 kungacha saqlanib turishi mumkin. Bu saqlash sharoitlariga to'g'ri rioya qilinmasa, mevalar tezda sifatsizlanadi va iste'molga yaroqsiz bo'lib qoladi. Shuning uchun qovunlar va boshqa poliz mahsulotlarini saqlashda ilmiy asoslangan saqlash sharoitlari va texnologiyalari qo'llanilishi zarur.

Kuzgi-qishki qovun navlarini uzoq muddat saqlash bo'yicha O'zbekistonda to'plangan katta xalq tajribasi mavjud. Xususan, Xorazm, Buxoro viloyatlari va Farg'ona vodiysi polizkorlarining tajribalari alohida e'tiborga sazovordir. Ushbu hududlarda mahalliy sharoitlarga moslangan maxsus qovun omborlaridan foydalanish an'anaga aylangan.

Xorazm viloyatidagi qovunxonalar, devorlari qalin (0,8-1 m), balandligi esa 4-6 m bo'lgan baland binolardan iborat. Tomi loysuvoq qilib yopilgan va yerga botqoq qumi to'kilib, quritilgan botqoq qum bilan to'ldirilgan kanallar yordamida omborni havalandirish ta'minlanadi. Shpalellar orqali qovunlar osib qo'yiladi va agar omborda ko'p miqdorda qovun saqlash zarur bo'lsa, mevalar erga ham terib qo'yiladi. Havo haroratining keskin o'zgarishiga yo'l qo'ymaslik uchun qovunxonaga kiraverishda dahliz bo'ladi va devorlarda shamol o'tkazish uchun tuynuklar o'rnatiladi. Tuynuklar kun davomida yopilib, kechqurun ochilib qo'yiladi. Ortiqcha namlikni kamaytirish maqsadida omborxonaning pastki qismiga quruq qamish bilan to'ldirilgan o'ra o'rnatiladi.

Buxoro viloyatidagi qovunxonalar esa sizot suvlari chuqur joylashgan balandroq yerlarda quriladi. Bunday qovunxonalar uzunligi 6-7 m, eni va balandligi esa 4 m bo'lib, devorlari paxsa bo'lib, qalinligi 1-2 m gacha o'lchovda, ustki qismi esa 0,7 m ni tashkil etadi. Tomi qamish bilan yopilib, ustiga tuproq to'kilib, loy bilan suvab qo'yiladi. Havo va haroratni doimiy ravishda tartibga solish maqsadida, devorlarda tuynuklar ochiladi va shiftga ikki havo tortuvchi quvur o'rnatiladi.

Farg'ona vodiysida, yer yuzasidan 1 m chuqurlikda qurilgan yarim podval ko'rinishidagi qovunxonalar mavjud. Bularning balandligi 2-2,5 m bo'lib, havo o'tishiga imkon beruvchi kichik tuynuklar yon tomonidan ochiladi. Tomida havo tortuvchi quvur mavjud. Bu usul bilan qovunlar may oyigacha saqlanishi mumkin.

Qovunlarni saqlashda oshirilgan samaradorlik uchun ularni stellajlar va to'rxaltalarga joylash usuli qo'llaniladi. Qovunlar meva bandi pastga qarab, bog'lab osiladi yoki paxta ipidan to'qilgan to'rxaltalarga tik qilib joylanadi. Qovg'a - qamishdan tayyorlangan maxsus materialdan foydalanilib, qovunlar osilib, saqlash uchun keng tarqalgan vosita hisoblanadi. To'rxaltalar va chambaraklar mevalarni uzoq muddat saqlash imkonini beradi.

Turkmanistonda qo'llaniladigan maxsus usul, yirik ko'zli to'r stellajlarida qovunlarni qattiq tortilgan qovg'a chambaraklariga terib saqlashga imkon yaratadi. Bu usul ham samarali saqlashni ta'minlaydi.

Uzoq saqlash uchun to'liq va yarim to'rlagan (meva bandi atrofidan yarmigacha to'r hosil qilgan) mevalar turlay boshlaganlarga nisbatan yaxshi saqlanuvchan bo'lar ekan.

Qovunning yaxshi saqlanishi uchun uni palakdan uzishda 2-3sm bandini qoldirib kesilgani, bir oz (4-5 kun) dalada so'litib olish ma'qul. So'ngra meva uchi tepaga qaratib, vazni 3-5 kilogrammli kichik va o'rta qovunlar uzoq saqlanadi. Eng yaxshi saqlanuvchanlik qovun Umrvoqi navi bo'ldi [6.].

Bu barcha tajribalar, qovunlarning uzoq muddat saqlanishini ta'minlash va mahsulotni yuqori sifatda iste'molga yetkazishni maqsad qiladi.



QOVUNQOQI — pishib yetilgan qovundan tayyorlanadigan qoqi; qovunning quritilgan eti. Qovunqoqi qimmatli oziq-ovqat mahsuloti. Qovun tarkibidagi glyukoza, fruktoza va saxaroza, kletchatka va gemitsellyulozalar, shuningdek, pektinlar saqlanadi. Qovunni oftobda oddiy usul yoki maxsus quritgich shkaflarda quritiladi. Qovunqoqini hamma navlardan tayyorlash mumkin, qovun etining tig'izlik darajasiga qarab, quritish va qirg'ishning turli usulidan foydalaniladi. Eti tig'iz bo'lgan Qizilurug', Oq urug', Ko'kcha, Gulobi va boshqa navlari, eti bo'sh, yumshoq etli (Bosvoldi, Toshloqi, Gurovak va b.) navlarni so'kchaklarga yoyib 2—3 kun quritiladi, so'ngra yaxshi qurib yetilishi uchun zanglamaydigan simlarga osib qo'yiladi.

Qovunqoqini ob-havo sharoiti va qovun tilimlarining qalinligiga ko'ra, quritish 6—12 kunga boradi. Tayyorlash usuli: qovun o'rtasidan teng ikkiga ajratilib, urug'i olinadi. Pallalar eni 3—4 sm qilib tilimlanadi, pichoq bilan po'stidan ajratiladi va o'rtasi oxirigacha kesilmay bir juft qilib osib qo'yiladi. Shirasi o'rtacha navlardan 4,5—5,5, juda shirin navlardan 7,5—10,1% (o'rtacha 7%) qoqi tushadi. Tarkibida umumiy qand miqdori 38—75,7%, quruq moddalar 76—91%, 15,4—83,7 mg% C vitamini bor. Namligi 20% atrofida bo'ladi. 1 t qovun uchun 11,7 — 15,2 t qovun talab etiladi. Asosan, qish va bahor fasllarida iste'mol qilinadi.

Sh.Mamatov, Q.Dodayevning [7] ta'kidlashicha, quritish jarayonining davomiyligi ko'pgina omillarga, ya'ni quritish ob'yektining tabiatiga, xom ashyoni maydalash shakli va darajasiga, kuritish maydonchasidagi qalinligiga, quritishga tayyorlash usuliga, quritish haroratiga, havoning almashish tezligiga, namligiga va boshqa qator omillarga bog'liq.

Quritishning bu usullarida katta miqdordagi energiya talab qilinadi va tiklanmaydigan energiya resurslardan foydalaniladi. Shu bilan birga quyoshda shamollatib (oftobda) quritish usuli energiya resurslarini tejash imkonini beradi va tiklanadigan resurslar xisobiga amalga oshiriladi.

Astraxan viloyati sharoitida qovun Lada va Svaka navlari shu usulda 144-216 soat davomida (6-9 sutka) kuritilganda bir tonna xom ashyodan tayyor quritilgan mahsulot (qoqi) chikimi 94,8-121,0 va 120,0-130,0 kg ni tashkil etdi T.A.Sannikova [8]. Olingan qovun koki tarkibidagi asosiy ximiyaviy moddalar ho'l xolidagidan 8-9 baravar ziyod, nitratlar miqdori esa tavsiya etilgan me'yordan oshmagani kuzatilgan.

Kuritilgan mahsulot-qovun qojini uzoq muddat sifatli saqlashda uni qadoqlash va yorliqlash muhim o'rin tutadi. Qovun qojini qadoqlash va yorliqlashda standart taralardan, ya'ni kislorodni yaxshi o'tkazadigan, karbonat angidrid gazini ajratadiganlardan foydalanish maqsadga muvofiq.

Tara va qadoqlashni to'g'ri tanlash qovun qoqani uzoq muddat uning oziq qiymati va sifatini o'zgarishsiz saqlash imkonini beradi.

Germetik bo'lmagan qadoqlashda (poletilen plyonkada) 12-14% namlikda qovun qoki 2-3 oy, germetik laminirlangan paketlarda esa 9-12 oygacha sifati buzilmagan holda saqlanadi [8].

Qovun quritilgan qoqida begona xid, ombor zararkunandalari va ularning hayot faoliyati qoldiqlari, mog'orlanish, bo'lakchalar chirishi kuzatilmasligi, metall aralashmalar va oqinlar (3 mg/kg mahsulotda), qum, kul 0,01% dan oshmasligi talab etiladi.

Qoqi sifatiga baho berilganda uning tarkibidagi quruq modda, qand, askorbin kislotasi, nitratlar, og'ir metallar, pestisidlar, radionuklidlar saqlashi muhim ahamiyatga ega. Qovun qoqidagi og'ir metallar cheklangan tavsiya etilgan miqdori mis-5,0; rux-10,0; qo'rg'oshin-4,0; kadmii-0,24 va nitratlar-1600 mg/kg hisoblanadi [9].

Tayyor quritilgan qovun qoqi sifati bo'yicha 1 va 2-sortlarga ajratiladi. Sortlar bir-biridan bo'lakchalar yirikligining bir xilligi, mayda bo'lakchalar, qoraygan, kuygan va tozalanmagan joylari mavjudligi bilan farqlanadi.

Xulosa. Ushbu ishda qovunni saqlash va qayta ishlashda optimal texnologiyalarning qo'llanilishi uning sifatini va oziqaviy qiymatini uzoq muddat davomida saqlab qolishga imkon beradi. Saqlash sharoitlarini to'g'ri tanlash va quritish, konservalash kabi texnologiyalarni takomillashtirish orqali qovun mahsulotlarining yaroqlilik muddatini sezilarli darajada oshirish mumkin. Kelajakda innovatsion texnologiyalarni tadqiq qilish va ularni amaliyotda qo'llash, qovun mahsulotlarini saqlash va qayta ishlash sohasining yanada rivojlanishiga katta hissa qo'shadi. Bu, o'z navbatida, mahsulot sifatini yaxshilash va ularni bozorda raqobatbardosh qilish imkonini yaratishga doir ilmiy asoslangan ma'lumotlar tahlil qilindi va ularning amaliy ahamiyati yoritildi.

ADABIYOTLAR:

1. *Ostonaqulov T.E., Tilavov X.M. Qovun navlarini o'stirish va quritish texnologiyasini takomillashtirish. Monografiya. T.: "Navro'z" nashriyoti. 2019. - B.144.*
2. *Ismoilova I., Ortiqova Y. O'zbekiston sharoitida ekiladigan qovun navlari agrotexnikasi. UrDU «Biologiya va kishlok xo'jaligining yutuklari, muammolari va istiqbollari» mavzusidagi respublika ilmiy-amaliy anjumani materiallari. Urganch. 2-jild. 2018. -B. 113-114.*
3. *Шаймардонов Б.П. "Технологические основы и обоснование схемы и параметров средств механизации безотходной переработки плодов дыни". Автореферат. 2000. - Б.22.*
4. *Sabovics M.et al. - Environmental assessment of quality indicators of local melon varieties Grown Uzbekistan. FOOTBAL, 2019 and NEEFood 2019. p 120. Jalgava, Latvia.*
5. <http://WWW.fao.org/foostat/foodsecurity>
6. *Rasulov A.I. Agrotexnik omillarni qovun saqlanishiga ta'siri. «O'zbekistonda sabzavotchilik, polizchilik va kartoshkachilikning ahvoli, muammolari va istiqbollari» mavzusidagi Respublika ilmiy-amaliy konferensiyasi materiallari. –Toshkent. 2003. -B. 161-164.*
7. *Mamatov Sh., Dodayev Q. Mahsulotlarni konvektiv usulda quritishda birlamchi ishlovning samaradorligi. // O'zbekiston kishlok xo'jaligi jurnali. T., 2014. №3. -B.43.*
8. *Санникова Т.А. Научные основы ресурсосберегающей, безотходной технологии возделывания дыни. Автореферат диссертации... доктора сельскохозяйственных наук. Астрахань. 2009. - Б.48.*
9. *Санникова Т.А. Бахчевые культуры - важный источник пектина. // Ж. Картофель и овощи. Москва, 2008. №6. - Б.27-28.*

QURUQ IQLIMDA YETISHTIRILGAN BUG'DOY DONINING BIOLOGIK KO'RSATKICHLARINING UN ISHLAB CHIQUARISHDAGI AHAMIYATI

Shodiyeva E'zoza Burxon qizi,

Toshkent kimyo-texnologiya instituti Shahrisabz filiali magistranti

shodiyevaezoza88@gmail.com

Annotatsiya. Hozirgi kunga kelib oziq-ovqat mahsulotlariga bo'lgan talab kundan kunga ortib bormoqda. Ayniqsa, donli mahsulotlarga bo'lgan ehtiyoj boshqa mahsulotlarga qaraganda tubdan farq qiladi. Ma'lumotlarga ko'ra, yer yuzida bug'doy donining yalpi mahsulot hajmi 796 mln metrik tonnani tashkil etadi. Asosan bug'doy donining 90 foizi iste'mol mahsuloti sifatida qo'llanilib, tarkibidagi oqsil miqdori inson hayoti uchun muhim ahamiyatga ega hisoblanadi. Shu jumladan, bug'doy doni tarkibidagi oqsil va uglevodlar ozuqaning tez va yengil hazm bo'lishiga yordam beradi.

Tadqiqot o'tkazishdan asosiy maqsad – bug'doy donining biologik ko'rsatkichlarini o'rganishdir. Olingan natijalar orqali esa bug'doy donidan olingan un mahsulotining ishlab chiqarishdagi ahamiyatini tadqiq qilishdan iborat. Bug'doy donini tadqiq etishda uning tarkibidagi kleykovina va kraxmal miqdorini aniqlash orqali inson uchun kerakli bo'lgan ozuqa energetik qiymatini belgilash mumkin.

Tadqiqot davomida quruq iqlim sharoitida yetishtirilgan "Zilol" (qattiq bug'doy) hamda "Yuksalish" (yumshoq bug'doy) bug'doy donlari o'rganildi va ushbu izlanishlar mobaynida "Yuksalish" navi "Zilol" navidan ko'ra ko'proq hosil beruvchi va nisbatan sifatli bug'doy ekanligi aniqlandi.

Kalit so'zlar: bug'doy, biologik ko'rsatkich, kleykovina, kraxmal, oqsil, uglevod, Kjeldall usuli, xromotografiya, "Zilol", "Yuksalish".

THE SIGNIFICANCE OF BIOLOGICAL INDICATORS OF WHEAT GRAIN CULTIVATED IN ARID CLIMATES FOR FLOUR PRODUCTION

Abstract. Nowadays, the demand for food products is increasing day by day. In particular, the need for grain products is fundamentally different from other products. According to the data, the gross production volume of wheat grain on earth is 796 million metric tons. Basically, 90 percent of wheat grain is used as a consumer product, and the amount of protein in it is important for human life. Among them, proteins and carbohydrates contained in wheat grain help the food to be digested quickly and easily.

The main purpose of the research is to study the biological indicators of wheat grain. Based on the obtained results, it is necessary to research the importance of wheat flour products in production. By determining the amount of gluten and starch contained in wheat grain, it is possible to determine the nutritional energy value necessary for a person.

During the study, "Zilol" (durum wheat) and "Yuksalish" (soft wheat) wheat grains grown in dry climates were studied, and during these studies, it was determined that the "Yuksalish" variety was more productive and of relatively higher quality than the "Zilol" variety.

Keywords: wheat, biological indicator, gluten, starch, protein, carbohydrate, Kjeldall method, chromatography, "Zilol", "Yuksalish".

ЗНАЧЕНИЕ БИОЛОГИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ПШЕНИЦЫ, ВЫРАЩЕННОЙ В СУХОМ КЛИМАТЕ, В МУЧНОМ ПРОИЗВОДСТВЕ

Аннотация. В настоящее время спрос на продукты питания растет с каждым днем. В частности, потребность в зерновых продуктах существенно отличается от потребности в других продуктах. Согласно данным, объем валового производства пшеницы в мире составляет 796 млн метрических тонн. Около 90 процентов зерна пшеницы используется в качестве продукта питания, а содержание белка в его составе имеет важное значение для жизни человека. В частности, белки и углеводы, содержащиеся в зерне пшеницы, способствуют быстрому и легкому усвоению пищи.

Основной целью исследования является изучение биологических показателей зерна пшеницы. На основе полученных результатов исследуется значение муки, полученной из зерна пшеницы, в производстве. При исследовании зерна пшеницы, определяя содержание в нем клейковины и крахмала, можно установить энергетическую ценность пищи, необходимую для человека.

В ходе исследования были изучены зерна пшеницы сортов “Зилол” (твёрдая пшеница) и “Юкаллиш” (мягкая пшеница), выращенные в условиях сухого климата. В результате этих исследований было установлено, что сорт “Юкаллиш” является более урожайным и относительно качественным сортом пшеницы по сравнению с сортом “Зилол”.

Ключевые слова: пшеница, биологический показатель, клейковина, крахмал, белок, углевод, метод Кьельдаля, хроматография, “Зилол”, “Юкаллиш”.

Kirish. Bug‘doy, *Triticum* — g‘alladoshlar oilasiga mansub o‘tsimon o‘simliklar turkumiga mansub bo‘lib, eng qadimdan to hozirgi dunyoning ko‘pgina mamlakatlarda ekiladigan asosiy don ekini hisoblanadi. Somatik hujayralarida xromosomalarning soniga ko‘ra farq qiladigan 3 (diploid, tetraploid, geksaploid) qatorga kiradigan 30 ga yaqin yovvoyi va madaniy turlari bor. Jahon dehqonchiligida asosan yumshoq bug‘doy (oddiy bug‘doy) (*Triticum aestivum*, *Triticum vulgare*) va qattiq bug‘doy (*Triticum durum*) ekiladi. Boshqa turlari kam ekiladi yoki butunlay ekilmaydi. Ko‘pgina bug‘doy turlari (Ararat, Maxa, Timofeev bug‘doyi, Urartu, Fors bug‘doyi va boshqalar) ning vatani Zakavkaz yerlaridir [1].

Bug‘doy — bir yillik o‘simlik bo‘lib, har xil tur va shakllarni duragaylash yo‘li bilan ko‘p yillik bug‘doy navlari yaratilgan. Kuzgi, bahorgi, yarim kuzgi va kuz hamda bahorda ekilganida ham hosil beradigan (duoba) turlari ham bor. Kuzgi bug‘doy bahorgisidan biologik jihatdan farq qiladi, sovuqqa va qurg‘oqchilikka chidamli, tuproq harorati 4-5°C bo‘lganda unib chiqadi. Ayniqsa, boshqoqlash davrida namga talabchan bo‘ladi.

Vegetatsiya davrida kuzgi bug‘doy uchun 21°C, bahorgi bug‘doy uchun kamida 13°C samarali harorat talab etiladi. Qurg‘oqchilik bug‘doy hosildorligini pasaytirishga olib keladi. Kuzgi bug‘doyning vegetatsiya davri kuzda 45-50, bahor va yozda esa 75-100 kun davom etsa, bahorgi bug‘doyniki 90-100 kun davom etadi. Kuzgi bug‘doy qor qoplami qalin bo‘lganda -35°C gacha sovuqqa chidaydi. Bahorgi bug‘doy maysalari -8-10°C daraja sovuqqa bardosh beradi. Kuzgi bug‘doy hosildorligi suvli yerlarda 20-25 (ayrim hollarda 70-80) s/ga, lalmi yerlarda bahorgi bug‘doy hosildorligi 1100-1800 kg/ga yetadi.

Asosiy qism. Sug‘oriladigan mintaqalarda kuzgi bug‘doyni makkajo‘xori, g‘o‘za, kartoshka va boshqa dala ekinlaridan bo‘shagan unumdor yerlarga ekish tavsiya etiladi. Nordon va sho‘rlangan tuproqda yaxshi o‘smaydi. Ekish usuli yoppasiga qatorlab (qator orasi 12-15 sm) yoki tor qatorlab (qator orasi 7-8 sm) ekiladi. Ekish me‘yori — lalmi yerlarda gektariga 70-110 kg, sug‘oriladigan mintaqalarda gektariga 170-200 kg ekish tavsiya qilinadi. Ekish chuqurligi 4-6 sm bo‘lib, kuzgi bug‘doy chuqurroq ekiladi, bunda olinadigan mahsulotning ekish me‘yori 10-15% ortiq olinadi. Urug‘lik ekish oldidan esa bug‘doy doni saralanib, dorilanadi. O‘zbekistonning sug‘oriladigan sharoitida bug‘doy ekiladigan yerga ekish oldindan 10-15 t go‘ng, 40-80 kg fosfor, 40-100 kg azot va kaliy solinib, o‘sov davrida ham ekinzor o‘g‘itlanadi. Suvli yerlarda o‘sov davrida 2-3 marta sug‘oriladi. O‘zbekistonda pishib yetilgan bug‘doyzorlar yoppasiga bir yo‘la g‘alla kombaynlari bilan o‘rib-yig‘ib olinadi.

Bug‘doy zararkunandalari va kasalliklari g‘alla sifatiga katta salbiy ta‘sir ko‘rsatadi. Bularga misol tarzida don tunlami, gessen pashshasi, ko‘kko‘z, shved pashshasi, hasva hasharotlari hamda qorakuya, qora zang, unshudring va boshqa kasalliklarni aytish mumkin.

Bug‘doyning ildiz sistemasi popuk ildiz bo‘lib, asosiy qismi yerning haydalma qatlamida rivojlanadi, ayrim ildizlar esa 180 sm gacha chuqurga kirib boradi. Poyasi sidirg‘a bo‘g‘imlarga bo‘lingan somonpoya, bo‘yi 40-130 sm. Bug‘doyning yotib qolishga chidamliligi va hosildorligi poyaning balandligiga bog‘liq. Bargi poyani nayga o‘xshab o‘rab turadigan barg qini va lenta shaklidagi barg plastinkasidan iborat. To‘pguli ko‘pgulli boshqoqchalardan iborat boshqoq. Bug‘doyda chetdan changlanish kam uchraydi, ko‘proq o‘zidan changlanadi. Mevasi don hisoblanib, doni yalang‘och, ovalsimon, tuxumsimon, cho‘ziq yoki sharsimon shaklda bo‘ladi. Qorin tomonida uzunasiga ketgan egatchali bo‘lib, oq yoki qizg‘ish-qo‘ng‘ir rangda bo‘ladi. Bo‘liqligi jihatidan yumshoq (urvoqli) yoki qattiq (yaltiroq, qayroqi) bug‘doyga bo‘linadi. 1000 ta don vazni 20-70 gni tashkil etadi.

Yumshoq bug‘doy boshog‘i qiltiqli va qiltiqsiz, qiltig‘i boshog‘idan kaltaroq holatda bo‘ladi Doni oq yoki qizg‘ish, ko‘ndalang kesimi dumaloq, ichi asosan unsimon. Qattiq bug‘doy boshog‘i zich, asosan qiltiqli, qiltiqlari boshog‘idan uzun va tik o‘sadi [2].

Bug‘doy donining 100 gr miqdori tarkibida 338 kkal energiya mavjud. Quyida bug‘doy tarkibidagi ozuqa moddalarining miqdori keltirib o‘tilgan:

Ozuqa moddasi	Miqdori (g)
Lipidlar	2,5 g
Xolesterin	0 mg
Natriy	2 mg
Kaliy	431 mg
Uglevodlar	71 g
Proteinlar	14 g

Doni to'yimli, tarkibida oqsil (seleksion navlarida 10-12% dan 20-25% gacha, yovvoyi turlarida 25-30% gacha), kraxmal (60-64%), shuningdek yog'lar (2%), vitaminlar, fermentlar, mineral moddalar va boshqalar bor. Doni, kepagi va boshqa chiqindilari qimmatli yem va aralash yem sanoati uchun xom ashyo sifatida foydalaniladi. Somoni yem-xashak va to'shama hamda qurilish materiali sifatida qo'llaniladi. Poyasi qog'oz, karton, o'rov materiali ishlab chiqarish, savatlar, qalpoqlar to'qish uchun ishlatiladi. Ko'k massasi molga beriladi, shuningdek, silos qilish uchun beriladi. Bug'doy donidan turli navli unlar, yorma, spirt, kraxmal va boshqa mahsulotlar ishlab chiqarish mumkin [3].

Hozirgi kunda O'zbekistonda bug'doyning 93 navi yetishtiriladi, tadqiqot davomida ikki xil turdagi "Zilol" va "Yuksalish" bug'doy navlaridan foydalanildi.

Qattiq bug'doyning "Zilol" navi Janubiy dehqonchilik ilmiy tadqiqot instituti (sobiq Qashqadaryo boshqali don ekinlari seleksiyasi va urug'chiligi ITI) olimlari A.Amanov, Z. Ziyadullaev, O. Amanov, Ram Sharma Chandra, D. Juraev, A.Meyliev, O.Amirqulov tomonidan МИНИМУС/СОМБ_2//ЧАМ_3/3/ФИНЧИ_6 navlarining chatishtirish kombinasiyasidan olingan duragaylar avlodlaridan yakka tanlash usuli bilan yaratilgan. Qishloq xo'jaligi ekinlari Davlat reestriga 2016-yil kiritilgan. Respublikaning sug'oriladigan yerlarida kuzgi muddatda ekish tavsiya etilgan. Nav o'rta-pishar bo'lib 200-206 kunda pishib yetiladi, o'rta bo'lyi (100-105 sm), yotib qolishga chidamli. Biologik kuzgi. Melyanopus tur xiliga mansub. Sovuqqa chidamliligi o'rtacha, qurg'oqchilikka chidamli, sariq, qo'ng'ir zang kasalligi, chang va qattiq qorakuya kasalliklariga chidamli. 1000 dona don vazni 42-44 gr [4].



1-2 rasmlar. "Yuksalish" bug'doy navi

Respublikaning sug'oriladigan yerlarida kuzgi muddatda ekish tavsiya etilgan. Ekish me'yori 1/ga 2.5 mln. dona, tog' oldi zonalar uchun 3.0 mln unuvchan urug' hisobida belgilanadi. Respublikada H180П90K60 kg/ga oziqlantirish me'yori asosida oziqlantirish tavsiya etiladi. Nav suvsizlikka chidamli bo'lib, o'suv davrida 3 martagacha sug'orish maqsadga muvofiqdir.

Respublikamizning Qashqadaryo, Surxondaryo, Samarqand, Toshkent, Jizzax va Namangan viloyatlariga ekishga joriy qilingan [4].

Yumshoq bug'doyning "Yuksalish" navi Janubiy dehqonchilik ilmiy tadqiqot instituti (sobiq Qashqadaryo boshqoli don ekinlari seleksiyasi va urug'chiligi ITI) olimlari Amanov Amir Amanovich, Amonov Oybek Anvarovich, Juraev Diyor Turdikulovi, Meyliev Akmal Xushvaktovich, Dilmurodov Sherzod Dilmurodovich, Boysunov Nurzod Bekmurodovich tamonidan Yaksart x G'ozg'on duragay kombinasiyasidan yakka tanlash asosida yaratilgan [4].



3-4 rasmlar. "Zilol" bug'doy navi

Qishloq xo'jaligi ekinlari Davlat reestriga 2022-yil kiritilgan. Respublikaning sug'oriladigan yerlarida kuzgi muddatda ekish tavsiya etilgan.

O'rta pishar nav bo'lib, 208-211 kunda pishib yetiladi. O'simlik o'rta bo'yli (105-109 sm), yotib qolishga chidamli. *Triticum aestivum* tur xiliga mansub. Tuproq sho'rlanishiga, sovuqqa chidamlilik darajasi yuqori hisoblanadi. Qurg'oqchilik hamda sariq zang kasalligigayaxshi bardosh beradi. Chang va qattiq qorakuya kasalliklariga ham chidamliligi aniqlangan. Yuqori agrotexnika sharoitida gektaridan o'rtacha hosildorligi 9,6 tonna bo'lib ishlab chiqarish sharoitida 8,5-8,6 tonnani tashkil etdi.

Respublikaning sug'oriladigan yerlarida kuzgi muddatda ekish tavsiya etilgan. Gektariga tekislik zonalar uchun 5.0 mln dona, tog' oldi zonalar uchun 4.5 mln dona unuvchan urug' hisobida ekish uchun tavsiya qilinadi. Respublikada H180П90K60 kg/ga oziqlantirish me'yori asosida oziqlantirish tavsiya etiladi. Ushbu nav ham suvsizlikka chidamli bo'lib, o'suv davrida 3 martagacha sug'orish maqsadga muvofiq hisoblanadi.

Respublikamizning barcha sug'oriladigan maydonlariga joriy qilingan va katta maydonda ekib kelinmoqda [4].

Tadqiqotlarimiz davomida yuqori samarali suyuqlik xromatografiyasidan foydalangan holda 2 xil navdagi bug'doy donlarining tarkibidagi vitaminlar miqdori aniqlandi.

Yuqori samarali suyuqlik xromatografiyasi (HPLC, ilgari yuqori bosimli suyuqlik xromatografiyasi deb qo'llanilgan) – aralashmadagi komponentlarni ajratish, aniqlash va dozalash uchun analitik kimyoda qo'llaniladigan usuldir. Uning asosiy konstruktiv xususiyati qattiq adsorbent materialdan tayyorlangan statsionar faza bo'ylab mobil fazani yuqori bosim bilan siqib chiqaradigan nasoslardir. Namunadagi har bir komponent adsorbent moddasi bilan turlicha reaksiyaga kirishadi, shuning uchun ular ustun bo'ylab turli tezlikda harakatlanib, aralashmaning ajralishiga olib keladi [5].



5-rasm. YuSSX ning umumiy ko‘rinishi

HPLC ko‘p maqsadlarda qo‘llanadi. Shuningdek, sanoatda (masalan, dori va oziq-ovqat mahsulotlarini o‘rganish uchun), qonunchilikda (masalan, dopingni aniqlash uchun), tadqiqotda (masalan, murakkab biologik materialning tarkibiy qismlarini ajratish uchun) va tibbiyot uchun (masalan, qon namunalari uchun) [5].

Namunani tayyorlash. “Yuksalish” va “Zilol” navli bug‘doy o‘simliklarini begona aralashmalardan tozalab olinadi. Quruq xomashyo laboratoriya tegirmonchasida maydalanib 0,1 gr miqdorda analitik tarozida tortiladi. Tortmani 10 ml 40% etil spirtida ekstraksiya qilinadi. Ekstraksiya 4 soat mobaynida ultra tovushli suv hammomida ishlov beriladi. Daqiqasiga 6000 marta aylantiruvchi sentrafugada 20 daqiqa aylantiriladi. Eritmani ustki qismidan olib flakonlarga joylanadi. Tayyorlangan tiniq eritma flakonlarga joylanib, HPLC Agilent Technologies 1260 yuqori samarali suyuqlik xromotografiyasiga qo‘yiladi.

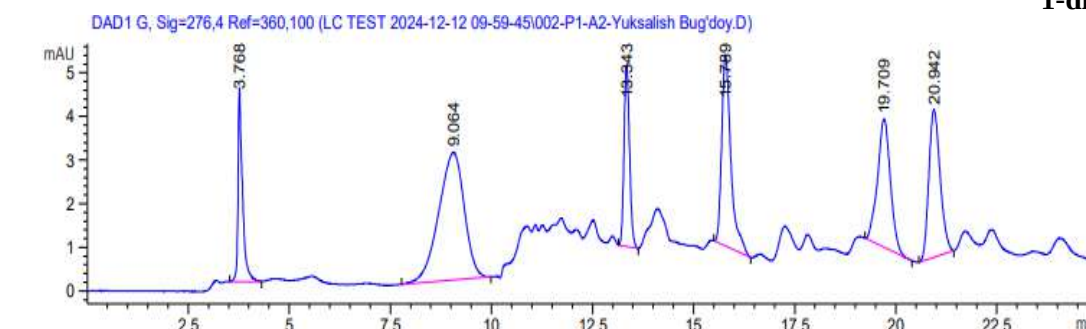
Quyida tajribamiz bo‘yicha YuSSX dan olingan natijalar ko‘rsatib o‘tildi:

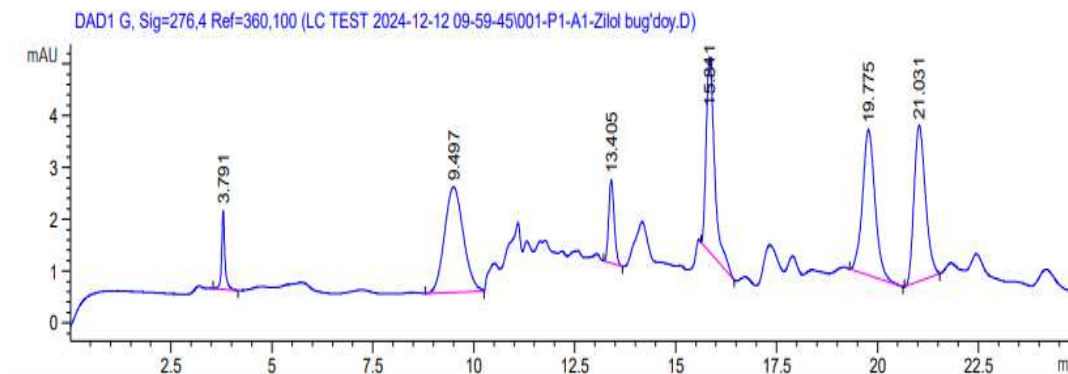
2-jadval.

Quyidagi diagrammalarda “Yuksalish” va “Zilol” navlarining tarkibidagi vitaminlar miqdori keltirib o‘tilgan:

Bug‘doy navlari	Yuksalish	Zilol
	mkg/gr	mkg/gr
B1	0,056352	0,029071
B2	0	0
B6	0	0
B9	0,402721	0,296221
PP	0	0
C	0	0

1-diagramma.





ADABIYOTLAR:

1. S.Tursunov, Z.Muqimov, B.Norinboyev, Donni saqlash va dastlabki ishlash texnologiyasi, Toshkent, "Ijod-press" – 2019, 23-25 betlar.
2. Yakubjonov O., Tursunov S., Muqimov J., Donchilik, Toshkent, "Yangi asr avlodi" – 2009, 11-14 betlar.
3. Vasiyev M.G., Dodayev Q.O., Isaboyev I.B., Sapayeva Z.Sh., G'ulomjonova Z.J., Oziq-ovqat texnologiyasi asoslari, Toshkent, "Voriz-nashriyot" – 2012, 5-7 betlar.
4. Janubiy dehqonchilik ilmiy-tadqiqot instituti texnologlari bergan hisobotdan olindi.
5. Xolmurodov B.B., Berdimurodov X.T., Dodayev Q.O., Ataqulova D.T., Xolmurodova Z.D., Oziq-ovqat mahsulotlarini tadqiq qilish usullari, "Ideal press" – 2023, 117-bet.

QOVUN VA UNING XUSUSIYATLARI

Abdujabborov Lazizbek Abdug‘affor o‘g‘li,

Buxoro davlat universiteti magistranti

Geliofizika, qayta tiklanuvchi energiya manbalari

va elektronika kafedrası mudiri J.R. Qodirov taqrizi asosida

Annotatsiya. Ushbu maqolada qovun o‘simligi haqida ma‘lumotlar keltirilgan. Shuningdek, maqolada qovunning shifobaxsh xususiyatlari va undan turmushda va tabobatda qo‘llanishi hamda uzoq muddat davomida iste‘molga yaroqli holda saqlashga oid masalalar keng yoritilgan.

Kalit so‘zlar: gurvak qovun, beta-karotin, qovoqdoshlar oilasi, shifobaxsh xususiyatlar, biologik tarkib, kimyoviy tarkib, xalq tabobati.

ДЫНЯ И ЕЁ СВОЙСТВА

Аннотация. В этой статье представлена информация о растении дыни. В статье также широко освещаются целебные свойства дыни и её применение в быту и медицине, а также вопросы, связанные с сохранением её пригодности к употреблению в течение длительного времени.

Ключевые слова: дыня гурвак, бета-каротин, семейство тыквенных, целебные свойства, биологический состав, химический состав, народная медицина.

MELON AND ITS PROPERTIES

Abstract. This article provides information about the melon plant. The article also extensively covers the healing properties of melon and its use in everyday life and medicine, as well as issues related to maintaining its suitability for consumption for a long time.

Keywords: gourvak melon, beta-carotene, pumpkin family, medicinal properties, biological composition, chemical composition, traditional medicine.

Kirish. Respublikamizda oziq-ovqat xavfsizligini ta‘minlash, aholi turmush darajasini ko‘tarish, shuningdek ichki bozorni qishloq xo‘jaligi mahsulotlari bilan yil davomida to‘yintirish masalalariga alohida e‘tibor berilmoqda.

Buning uchun yil davomida turli oziq ovqat mahsulotlarini yetishtirish, saqlash va qayta ishlash borasida ilmiy asoslangan innovatsion texnologiyalar yaratilishi maqsadga muvofiq. Qovunning ozuqaviy ahamiyati nihoyatda katta bo‘lib, inson salomatligiga kuchli ta‘sir etuvchi ajoyib taniq mahsulot hisoblanadi. O‘zbekiston qovunlari o‘zining shirinligi betakror mazasi, hidi, uzoq muddatda saqlanishi bilan butun dunyoga mashhur [1].

O‘rta Osiyo polizchiligi ko‘p asrlik tarixga ega va shu davr mobaynida qovun insonlar tomonidan sevib iste‘mol qilinadigan eng qimmatli oziq mahsulot sifatida e‘zozlanadi.

N.I.Vavilov (1926) ta‘kidlashicha, O‘rta Osiyo madaniy o‘simliklarning kelib chiqishni o‘chog‘i va qovunning kelib chiqishi bo‘yicha esa ikkilamchi o‘chog‘i hisoblanib, uning yirik tur hillari jamlangan. Halq seleksionerlari tomonidan turli tuproq-iqlim sharoitlariga yetishtirilishga moslashgan qovunning ko‘plab navlari yaratildi. Shunday tor mahalliy navlar ham mavjudki, ular ma‘lum bir mintaqaga, xattoki hudud alohida bir aholi punkti doirasida yetishtirishga moslashgan. Ko‘plab mahalliy navlar asosida keng tarqalish miqyosiga ega bo‘lgan yangi seleksion navlar yaratildi.

O‘zbekistonda hozirgi davrda qovunning 160 dan ortiq madaniy navlari tarqalgan bo‘lib, ular pishib yetilish muddati, hosildorligi, ta‘mi, mevalarining saqlanish muddati bo‘yicha o‘zaro farqlanadi va ularning ko‘pchilik qismi jahonda shuxrat qozongan. Hozirgi davrda qovunning 36 navi davlat Reestriga bo‘lib, shundan: 9 tasi ertapishar, 15 tasi o‘rtapishar, 12 tasi kechpishar navlardir. Davlat Reestriga kiritilgan navlarning sakkiztasi mahalliy navlarga mansubdir. Davlat Reestriga kiritilgan ko‘pchilik qovun navlari bir necha o‘n yilliklar mobaynida yetishtirilib kelinmoqda. [2].

Mahalliy qovun navlarini o‘rganish, yaxshilash va boyitishga Respublikaning ko‘zga ko‘ringan seleksioner-olimlari Pangalo K.I., Filov A.I., Goldgauzen M.K., Bel-Kuznetsova V.F., Donskoy P.V., Karimov A.K., Zeman G.O., Dudko P.N., Kulakova M.N., Jiteneva N.E., Xakimov A.S., Shukina A.S.,

Xakimov R.A. hamda xalq seleksionerlari Aligavharov A., Karimshoev O', Tojiev T., Muydinov Sh. va boshqalar o'zlarining ulkan hissalarini qo'shdilar.



Asosiy qism. Yozma tarixiy manbalar bundan 2 ming yil ilgari ham qovun yetishtirilganligidan dalolat beradi. Qoraqalpog'iston Respublikasining Beruniy shahridan 80 km uzoqlikda joylashgan Tuproqqal'ada olib borilgan qazilma ishlari jarayonida milodiy III asrga taalluqli madaniy qovun urug'lari topilgan. As-Saolibiy (milodiy IX asr) va sayyoh Ibn Batutta (XIV asr) o'z kitoblarida Xorazm qovunlariga ta'rif berishgan. Zaxiriddin Muhammad Bobir (XV asr) va undan keyingi davrda bir necha sayyohlar Movarounnahr bo'ylab safarlari davomida bu farovon o'lkaning ajib qovunlariga qoyil qolishgan. Ajoyib mevalar dovrug'i mamlakat tashqarisidagi uzoq o'lkalarga keng yoyildi. Qovunlarning katta miqdorda miloddan avvalgi II asrda Xitoyga, IX-X asrlarda Iroqqa olib chiqilganligi to'g'risidagi ma'lumotlar saqlangan. Qovunlar Hindistonda, Eronda va boshqa mamlakatlarda ham munosib baholandi. Shu davrlarda qovun qoqisi ham e'tirof etilib, uni uzoq o'lkalarga olib chiqilar edi.

O'zbekiston Respublikasi- Markaziy Osiyoning eng yirik polizchilik mintaqasidir. Bu yerda har yili 35-40 ming gektardan ortiq yer maydoni poliz ekinlariga ajratiladi va yalpi hosil 450-500 ming tonnani tashkil etadi, Shundan Qoraqalpog'istonda poliz ekinlari 5,5 ming gektar maydonga ekilib, 39 ming t. miqdorida yalpi hosil olinmoqda. Qovunning mevasi ajoyib ta'mga hamda ko'pgina foydali xususiyatlarga egadir. Uning tarkibida 85,0-92,0% suv, 8,0-15,0% quruq modda, 0,8% oqsil 1,8% kletchatka va 6,2% boshqa uglevodlar, 0,9% moy, 0,6% kul, 20,0-30,0 mg/% C darmondorisi, 0,03-0,07 mg/% boshqa darmondorilar, Zn, Fe, Ca, Mg, K, P kabi mikroelementlar, organik va mineral tuzlar mavjud. O'rta Osiyo qovun navlari mevalaridagi qand modasi miqdori - 14,0-16,0 foizga yetadi. Tarkibida fruktoza moddasi miqdorining ortiqqligi sababli qovunning eti o'ta shirin, glyukoza moddasi ko'proq bo'lganda esa eti nimshirin ta'mga egadir. Ushbu sifatlar qovunning parhez oziqa jixati, dorivor xususiyatlari va xalq tabobatida qo'llanilishi bo'yicha ahamiyatini belgilab beradi.

Qovun – qovoqdoshlar oilasi, bodring turkumiga mansub bir yillik o't o'simliklar turi, poliz ekinidir. Ildizi o'qildiz, ildiz tizimi kuchli rivojlanadi. Palagi ingichka, yotib o'sadi. Barglari uzun bandli, palakda ketma-ket joylashgan. Hasharotlar yordamida changlanadi. Mevasining shakli turli (yumaloq, ovalsimon, cho'zinchoq). Vazni 200 g dan 16-25 kg gacha. Po'sti qalin (1,5-2 sm), o'rtacha (1 -1,5 sm), yupqa (0,5 – 1,4 sm), eti yumshoq, sersuv, sershira, qumoq, ba'zilariniki tolali, rangi oq, qizil, sarg'ish, yashilroq. Urug'i oq, och sariq va sariq.

Qovun issiqsevar, yorug'sevar o'simlik, qurg'oqchilikka va tuproq sho'rlanishiga chidamli. Urug'i tuproq harorati 14-15 ga yetganda una boshlaydi (13 dan past haroratda urug'i chiriydi). Ekilgandan keyin 5-7 kunda maysa unib chiqadi. O'suv davrida qator oralari 2-3 marta yumshatiladi. Tuproq sharoitiga qarab 5-6 marta sug'oriladi. Har sug'orishdan keyin ariq qirovi bosiladi. Hosildorligi 250-300 sentner/hektar.

Bugungi kunda yurtimizda yetishtirilayotgan qovun mahsuloti Afg'oniston, Belarus Respublikasi, Buyuk Britaniya, Germaniya, Gruziya, Qozog'iston, Qirg'iziston, Latviya, Litva, Lyuksemburg, Moldaviya, Niderlandiya, BAA, Pokiston, Polsha, Rossiya, Tojikiston, Ukraina, Chexiya, Shveysariya kabi mamlakatlarga eksport qilinmoqda. [3].

O'zbekistonda mahalliy sariq handalak, obinovvot, gurlan, bo'rikalla, ko'kcha kabi qovun navlari nomdor sanaladi. Bugungi kunda ushbu mahsulot dunyoning ko'plab mamlakatlariga eksport qilinmoqda.

Bugungi kunda butun dunyoda tarkibi jihatidan ozuqaviy qiymati yuqori va biologik faol birikmalarga boy bo'lgan manbalarga talab ortib bormoqda. O'zbekiston tabiiy dorivor o'simliklarga boy mintaq bo'lib, shunday o'simliklardan biri, qovundir [4].

Qovun — taom oʻrnini bosadigan, toʻyimli, kam kaloriyali va oʻrta glikemik indeksga ega yegulik hisoblanadi. Qovun tarkibida qimmatli modda (kuchli antioksidant) — beta-karotin miqdori juda koʻp. Beta-karotin — sariq meva va sabzavotlarda uchraydigan, ularga shu rangni beradigan oʻsimlik pigmentidir. Apelsin va sabzi toʻq sariq rangda boʻlishiga qaramay qovun tarkibidagi beta-karotin ularnikidan koʻproq. Qovun tarkibida koʻp miqdorda folat (B9 vitamini) mavjud. Bu homiladorlik paytida ayol organizmi uchun zarur. Bundan tashqari u xotirani yaxshilaydi va depressiyadan himoya qiladi. Tarkibida kremniy borligi tufayli soch va teri holatini yaxshilaydi. Beta-karotin tufayli chiroyli va silliq teriga ega boʻlasiz.

Qovun tarkibida qimmatbaho element — oltin mavjud! Bu boshqa elementlar bilan bir qatorda organizmga juda zarur. Qovun tarkibidagi vitaminlar, minerallar hamda boshqa foydali moddalar saraton va insult kabi kasalliklarning oldini olish xususiyatiga ega. [5].

Qovun C vitaminiga boy poliz mahsuloti. 100 gramm qovun tarkibida C vitaminining kundalik 20-30 foiz isteʼmol meʼyori mavjud. Mazkur vitamin teri hujayralari va butun tana holati meʼyorini taʼminlab, jarohatlarning tez bitishida ahamiyatli, shuningdek, suyak hamda tish mustahkamligini taʼminlaydi.

Qovun tarkibidagi A vitamini ham suyaklar, tishlar va teri salomatligiga oʻta zarur modda boʻlib, shuningdek, tanadagi shilliq qavat (koʻz soqqasi, tomoq, burun shilliq qavati)larga beqiyos malham modda sifatida qadrlidir. Mazkur vitamin koʻz soqqasi shilliq pardalarini tashqi taʼsirlardan asraydi. Koʻz koʻrish qobiliyatini oshiradi. Vitamin A immun tizimini mustahkamlaydi. Mutaxassislarning fikricha, qovunning baʼzi navlari B guruhiga mansub vitaminlarga boy boʻlib, ular organizmdagi qand va uglevodlarni ishlab chiqarish jarayonida faol ishtirok etadi. Bu jarayon esa oʻz navbatida, tana quvvatini oshiradi. 100 gramm qovun tarkibida bor-yoʻgʻi 35 kkal kaloriya mavjud boʻlib, yogʻ moddalari deyarli yoʻq. Shuningdek, qovundagi suv miqdori isteʼmolchining tana ehtiyojlarini toʻliq qondirish xususiyatiga ega. Shuning uchun qovunni parhez mahsulotlar turiga kiritish mumkin.

Bundan tashqari, qovun tarkibida mavjud boʻlgan yuqori miqdordagi karotinoidlar saraton rivojlanishining oldini olishi va toʻxtatishga yordam beradi.

Qovun tarkibidagi adenozin antikoagulyanti qon parchalanishini faollashtirib, yurak va qon-tomir kasalliklari, yaʼni insultning oldini oladi. Kaliy moddasi ham yurak va qon-tomir faoliyati tizimini yaxshilab, gipertoniya kasalligi – hafaqonlik kelib chiqishini toʻxtatadi.

Shuningdek qovun buyrak kasalliklarini davolash xususiyatiga ega. Agar qovun har kuni ertalab isteʼmol qilinsa (albatta, qovun pishigʻi mahalda) buyrak faoliyatida hech qanday muammo boʻlmaydi. Qovun+limon formulasi, yaʼni qovun limon sharbati yoki oʻzi bilan isteʼmol qilinsa podagra kasalligini davolaydi. Shuningdek, qovun oshqozon-ichak faoliyatini yaxshilaydi, ich qotishining oldini oladi, oshqozondagi ishqorlanish jarayonini meʼyorlashtirib beradi. Qovun tarkibidagi vitaminlar teri tarangligini taʼminlaydi va uning qarishiga qarshi kurashadi. Yuz terisidagi chuqur ajinlarni yoʻq qilish uchun qovunni faqat isteʼmol qilibgina qolmay, balki parrak qilib kesilgan boʻlaklarini bir necha daqiqalar (15-20)ga teri yuzasiga qoʻyish ham yaxshi natija beradi. Bundan tashqari, qovun tarkibidagi vitamin va minerallar soch oʻsishini jadallashtirib, toʻkilishining oldini oladi. Umuman olganda, qovun shunchaki shirin poliz mahsuloti. Uni doimiy ravishda isteʼmol qilish faqat koni foydadir. [6].

Xalq tabobatida qadimdan qovun turli kasalliklarni davolashda keng qoʻllanib kelinadi. Undan oʻz vaqtida Ibn Sino ham koʻp foydalangan. Meva etini bod, oʻpka sili, podagra kasalliklarini davolashda ishlatishga tavsiya etgan. Qovun qabziyat hollarda va bavosil kasalligida surgi hamda yoʻtal va yalligʻlanishga qarshi, siydik haydovchi, organizmdan gijjalarni tushiruvchi vosita sifatida qoʻllaniladi. Qovunni yumshoq eti hamda uning shirasi chanqoqni yaxshi qondiradi va nerv (asab)ni tinchlantiradi.

Qovunning shifobaxsh xususiyatlari uning yetilib, yaxshi pishganligi bilan bogʻliq. Masalan, yetilib pishmagan qovun – sapchani yeyish oshqozon yarasi yoki gastrit kasali bor kishilarga tavsiya etilmaydi. Och qoringa ham qovun tanovul qilish tavsiya etilmaydi. Uni xatarsiz tanovul qilishning tartibi ovqat tanovul qilish orasida boʻlishi yaxshidir, bunda u boshqa tanovul qilingan oziq-ovqat mahsulotlari bilan aralashishib hazmi yaxshiroqdir.

Bugungi kunda diyetologlar qovun isteʼmol qilishni ovqat hazm qilishni yaxshilash maqsadida tavsiya etishadi. Bundan tashqari u ajoyib gijja haydovchi vositadir. Bu albatta bolalar uchun foydali.

Yevropada keyingi yillarda organizmni qovunning sharbati yordamida tozalash keng tus oldi. Har xil ortiqcha yoqimsiz moddalar va xiltlardan organizmni tozalash uchun 20 kun davomida nahorga, kishi taʼbiga qarab, qovun sharbatiga xohlagan mevasini qoʻshib isteʼmol qilinadi. Bu davolash usulini albatta mutaxassis shifokor maslahati bilan qoʻllaniladi. Oʻzimizda esa “qovun yesang sahar yer, sahar yemasang zahar ye” degan matal mavjud. Bobolarimiz, momolarimiz saharga qovun bilan issiq non yeyishni xush koʻrishardi. Xorazmda esa gurvak qovunni non bilan yeyish anaʼanasi hamon davom etadi.

Qovunning ayollar sogʻligʻi uchun foydasi katta. Qovunda mavjud boʻlgan foliy kislotasi ayollar uchungina muhim va zarur boʻlgan moddadir. Zero, foliy kislotasiz boʻlajak ona sogʻlom boʻlish meʼyorida

kechmaydi. Chunki u suyaklarni mustahkamlaydigan vositalardan biridir. Qovunda mavjud bo'lgan kremniy suyak, soch va terining sog'lom bo'lish muvozanatini ham ta'minlaydi. C vitamini usti-ustiga davom etgan shamollashdan zaiflashgan kishilar organizmida immunitetni mustahkamlaydi. [7].

Ortiqcha semirishning oldini oladi Uning past kaloriyaliligi ortiqcha vazndan qutilishda yordam beradi. Lekin qand kasalligi bor kishilar qovun tarkibida qand moddasi ko'p bo'lganligidan, uni ehtiyot bo'lib iste'mol qilishlari zarur. Qovun mag'zida serotonin ya'ni – “quvonch gormoni” bo'lgan modda ishlab chiqarishga sabab bo'ladigan, asablarni mustahkamlaydigan moddalar bor. Ma'yus bo'lib qolgan kishi ikki karj qovun yeb olsa, kayfiyati yaxshilanadi. Organizmni mustahkamlab, immunitetni ko'taradi Xalq tabobati tavsiyalarida qovun urug'i yanchib iste'mol qilinsa, organizm mustahkamlanib, immunitet kuchayadi. Qovun yoshartiruvchi effektga ega. Sharqda: “Qovun sochni baquvvat qilib, yaltiratadi, ko'zni o'tkir qiladi, lablarni tarang qilib, insonga kuch quvvat beradi”, deyishadi.

Qovunni qishga saqlab qo'yish: Agarda siz qishda ham qovundan iste'mol qilishni xohlasangiz, unda quyidagi maslahatlar sizga qo'l keladi.

Kuzgi qovunlarni quruq ob-havo sharoitida pishgan va bir oz xomroq paytida yig'ib olinadi. Bandi pichoq yoki qaychi bilan tanasiga zarar bermasdan qirg'iladi. Qovunlarni saqlash uchun eng yaxshi harorat 0, +1°C hisoblanadi. Havoning nisbiy namligi esa 85% ga yaqin bo'lishi kerak. Bunday sharoitda uzoq saqlanadigan qovunlarni sovutgichda may oyigacha saqlash mumkin.

Qovunlarni omborxonalarda osilgan holatda saqlash mumkin. Bunda omborxonalarda trubalar o'rnatilgan bo'lishi zarur va qovunlar bu trubalarga osib chiqiladi. Qovunlarni stellaj qavatlariga solingan somonning ustiga bir qator qilib, bandini pastga qilib, terib chiqiladi. Qishga saqlanadigan qovun 2-3 sm li bandi bilan o'tkir pichoqda kesib olinadi. Ko'kish, yetilmagan qovunlar saqlashga yaramaydi, chunki ular kamshira bo'lib, pishmay qolib tez buziladi. Palakdan uzib olingan qovunlar bir qator qilib terilib, dalaning o'zida 10-15 kun quyosh taftida ushlanadi. 4-5 kunda bir ag'darib qo'yiladi. Shu vaqt davomida qovunda tegishli fiziologik jarayonlar sodir bo'lib, bu uning saqlanish qobilyatini oshiradi. So'ngra qovunlar omborga tashiladi. Bunda mashina yoki traktor ustiga yumshoq to'shama solib, qovunlar ustma-ust teriladi. Qovun saqlanadigan omborlarning havo harorati 2-4°C, nisbiy namligi 70-80% bo'lishi kerak. Namlik bundan oshib ketsa, zamburug'li kasalliklar paydo bo'lishi mumkin. Qovunni ham har xil saqlash mumkin: tokchalarga terib, yashiklarga joylab yoki osib qo'ysa ham bo'ladi. Qovun osib qo'yilganda nisbatan yaxshi saqlanadi. Buning uchun omborlarda o'rnatilgan 4-5 yarusli qilib, oralig'i 80-90 sm qoldirib, diametrik 10-12 sm li xodalar o'rnatilib, ularga qovunni to'rga solib ilib qo'yiladi. Tokchening ikki tomonidan qovun saqlanadigan joy tayyorlanadi, bular 3-4 yarusli bo'lib, bir-biridan yarim metr masofada joylashadi. Tokchaga quruq qipiq sepiladi. So'ngra qovunlar bir-biriga tegmaydigan qilib, bir qator terib chiqiladi. Tokchadagi har bir qovun tagiga alohida-alohida to'shama qilinsa yana ham yaxshi bo'ladi. Qovunni yashiklarda ham saqlash mumkin. Buning uchun yashik tubiga 10-15 sm qalinlikda poxol to'shalib, ustiga ehtiyot qilib bir qator qovun teriladi. Yurtimizda qovunni asosan omborxonalarda saqlanadi. Bunday omborxonalarning balandligi 3-4 m dan 5-6 m gacha, o'zi oddiy, devori qalin loy suvoq bo'ladi. Devorlariga mahsus qopqoqli tuynukchalar o'rnatiladi. Bunday omborxonalarda harorat kuzda 10-15°C, qishda 4-7°C bo'ladi. Har bir qovun yirik ko'zli to'rxalta yoki qamishdan to'qilgan qovuqqa solinib osib qo'yiladi. Bunda havo yaxshi yurishadi va qovunlar yaxshi saqlanayotganini nazorat qilib turish mumkin bo'ladi. Qisqaroq muddatli saqlash uchun quyidagi navlarni olish mumkin: o'rtapishar navlardan O'zbekiston – ichi qizil 1233, Ko'kcha-588, Oq qovun-557, Ko'kto'nli-1087, Cho'li, Oq gulobi-803 va boshqalar. Kuzgi-qishki va qishki navlardan Qariqiz-700, Qo'ybosh-476, mahalliy Qorapo'choq-3744, Umrvoqi-3748, mahalliy Oqqosh, sariq Qora qo'tir va boshqalar.

Xulosa. Ushbu ishda qovunni kelib chiqish tarixi va biologik va kimyoviy tarkibi, uning inson salomatligiga foydali ta'siri hamda shifobaxsh xususiyatlari batafsil o'rganildi. Shuningdek, qovunning xalq tabobatida va kundalik turmushda qo'llanilishiga doir ilmiy asoslangan ma'lumotlar tahlil qilindi va ularning amaliy ahamiyati yoritildi.

ADABIYOTLAR:

10. Mavlyanov R., Rustamov A., Xakimov R., Turdiyeva M., Padulosi S., O'zbekiston qovunlari – T., 2005, -205 b.

11. Lapasov V., Sanakulov A.L. Qovunning shifobaxsh xususiyatlari va stishtirish texnologiyasining ayrim jihatlari // Veterinariya hamda chorvachilik ilmini rivojlantirishdagi ilk qadamlar. Iqtidorli talabalar va magistrnlarning ilmiy-amaliy konferensiyasi materiallari to'plami. 6-7 may 2020 yil. Samarqand, 2020. -B. 373-376

12. Андросов А. О культуре дынь в Средней Азии и местные их сорта. // «Промышленное садоводство и огородничество». - 1940. - № 1-4. С. 98 -100
4. Asqarov I.R. Sirli tabobat. – T.: Fan va texnologiyalar nashriyot-matbaa uyi. 2021. - B. 1084.
5. Mo'minjonov M.M. Qovunning shifobaxsh xususiyatlari. // Xalq tabobati plus. 2021 y. T. №7. B.27.
6. Бел-Кузнецова В.Ф., Житенева Н.Е. Дыни Узбекистана. // Т.: Изд. Комитета наук УзССР.- 1937.- 127 с.
7. Ермохин В.Н. Дыни Узбекистана. // Т.: «Фан».- 1974.- 23 с.

ELEKTR ENERGETIKA OBYEKTARIDA BOSHQARUV QARORLARINI QABUL
QILISHNI INTELLEKTUALLASHTIRISH**Porubay Oksana Vitalevna,**

Muhammad al-Xorazmiy nomidagi

Toshkent axborot texnologiyalari universiteti Farg'ona filiali dotsenti, PhD

oksanaporubay@gmail.com**Turdimatov Mamirjon Mirzayevich,**

Muhammad al-Xorazmiy nomidagi

Toshkent axborot texnologiyalari universiteti Farg'ona filiali dotsenti, t.f.n.

Turdimatovmamir1958@gmail.com

Annotatsiya. Maqolada neyro-analitik tarmoqlar asosida elektr energetik tizimlar ish rejimlarini boshqarish uchun matematik modellarning asosiy jihatlari ko'rib chiqilgan. Zamonaviy energiya tizimlarini boshqarish va optimallashtirish usullari, jumladan, elektr energiyasini tashish, taqsimlash va iste'mol qilish jarayonlari tahlil qilingan. Neyro-analitik tarmoqlarni energiya resurslarini boshqarish tizimlariga integratsiya qilishda qo'llaniladigan algoritmik yechimlarga alohida e'tibor qaratilgan. Mualliflar Smart Grid konsepsiyasini joriy etish istiqbollarini o'rgangan va uning energiya tizimlarining samaradorligi hamda barqarorligini oshirishdagi ahamiyatini ta'kidlagan. Ishda bunday yechimlarni amalda qo'llash imkoniyatlari va ularning aqlli energiya tarmoqlarini rivojlantirishga ta'siri haqida xulosalar keltirilgan.

Kalit so'zlar: smart Grid konsepsiyasi, neyron tarmoq, neyro-analitik tarmoq, elektr energiya tizimi, sun'iy neyron tarmoq, noravshan to'plam, fazalashtirish bloki, a'zolik funksiyasi.

ИНТЕЛЛЕКТУАЛИЗАЦИЯ ПРИНЯТИЯ УПРАВЛЕНЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ В
ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ОБЪЕКТАХ

Аннотация. В статье рассмотрены ключевые аспекты разработки математических моделей управления режимами работы электроэнергетических систем на основе нейро-аналитических сетей. Проведён анализ методов управления и оптимизации работы современных энергосистем, включая транспортировку, распределение и потребление электроэнергии. Особое внимание уделено алгоритмическим решениям, используемым при интеграции нейро-аналитических сетей для создания систем управления энергоресурсами. Авторами исследованы перспективы внедрения концепции Smart Grid, подчеркнута её значимость для повышения эффективности и устойчивости энергосистем. В работе представлены выводы, раскрывающие возможности практической реализации таких решений и их влияние на развитие интеллектуальных энергетических сетей.

Ключевые слова: концепция Smart Grid, нейронная сеть, нейро-аналитическая сеть, электроэнергетическая система, искусственная нейронная сеть, нечёткое множество, фазовый блок, функция принадлежности.

INTELLECTUALIZATION OF MANAGEMENT DECISION-MAKING IN ELECTRIC
POWER FACILITIES

Abstract. The article examines the key aspects of developing mathematical models for managing the operating modes of power systems based on neuro-analytical networks. Modern methods for managing and optimizing power systems, including the processes of electricity transportation, distribution, and consumption, are analyzed. Special attention is given to algorithmic solutions employed when integrating neuro-analytical networks into energy resource management systems. The authors have studied the prospects of implementing the Smart Grid concept and highlighted its significance in enhancing the efficiency and sustainability of power systems. The work provides conclusions on the practical application of such solutions and their impact on the development of smart energy networks.

Keywords: smart Grid concept, neural network, neuro-analytical network, electric power system, artificial neural network, fuzzy set, phase block, membership function.

Kirish. Bizga ma'lumki, jahonda va Respublikamizda so'nggi vaqtlarda energetika sohasini rivojlantirish hamda elektro-energetika tizimlarida sodir bo'lgan energiya resurslari va elektr quvvatini yo'qotilishni kamaytirish masalalarini yechishga alohida e'tibor qaratilmoqda [1].

Ushbu muammoni hal qilish kop jihatdan energetika tizimlarida axborot texnologiyalarini yutuqlaridan foydalangan holda zamonaviy usullar asosida boshqarish jarayonini optimallashtirish, energetik tizim ish rejimlarini optimal rejalashtirish bilan bog'liqdir. Shuningdek, energetika tizimlarida sodir bo'ladigan turli jarayonlar va yuklamalarining o'zgarishlarini tasodifiyligi va aniqmasligi qo'yilgan masalaning yechimini murakkablashtiradi.

Hozirda amaliyotda energetika tizimlarini optimal rejalashtirish masalalarini yechishda jarayonni boshoratlash natijalari asosida an'anaviy usullardan foydalanish kutilayotgan natijalarni bermaydi. Ushbu muammoni hal qilish ko'p jihatdan boshqarish jarayonini optimal rejalashtirish masalasini yechish uchun ma'lumotlarning qisman noaniqligini va ehtimollik xususiyatlarini hisobga olishni talab etadi. Ushbu yo'nalishda dunyoning rivojlangan mamlakatlarida, xususan, AQSh, Germaniya, Rossiya Federatsiyasi, Buyuk Britaniya, Yaponiya va h.k. ilmiy va amaliy ahamiyatga ega bo'lgan keng ko'lamli tadqiqotlar olib borilmoqda [2] – [8].

Masalaning dolzarbligi. Jahonda elektr energetika obyektlari ish rejimlarini yuqori aniqlik bilan optimal boshqarish tizimini yaratish va mavjudlarini takomillashtirishga yo'naltirilgan ilmiy tadqiqot ishlari olib borilmoqda. Shu nuqtayi nazardan, tashqi va ichki omillarning tasodifiy o'zgarishi hamda noaniqlik sharoitida ishlaydigan elektr energetika obyektlarining ish rejimlarini boshqarishning ilmiy asoslangan usullari va algoritmlarini ishlab chiqish, shuningdek, elektr energetika obyektlarining ish rejimlarini boshqarish uchun yuqori samarali neyro-noravshan texnologiyalarga asoslangan avtomatlashtirilgan boshqarish tizimlarni yaratish muhim ahamiyat kasb etadi.

Respublikamizda energiya sarfi va elektr quvvatini yo'qotilishini kamaytirish uchun ma'lumotlarning noaniqligi sharoitida elektr energetikasi tizimlarining ish rejimlarini optimal boshqarish usullarini takomillashtirishga katta e'tibor qaratilmoqda. Bu borada, 2022-2026-yillarga mo'ljallangan Yangi O'zbekistonni rivojlantirish strategiyasida, jumladan "Iqtisodiyotni elektr energiyasi bilan uzluksiz ta'minlash hamda "Yashil iqtisodiyot" texnologiyalarini barcha sohalarga faol joriy etish, iqtisodiyotning energiya samaradorligini 20 foiziga oshirish..." [1] kabi muhim vazifalar belgilab berilgan. Mazkur vazifalarni amalga oshirishda zamonaviy boshqarish usullaridan foydalangan holda intellektual boshqaruv usullarini qo'llash orqali energetika obyektlarining energiya samaradorligini oshirish muhim vazifalardan biri hisoblanadi. O'zbekiston Respublikasida elektr energetika obyektlarining ish rejimlarini boshqarish jarayonini intellektuallashtirish, xususan, elektr energetika obyektlarining ish rejimlarini boshqarish nazariyasi va uslublarini ishlab chiqish bo'yicha qabul qilingan kompleks chora-tadbirlarga katta e'tibor qaratilmoqda. Boshlang'ich ma'lumotlarning noaniqligi sharoitida, har xil turdagi operatsion va texnologik cheklavlarni hisobga olgan holda, energiya tejovchi texnologiyalardan foydalangan holda, O'zbekiston Respublikasi olimlari va xorijiy olimlarning ko'plab nashrlari va materiallari tahlili asosida tadqiqot natijalari keltirilgan.

Ushbu tahlilga asoslanib, mualliflar neyro-analitik tarmoq shaklida elektr energiya tizimlarining ish rejimlarini boshqarish uchun matematik modellarni qurish uchun asosiy vazifalar belgilab olindi. Shuningdek, elektr energiyasini tashish, taqsimlash va iste'mol qilish uchun mo'ljallangan zamonaviy elektr energetika tizimlarining ishlashini boshqarish va optimallashtirish usullarining har tomonlama tahlili keltirilgan. Energiyani boshqarish tizimini ishlab chiqish jarayonida neyron-analitik tarmoqni o'rnatishda qo'llaniladigan algoritmik echimlar tavsiflanadi. Bundan tashqari, mualliflar Smart konsepsiyasini amalga oshirish imkoniyatlari va istiqbollari baholash bo'yicha O'zbekiston Respublikasi energetika tarmog'i o'z pozitsiyalarini bildiradilar. Aholining turli qatlamlari, jumladan, energetika sanoati, kommunal xo'jalik sohasi mutaxassislari, tarmoq Vazirliklari va idoralari, shuningdek, ilmiy muassasalar xodimlarida qiziqish uyg'otmoqda.

Muammoning muhokamasi. Zamonaviy energiya tizimlarining o'ziga xos xususiyati har xil turdagi noaniqliklarning mavjudligi, ish sharoitlari va boshqaruv maqsadlari, mezonlarining mavjudligi va elektr energiyasini uzatish jarayonining muhim inertsiasini bilan tavsiflanadi. Ushbu va boshqa murakkablik omillari tizimning holatini baholash va uning xatti-harakatlarini bashorat qilish muammosini hal qilishni belgilaydi, masalan, noaniqlik sharoitida boshqaruv tizimining ko'p mezonli tahlili va sintezi. Ushbu nazorat shartlari kuch yoki elektr energiyasiga bo'lgan talabning o'zgarishiga olib keladi va qo'shimcha ravishda elektr uzatish liniyalari bo'ylab elektr energiyasini uzatish qobiliyati uning o'tkazgichlarining jismoniy va elektr xususiyatlari bilan cheklanadi. Muammoni hal qilish yo'llaridan biri noravshan to'plamlar, noravshan mantiq va neyron tarmoqlar nazariyasiga asoslangan aqlli boshqaruvning zamonaviy usullaridan foydalanishdir [2].

Bunday sharoitda boshqaruv jarayonining aniq modellarini qabul qilishga asoslangan boshqaruvning klassik usullari kerakli samarani bermaydi. Shu munosabat bilan, ehtimollik ma'lumotlarini hisobga olish imkonini beruvchi intellektual texnologiyalar usullariga asoslangan zamonaviy usullardan foydalanish muhim ahamiyatga ega [3], [4].

Elektr energiyasi tizimlarida noaniqlikning ikki turini ajratish mumkin, birinchisi - maqsadlarning noaniqligi, ikkinchisi - tabiatning noaniqligi (ya'ni jarayon qanday ish sharoitida sodir bo'ladi). Elektr energetikasi sohasidagi maqsadlarning noaniqligi ularning ko'p maqsadli vaziyati va noaniq formulasi bilan bog'liq bo'lishi mumkin. O'z navbatida, tabiatning noaniqligi prognoz davrini ma'lum bir aniqlashtirishning mumkin emasligi, o'rganilayotgan obyektning bilimlik darajasi bilan tavsiflanadi.

Elektr energetika sohasining ishlash dinamikasini o'rganish uchun eng mos usul noravshan to'plamlar nazariyasi usullari bo'lib, bu ko'rib chiqilayotgan tizimning xususiyatlarini hisobga olish va turli xil noaniqliklarning rasmiy tavsifini berishga imkon beradi. Axborotning noaniqligining o'ziga xos xususiyati tasodifiylilikdan katta hajmdagi ma'lumotlarni to'plash va qayta ishlashni talab qiladigan ehtimollar nazariyasi usullaridan foydalanishni istisno qilish, shuningdek tasodifiy tarqalish qonunining o'zgaruvchanligini tekshirish zarurati hisoblanadi. Noravshan to'plamlar nazariyasini qo'llashda noaniqliklarni bartaraf etishni ta'minlaydigan a'zolik funksiyasi tushunchasidan foydalanish kerak [5].

Hozirgi vaqtda energiya tizimlarining ishlashini boshqarish va elektr ta'minoti tizimlarining holatini baholash muammosini hal qilish uchun noaniq to'plamlar nazariyasi usullari keng qo'llanilmoqda, bu esa turli xil noaniqlik turlarini monitoring muammolari uchun qulay shaklda rasmiylashtirishga imkon beradi va energiya tizimlarining holatini diagnostika qilish mumkin. Bu, o'z navbatida, optimallashtirish masalalarini hal qilishda deterministik chiziqli dasturlash usullaridan foydalanishga qulay o'tish imkonini beradi.

Elektr energetika tizimiga yo'naltirilgan sun'iy intellekt sohasidagi tadqiqotlarning maqsadi boshqaruv qarorlarini qabul qilishni qo'llab-quvvatlash uchun yangi hisoblash vositalarini ishlab chiqish yo'llarini topishdan iborat. Biroq, yuk qiymatlarining o'zgarishi va elektr stansiyalarga xos bo'lgan bir qator boshqa omillar tufayli samarali usullarni topishda ko'plab qiyinchiliklar yuzaga keladi. Optimallashtirilgan nosozliklarni bartaraf etish variantlarini taklif qilish imkoniyati bilan energiya tizimi ma'lumotlarini tahlil qilish uchun an'anaviy ikkilik klassik mantiqdan foydalanadigan usullar yaxshi natijalar bermaydi [6]. Klassik mantiqqa asoslangan modellarni ishlab chiqishda duch keladigan qiyinchiliklardan biri shundaki, ular qat'iy ikkilik qonunlar bilan belgilanadi, bu esa hal qilish qiyin bo'lgan muammolarni keltirib chiqarishi mumkin.

Noravshan mantiq va noravshan to'plamlar nazariyasi usullarini elektr stansiyalarining ish rejimlarini boshqarish muammolariga keng tatbiq etish hozirgi vaqtda ikki yo'nalishda amalga oshirilmoqda. Birinchi yo'nalishda noaniq boshqaruv qarorlarini olish uchun obyekt holati va tashqi buzilishlar haqidagi noaniq ma'lumotlarga asoslangan noravshan algoritmlardan foydalaniladi. Ikkinchi yo'nalish obyekt parametrlarining noaniq qiymatlarini aniqlash va standart boshqaruv algoritmlaridan foydalanish uchun mo'ljallangan noravshan topologiyani yaratish bilan bog'liq [7], [8].

Elektr energiyani boshqarish uchun o'zgaruvchan omillarning noaniqligini hisobga olgan holda yangi vazifalarni shakllantirishga mo'ljallangan algoritmik yo'nalish ishlab chiqilmoqda. Hozirgi vaqtda algoritmik yo'nalish tizimning holatini sifat jihatidan baholash va noaniq shakllangan maqsadli elektr energetika tizimi va elektr stansiyalarini rivojlantirish variantini tanlash uchun ishlatiladi [9], [10].

Bir necha o'n yilliklar davomidagi ishlarida ular yaratgan ko'plab usullar va algoritmlar ishlab chiqarish masalalarini, shu jumladan klassik usullarni yechishga mo'ljallanganligi tasvirlangan [11], evristik [9], chumoli algoritmlari [12], evolyutsion algoritmlar [13] va boshqalar. Shuni ta'kidlash kerakki, qo'llaniladigan prognozlash usullari ba'zi kamchiliklarga ega va obyektning xatti-harakatlarini hisoblash uchun aniqroq dastlabki ma'lumotni talab qiladi va yuqorida aytib o'tilganidek, dinamik elektr energetika obyektlari va tizim jarayoniga ta'sir qiluvchi tashqi omillar ehtimollik yoki qisman noaniq, keyin hisoblash modelining qiymati kamayadi, chunki hisob-kitoblar natijasida olingan parametr qiymatlari rejimning haqiqiy parametrlaridan farq qiladi.

Shuni ta'kidlash kerakki, qo'llaniladigan usullar texnologik jarayonning rivojlanishiga ta'sir qiluvchi turli noaniq omillarni hisobga olmaydi [14], chunki ular yuqori hisoblash aniqligiga ega emas va faol quvvat yo'qotishlarining qiymatlari haqiqiy elektr oqimlari bilan bog'liq bo'lishi mumkin emas. Energiya oqimi jarayonlarini boshqarish tahlili, shuningdek tizimlarda energiya samaradorligi muammolarini ko'rib chiqish asosida noravshan neyron tarmoq modellari va energiya oqimi jarayonlarini tartibga solish va ishlab chiqarishning noravshan modellari ko'rinishida boshqarish algoritmlarini ishlab chiqish g'oyasi paydo bo'ldi, uning asosida energiya tizimini boshqarish jarayonlarini avtomatlashtirish uchun dasturiy majmua ishlab chiqilgan [15], [16].

Muammoning yechimi. Taklif etilayotgan yondashuvning o'ziga xos xususiyati - modellashirish muammosini hal qilishda o'zgaruvchilarning davlat miqyosida bir qator chiziqli bo'limlarga bo'lish orqali elektr stansiyalarining ish rejimlarini boshqarish tizimining noxiziqiligi bilan bog'liq qiyinchiliklarni bartaraf etish qobiliyati. Bunday holda, chiziqli bo'limlar mutaxassislar tomonidan osongina baholanishi mumkin bo'lgan kirish modellari parametrlari va chiqish modellari parametrlari o'rtasida to'g'ridan to'g'ri bog'liqlikni o'rnatadigan oddiy modellar bilan ifodalanadi. Shu bilan birga, muhim jihat - bunday tizimlarning o'zini o'zi sozlashi va moslashuvchanligi.

Elektr energetika obyektlarida uzatish ish rejimlarini boshqarish tizimlariga xos bo'lgan noaniqliklar energiya tizimi tugunlari yukining o'zgarishi, shuningdek, elektr energiyasini uzatishning texnologik jarayonining inertial tabiati tufayli yuzaga keladi.

Elektr energetika tizimida sodir bo'ladigan jarayonlar diskret va dinamik xarakterga ega bo'lib, kirish va chiqish o'zgaruvchilari munosabati funksiyasining noravshanligini taqsimlash bilan bog'liq - $d(u[t^2, t], y[t^1, t])$.

Bu yerda $u[t^2, t]$ kirish va $y[t^1, t]$ chiqish o'zgaruvchilari. Sifat parametrlari $d(y[t^1, t]/u[t^2, t])$ ga ega bo'lib, agar $u[t^2, t]$ ma'lum bo'lsa, chiqish parametrining qiymati $y[t^1, t]$ ni aniqlash mumkin. Qolaversa elektr energetika tizimi mumkin bo'lgan holatlarning yarimoylasi $g[t^1, t]$ yoki noravshanlikni taqsimlash xususiyatiga ega:

$$d(y[t^1, t]/g[t^1, t-1], u[t^2, t]). \quad (1)$$

$g[t^1, t+1]$ noravshan taqsimotga nisbatan tizimning holatini bildiradi:

$$d(g[t^1+1, t]/g[t^1, t-1], u[t^2, t]). \quad (2)$$

Bu shuni ko'rsatadiki, elektr energetika tizimi dinamikasi diskret tizim sifatida ifodalanishi mumkin. Bunday holda, noravshan diskret dinamik tizimning dinamikasi axborot noaniqligini taqsimlash bilan tavsiflanadi:

$$y(t) = \tilde{F}(d(g[t^1, t], u[t^2, t])); \quad (3)$$

$$g[t^1+1, t] = \tilde{H}(d(g[t^1, t-1], u[t^2, t])). \quad (4)$$

Bu yerda $\tilde{F}$ funksional, $\tilde{H}$ operator.

Endi noravshan dinamik tizimning ishlashini rasmiylashtirish M element qiymatining o'zgarishini tavsiflovchi universal m to'plamdan foydalanish orqali sodir bo'ladi. Bir miqdorning qiymati uchun m universal to'plam elementlarning cheklangan soni $M = \{m: m_1, m_2, \dots, m_n\}$ bilan, doimiy qiymat uchun m esa $M = \{m: m_{\min} < m < M_{\max}\}$ interval bilan belgilanadi.

Keyin universal to'plam $M = \{m, M(m)\}$ noravshan to'plamga mos keladigan M elementlarning mosligini tavsiflovchi m a'zolik funksiyasi $M(m)$ ni o'z ichiga oladi.

Noravshan taqsimot funksiyasini baholash $\mu(m)$ a'zolik funksiyasi deb ataladi.

Yuqoridagilardan xulosa qilishimiz mumkinki, noravshan o'zgaruvchini quyidagi ifoda bilan tavsiflash mumkin:

$$\langle m, M(m), M \rangle, \quad (5)$$

bu yerda m o'zgaruvchining nomi; $M(m)$ - universal to'plam;

$M - (m, M(m))$ - noravshan to'plam, m o'zgarishlar bo'yicha cheklovlarni tavsiflash.

Elektr ta'minoti tugunlaridagi yukni tavsiflash uchun noravshan o'zgaruvchining eng mos va qulay turi lingvistik o'zgaruvchidan foydalanish hisoblanadi.

Lingvistik o'zgaruvchi quyidagi ifoda bilan aniqlanadi:

$$\{m, T_m, M\}, \quad (6)$$

bu yerda m - o'zgaruvchining nomi, T_m - lingvistik o'zgaruvchilarning atama to'plami; M - lingvistik o'zgaruvchilarni aniqlash sohasi.

Boshqarish obyektining kirish u va chiqish y o'zgaruvchilari uchun noravshan (7) va lingvistik (8) qiymatlarni aniqlaymiz:

$$\begin{cases} < u, U(u), U >; \\ < y, Y(y), Y >. \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} < u, T_u, U >; \\ < y, T_y, Y >. \end{cases} \quad (8)$$

Ushbu o'zgaruvchilar real vaqt rejimida elektr energetika tizimining dinamik holatini baholashni tizimlashtirishga imkon beradi.

Ma'lumki, har qanday boshqaruv obyektining harakat dinamikasi ko'plab kiruvchi $u(t), \dots, u(t-s)$ va chiquvchi $y(t), \dots, y(t-r)$ qiymatlarni o'z ichiga oladi. Qo'llaniladigan qoidalarni hisobga olgan holda va Mamdani modelidan foydalangan holda, noravshan tarmoq tizimi sinfidagi elektr energetika tizimi xatti-harakatlarini quyidagi ifoda bilan tavsiflash mumkin [17]:

$$\begin{aligned} R^s : IF \ m_1(t) = M_1^s \ AND \dots \ AND \ M_m(t) = M_m^s, \\ THEN \ y(t) = Y^s; \ s = \overline{1, s}, \end{aligned} \quad (9)$$

bu yerda R^s ning ishlashi uchun mutaxassislar tomonidan taqdim etilgan qoidalar to'plami; $m(t) = (m_1(t), \dots, m_m(t))$ – kiritilgan o'zgaruvchilar; $y(t)$ - chiqish o'zgaruvchilari; M_1^s, M_m^s, Y^s - NS ta'sirlari qiymatlari diapazoni.

Ma'lumki, dinamik neyron tarmog'i modelining tuzilishi manba ma'lumotlarini fazalash protsedurasidan, qoidalar bazasidan, shuningdek chiqish o'zgaruvchilarining haqiqiy qiymatlarini olish uchun noaniqlashtirish protsedurasidan iborat bo'lib, ular quyidagi shaklda taqdim etilishi mumkin:

$$g^0[t^1, t-1] = (y^0(t-r), \dots, y^0(t-1)), \quad (10)$$

$$u^0[t^2, t] = (u^0(t-s), \dots, u^0(t)); t^2 = t-s, \quad (11)$$

$$G^1 = (Y_1^1, \dots, Y_r^1) \ \forall \ U^1 = (U_1^1, \dots, U_s^1). \quad (12)$$

Fazalashtirish blokida kirish ma'lumotlarining ma'lum qiymatlari va og'irlik funksiyasi bilan aniqlangan neyron tarmoq parametrlari vektorining qiymatini hisobga olgan holda, a'zolik funksiyasi qiymatlari hisoblanadi. Bunday holda siz analitik bog'liqliklarga ega bo'lgan a'zolik funksiyasining turli shakllaridan foydalanishingiz mumkin, masalan, sigmasimon, bo'lakli chiziqli va boshqalar. A'zolik funksiyasining u yoki y turini tanlash sun'iy neyron tarmog'i va neyro-analitik tarmoqdan iborat gibriz tizimlarning yaqinlashish xususiyatlarini yaxshilash imkoniyatiga bog'liq. Sun'iy neyron tarmog'ining ushbu xususiyatlari energiya oqimlari va energiya ta'minoti tugunlarini tashish uchun elementlarning neyron tarmog'i modellarini yaratishda moslashuvchan neyron tarmoq tuzilmalarini ishlab chiqishga imkon beradi, bu Smart Grid ilova texnologiyasi uchun dasturiy-algoritmik bazani shakllantirishning zarur sharti hisoblanadi.

Xulosa. Optimallashtirish modeli dinamik dasturlash usullaridan foydalanadi va ishlab chiqarilgan quvvat strukturasidagi cheklovlar va energiya iste'moli xavfsizligini hisobga oladi. Ushbu ishlarda noaniq omillar sifatida iste'molchi yuklarining grafiklari va birliklar bo'yicha elektr energiyasini ishlab chiqarishning umumiy xarajatlari funksiyalari mavjud. Elektr energetika tizimlarini boshqarish muammosining joriy holatini tizimli ko'rib chiqish, boshqaruv tizimi strukturasining asosiy jihatlarini yoritib berish, intellektual texnologiyalar va Smart Grid konsepsiyasidan foydalanish. Bu jihatlar zamonaviy texnologiyalar va konsepsiyalardan foydalangan holda elektr energetika tizimlarini boshqarishning samarali usullarini yanada o'rganish va ishlab chiqish uchun zamin yaratadi.

Asosiy natijalar:

- Elektr energetikasidagi boshqaruv tizimining asosiy tarkibiy qismlari va tuzilishi ko'rsatilgan.
- Energiya taqsimoti sohasida boshqaruv tizimlari oldida turgan asosiy muammolar yechimi keltirilgan.
- Elektr energetikasidagi boshqaruv muammolarini hal qilish uchun sun'iy intellektdan, shu jumladan neyron tarmoqlardan, takroriy modellar va boshqa mashinani o'rganish usullaridan foydalanish imkoniyatlari ko'rib chiqiladi.
- Turli xil aqlli texnologiya yondashuvlarining afzalliklari va cheklovlari muhokama qilinadi.

- Smart Grid konsepsiyasining imkoniyatlari o'rganildi, elektr energiya tizimlarini boshqarish va optimallashtirishni yaxshilash uchun aqlli elektr tarmoqlari tavsiya etildi.

ADABIYOTLAR:

1. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2022-yil 28-yanvardagi "Yangi O'zbekistonni 2022-2026-yillarda rivojlantirish strategiyasi to'g'risida"gi PF-60-son Farmoni.
2. Gayibov T., Latipov Sh., Abdurashidov D., Pulatov B., Davirov A., "Algorithm for power systems mode optimization taking into account the frequency change in terms of probabilistic nature of initial information," *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*, IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 883 012185
3. Siddikov I. K., Porubay O. V. Neuro-fuzzy system for regulating the processes of power flows in electric power facilities //AIP Conference Proceedings. – AIP Publishing, 2022. – Vol. 2432. – №. 1.
4. Siddikov I., Porubay O. Neural network model of decision making in electric power facilities under conditions of uncertainty //E3S Web of Conferences. – EDP Sciences, 2021. – Vol. 304. – p. 01001.
5. Бурковский В.Л. Алгоритмизация процесса формирования оперативного графика системного оператора на основе нечёткой нейронной сети/ В.Л. Бурковский, В.Н. Крысанов, А.Л. Руцков, Шукур Омар Махмуд // *Электротехнические комплексы и системы управления*- 2015.– No4. – С. 77 – 82.
6. Porubay, O., Siddikov, I., & Madina, K. (2022, September). Algorithm for optimizing the mode of electric power systems by active power. In *2022 International Conference on Information Science and Communications Technologies (ICISCT)* (pp. 1-4). IEEE.
7. Порубай, О. В. (2024). Математическое моделирование динамики энергетической системы с применением нечетких методов: новый подход к управлению в условиях неопределенности. *International Journal of Formal Education*, 3(12), 316-323.
8. Gayibov T., Pulatov B., "Taking into account the constraints in power system mode optimization by genetic algorithms," in *E3S Web of Conferences (CONMECHYDRO - 2021)*, Jun. 2022, Vol. 264, p. 04045
9. Porubay O. et al. Optimization of operation modes of renewable energy facilities to provide energy for agriculture //E3S Web of Conferences. – EDP Sciences, 2024. – Vol. 538. – p. 01028.
10. Klimenko V. V., Luferov V. S., and Stefantsov A. G. "Neuro-fuzzy models for operational forecasting of electric energy consumption of the urban system." *AIP Conference Proceedings*. Vol. 2410. No. 1. AIP Publishing LLC, 2021
11. Лазарева, М. В., & Порубай, О. В. (2024). Оптимизация режимов работы объектов возобновляемой энергетики для обеспечения энергией сельского хозяйства. *Al-Farg'oniý avlodlari*, (2), 13-23.
12. Kasruddin Nasir AN, Ahmad MA, Tokhi MO. "Hybrid spiral-bacterial foraging algorithm for a fuzzy control design of a flexible manipulator." *Journal of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control*. 2022; 41(1), pp. 340-358
13. Porubay, O., Siddikov, I., Nashvandova, G., & Alimova, G. (2023). Synthesis of a Control System for a Two-Mass Electromechanical. *Problems in the textile and light industry in the context of integration of science and industry*, 2023.
14. Сидоренко Е.В. Разработка методов оптимизации объектов для передачи электроэнергии с использованием нечетких нейронных сетей / Е. В. Сидоренко // *Антропоцентрические науки: инновационный взгляд на образование и развитие личности – материалы IX Международной научно-практической конференции*, 2019. - С. 513-515.
15. Сиддиков И.Х., Порубай О.В. Нейро-аналитическая система оптимизации процессов энергопотока в объектах электроэнергетики //Журнал "Приборы". – 2023. – №. 9 (279). – с. 30-34.
16. Siddikov I., Porubay O., Rakhimov T. Synthesis of the neuro-fuzzy regulator with genetic algorithm //International Journal of Electrical & Computer Engineering (2088-8708). – 2024. – Vol. 14. – №. 1.
17. Mamdani E. Advancer in the linguistic synthesis of fuzzy controllers // *Int.J.Man-Machine Studies*. 1976. № 8. сmp. 669-678.

ВИЗУАЛИЗАЦИЯ СТРУКТУРЫ НАНОСЛОЕВ ИТТРИЕВО-ЖЕЛЕЗНОГО ГРАНАТА ($Y_3Fe_5O_{12}$) В ПРОГРАММЕ VESTA

Кулматова Гулзода Абдураууп кизи,
докторант Самаркандского государственного
университета имени Шарофа Рашидова
qulmatovagulzoda3@gmail.com

Аннотация. В данном теоретическом исследовании подробно рассматриваются этапы создания и визуализации нанослоев иттриево-железного граната ($Y_3Fe_5O_{12}$, YIG) толщиной 2,5 нм и 3,7 нм с использованием программы VESTA. Была проведена визуализация атомного строения данных слоёв, что позволило получить детальное изображение их кристаллической структуры на наноразмерном уровне. Кроме того, теоретический анализ рентгенодифракционных (XRD) характеристик кристаллической структуры осуществлялся с помощью функции "Powder Diffraction Pattern" в программе VESTA. Данные симуляции позволяют определить параметры кристаллической решётки и степень кристалличности синтезированных слоёв YIG, что играет важную роль в понимании их магнито-оптических и электронных свойств. Полученные результаты вносят вклад в развитие исследований наноразмерных слоёв YIG, перспективных для применения в области спинтроники и фотоники.

Ключевые слова: иттриево-железный гранат ($Y_3Fe_5O_{12}$), нанослои, программа VESTA, кристаллическая структура, рентгеновская дифракция (XRD).

ITTRIY TEMIR GRANATI ($Y_3Fe_5O_{12}$) NANOQATLAMLARINING STRUKTURASINI VESTA DASTURIDA VIZUALLASHTIRISH

Annotatsiya. Ushbu nazariy tadqiqot ishida 2,5 nm va 3,7 nm qalinlikdagi ittriy temir granati ($Y_3Fe_5O_{12}$, YIG) nanoqatlamlarining Vesta dasturida yaratish va vizuallashtirish bosqichlari batafsil yoritib o'tilgan. Ushbu qatlamlarning atom tuzilishi vizuallashtirilib, nanoskopik miqyosda kristall tuzilishining batafsil tasviri yaratildi. Shuningdek, kristall strukturaning rentgen diffraksiya (XRD) namunasi VESTA dasturining "Powder Diffraction Pattern" funksiyasi yordamida nazariy tahlil qilindi. Ushbu simulyatsiyalar sintez qilingan YIG qatlamlarining panjara parametrlari va kristallik darajasini aniqlashga yordam beradi, bu esa ularning magneto-optik va elektron xususiyatlarini tushunishda muhim ahamiyat kasb etadi. Natijalar spintronika va fotonika sohalari uchun istiqbolli hisoblangan nanoo'lchamli YIG qatlamlari bo'yicha tadqiqotlarni rivojlantirishga hissa qo'shadi.

Kalit so'zlar: ittriy temir granati ($Y_3Fe_5O_{12}$), nanoqatlamlar, VESTA dasturi, kristall struktura, rentgen diffraksiyasi (XRD).

VISUALIZATION OF THE STRUCTURE OF YTTRIUM IRON GARNET ($Y_3Fe_5O_{12}$) NANOLAYERS IN THE VESTA SOFTWARE

Abstract. This theoretical study provides a detailed overview of the stages of creating and visualizing yttrium iron garnet ($Y_3Fe_5O_{12}$, YIG) nanolayers with thicknesses of 2.5 nm and 3.7 nm using the VESTA software. The atomic structure of these layers was visualized, allowing for a detailed depiction of their crystalline structure on a nanoscale level. Additionally, the theoretical analysis of the crystal structure's X-ray diffraction (XRD) pattern was conducted using the "Powder Diffraction Pattern" function in VESTA. These simulations facilitate the determination of the lattice parameters and crystallinity of the synthesized YIG layers, which is crucial for understanding their magneto-optical and electronic properties. The results contribute to the advancement of research on nanoscale YIG layers, which are considered promising for applications in spintronics and photonics.

Keywords: yttrium iron garnet ($Y_3Fe_5O_{12}$), nanolayers, VESTA software, crystal structure, X-ray diffraction (XRD).

Введение. В области нанотехнологий нанослои, такие как графен, привлекают значительный научный интерес благодаря своим уникальным физико-химическим свойствам. Для эффективного создания и анализа таких материалов необходимы передовые инструменты. Программа VESTA

(Visualization for Electronic and Structural Analysis) представляет собой мощный инструмент, предназначенный для трёхмерной визуализации структурных моделей, объёмных данных и кристаллических морфологий, что делает её особенно важной при исследовании нанослоев [1].

Программа VESTA предоставляет возможности отображения нескольких структурных моделей и объёмных данных в одном окне, поддержки вкладок для различных файлов и работы с неограниченным количеством объектов. Эти функции позволяют исследователям эффективно визуализировать и анализировать сложные наноструктуры [2]. Кроме того, VESTA поддерживает такие передовые функции, как визуализация кристаллических морфологий, объединение нескольких структурных моделей и представление изосурфейсных структур на различных уровнях [3,4]. Эти возможности способствуют более детальному изучению поверхностных свойств нанослоёв и лучшему пониманию их поведения.

Ещё одной важной особенностью VESTA является усовершенствованный алгоритм поиска связей, предназначенный для сложных молекул и изогнутых структур, что позволяет проводить детальный анализ внутреннего строения нанослоев. Помимо этого, программа предоставляет функционал для расчёта электронной и ядерной плотности, определения плотности с помощью функции Паттерсона, а также интеграции плотностей на основе разбиения Вороного [5].

В данной статье детально рассматриваются возможности VESTA в создании и анализе нанослоёв. Перечисленные выше функции программы способствуют развитию исследований в области наноматериалов и открывают новые перспективы для анализа их структурных характеристик.

Объект исследования и визуализация. В качестве объекта данного исследования выбран иттриево-железный гранат ($\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$), кристаллографические данные которого были получены из открытой базы данных Materials Project (идентификатор: $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$, mp-4704). Данный материал широко применяется в нанотехнологиях и спинтронике благодаря своим магнитно-оптическим свойствам и высокой оптической прозрачности. В ходе исследования были проанализированы параметры кристаллической решётки, и смоделированы нанослой переменной толщины с использованием программы VESTA.

2.1. Загрузка CIF-файла и его открытие в программе. Исследование началось с загрузки CIF (Crystallographic Information File) файла для mp-4704 с сайта materialsproject.org. Затем этот файл был открыт в программе VESTA, где были проанализированы исходные параметры кристаллической решётки. Первоначальные параметры решётки были определены в соответствии с симметрией кристалла, где оси $a = b = c$ соответствовали установленной сингонии.

2.2. Изменение параметров кристаллической решётки. В ходе эксперимента в программе VESTA были поэтапно скорректированы параметры решётки вдоль осей x , y и z для создания различных нанослоёв. Расширение структуры вдоль оси z позволило сформировать нанослой следующей толщины: 2,5 нм = 25 Å, 3,7 нм = 37 Å. При этом использовалась функция "Boundary" (Границы) в программе VESTA, с помощью которой осуществлялось расширение структуры вдоль оси z . Таким образом, были созданы структурные модели нанослоев, соответствующие их реальным физическим характеристикам.

2.3. Визуализация и анализ нанослоев. Каждый слой с определённой толщиной был визуализирован в трёхмерном (3D) представлении в программе VESTA, где анализировались межатомные расстояния, углы связей и параметры решетки.

Программа VESTA является мощным инструментом для визуализации, модификации и анализа кристаллических структур и играет ключевую роль в процессе моделирования нанослоев. Среди её основных возможностей можно выделить: создание 3D-моделей кристаллических структур; визуализацию межатомных взаимодействий; анализ симметрии и параметров решетки; исследование электронной плотности и рентгенодифракционных характеристик.

Использование VESTA в данном исследовании позволило детально изучить структуру $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ и сформировать основу для дальнейшего анализа его физических свойств:

- Изучение кристаллической решётки и анализ CIF-файла
- Определение толщины нанослоя и модификация структуры
- Определение расположения атомов и границ поверхности
- Проверка структурной симметрии и кристаллографических параметров

2.4. Этапы создания нанослоя:

- 1-й этап: Загрузка CIF-файла и визуализация кристаллической структуры
- Открытие CIF-файла в VESTA:

- File → Open → Выбор CIF-файла

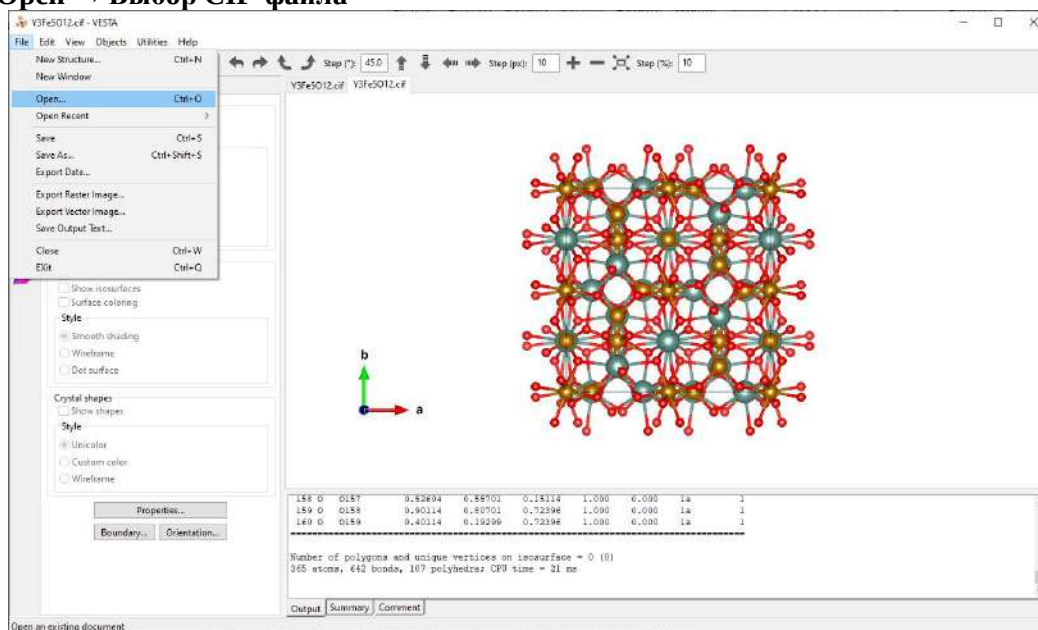


Рисунок 1. Рабочее пространство программы VESTA

Кристаллическую структуру можно просмотреть в 3D-формате. Это позволяет получить информацию о основных параметрах решётки, расположении атомов и первичной

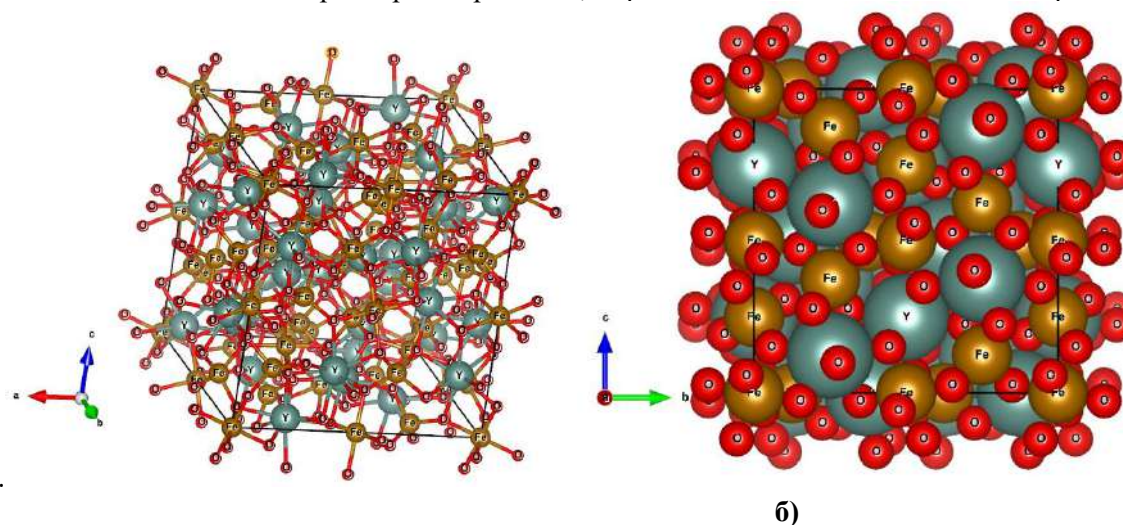


Рисунок 2. (а) и (б) Кристаллическая структура иттриево-железного граната ($\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$)

2-й этап: Определение ориентации нанослоя (выбор hkl-плоскостей)

Определение кристаллографического направления при выборе толщины нанослоя является важным этапом.

- Edit → Lattice Planes (Редактировать → Кристаллографические плоскости)

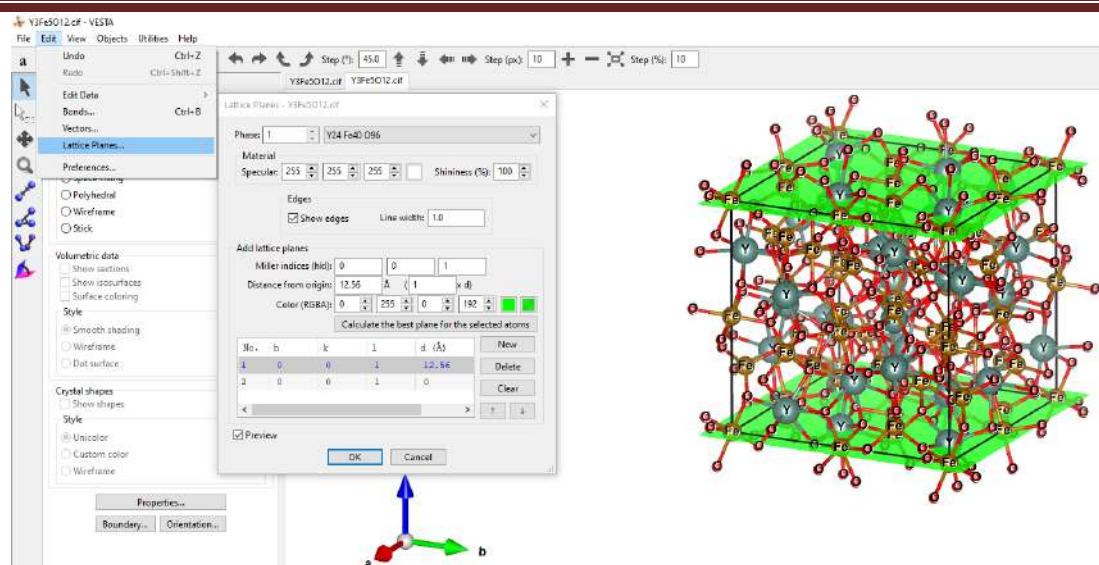


Рисунок 3. Определение ориентации нанослоя

Выбор необходимого направления слоя по индексам Миллера (hkl) является важным параметром для определения границ нанослоя. В данном исследовании была выбрана ориентация (001)-плоскости.

3-й этап: Настройка толщины и изменение граничных условий. Для создания модели в виде нанослоя необходимо удалить лишние атомы с помощью инструмента "Cutting Tool" (Инструмент обрезки).

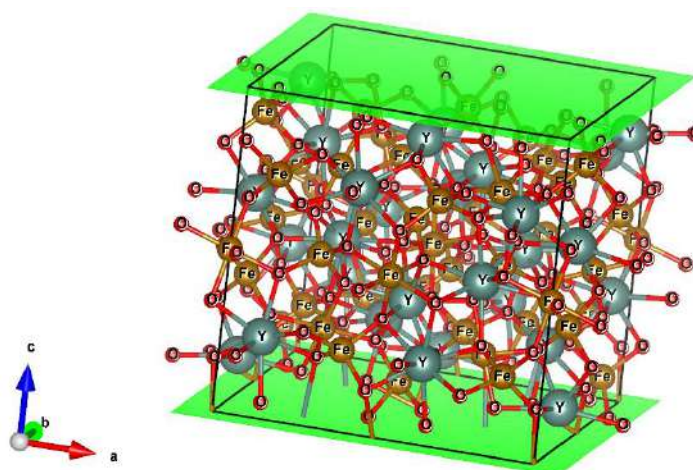


Рисунок 4. Регулирование толщины и изменение граничных условий

В разделе Unit cell parameters толщина нанослоя настраивается на 2,5 нм и 3,7 нм.

4-й этап: Структурный анализ поверхности нанослоя

Визуальная проверка структурных изменений:

- Анализ взаимного расположения атомов и их связей.
- Оценка кристаллического порядка и поверхностной энергии.
- Рассмотрение характеристик bond valence и coordination polyhedra.

5-й этап: Экспорт модели нанослоя и подготовка к анализу

Выходные файлы из VESTA:

- Экспорт 3D-изображений в формате PNG или POV-Ray.
- Сохранение модели нанослоя в формате XYZ или POSCAR.
- Экспорт для дальнейшего структурного анализа в другие программы DFT или MD.

Результаты и их анализ. $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ кристаллизуется в кубической структуре с параметром решётки $c = 12.55996 \text{ \AA}$. Для формирования нанослоя необходимо повторение элементарных ячеек вдоль оси Z (в направлении (001)). В расчетах требуемая толщина нанослоя определяется путём

деления желаемой толщины на длину элементарной ячейки:

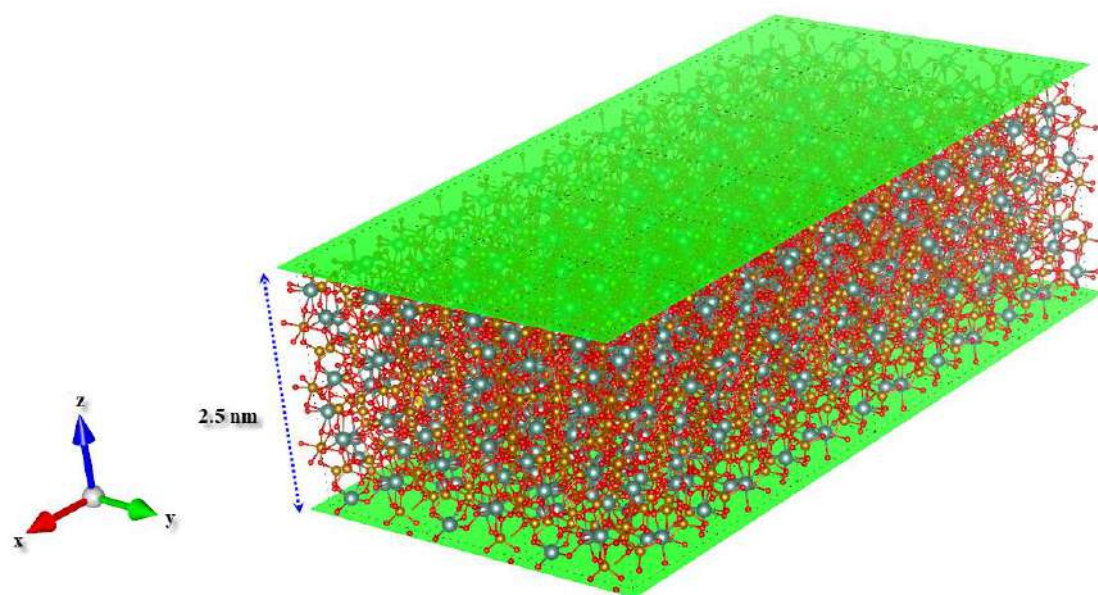
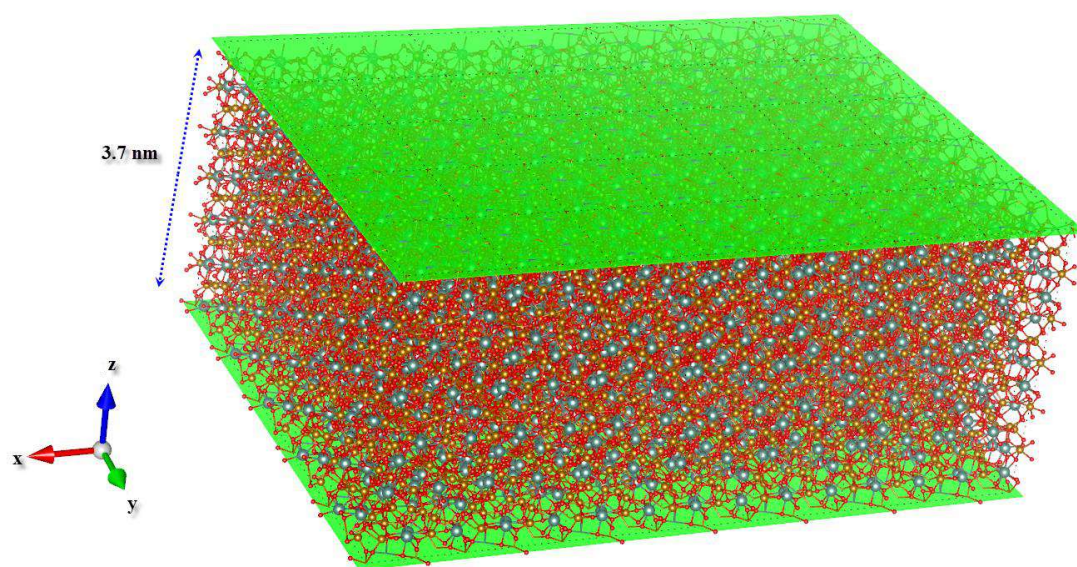


Рисунок 5. Нанослой иттрий-железного граната ($\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$) толщиной 2,5



нм

Рисунок 6. Нанослой иттрий-железного граната ($\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$) толщиной 3,7 нм

Число повторений элементарной ячейки вдоль оси Z (вдоль оси c)

$$N = \frac{\text{толщина нанослоя (нм)}}{\text{параметр решетки c (Å)}}$$

где:

N — количество повторений элементарной ячейки, толщина нанослоя задается в нанометрах (нм), c — параметр решетки в ангстремах (Å).

Таблица 1.

Толщина нанослоя (нм)	Расчёт	Количество элементарных ячеек вдоль оси Z (N)	Объём нанослоя (нм ³)
2.5 нм = 25 Å	$2 \times 12.55996 \approx 25 \text{ Å}$	2	71 329.176
3.7 нм = 37 Å	$3 \times 12.55996 \approx 37 \text{ Å}$	3	208 042,8

В программе VESTA расчет XRD-спектра можно выполнить с помощью функции Powder Diffraction Pattern. Горизонтальная ось XRD-спектра представляет собой угол 2θ (угол дифракции), а

вертикальная ось отображает интенсивность (мощность дифрагированных лучей). Пики на спектре подчиняются закону Брэгга.

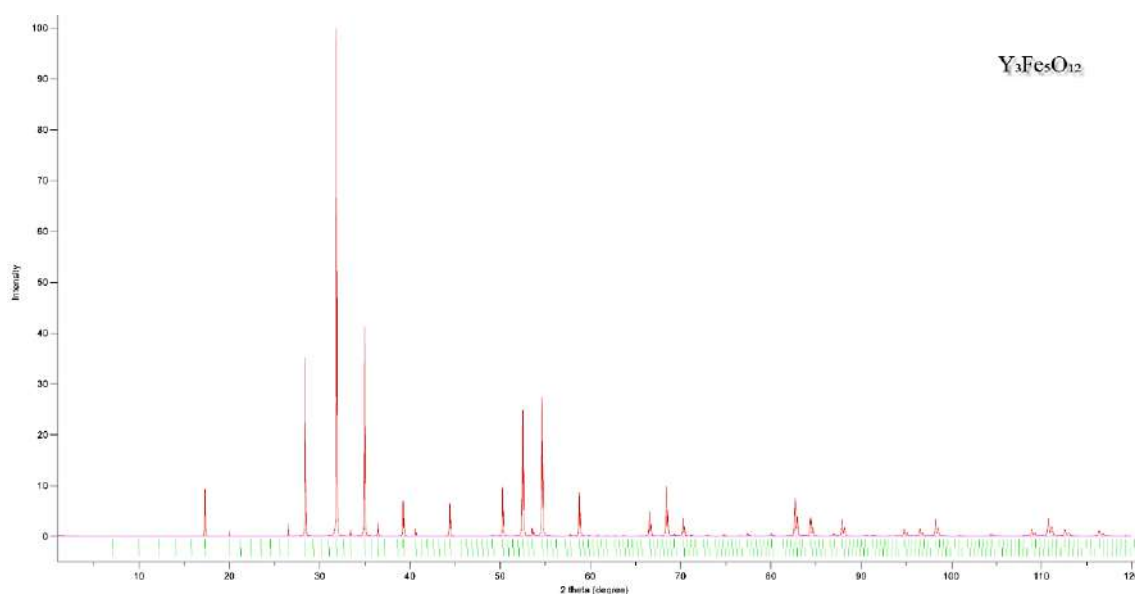


Рисунок 7. XRD спектр иттриевого железного граната ($\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$)

Типичные дифракционные плоскости XRD-пигов $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ соответствуют отражениям (211), (321), (400), которые дают основную интенсивность. Эти плоскости формируют основные дифракционные пики, так как они соответствуют наиболее интенсивно отражающим плоскостям в кристаллической структуре. Упорядоченность кристаллической решётки и повторяющаяся структурная единица способствуют максимальному отражению дифракционной энергии на этих плоскостях [6].

Интенсивность данных пиков играет важную роль в определении качества кристаллической структуры и уровня существующих дефектов. Дополнительные плоскости, такие как (420), (511), (440), наблюдаются при больших углах (в области высоких значений 2θ). Их появление связано со сложностью кристаллической решётки и вторичной диффузией рентгеновского излучения [7].

Дополнительные пики обычно отражают дифракцию второго порядка и незначительные деформации решётки. Они также важны для выявления кристаллических дефектов в материале и оценки его фазовой чистоты. Высокая интенсивность пиков свидетельствует о хорошей кристаллизации структуры. Дифракционные пики отражают взаимодействие рентгеновского излучения с кристаллической решёткой, указывая на основные отражающие плоскости кристалла [8]. Кроме того, точность спектра дает информацию о степени кристалличности и наличии дефектов на поверхности.

На основе кристаллографического анализа по расположению и интенсивности дифракционных пиков определяется кристаллическая фаза. Использование VESTA позволяет визуализировать и моделировать эти фазы. Данные результаты важны для создания и исследования наноструктур $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$.

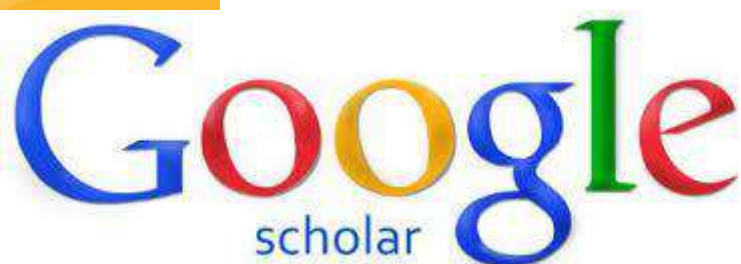
Выводы. В данном исследовании были смоделированы и проанализированы нанослои иттриево-железного граната ($\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$) толщиной 2,5 нм и 3,7 нм с использованием программы VESTA. Визуализация атомной структуры позволила получить детальное представление о кристаллической решётке нанослоев.

Расчитанные XRD-спектры, полученные с помощью функции *Powder Diffraction Pattern*, продемонстрировали соответствие основных дифракционных пиков плоскостям (211), (321), (400), что подтверждает высокую упорядоченность кристаллической структуры. Дополнительные пики при больших углах 2θ связаны с вторичной диффузией рентгеновских лучей и особенностями решётки.

Результаты анализа показали, что количество повторений элементарной ячейки вдоль оси Z соответствует заданной толщине, что подтверждает правильность моделирования. Полученные данные могут быть использованы для дальнейшего изучения магнито-оптических и электронных свойств нанослоев YIG, что делает их перспективными для применения в спинтронике и фотонике.

ЛИТЕРАТУРА:

1. K. Momma va F. Izumi, "VESTA 3 for three-dimensional visualization of crystal, volumetric and morphology data," // *Journal of Applied Crystallography*, vol. 44, no. 6, pp. 1272–1276, 2011.
2. A. L. Goodwin, "Understanding nanolayer structures using VESTA," // *Computational Materials Science*, vol. 50, no. 3, pp. 552–558, 2010.
3. J. R. Hester, "Applications of VESTA in nanotechnology research," // *Journal of Applied Crystallography*, vol. 45, no. 4, pp. 849–854, 2012.
4. S. P. Thompson va D. E. Cox, "Visualization of complex crystal structures using VESTA," // *Acta Crystallographica Section A*, vol. 66, no. 4, pp. 465–471, 2010.
5. M. A. Spackman va D. Jayatilaka, "Electron density visualization with VESTA," // *Chemical Communications*, vol. 46, no. 24, pp. 3725–3735, 2010.
6. R. C. Pullar, "Hexagonal ferrites: A review of the synthesis, properties and applications of hexaferrite ceramics," // *Progress in Materials Science*, vol. 57, no. 7, pp. 1191–1334, 2012.
7. B. D. Cullity va S. R. Stock, *Elements of X-Ray Diffraction*, 3rd ed., Prentice Hall, 2001.
8. C. Kittel, *Introduction to Solid State Physics*, 8th ed., Wiley, 2004.



**"SCIENTIFIC REPORTS
OF BUKHARA STATE
UNIVERSITY"**

The journal was composed
in the Editorial and
Publishing Department of
Bukhara State University.

Editorial address:

Bukhara, 200117
Bukhara State University, main
building, 2nd floor, room 219.
Editorial and Publishing
Department.
<https://buxdu.uz/32-buxoro-davlat-universiteti-ilmiy-axboroti/131/131-buxoro-davlat-universiteti-ilmiy-axboroti/>
e-mail:
nashriyot_buxdu@buxdu.uz

Printing was permitted
28.03.2025 y. Paper format
60x84,1/8. Printed in express
printing method. Conditional
printing plate – 35,30.
Circulation 70. Order № 30.
Price is negotiable.

Published in the printing house
"BUKHARAHAMD PRINT" LLC
Address: Bukhara, Hofiz tanish
Bukhari street, 190 B-house