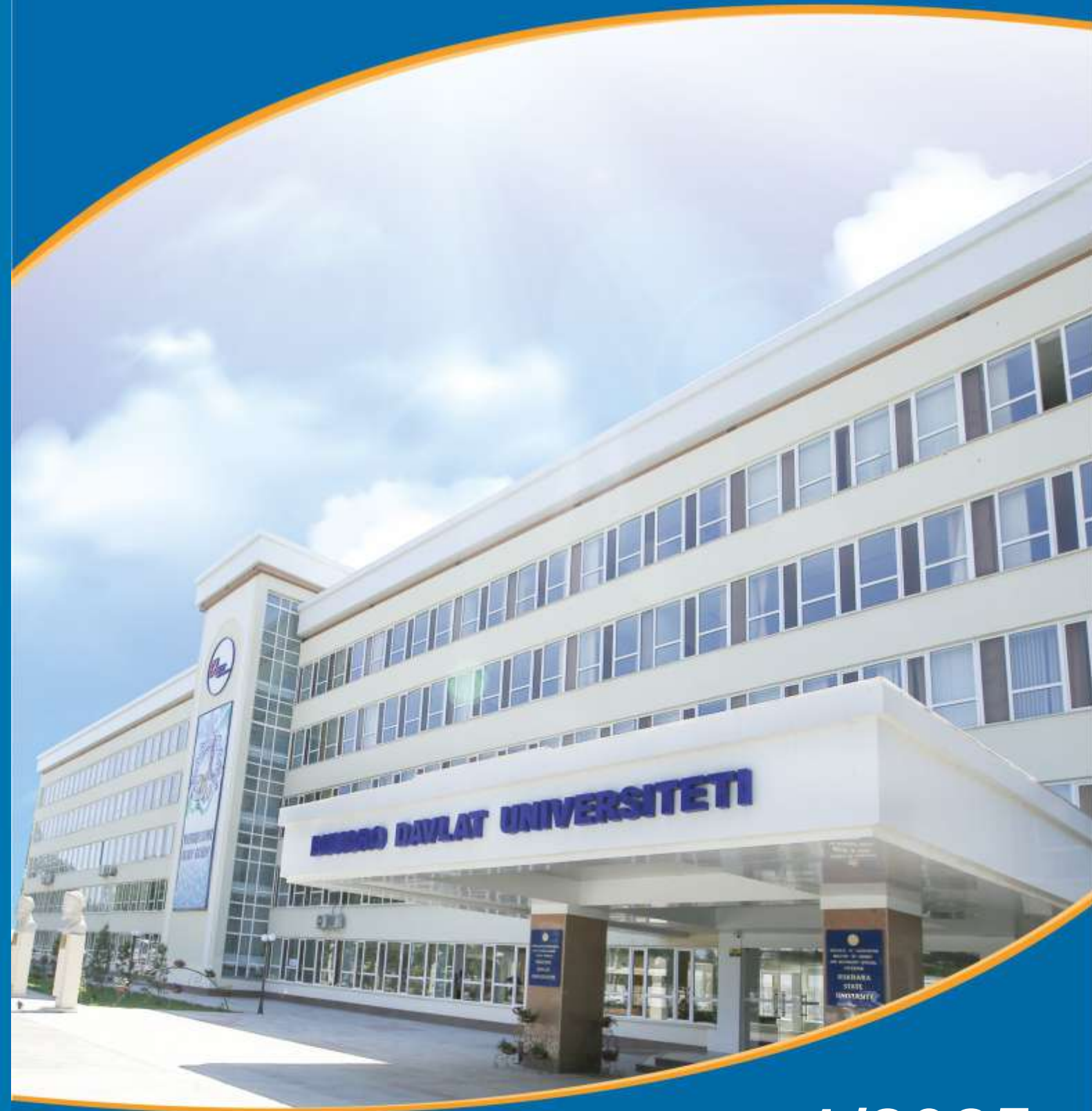




BUXORO DAVLAT UNIVERSITETI ILMIY AXBOROTI



Научный вестник Бухарского государственного университета
Scientific reports of Bukhara State University

1/2025



1/2025

<https://buxdu.uz>

BUXORO DAVLAT UNIVERSITETI ILMIY AXBOROTI
SCIENTIFIC REPORTS OF BUKHARA STATE UNIVERSITY
НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК БУХАРСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Ilmiy-nazariy jurnal
2025, № 1, yanvar

Jurnal 2003-yildan boshlab **filologiya** fanlari bo'yicha, 2015-yildan boshlab **fizika-matematika** fanlari bo'yicha, 2018-yildan boshlab **siyosiy** fanlar bo'yicha, **tarix** fanlari bo'yicha 2023-yil 29-avgustdan boshlab O'zbekiston Respublikasi Oliy ta'lim, fan va innovatsiyalar Vazirligi huzuridagi Oliy attestatsiya komissiyasining dissertatsiya ishlari natijalari yuzasidan ilmiy maqolalar chop etilishi lozim bo'lgan zaruriy nashrlar ro'yxatiga kiritilgan.

Jurnal 2000-yilda tashkil etilgan.

Jurnal 1 yilda 12 marta chiqadi.

Jurnal O'zbekiston matbuot va axborot agentligi Buxoro viloyat matbuot va axborot boshqarmasi tomonidan 2020-yil 24-avgust № 1103-sonli guvohnoma bilan ro'yxatga olingan.

Muassis: Buxoro davlat universiteti

Tahririyat manzili: 200117, O'zbekiston Respublikasi, Buxoro shahri Muhammad Iqbol ko'chasi, 11-uy.

Elektron manzil: nashriyot_buxdu@buxdu.uz

TAHRIR HAY'ATI:

Bosh muharrir: Xamidov Obidjon Xafizovich, iqtisodiyot fanlari doktori, professor

Bosh muharrir o'rinbosari: Rasulov To'liq Husenovich, fizika-matematika fanlari doktori (DSc), professor

Mas'ul kotib: Shirinova Mexrigiyo Shokirovna, filologiya fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD), dotsent

Kuzmichev Nikolay Dmitriyevich, fizika-matematika fanlari doktori (DSc), professor (N.P. Ogaryov nomidagi Mordova milliy tadqiqot davlat universiteti, Rossiya)

Danova M., filologiya fanlari doktori, professor (Bolgariya)

Margianti S.E., iqtisodiyot fanlari doktori, professor (Indoneziya)

Minin V.V., kimyo fanlari doktori (Rossiya)

Tashqarayev R.A., texnika fanlari doktori (Qozog'iston)

Mo'minov M.E., fizika-matematika fanlari nomzodi (Malayziya)

Mengliyev Baxtiyor Rajabovich, filologiya fanlari doktori, professor

Adizov Baxtiyor Rahmonovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Abuzalova Mexriniso Kadirovna, filologiya fanlari doktori, professor

Amonov Muxtor Raxmatovich, texnika fanlari doktori, professor

Barotov Sharif Ramazonovich, psixologiya fanlari doktori, professor, xalqaro psixologiya fanlari akademiyasining haqiqiy a'zosi (akademigi)

Baqoyeva Muhabbat Qayumovna, filologiya fanlari doktori, professor

Bo'riyev Sulaymon Bo'riyevich, biologiya fanlari doktori, professor

Jumayev Rustam G'aniyevich, siyosiy fanlar nomzodi, dotsent

Djurayev Davron Raxmonovich, fizika-matematika fanlari doktori, professor

Durdiyev Durdimurod Qalandarovich, fizika-matematika fanlari doktori, professor

Olimov Shirinboy Sharofovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Qahhorov Siddiq Qahhorovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Umarov Baqo Bafoyevich, kimyo fanlari doktori, professor

Murodov G'ayrat Nekovich, filologiya fanlari doktori, professor

O'rayeva Darmonoy Saidjonovna, filologiya fanlari doktori, professor

Navro'z-zoda Baxtiyor Nigmatovich, iqtisodiyot fanlari doktori, professor

Hayitov Shodmon Ahmadovich, tarix fanlari doktori, professor

To'rayev Halim Hojiyevich, tarix fanlari doktori, professor

Rasulov Baxtiyor Mamajonovich, tarix fanlari doktori, professor

Eshtayev Alisher Abdug'aniyevich, iqtisodiyot fanlari doktori, professor

Quvvatova Dilrabo Habibovna, filologiya fanlari doktori, professor

Axmedova Shoira Nematovna, filologiya fanlari doktori, professor

Bekova Nazora Jo'rayevna, filologiya fanlari doktori (DSc), professor

Amonova Zilola Qodirovna, filologiya fanlari doktori (DSc), dotsent

Hamroyeva Shahlo Mirjonovna, filologiya fanlari doktori (DSc), dotsent

Nigmatova Lola Xamidovna, filologiya fanlari doktori (DSc), dotsent

Boboyev Feruz Sayfullayevich, tarix fanlari doktori

Jo'rayev Narzulla Qosimovich, siyosiy fanlar doktori, professor

Xolliyev Askar Ergashovich, biologiya fanlari doktori, professor

Artikova Hafiza To'ymurodovna, biologiya fanlari doktori, professor

Norboyeva Umida Toshtemirovna, biologiya fanlari doktori, professor

Hayitov Shavkat Ahmadovich, filologiya fanlari doktori, professor

Qurbonova Gulnoz Negmatovna, pedagogika fanlari doktori (DSc), professor

Ixtiyarova Gulnora Akmalovna, kimyo fanlari doktori, professor

Rasulov Zubaydullo Izomovich, filologiya fanlari doktori (DSc), dotsent

Mirzayev Shavkat Mustaqimovich, texnika fanlari doktori, professor

Samiyev Kamoliddin A'zamovich, texnika fanlari doktori, dotsent

Esanov Husniddin Qurbonovich, biologiya fanlari doktori, dotsent

Raupov Soyib Saidovich, tarix fanlari nomzodi, professor

Zaripov Gulmurot Toxirovich, texnika fanlari nomzodi, professor

Jumayev Jura, fizika-matematika fanlari nomzodi, dotsent

Klichev Qybek Abdurasulovich, tarix fanlari doktori, dotsent

G'aybulayeva Nafisa Izattullayevna, filologiya fanlari doktori (DSc), professor

MUNDARIJA *** СОДЕРЖАНИЕ *** CONTENTS		
МАТЕМАТИКА *** MATHEMATICS *** МАТЕМАТИКА		
G'anijonova G.A.	Representation of the solution of one dynamic system on the plane	3
Maxammadzokirov Sh.Sh.	Application of matrix exponential in one control problem	10
Ortiqova R.B.	On some problems of the theory of one-dimensional bifurcation	15
Жалолов О.И., Махмудов М.М.	О нахождении элемента Рисса и нормы функционала погрешности квадратурной формулы типа Эрмита в пространстве Соболева $W_2^m(R)$	20
Abduraxmonova R.A.	On a linear differential evasion game with many pursuers and one evader in the Hilbert space l_2	26
Vasiyeva G.A.	Time-optimal control problem for an infinite system of binary differential equations	33
Сатторов Э.Н., Пулатов О.У.	Формула Карлемана для двумерного гравитационного поля в ограниченной области	42
Husenova J.T.	Funksional tenglamaga keltiriladigan spektral masalalar	48
Boboxonov Sh.S.	Proving the Corona theorem for $A(z)$ -analytic functions using the Bezout formula in case $n=2$	53
Сатторов Э.Н., Актамов Х.С.	О продолжении магнитного потенциала в двумерной ограниченной области	57
FIZIKA *** PHYSICS *** ФИЗИКА		
Икрамов Р.Ф., Мўминов Х.А.	Тобланган a-Si:H нинг ҳаракатчанлик тирқишининг температурага боғланиши	61
Djurayev D.R., Nasirova N.G., Fayziyev Sh.Sh.	Ferrit granatlarning fizik xususiyatlari haqida	66
Жарақов А.И., Ҷараяев М.Е., Давлетов И.У., Болтаев Г.С.	Ikki elementli litiy ftor qotishmasi sirtida hosil qilingan plazmaning parametrlarini tadqiq qilish	73

Nishonov I.E., Karshiboev Sh.E., Tolibjanov T.X., Jiyanov Sh.E., Fayziyev F.G'.	O'zgartirilgan Chaplygin gazi bilan o'ralgan zaryadlangan qora tuynuk	81
Ro'ziyev F.M.	Yarim shaffof organik quyosh elementlarida D18 asosidagi donor polimerlarning optik va fotovoltaik parametrlari	86
KIMYO *** CHEMISTRY *** ХИМИЯ		
Zokirov B.U., Ashurov M.M.	Qoramol va cho'chqadan olingan jelatinni UPLC-QTOF va ATR-FTIR spektroskopiyasi yordamida farqlash va miqdorini aniqlash	94
Raximov A.X., Mutalov Sh.A.	Tarkibida kislota bo'yoqlari mavjud to'qimachilik oqava suvlarini tozalashda elektrokoagulyatsiya jarayonlarining ahamiyati	101
Xusanova D.X.	Nikel nanokatalizatorlarining notekis perilen molekulari klasterlanishiga ta'siri	108
BIOLOGIYA *** BIOLOGY *** БИОЛОГИЯ		
Evatov G'.X., To'libayeva X.E.	Tokning ximera kasalligiga qarshi kurashish choralari	114
Юнусов Р., Шодиева С.Н.	Урожайность и качество плодов яблони в зависимости от способа и степени обрезки	118
Egamberdiyeva M.X.	Meva va sabzavotlar iste'molining salomatlikka ta'siri tadqiqi	122
INFORMATIKA *** INFORMATICS *** ИНФОРМАТИКА		
Усмонов Ф.С.	Автоматизация диспетчерского управления на водораспределительных сооружениях	126
ТЕХНИКА *** TECHNIQUE *** ТЕХНИКА		
Тўйчиев А.Ж., Султонов З.Н.	Применение насосов в пищевой промышленности	131

REPRESENTATION OF THE SOLUTION OF ONE DYNAMIC SYSTEM ON THE PLANE

G'anijonova Gulshoda Abdurahim qizi,
Andijan State University
gulshodaxonganijonova@gmail.com

Abstract. In this paper, we consider a system of second-order nonlinear differential equations with a special right-hand side, exactly, the linear part and a third-order polynomial of a special form. It is shown that for some relations between the parameters there is a second-order curve which trajectories leaving the points of this curve remain in the same place. Thus, the curve is invariant respect to the given system. Moreover, this system is invariant under a non-degenerate linear transformation of variables. We prove that the form of this curve depends on the relations between the parameters and the eigenvalues of the matrix. All solutions of this system of differential equations are shown analytically.

Keywords: dynamic system, ellipse, hyperbola, Hess system, polar coordinate system.

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕШЕНИЯ ОДНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ НА ПЛОСКОСТИ

Аннотация. В данной работе рассматривается система нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка со специальной правой частью, а именно линейная часть и полином третьего порядка, особого вида. Показано, что при некоторых соотношениях между параметрами существует кривая второго порядка, траектории, выходящие из точек этой кривой остаются там же. Отсюда следует, что данная кривая является инвариантной относительно данной системы. Кроме этого, данная система инвариантна относительно невырожденного линейного преобразования переменных. Показано, что вид этой кривой зависит от соотношений между параметрами и собственными значениями матрицы. В явном виде указаны все решения данной системы дифференциальных уравнений.

Ключевые слова: динамическая система, эллипс, гипербола, инвариантный, система Гесса, полярная система координат.

TEKISLIKDA BIR DINAMIK SISTEMANING YECHIMINI TASVIRLASH

Annotatsiya. Ushbu maqolada o'ng tomoni chiziqli va maxsus ko'rinishdagi uchinchi tartibli ko'phaddan iborat bo'lgan ikkinchi tartibli chiziqli bo'lmagan differensial tenglamalar sistemasi ko'rib chiqilgan. Parametrlar orasidagi ba'zi bir munosabatlar uchun ikkinchi tartibli egri chiziq mavjudligi ko'rsatilgan bo'lib, bu egri chiziqdan chiquvchi nuqtalarning trayektoriyalari o'sha joyda qoladi. Bundan kelib chiqadiki, berilgan egri chiziq berilgan sistemaga nisbatan invariantdir. Bundan tashqari berilgan sistema o'zgaruvchilarining aynimagan chiziqli almashtirishiga nisbatan invariantdir. Ushbu egri chiziqning ko'rinishi parametrlar va matritsalarining xos qiymatlari orasidagi munosabatlarga bog'liq ekanligi ko'rsatilgan. Berilgan differensial tenglamalar sistemalarining barcha yechimlari analitik ko'rsatilgan.

Kalit so'zlar: dinamik sistema, ellips, giperbola, invariant, Gess sistemasi, polyar koordinatalar sistemasi.

Introductuon. Let the dynamic system have the form

$$\dot{x} = Ax + (a \cdot x)x + (x^T Bx)x, \quad x = (x_1, \dots, x_n)^T \in R^n, \quad (1)$$

$$x(0) = x^0, \quad (2)$$

where A, B – are constant matrices of order

$n \times n$

The family of systems (1) is invariant with respect to linear transformations of the form

$$x = Ly$$

where L – is a nonsingular matrix of dimension $n \times n$ – .
Indeed,

$$L\dot{y} = ALy + (a \cdot Ly)Ly + (Ly)^T B Ly,$$

$$\dot{y} = L^{-1}ALy + (L^T a \cdot y)L^{-1}Ly + L^{-1}(Ly)^T B Ly \cdot Ly,$$

$$\dot{y} = L^{-1}ALy + (L^T a \cdot y)y + (Ly)^T B Ly \cdot L^{-1}Ly,$$

and finally we get

$$\dot{y} = L^{-1}ALy + (L^T a \cdot y)y + y^T L^T B Ly \cdot y$$

Main part. It should be noted that the class of systems (1) has another property of invariance: if \bar{x} – is a singular point, then when transferring $x = y + \bar{x}$ of the origin to the point \bar{x} , we again obtain a system of the form (1). Namely,

$$\dot{y} = \tilde{A}y + (\tilde{a}y)y + (y^T B y)y, \quad y = (y_1, y_2)^T \in R^2,$$

where

$$\begin{aligned} \tilde{A} &= A + \bar{x} \otimes a + (a, \bar{x})E + \bar{x}^T B \bar{x} E + \bar{x} \otimes \bar{x}^T B + \bar{x} \otimes \bar{x}^T B^T, \\ (\tilde{a}y) &= (ay) + \bar{x}^T B y + \bar{x}^T B^T y + \bar{x} \otimes B^T y. \end{aligned}$$

In the work [1] the solution to problem (1), (2), is clearly indicated, which is used further. Note that when $B = 0$ – system (1) is called the Hess system, which is fully investigated in [2].

In this paper, we consider a problem of the following type

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + x_1(a_0x_1^2 + a_1x_1x_2 + a_2x_2^2) \\ \dot{x}_2 &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + x_2(a_0x_1^2 + a_1x_1x_2 + a_2x_2^2) \end{aligned} \quad (3)$$

$$x(0) = (x_{10}, x_{20})^T,$$

where $a_{ij}, a_0, a_1, a_2, x_{10}, x_{20}$ – are real numbers.

Since the picture of the trajectories of the system (3) depends significantly on the value of the eigenvalues of matrix A, we distinguish the following cases

1. The eigenvalues are real and distinct ;
2. The eigenvalues is twofold;
3. The eigenvalues are complex with non-zero real parts;
4. The eigenvalues are purely imaginary complex.

Let us proceed to the study of the above cases.

1. It is known [3], that there exists a non-singular matrix such that

$$PAP^{-1} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}.$$

First, let us consider the case $\lambda_1 \cdot \lambda_2 \neq 0, \lambda_1 \neq \lambda_2$. Let us perform the following transformation of system (3)

$$y = Px$$

Then we obtain the canonical form (3)

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= \lambda_1 y_1 + y_1(b_0 y_1^2 + b_1 y_1 y_2 + b_2 y_2^2) \\ \dot{y}_2 &= \lambda_2 y_2 + y_2(b_0 y_1^2 + b_1 y_1 y_2 + b_2 y_2^2) \end{aligned} \quad (4)$$

$$y(0) = (y_{10}, y_{20}).$$

Obviously, the fundamental matrix of the linear part of system (4) has the form

$$e^{tc} = \begin{pmatrix} e^{\lambda_1 t} & 0 \\ 0 & e^{\lambda_2 t} \end{pmatrix}.$$

Using the results of work [1], after simple calculations we obtain the solution of problem (4) in the following form

$$y_1(t) = \frac{y_{10} e^{\lambda_1 t}}{\sqrt{1 + \frac{b_0}{\lambda_1} y_{10}^2 + \frac{2b_1}{\lambda_1 + \lambda_2} y_{10} y_{20} + \frac{b_2}{\lambda_2} y_{20}^2 - B}} \quad (5)$$

$$y_2(t) = \frac{y_{20} e^{\lambda_2 t}}{\sqrt{1 + \frac{b_0}{\lambda_1} y_{10}^2 + \frac{2b_1}{\lambda_1 + \lambda_2} y_{10} y_{20} + \frac{b_2}{\lambda_2} y_{20}^2 - B}}$$

where $B = \left(\frac{b_0}{\lambda_1} y_{10}^2 e^{2\lambda_1 t} + \frac{2b_1}{\lambda_1 + \lambda_2} y_{10} y_{20} e^{(\lambda_1 + \lambda_2)t} + \frac{b_2}{\lambda_2} y_{20}^2 e^{2\lambda_2 t} \right)$.

Consider the following equation

$$1 + \frac{b_0}{\lambda_1} y_1^2 + \frac{2b_1}{\lambda_1 + \lambda_2} y_1 y_2 + \frac{b_2}{\lambda_2} y_2^2 = 0 \quad (6)$$

In the polar coordinate system (ρ, φ) equation (6) is written as

$$\rho = \sqrt{\frac{-2}{\frac{b_0}{\lambda_1} + \frac{b_2}{\lambda_2} - R \cos(2\varphi + \varphi_0)}} \quad (7)$$

where $R = \sqrt{\left(\frac{b_0}{\lambda_1} - \frac{b_2}{\lambda_2}\right)^2 + \left(\frac{b_1}{\lambda_1 + \lambda_2}\right)^2}$.

By direct substitution we can verify that if the initial point (y_{10}, y_{20}) satisfies equation (6), then the corresponding solution (5) also satisfies equation (6). Therefore, based on the form of equations (6), (7) the following statements can be derived:

- a) If, $\left| \frac{b_0}{\lambda_1} + \frac{b_2}{\lambda_2} \right| < R$, then equation (6) represents a hyperbola;
- b) If, $\frac{b_0}{\lambda_1} + \frac{b_2}{\lambda_2} < 0$ and $R < \left| \frac{b_0}{\lambda_1} + \frac{b_2}{\lambda_2} \right|$ then (6) represents an ellipse;
- c) If, $\frac{b_0}{\lambda_1} + \frac{b_2}{\lambda_2} < 0$ and $R = \left| \frac{b_0}{\lambda_1} + \frac{b_2}{\lambda_2} \right|$ then (6) represents two parallel lines ;
- e) If, $R \leq \frac{b_0}{\lambda_1} + \frac{b_2}{\lambda_2}$, then (6) has no solution.

2. Now let $\lambda = \lambda_1 = \lambda_2$. There exists a non-singular matrix P such that either

$$PAP^{-1} = \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}$$

or

$$PAP^{-1} = \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 1 & \lambda \end{pmatrix}.$$

Let's consider the first case. Then by the following transformation

$$y = Px$$

from system (3) we have

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= \lambda y_1 + y_1 (b_0 y_1^2 + b_1 y_1 y_2 + b_2 y_2^2) \\ \dot{y}_2 &= \lambda y_2 + y_2 (b_0 y_1^2 + b_1 y_1 y_2 + b_2 y_2^2) \end{aligned} \quad (8)$$

$$y(0) = (y_{10}, y_{20}).$$

If $\lambda = 0$, then the solution to problem (8) is

$$y_1(t) = \frac{y_{10}}{\sqrt{1 - 2(b_0 y_{10}^2 + b_1 y_{10} y_{20} + b_2 y_{20}^2)t}} \tag{9}$$

$$y_2(t) = \frac{y_{20}}{\sqrt{1 - 2(b_0 y_{10}^2 + b_1 y_{10} y_{20} + b_2 y_{20}^2)t}}$$

From this representation of the solution (9), it is easy to see that if

$$b_0 y_{10}^2 + b_1 y_{10} y_{20} + b_2 y_{20}^2 \neq 0$$

for $y_1 \cdot y_2 \neq 0$, then (9) are straight lines passing through the origin. In this case, the origin of coordinates will be a stable or unstable node depending on the sign of the number $b_0 y_{10}^2 + b_1 y_{10} y_{20} + b_2 y_{20}^2$.

If $b_0 y_1^2 + b_1 y_1 y_2 + b_2 y_2^2 = 0$ for $y_1 \cdot y_2 \neq 0$, then each point of the line (or lines) $b_0 y_1^2 + b_1 y_1 y_2 + b_2 y_2^2 = 0$ is a rest point of the system (8). And the origin is a semi-stable node.

Now let's consider the case $\lambda \neq 0$. It is easy to see that if $\lambda + b_0 y_1^2 + b_1 y_1 y_2 + b_2 y_2^2 \neq 0$, for all $(y_1, y_2) \in R^2$, then from (8) we have $\alpha y_1 + \beta y_2 = 0$ for solutions of system (8), α, β – constants.

Depending on the sign of the $\lambda + b_0 y_1^2 + b_1 y_1 y_2 + b_2 y_2^2$ expression, we obtain either a stable or an unstable node.

Now let us assume that equation

$$\lambda + b_0 y_1^2 + b_1 y_1 y_2 + b_2 y_2^2 = 0 \tag{10}$$

has a solution.

Note that problem (8) has a solution of the form

$$y_1(t) = \frac{y_{10} e^{\lambda t}}{\sqrt{1 + \frac{b_0 y_{10}^2 + b_1 y_{10} y_{20} + b_2 y_{20}^2}{\lambda} - \frac{b_0 y_{10}^2 + b_1 y_{10} y_{20} + b_2 y_{20}^2}{\lambda} e^{2\lambda t}}} \tag{11}$$

$$y_2(t) = \frac{y_{20} e^{\lambda t}}{\sqrt{1 + \frac{b_0 y_{10}^2 + b_1 y_{10} y_{20} + b_2 y_{20}^2}{\lambda} - \frac{b_0 y_{10}^2 + b_1 y_{10} y_{20} + b_2 y_{20}^2}{\lambda} e^{2\lambda t}}}$$

By direct substitution one can verify that solution (11) satisfies equation (10). Moreover, each solution point of equation (10) is a rest point of system (8).

Now let's consider the second case, i.e.

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= \lambda y_1 + y_1 (b_0 y_1^2 + b_1 y_1 y_2 + b_2 y_2^2) \\ \dot{y}_2 &= y_1 + \lambda y_2 + y_2 (b_0 y_1^2 + b_1 y_1 y_2 + b_2 y_2^2) \end{aligned} \tag{12}$$

$$y(0) = (y_{10}, y_{20}).$$

The fundamental matrix of the linear part of system (12) is

$$e^{tc} = \begin{pmatrix} e^{\lambda t} & 0 \\ t e^{\lambda t} & e^{\lambda t} \end{pmatrix}.$$

Thus, the solution to problem (12) is

$$y_1(t) = \frac{y_{10} e^{\lambda t}}{\varphi(t)}, \quad y_2(t) = \frac{(y_{10} t + y_{20}) e^{\lambda t}}{\varphi(t)}, \quad t \geq 0, \tag{13}$$

where

$$\varphi(t) = \sqrt{A - e^{2\lambda t} M},$$

$$A = 1 + \frac{b_0 y_{10}^2 + b_1 y_{10} y_{20} + b_2 y_{20}^2}{\lambda} - \frac{b_0 y_{10}^2 + 2b_2 y_{10} y_{20}}{2\lambda^2} + \frac{b_2 y_{10}^2}{2\lambda^3},$$

$$M = \frac{b_0 y_{10}^2 + b_1 (y_{10} t + y_{20}) e_{10} + b_2 (y_{10} t + y_{20})^2}{\lambda} - \frac{b_0 y_{10}^2 + 2b_2 (y_{10} t + y_{20}) y_{10}}{2\lambda^2} + \frac{b_2 y_{10}^2}{2\lambda^3}$$

It is easy to show that if the initial point (y_{10}, y_{20}) satisfies the equality

$$1 + \frac{b_0 y_1^2 + b_1 y_1 y_2 + b_2 y_2^2}{\lambda} - \frac{b_1 y_1^2 + 2b_2 y_1 y_2}{2\lambda^2} + \frac{b_2 y_1^2}{2\lambda^3} = 0 \quad (14)$$

then for any $t \geq 0$ the solution (13) also satisfies the equality (14).

By means of the transition to the polar coordinate system it is easy to prove the following.

Lemma. If the conditions are met

$$\frac{b_0}{\lambda} - \frac{b_1}{2\lambda^2} + \frac{b_2}{2\lambda} + \frac{b_2}{2\lambda^3} < 0, \quad \left(\frac{b_2}{\lambda^2} - \frac{b_1}{\lambda} \right)^2 < \frac{4b_2}{\lambda} \left(\frac{b_0}{\lambda} - \frac{b_1}{2\lambda^2} + \frac{b_2}{2\lambda^3} \right),$$

then equation (11) represents an ellipse in other cases of a hyperbola (non-degenerate, degenerate).

3. Let

$$\lambda_1 = \alpha + i\beta, \quad \lambda_2 = \alpha - i\beta.$$

Then, using the non-singular matrix P , the matrix A can be reduced to the following form

$$PAP^{-1} = \begin{pmatrix} \alpha & -\beta \\ \beta & \alpha \end{pmatrix}, \quad \alpha \neq 0.$$

By transforming $y = Px$ we move to a new coordinate system y_1, y_2 . Then system (3) takes the form

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= \alpha y_1 - \beta y_2 + y_1 (b_0 y_1^2 + b_1 y_1 y_2 + b_2 y_2^2) \\ \dot{y}_2 &= \beta y_1 + \alpha y_2 + y_2 (b_0 y_1^2 + b_1 y_1 y_2 + b_2 y_2^2) \end{aligned} \quad (15)$$

$$y(0) = (y_{10}, y_{20}).$$

The fundamental matrix of the linear part of system (15) will be

$$e^{tc} = \begin{pmatrix} e^{\alpha t} \cos \beta t & -e^{\alpha t} \sin \beta t \\ e^{\alpha t} \sin \beta t & e^{\alpha t} \cos \beta t \end{pmatrix}$$

Thus, the solution to problem (15) is [1]

$$\begin{aligned} y_1(t) &= \frac{y_{10} \cos \beta t - y_{20} \sin \beta t}{\varphi(t)} e^{\alpha t}, \\ y_2(t) &= \frac{y_{10} \sin \beta t + y_{20} \cos \beta t}{\varphi(t)} e^{\alpha t}, \quad t \geq 0, \end{aligned} \quad (16)$$

where

$$\varphi(t) = \left(A - \frac{e^{2\alpha t}}{2(\alpha^2 + \beta^2)} \left((b_0 y_{10}^2 + 2b_1 y_{10} y_{20} + b_2 y_{20}^2 - b_0 y_{20}^2 - b_2 y_{10}^2) (\alpha \cos 2\beta t + \beta \sin 2\beta t) + \right. \right. \\ \left. \left. (b_1 (y_{10}^2 - y_{20}^2) - 2(b_0 - b_2) y_{10} y_{20} (\alpha \sin 2\beta t - \beta \cos 2\beta t)) \right) \right)^{1/2}$$

$$\begin{aligned} A &= 1 + \frac{b_0 + b_2}{2\alpha t} (y_{10}^2 + y_{20}^2) + \\ &+ \frac{\alpha \left((b_0 - b_2) (y_{10}^2 - y_{20}^2) + 2b_1 y_{10} y_{20} \right)}{2(\alpha^2 + \beta^2)} \\ &- \frac{\beta (b_1 (y_{10}^2 - y_{20}^2) - 2(b_0 - b_2) y_{10} y_{20})}{2(\alpha^2 + \beta^2)} - \frac{b_0 - b_2}{2\alpha} (y_{10}^2 + y_{20}^2) \end{aligned}$$

Theorem. A trajectory $(y_1(t), y_2(t))$, $t \geq 0$ is closed if and only if the following conditions are satisfied

$$\frac{b_0 + b_2}{\alpha} < 0, \tag{17}$$

$$\alpha^2 b_1^2 < \beta^2 (b_1 + b_2)^2 + 4\alpha^2 b_0 b_2. \tag{18}$$

5. Let $\lambda_1 = i\beta$, $\lambda_2 = -i\beta$, $\beta > 0$. Then after the appropriate transformations we have a system of differential equations of the form

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= -\beta y_2 + y_1 (b_0 y_1^2 + b_1 y_1 y_2 + b_2 y_2^2) \\ \dot{y}_2 &= \beta y_1 + y_2 (b_0 y_1^2 + b_1 y_1 y_2 + b_2 y_2^2) \end{aligned} \tag{21}$$

$$y(0) = (y_{10}, y_{20}).$$

Here it is convenient to represent the solution of system (21) in a polar coordinate system. For this purpose, we introduce the following notations

$$\rho = \sqrt{y_1^2 + y_2^2}, \quad \varphi = \arctg \frac{y_2}{y_1}$$

From (24) we have

$$\begin{aligned} \frac{d\rho^2}{dt} &= 2y_1 \dot{y}_1 + 2y_2 \dot{y}_2 = 2y_1 \left(-\beta y_2 + y_1 (b_0 y_1^2 + b_1 y_1 y_2 + b_2 y_2^2) \right) + \\ &\quad + 2y_2 \left(\beta y_1 + y_2 (b_0 y_1^2 + b_1 y_1 y_2 + b_2 y_2^2) \right) = \\ &= 2\rho^4 (b_0 \cos^2 \varphi + b_1 \sin \varphi \cos \varphi + b_2 \sin^2 \varphi). \end{aligned}$$

Then

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi}{dt} &= \frac{y_1 \dot{y}_2 - y_2 \dot{y}_1}{y_1^2 + y_2^2} = \\ &= \frac{y_1 \left(\beta y_1 + y_2 (b_0 y_1^2 + b_1 y_1 y_2 + b_2 y_2^2) \right) - y_2 \left(-\beta y_2 + y_1 (b_0 y_1^2 + b_1 y_1 y_2 + b_2 y_2^2) \right)}{y_1^2 + y_2^2} = \frac{\beta (y_1^2 + y_2^2)}{y_1^2 + y_2^2} = \beta \end{aligned}$$

From here we have

$$\frac{d\rho^2}{d\varphi} = \frac{2}{\beta} \rho^4 (b_0 \cos^2 \varphi + b_1 \sin \varphi \cos \varphi + b_2 \sin^2 \varphi)$$

Integrating the last differential equation with the initial condition $\rho(0) = \rho_0 = \sqrt{y_{10}^2 + y_{20}^2}$ we obtain

$$\rho = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{\rho_0^2} - \frac{b_1}{2\beta} - \frac{1}{\beta} (b_0 + b_2)\varphi - \frac{1}{2\beta} (b_0 - b_2)\sin 2\varphi + \frac{b_1}{2\beta} \cos 2\varphi}} \tag{22}$$

Let $b_0 + b_2 = 0$. Therefore, for initial conditions (y_{10}, y_{20}) , satisfying the inequality

$$\frac{1}{2\beta} \left(b_1 + \sqrt{4b_0^2 + b_1^2} \right) < \frac{1}{\rho_0^2}$$

equation (22) describes closed trajectories.

It is easy to see that in the case of $b_0 + b_2 \neq 0$ equation (22) describes a stable or unstable node depending on the sign of the sum $b_0 + b_2$.

REFERENCES:

1. Андронов А.А., Леонтович Е.А., Гордон И.И., Майер А.Г., Теория бифуркаций динамических систем на плоскости, «Наука», Москва. 1967.
2. Abdulla Azamov, Shakhzod Suyunov, Asliddin Tilavov. *Studying of Behavoir at Infinity of Vector Fields on Poincae's Sphere: Revisited.*// *Qualitative Theory of Dynamical Systems*. 15 (2016), No.1, pp. 211-220. (№3, Scopus: IF=0.89).
3. Abdulla Azamov, Akhmedov Odiljon and Tilavov Asliddin. *Discrete-Numerical Tracking Method for Constructing a Poincare Mar* // *Differential Equations and Dynamical Systems. USUZCAMP 2017. Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, 2018, vol.268. , Cham. pp. 41-54. (№41 SClmago: IF=0.23).*
4. Андронов А.А., Леонтович Е.А., Гордон И.И., Майер А.Г. *Качественная теория динамических систем*. М.: Наука. 1966. 568 с.
5. Бойтиллаев Д.А. *О бифуркации седло-узла в системе Гессе. Тез. док. межд. конф. Управление и оптимизация динамических систем-CODS-2009. Ташкент. 2009. С.31,32.*
6. Бойтиллаев Д.А. *О бифуркации седло-узла в системе Гессе // Узбекский математический журнал. – Ташкент, 2010. – № 1. – С. 41-45.*
7. Гантмахер Ф.Р. *Теория матриц*. М.:Наука. 1988. 552 с.
8. Ефимов Н.В. *Краткий курс аналитической геометрии*. «Наука», Москва. 1967. 82с
9. Степанов В.В. *Курс дифференциальных уравнений*. М: Физматгиз, 1959, 355 с.; 9-изд. М:КомКнига/ URSS, 2006. 472 с.
10. Тухтасинов М, Нурматов Д. *Представление решения систем дифференциальных уравнений типа Бернулли и Риккати. // Вестник НУУз. Ташкент. 2009. С. 71-74.*
11. Tillavov A.M. *On Hyperbolicity of Extension of a Model Nonlinear Dynamical System // The Second USA-Uzbekistan Conference on Analysis and Mathematical Physics/ August 08-12,2017 y., Urganch, Uzbekistan. pp. 43-44.*

APPLICATION OF MATRIX EXPONENTIAL IN ONE CONTROL PROBLEM

Maxammadzokirov Shoxrux Shuxratbek ugli,
Lecturer at Andijan State University
matematikshohrux@gmail.com

Abstract. To learn how to find a solution $x(t)$ to a system of differential equations $\dot{x} = Ax + u(t)$, you need to be able to handle matrices A of size $n \times n$ quite freely. From the algebra course we know that such matrices can be added, subtracted, multiplied by a number and multiplied among themselves. We will use all these operations. Moreover, if a matrix variable $A(t)$, is given, i.e. matrix, each element of which is a function of the variable t , then this matrix can be differentiated or integrated, and these operations are carried out element by element.

Keywords: control problem, exponential matrix, norm of the matrix, Lebesgue integrable.

ПРИМЕНЕНИЕ МАТРИЧНОЙ ЭКСПОНЕНТЫ В ОДНОЙ ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ

Аннотация. Чтобы научиться находить решение $x(t)$ системы дифференциальных уравнений $\dot{x} = Ax + u(t)$, нужно уметь достаточно свободно обращаться с матрицами A размера $n \times n$. Из курса алгебры мы знаем, что такие матрицы можно складывать, вычитать, умножать на число и умножать между собой. Мы будем использовать все эти операции. Более того, если задана матричная переменная $A(t)$, т.е. матрица, каждый элемент которой является функцией переменной t , то эту матрицу можно дифференцировать или интегрировать, и эти операции выполняются поэлементно.

Ключевые слова: задача управления, экспоненциальная матрица, норма матрицы, интегрируемая по Лебегу.

EKSPONENSIAL MATRITSANING BIR BOSHQARUV MASALASIDA QO'LLANISHI

Annotatsiya. Ushbu $\dot{x} = Ax + u(t)$ ko'rinishdagi differensial tenglamalar sistemasining $x(t)$ yechimini topishni o'rganish uchun $n \times n$ o'lchamdagi A matritsalarini juda erkin ishlata olish kerak. Algebra kursidan bilamizki, bunday matritsalarini qo'shish, ayirish, songa ko'paytirish va o'zaro ko'paytirish mumkin. Biz ushbu amallarning barchasidan foydalanamiz. Bundan tashqari, agar $A(t)$ matritsa o'zgaruvchisi, ya'ni har bir elementi t o'zgaruvchining funksiyasi bo'lgan matritsa berilgan bo'lsa, bu matritsani differensiallash yoki integrallash mumkin va bu amallar hadma-had bajariladi.

Kalit so'zlar: boshqarish masalasi, eksponensial matritsa, matritsaning normasi, Lebeg integrali.

Introduction. Let A be an n -by- n matrix, the exponential of A is defined as follows

$$e^{tA} = E + tA + \frac{t^2}{2!}A^2 + \frac{t^3}{3!}A^3 + \dots + \frac{t^k}{k!}A^k + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{A^k}{k!} \quad (1)$$

The matrix exponential plays an important role in linear control systems and ordinary differential equations, see [1, 2, 7, 8, 10, 12] and the references therein. However, the theoretical analysis as well as the numerical computation of e^{tA} are still under investigations, see [1, 2, 4, 9]. In [1, 2], Bernstein proposed many open problems arising from linear control systems, which include some matrix exponential problems.

Let's consider another operation on the $n \times n$ matrix A , some variable matrix depending on the real parameter t . This matrix is called the exponential of matrix A , denoted by e^{tA} and defined by the power matrix series (1), where E is an $n \times n$ identity matrix. The matrix series (1) is also summed element by element.

Statement of the problem. Let us show that this series converges absolutely for any fixed $t \in E^1$. If a_{ij} is an arbitrary element of the matrix A , then the estimate $|a_{ij}| \leq \|A\|$ is valid, where the norm $\|A\|$ of the matrix A is determined by the relation

$$\|A\| = \max_{x \in S_1(0)} \|Ax\|.$$

An arbitrary element p of the matrix series (1) is itself given by a certain series

$$p = p_0 + p_1 + p_2 + \dots + p_k + \dots, \quad (2)$$

where p_k is the corresponding element of the matrix $\frac{t^k}{k!} A^k$. Thus, it is fair to estimate

$$|p_k| \leq \left\| \frac{t^k}{k!} A^k \right\| \leq \frac{|t|^k}{k!} \|A^k\|$$

and therefore series (2) is absolutely convergent.

Let us derive several useful properties of the exponential of the matrix e^{tA} . For any numbers $t, s \in E^1$ the formula is valid

$$e^{tA} \cdot e^{sA} = e^{(t+s)A}. \quad (3)$$

Indeed, since series (1) and series

$$e^{sA} = E + sA + \frac{s^2}{2!} A^2 + \frac{s^3}{3!} A^3 + \dots + \frac{s^k}{k!} A^k + \dots$$

converges absolutely, and they can be multiplied. As a result, we obtain the equality

$$\begin{aligned} e^{tA} \cdot e^{sA} &= \left(E + tA + \frac{t^2}{2!} A^2 + \dots \right) \left(E + sA + \frac{s^2}{2!} A^2 + \dots \right) \\ &= E + (t+s)A + \frac{1}{2!} (t^2 + 2ts + s^2) A^2 + \frac{1}{3!} (t^3 + 3t^2s + 3ts^2 + s^3) A^3 + \dots \\ &= e^{(t+s)A}. \end{aligned}$$

From formula (3) it immediately follows that the matrix e^{tA} is non-singular, and its inverse matrix has the form

$$(e^{tA})^{-1} = e^{-tA}.$$

Taking the conjugate matrix of the left and right sides of equality (1), we obtain the formula

$$(e^{tA})^* = E^* + tA^* + \frac{t^2}{2!} (A^*)^2 + \frac{t^3}{3!} (A^*)^3 + \dots = e^{tA^*}.$$

Applying the triangle inequality for the matrix norm to equality (1), we obtain the estimate

$$\|e^{tA}\| \leq \|E\| + |t| \cdot \|A\| + \frac{|t^2|}{2!} \|A\|^2 + \frac{|t^3|}{3!} \|A\|^3 + \dots = e^{|t| \cdot \|A\|}.$$

Finally, since series (1) converges absolutely, we can differentiate it term by term with respect to the parameter t and obtain the relation

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} e^{tA} &= E + \frac{t}{1!} A^2 + \frac{t^2}{2!} A^3 + \dots + \frac{t^{k-1}}{(k-1)!} A^k + \dots = \\ &= A \left(E + tA + \frac{t^2}{2!} A^2 + \dots + \frac{t^{k-1}}{(k-1)!} A^k + \dots \right) = A e^{tA} \end{aligned} \quad (4)$$

The exponential of the matrix can be easily calculated if it is possible to sum the series (1).

Example 1. If matrix A is zero, then formula is obviously valid

$$e^{tA} = E + t \cdot 0 + \frac{t^2}{2!} \cdot 0 + \dots = E.$$

Example 2. Let $n = 2$. Let's find the exponential e^{tA} for the matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

To do this, we calculate the sum of series (1). It is directly verified that

$$A^2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad A^3 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad A^4 = E, \quad A^5 = A, \dots$$

Substituting these matrices into series (1), we have

$$e^{tA} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + \frac{t^2}{2!} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \frac{t^3}{3!} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \frac{t^4}{4!} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \dots =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 - \frac{t^2}{2!} + \frac{t^4}{4!} - \dots & t - \frac{t^3}{3!} + \frac{t^5}{5!} - \dots \\ -t + \frac{t^3}{3!} - \frac{t^5}{5!} + \dots & 1 - \frac{t^2}{2!} + \frac{t^4}{4!} - \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos t & \sin t \\ -\sin t & \cos t \end{pmatrix}.$$

Let's give another way to calculate the exponential. Let us denote the columns of the matrix e^{tA} by $e_1(t), \dots, e_n(t)$. Then, according to formula (4), the matrix equality is true

$$(\dot{e}_1(t), \dots, \dot{e}_n(t)) = A(e_1(t), \dots, e_n(t)).$$

This means that each vector $e_i(t)$ is a solution to a linear homogeneous system of differential equations

$$\dot{x} = Ax. \tag{5}$$

The initial conditions are determined by the relation

$$e^{tA}|_{t=0} = E, \text{ i.e. } e_i(0) = e_i, i = 1, \dots, n,$$

where e_1, \dots, e_n are the basis vectors of the space E^n .

Example 3. Let $n = 2$. Let us calculate the exponential of the matrix $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, solving the system of differential equations (5). In this case it has the form

$$\begin{cases} \dot{x}^1 = x^2 \\ \dot{x}^2 = 0 \end{cases},$$

The general solution of this system is expressed by the formula

$$x(t) = (c_2 t + c_1, c_2).$$

Choosing the basis vectors $e_1 = (1, 0)$ and $e_2 = (0, 1)$ as initial conditions, we obtain two solutions $e_1(t) = (1, 0)$ and $e_2(t) = (t, 1)$, which are columns of the matrix e^{tA} . Hence,

$$e^{tA} = \begin{pmatrix} 1 & t \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Let $u(t)$ be some admissible control of the object, specified on the time interval $t \in [t_0, t_1]$. Consider the differential equation

$$\dot{x} = Ax + u(t). \tag{6}$$

The right side of this equation is defined for all values of $t \in I$ and all $x \in E^n$.

If the function $u(t)$ in this equation is continuous on the time interval $t \in [t_0, t_1]$, then from the course of ordinary differential equations it is known that for any initial condition $x(t_0) = x_0$ a solution to equation (6) exists, is unique and for any $t \in [t_0, t_1]$ is given by the Cauchy formula

$$x(t) = e^{(t-t_0)A} x_0 + \int_{t_0}^t e^{(t-s)A} u(s) ds. \tag{7}$$

Moreover, in this formula the integral is understood in the Riemannian sense, and the solution $x(t)$ itself is a continuously differentiable function.

We call a function $x(t)$ absolutely continuous on the time interval $I = [t_0, t_1]$ if its derivative $\dot{x}(t)$ exists for almost all $t \in I$, is Lebesgue integrable, and for all $t \in I$ the condition is satisfied

$$x(t) = x(t_0) + \int_{t_0}^t \dot{x}(s) ds.$$

Those, the function $x(t)$ can be uniquely reconstructed from its derivative $\dot{x}(t)$. Any piecewise smooth function $x(t)$ is absolutely continuous.

It turns out that for any admissible control $u(t)$, i.e. Lebesgue integrable function $u(t)$, and any initial state $x(t_0) = x_0$, we can also determine the solution $x(t)$ of the differential equation (6). But in this case, the solution $x(t)$ will no longer be a continuously differentiable function, but will only be an absolutely continuous function.

The main result. One can imagine that the number of jumps in the function $u(t)$ increases and even becomes countable. In this case, the solution $x(t)$ will have many kinks, i.e. jumps in the derivative $\dot{x}(t)$, although the solution $x(t)$ itself remains absolutely continuous.

Theorem 1. Let the function $u(t)$ in equation (6) be Lebesgue integrable on the interval $I = [t_0, t_1]$. Then for any initial value $x(t_0) = x_0$ an absolutely continuous solution $x(t)$ of equation (6) exists, is unique,

and for any $t \in I$ is given by the Cauchy formula (7), and the integral in this formula is understood in Lebesgue's sense.

Proof. It is directly verified that the function $x(t)$ given by formula (7) is a solution to the differential equation (6). Indeed, at $t = t_0$ the initial condition $x(t_0) = x_0$ is obviously satisfied. Next, using the properties of the exponential, we find the derivative of the function $x(t)$

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ae^{(t-t_0)A}x_0 + u(t) + \int_{t_0}^t Ae^{(t-s)A}u(s)ds = \\ &= A \left[e^{(t-t_0)A}x_0 + \int_{t_0}^t e^{(t-s)A}u(s)ds, \right] + u(t) = Ax(t) + u(t). \end{aligned}$$

It can be seen that it coincides with the right side of equation (6). Thus, when substituting the function $x(t)$ into equation (6), we obtain the equality

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + u(t). \tag{8}$$

Note that the resulting equality is satisfied only for almost all $t \in [t_0, t_1]$, since the derivative $\dot{x}(t)$ of an absolutely continuous function $x(t)$ exists only almost everywhere. The classical continuously differentiable solution $x(t)$ turns the equation into an identity for all t . However, an absolutely continuous function a : (2) is called a solution to the differential equation (6) if equality (8) is satisfied for almost all $t \in [t_0, t_1]$. If we change the control $u(t)$ at individual points or even on a set of measure zero, then equality (8) will remain and the function $x(t)$ will remain a solution. It will not change at all, since the function $u(t)$ in formula (7) is under the integral sign, and the Lebesgue integral does not change if the integrand is changed on a set of measure zero.

It remains to prove the uniqueness of the solution $x(t)$. Let's assume the opposite, i.e. there are two different absolutely continuous solutions $x(t)$ and $y(t)$ with the same initial condition $x(t_0) = y(t_0) = x_0$. Let τ be the first such moment of time after which the solutions $x(t)$ and $y(t)$ diverge

Let's choose a small number $\varepsilon > 0$, such that $\varepsilon\|A\| < 1$, and on the time interval $[\tau, \tau + \varepsilon]$ consider the function $z(t) = x(t) - y(t)$. Since $x(t)$ and $y(t)$ satisfy inequality (8), for the function $z(t)$ we obtain the relation

$$\dot{z}(t) = \dot{x}(t) - \dot{y}(t) = Ax(t) + Ay(t) = A(x(t) - y(t)) = Az(t)$$

for almost all $t \in [\tau, \tau + \varepsilon]$. Integrating it on the interval $[\tau, t]$, we obtain the equality

$$z(t) = \int_{\tau}^t Az(s)ds,$$

since $z(\tau) = 0$. Thus, for all $\tau \leq t \leq \tau + \varepsilon$ the relation is valid

$$\|z(t)\| = \left\| \int_{\tau}^t Az(s)ds \right\| \leq \int_{\tau}^t \|Az(s)\|ds \leq \int_{\tau}^t \|A\| \cdot \|z(s)\|ds \leq \varepsilon \cdot \|A\| \max_{\tau \leq t \leq \tau + \varepsilon} \|z(t)\| < \max_{\tau \leq t \leq \tau + \varepsilon} \|z(t)\|.$$

Since the function $z(t)$ is continuous on the interval $[\tau, \tau + \varepsilon]$, it reaches its maximum at some point $t^* \in [\tau, \tau + \varepsilon]$. Substituting the point $t = t^*$ into the resulting relation, we obtain a contradictory inequality

$$\|z(t^*)\| < \|z(t^*)\|.$$

Thus, the uniqueness of the solution $x(t)$ is established. **The theorem has been proven.**

REFERENCES:

1. D. Bernstein. *Orthogonal matrices and the matrix exponential*. Problem 90-18, *SIAM Review*, 32: 673, 1990.
2. D. Bernstein. *Some open problems in matrix theory arising in linear system and control*. // *Linear Algebra and Its Applications*, 162-164: 409- 432, 1992.
3. Van Korryk, T. S. (2016). "Matrix exponentials, $SU(N)$ group elements, and real polynomial roots". // *Journal of Mathematical Physics*. 57 (2).
4. G. Golub and C. Van Loan. *Matrix Computations*. Second Edition. The Johns Hopkins University Press, Baltimore and London, 1989.

MATHEMATICS

5. Householder, Alston S. (2006). *The Theory of Matrices in Numerical Analysis*. Dover Books on Mathematics. ISBN 978-0-486-44972-2.
6. H. Kwakernaak and R. Sivan. *Linear Optimal Control Systems*. Wiley Press, 1972.
7. P. Lancaster and M. Tismenetsky. *The Theory of Matrices*. Academic Press, New York, NY, 1985.
8. C. Moler and C. Van Loan. Nineteen dubious ways to compute the exponential of a matrix. *SIAM Review*, 20: 801-836, 1978.
9. J. Snyders and M. Zakai. On nonnegative solutions of the equation $AD + DA0 = -C$. *SIAM // J. Applied Mathematics*, 18: 704-714, 1970.
10. W. So. Equality cases in matrix exponential inequalities. *SIAM // J. Matrix Anal. Appl.*, 13:1154-1158, 1992.
11. W. M. Wonham. *Linear Multivariable Control: A Geometric Approach*. Springer-Verlag, Berlin and New York, 1979.

ON SOME PROBLEMS OF THE THEORY OF ONE-DIMENSIONAL BIFURCATION

Ortiqova Rayxona Baxodirovna,

Student of Andijan State University

under the review of Sh.Kh. Koshakov, Ph.D. in Physics and Mathematics

rayhona22082020@gmail.com

Abstract. *In the article we consider the systems of differential equations $\dot{x} = f(x; \mu)$, that depend on a set of parameters μ . For example, the vector field for the pendulum nominally depends upon two parameters: its length and the strength of gravity. Our goal is to investigate what happens to the flow of the system when parameters vary slightly. Do the properties of the orbits just change slightly, or can orbits be destroyed, created, or otherwise changed dramatically? A bifurcation occurs when there is a dramatic change in the dynamics.*

Keywords: *bifurcation, saddle-node bifurcation, Hopf bifurcation, nondegeneracy, transversality, stability, instability, equilibrium bifurcation, implicit function.*

О НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧАХ ТЕОРИИ ОДНОМЕРНОЙ БИФУРКАЦИИ

Аннотация. *В статье рассмотрим систему дифференциальных уравнений $\dot{x} = f(x; \mu)$, которые зависят от набора параметров μ . Например, векторное поле для маятника номинально зависит от двух параметров: длины и силы тяжести. Наша цель - исследовать, что происходит с потоком системы, когда параметры слегка изменяются. Значительно ли меняются свойства орбит, или орбиты могут быть разрушены, созданы или иным образом изменены? Бифуркация возникает при резком изменении динамики.*

Ключевые слова: *бифуркация, бифуркации седлового узла, бифуркации Хопфа, невырожденность, трансверсальность, устойчивость, неустойчивость, бифуркации равновесия, неявная функция.*

БИР ЎЛЧОВЛИ БИФУРКАЦИЯЛАР НАЗАРИЯСИНИНГ БАЎЗИ МАСАЛАЛАРИ

Аннотация. *Мақолада μ параметрлар тўпламига боғлиқ бўлган $\dot{x} = f(x; \mu)$ дифференциал тенгламалар системасини кўриб чиқамиз. Масалан, маятникнинг вектор майдони номинал равишда иккита параметрга – унинг узунлиги ва тортишиш кучига боғлиқ. Бизнинг мақсадимиз параметрлар биров ўзгарганида системада нималар содир бўлишини ўрганишдир. Бошқача айтганда, ҳаракат траекторияларининг хоссалари қандай ўзгаради, ҳаракат траекторияларини ҳосил қилиши, йўқ қилиши ёки тубдан ўзгартириши мумкинми? Бифуркация ҳаракатда кескин ўзгаришлар бўлганида содир бўлади.*

Калит сўзлар: *бифуркация, эгар-тугун бифуркацияси, Хопф бифуркацияси, ноаниқлик, трансверсаллик, барқарорлик, мувозанатнинг бифуркацияси, ошқормас функция.*

Introduction. Bifurcation is a qualitative change in dynamics that occurs with a slight change in parameters. One of the simplest bifurcations corresponds to the creation or destruction of equilibrium. A typical case is called a saddle-node bifurcation [1]; we will first study this. Another bifurcation corresponds to a change in the stability of an orbit, which is often accompanied by the creation or destruction of other nearby orbits. Such bifurcations are called "local" because they can be studied by expanding the vector field in a Taylor series around the reference orbit in phase space. There are also "global bifurcations," such as a *homoclinic* bifurcation, which corresponds to the creation or destruction of a *homoclinic orbit*. These bifurcations are much harder to study because they are inherently non-local.

Our approach begins with the local case and the types of bifurcations that typically occur when a single parameter changes; such bifurcations are called *codimension-one* bifurcations. One of the triumphs of bifurcation theory is the classification of bifurcations with low *codimension*. We will find that there are only two local *codimension-one* bifurcations for flows: *the saddle-node bifurcation* and *the Hopf bifurcation*.

Let us consider the one-dimensional case.

Equilibrium bifurcations. The logistic model

$$\dot{x} = rx(1 - x)$$

is perhaps the simplest nonlinear model of population dynamics. Suppose x represents the fish population under harvesting, and it is being harvested at a constant rate h . Then the logistic model becomes:

$$\dot{x} = rx(1 - x) - h \tag{1}$$

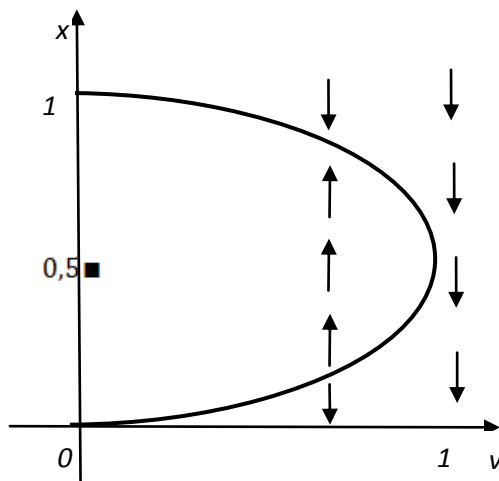


Figure 1.

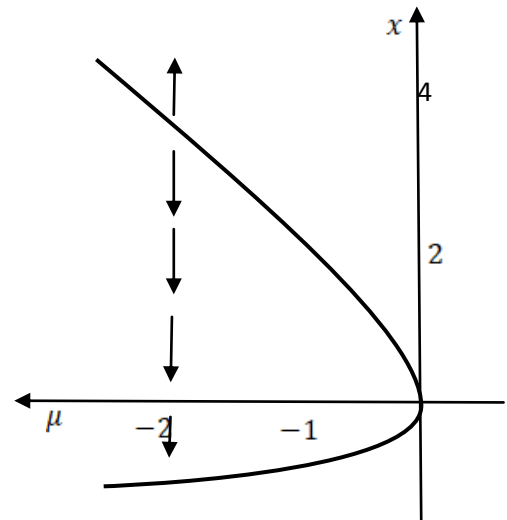


Figure 2.

The vector field f of this model depends not only on the dynamic variable $x \in R^+$, but also on two parameters $\mu = (r, h) \in R^{+2}$; Thus, it can be written more generally as $\dot{x} = f(x; \mu)$, where the semicolon separates the dynamic variables from the parameters. The simplest bifurcations correspond to qualitative changes in equilibria, namely, their number and type of stability. For (1) equilibrium

$$x_{\pm}^* = \frac{1}{2}(1 \pm \sqrt{1 - 4h/r})$$

Note that there are two equilibria when $4h < r$, one equilibrium when $4h = r$, and none when $4h > r$. Thus, on the line $4h = r$ in the parameter space, a bifurcation occurs—a change in the number of equilibria; this is a set of bifurcations. The existence of equilibria depends only on a single combination of the two parameters: $v = 4h/r$; Consequently, this bifurcation is determined by one effective parameter v . We can conveniently summarize information about the equilibria in a bifurcation diagram, which shows the two functions $x_{\pm}^*(v)$ as a function of the single parameter v ; see Fig. 1.

The bifurcation diagram shows the qualitative behavior of our system. Traditionally, the abscissa corresponds to the parameters, and the ordinate corresponds to the phase space. Thus, each vertical slice represents the vector field for fixed parameters, and the vector fields with changing parameters are combined to form the complete diagram. A dashed curve is traditionally used to represent an unstable orbit, while a solid curve represents a stable one. When $4h < r$ в (1), x_+^* is stable, and x_-^* is unstable, as the function f changes sign at $x + \frac{1}{2}$

The dynamics on the bifurcation diagram occur along vertical lines for fixed values of the effective parameter v ; we will draw two characteristic vector fields in Fig. 1. Note that when the harvest rate is too strong, i.e., when $4h > r$, we have $\dot{x} < 0$ for all x , and the population declines, reaching extinction in a finite time. At this point, the model ceases to be valid: the assumption that harvesting occurs at a constant rate should fail long before this moment.

A bifurcation occurs at the point $(x, v) = (\frac{1}{2}, 1)$, where the two equilibria collide. To describe this, we define a new variable

$$y = \frac{1}{2} - x, \mu = \frac{h}{r} - \frac{1}{4},$$

and a new time $\tau = rt$. In these new variables, the ordinary differential equation (ODE) takes the form:

$$-\frac{dy}{d\tau} = \frac{1}{r} \frac{dx}{dt} = \left(\frac{1}{2} - y\right) \left(\frac{1}{2} + y\right) - \frac{1}{4} - \mu \rightarrow \dot{y} = \mu + y^2 \quad (2)$$

We call (2) the normal form for the bifurcation. It has a bifurcation point at $(0,0)(0,0)(0,0)$, where the stable and unstable equilibria collide and annihilate each other. The resulting bifurcation is called a "saddle-node bifurcation" [2]. As we will see, the normal form describes the local behavior near any saddle-node bifurcation.

Example 1. Let

$$\dot{x} = \mu + x - \ln(1 + x) \quad (3)$$

The equation for the equilibria is transcendental and, therefore, cannot be solved analytically for $x(\mu)$. However, an understanding of its solutions can be obtained by plotting the two functions $g(x) = \ln(1 + x)$ and $h(x) = \mu + x$ for different values of μ ; the intersections of the two graphs correspond to the equilibria. As μ changes, the graph of hhh shifts vertically, and the intersections move. For $\mu > 0$ there are no equilibria, while for $\mu < 0$ there are two; we will call them x_{\pm}^* , before. Even if the equilibria cannot be obtained explicitly, it is often possible to find the bifurcation point. To do this, note that at the point where the equilibria are created or destroyed, the two curves g and h must touch, so that

$$\frac{d}{dx}(\mu + x) = \frac{d}{dx}(\ln(1 + x)) \rightarrow 1 = \frac{1}{1 + x^*} \rightarrow x^* = 0$$

Combining this with the equilibrium equation

$$\mu^* + x^* = \ln(1 + x^*)$$

we obtain two equations for the two unknowns (x^*, μ^*) . Since $x^* = 0$, from the equilibrium equation it follows that $\mu^* = 0$. Thus, the bifurcation occurs at the point $(0,0)(0,0)(0,0)$. To get a qualitative picture of what happens for other values of μ , note that from the graph and the equation $f(x; \mu) = 0$ it follows that as $\mu \rightarrow -\infty$, $x_{-}^* \rightarrow -1$ and $x_{+}^* \rightarrow -\mu$, since $\ln x \ll x$. Of course, it is also easy to construct a numerical solution (see Appendix), as shown in Figure 2. Expanding the ODE around the bifurcation point $(0,0)$, we obtain a description of the dynamics near the bifurcation:

$$\dot{x} = \mu + x - \left(x - \frac{1}{2}x^2\right) + O(x^3).$$

Note that this can be transformed into the "normal form" (2) through scaling.

Next, we will show that there is a conjugacy between the normal form (2) and the original vector field in the vicinity (both in x and μ) of the saddle-node bifurcation point, provided that some "non-degeneracy" and "transversality" conditions are satisfied. The non-degeneracy condition states that the coefficient of the quadratic term x^2 is non-zero in the Taylor expansion around the bifurcation point.

The transversality conditions ensure that the parameters in f appear in a sufficiently general way to be able to cause a bifurcation. Roughly speaking, each parameter is a control that gives some leverage over the dynamics. For a saddle-node, if the controls are transverse, equilibria can be created or destroyed, as seen in (2). This means that we need to move the minimum of the function $f(x; 0)$ up or down, or equivalently $D_{\mu}f(0; 0) \neq 0$. If this is not the case, the bifurcation may have a different character.

Example 2. For instance, consider the ODE

$$\dot{x} = \mu x + x^2 \quad (4)$$

Here, there are two equilibria: $x_1^* = 0$ и $x_1^* = -\mu$, and the corresponding bifurcation diagram is shown in Figure 3. Note that the equilibria merge at $\mu = 0$, but they do not annihilate. However, something happens at the point of collision: since

$$D_{\mu}f(x_1^*; \mu) = \mu \text{ и } D_{\mu}f(x_1^*; \mu) = -\mu$$

the two fixed points have opposite types of stability, and they switch types at $\mu = 0$. This is a "qualitative" change in the dynamics, which is classified as a bifurcation. This is called a supercritical bifurcation or a transcritical bifurcation [1].

Our goal is to show that when the vector field satisfies the corresponding non-degeneracy and transversality conditions, a saddle-node bifurcation will necessarily occur. Moreover, we will classify the various "conjugacy classes" of systems near bifurcation points, identifying these conditions.

2. Preservation of Equilibrium. To understand when bifurcations occur, it is important to first understand when they do not occur. As we will soon see, nothing happens to non-degenerate equilibria when the parameter is slightly changed. An equilibrium is called degenerate if at least one of the eigenvalues of its linearization is equal to zero. Thus, we will see that an equilibrium, all of whose eigenvalues are non-zero, is

"structurally stable" — it cannot be eliminated by small changes in the equations. Generally, a flow φ is structurally stable if every flow in the neighborhood of φ is topologically equivalent. Here, the neighborhood corresponds to a set of vector fields in some functional space, such as C^r for some r , near the vector field φ . In practice, it is also often necessary to consider a neighborhood in the phase space relative to some specific orbit. Here, we will consider the simplest orbit, the equilibrium.

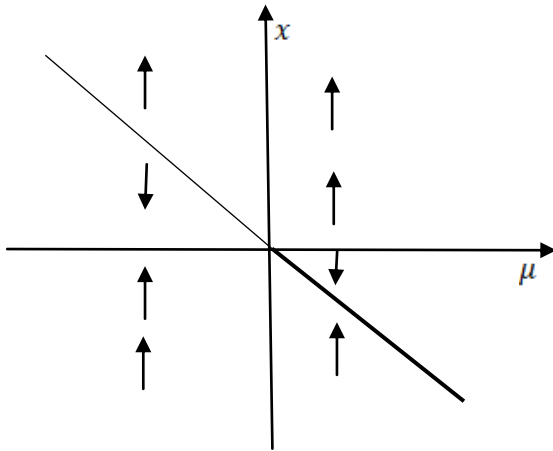


Figure 3.

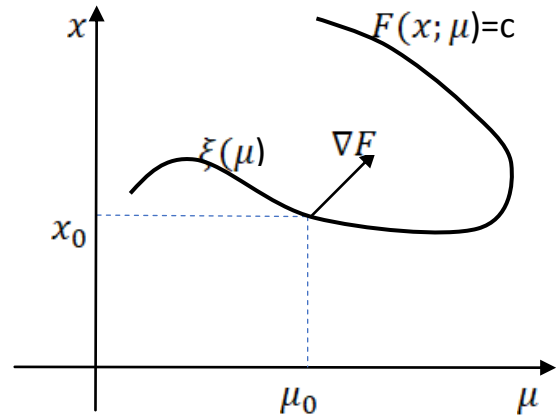


Figure 4.

An important tool that demonstrates this, as well as many other results in bifurcation theory, is the implicit function theorem. As the name suggests, this theorem deals with "implicitly" defined functions. For example, we might expect that the equation $f(x; \mu) = 0$ can "generally" be solved for x to define the "function" $x(\mu)$. However, as we have seen, such a function is not necessarily unique (in this case, we obtained two, $x_{\pm}(\mu)$), and it is also easy to construct examples where such a function does not exist explicitly, for instance, $f(x; \mu) = \operatorname{sech}x + \mu^2$. The implicit function theorem provides sufficient conditions on f for the implicitly defined function to exist and be unique [2]

Theorem (Implicit Function Theorem). Let U - be an open set in $R^n \times R^k$ and $F \in C^r(U, R^n)$ $c \ r \geq 1$. Suppose there exists a point $(x_0, \mu_0) \in U$ such that $F(x_0, \mu_0) = c$ and the matrix $D_x F(x_0, \mu_0)$ is a non-singular $n \times n$ matrix. Then there exist open sets $V \subset R^n$ and $W \subset R^k$ and a unique function $\xi(\mu): W \rightarrow V$ of class C^r , such that $x_0 = \xi(\mu_0)$ and $F(\xi(\mu); \mu) = c, \mu \in W$. [1].

This theorem and its generalization to functions on Banach spaces can be derived from the contraction mapping theorem [3]. It is proved in any reputable course on advanced calculus or analysis (Markley 2004; Taylor and Mann 1983).

The implicit function theorem states that if we know the solution for a specific value of the parameter μ_0 , there exists a unique solution surface passing through this special solution, provided that the Jacobian is non-singular. It's easy to get a rough understanding of why the condition on the Jacobian, $D_x F$, is necessary. Let's expand $F = c$ around (x_0, μ_0) and ignore terms of higher order than the first derivatives:

$$c = F(x_0 + \delta x, \mu_0 + \delta \mu) = c + D_x F(x_0, \mu_0) \delta x + D_\mu F(x_0, \mu_0) \delta \mu + O(2).$$

If we could ignore higher-order terms, we could solve for δx :

$$\delta x \approx -(D_x F)^{-1} D_\mu F \delta \mu;$$

This approximation can be made for arbitrary $\delta \mu$ only if $D_x F$ is non-singular. This calculation gives the lower-order approximation to the function $\xi(\mu) = x_0 + \delta x(\mu)$. The theorem asserts that this approximation can be extended to a smooth function that is an exact solution to $F = c$ in a neighborhood of (x_0, μ_0) .

The geometric understanding of this result is easy to obtain in two dimensions; see Fig. 4. If $(x, \mu) \in R^1 \times R^1$, the contour $F(x, \mu) = c$ is typically a curve. The gradient vector $\nabla F (D_x F, D_\mu F)$ is perpendicular to the contour. In any point where ∇F is not aligned with the μ , direction, the contour locally represents a graph over μ and uniquely defines the function $x = \xi(\mu)$. When $D_x F = 0$, a local graph $\xi(\mu)$

does not exist. Note that in this case, the implicit function theorem can be applied to treat μ as a function of x to receive $\mu(x)$ provided that $D_x F \neq 0$.

From the implicit function theorem, it immediately follows that non-degenerate equilibria are structurally stable.

REFERENCES:

1. Андронов А.А., Леонтович Е.А., Гордон И.И., Майер А.Г., Теория бифуркаций динамических систем на плоскости, «Наука», Москва. 1967.
2. Андронов А.А., Леонтович Е.А., Гордон И.И., Майер А.Г. Качественная теория динамических систем. М.: Наука. 1966. 568 с.
3. Бойтиллаев Д.А. О бифуркации седло-узла в системе Гессе. Тез. док. межд. конф. Управление и оптимизация динамических систем-CODS-2009. Ташкент. 2009. С.31,32.
4. Бойтиллаев Д.А. О бифуркации седло-узла в системе Гессе // Узбекский математический журнал. – Ташкент, 2010. – № 1. – С. 41-45.
5. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. – М.:Наука. 1988. 552 с.
6. Ефимов Н.В. Краткий курс аналитической геометрии. «Наука», Москва. 1967. 82с
7. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. – М: Физматгиз, 1959, 355 с.; 9-изд. М:Ком Книга/ URSS, 2006. 472 с.
8. Тухтасинов М, Нурматов Д. Представление решения систем дифференциальных уравнений типа Бернулли и Риккати. Вестник НУУз. Ташкент. 2009. С. 71-74.
9. Tillavov A.M. On Hyperbolicity of Extension of a Model Nonlinear Dynamical System // The Second USA-Uzbekistan Conference on Analysis and Mathematical Physics/ August 08-12,2017 y., Urganch, Uzbekistan. pp. 43-44.
10. Perko L., Differential equations and dynamical systems, Springer 2000
11. Колмогоров А.Н., Фомин С.Б., Элементы теории функций и функционального анализа, Москва, «Наука». 1989.

О НАХОЖДЕНИИ ЭЛЕМЕНТА РИССА И НОРМЫ ФУНКЦИОНАЛА ПОГРЕШНОСТИ
КВАДРАТУРНОЙ ФОРМУЛЫ ТИПА ЭРМИТА В ПРОСТРАНСТВЕ СОБОЛЕВА $W_2^m(R)$

Жалолов Озоджон Исомидинович,
заведующий кафедрой

Прикладной математики и технологий программирования
Бухарского государственного университета, доцент

o_jalolov@mail.ru, o.i.jalolov@buxdu.uz

Махмудов Миржалол Максуд угли,

независимый исследователь Бухарского государственного университета

Аннотация. Как известно, приближённое вычисление определённых интегралов с максимальной точностью является одной из наиболее актуальных задач вычислительной математики. Это связано с тем, что большинство задач науки и техники сводятся к интегральным и дифференциальным уравнениям, а их решения выражаются с помощью определённых интегралов, которые во многих случаях не могут быть точно вычислены. Многие математики изучали эти проблемы. Существует несколько методов построения оптимальных квадратурных формул.

В настоящей работе рассматриваются квадратурные формулы типа Эрмита и нахождение экстремальной функции, т.е. элементы Рисса и нормы функционала погрешности в неперiodическом пространстве Соболева $W_2^m(R)$.

Ключевые слова: квадратурная формула, функциональная погрешность, пространство Соболева, обобщённая функция, функциональное пространство, норма, экстремальная функция.

ON FINDING THE RIESSE ELEMENT AND THE NORM OF THE ERROR FUNCTIONAL
OF A HERMITE-TYPE QUADRATURE FORMULA IN SOBOLEV SPACE $W_2^m(R)$

Abstract. It is known that the high-precision approximation of definite integrals is one of the most pressing problems in mathematics. This is because most problems in science and technology are reduced to integral and differential equations, and their solutions are expressed using definite integrals, which in most cases cannot be calculated exactly. Many mathematicians have studied these problems. There are several ways to construct optimal quadrature formulas. In this article, we consider quadrature formulas of the Hermitian type and find the extremal function, i.e. the Riesz element, and the norm of the error functional in a non-periodic Sobolev space.

Keywords: quadrature formula, error functional, Sobolev space, generalized function, functional space, norm, extremal function.

$W_2^m(R)$ SOBOLEV FAZOSIDA ERMIT TIPIDAGI KVADRATUR FORMULANING RISS
ELEMENTINI VA XATOLIK FUNKSIONALI NORMASINI TOPISH

Annotatsiya. Ma'lumki, aniq integrallarni yuqori aniqlikda taqribiy hisoblash, matematikaning eng dolzarb muammolaridan biridir. Buning sababi shundaki, fan va texnikadagi aksariyat masalalar integral va differensial tenglamalarga keltiriladi va ularning yechimlari aniq integrallar yordamida ifodalanadi, ko'p hollarda ularni aniq hisoblab bo'lmaydi. Ko'pgina matematiklar bu muammolarni o'rganishgan. Optimal kvadratura formulalarini qurishning bir necha usullari mavjud.

Ushbu maqolada biz Ermit tipidagi kvadratura formulalarini ko'rib chiqamiz va davriy bo'lmagan $W_2^m(R)$ Sobolev fazosida ekstremal funktsiyani, ya'ni Riss elementini va xatolik funksionali normasini topamiz.

Kalit so'zlar: kvadratur formula, xatolik funksionali, Sobolev fazosi, umumlashgan funksiya, funksional fazo, norma, ekstremal funktsiya.

Введение. Работы многих авторов посвящены построению оптимальных квадратурных и кубатурных формул методами, предложенными С.Л.Соболевым (смотрите: [4],[5],[6],[12],[13],[14],[15]). На основе этого метода в работах (смотрите: [16], [17], [18]) разработан

алгоритм для нахождения оптимальных коэффициентов весовых квадратурных формул в пространстве С.Л. Соболева $W_2^{(m)}(R)$, и доказано существование и единственности этих формул.

В работе [18] вычислены коэффициенты оптимальных решётчатых весовых квадратурных формул в пространстве С.Л. Соболева $W_2^m(R)$. Если нам известны не только значения функции $f(x)$ в точках x_0, x_1, \dots, x_N на отрезке $[0, 1]$, но и значения её производных того или иного порядка, то, естественно, что при правильном использовании всех этих данных, мы можем ожидать более точный результат, чем в случае использования только значений функции, т.е. такие формулы называются квадратурными формулами типа Эрмита (смотрите [7], [8], [9], [10], [11]).

В настоящей работе рассматриваются именно квадратурные формулы типа Эрмита и нахождение экстремальной функции, т.е. элементы Рисса и нормы функционала погрешности в непериодическом пространстве С.Л. Соболева $W_2^m(R)$.

Определение 1. Пространство $W_2^m(R)$ определяется как замыкание бесконечно дифференцируемых функций, заданных в R и убывающих на бесконечность быстрее любой отрицательной степени в норме ([1], [19])

$$\|f(x)\|_{W_2^m(R)} = \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \left| F^{-1} \left[(1+y^2)^{m/2} \cdot F[f(x)](y) \right] \right|^2 dx \right\}^{1/2}.$$

Здесь F и F^{-1} прямое и обратное преобразования Фурье:

$$F[f(x)](y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{2\pi i y x} dx \quad \text{и} \quad F^{-1}[f(x)](y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-2\pi i y x} dx.$$

При выполнении условия $v_{m/2}(x) = F^{-1}[(1+y^2)^{-m/2}](x) \in L_2(R)$ пространство $W_2^m(R)$ вкладывается в пространство непрерывных функции $C(R)$. Условие вложения пространства $W_2^m(R)$ в пространство непрерывных функций $C(R)$ является необходимым условием в функциональном подходе к теории квадратурных и кубатурных формул.

Скалярное произведение в $W_2^m(R)$ определяется как:

$$\langle \varphi(x), \psi(x) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} F^{-1} \left[(1+y^2)^{m/2} \cdot F[\varphi(x)](y) \right] \cdot F^{-1} \left[(1+y^2)^{m/2} \cdot F[\psi(x)](y) \right] dx.$$

2. Постановка задачи. В настоящей работе рассматривается следующая квадратурная формула:

$$\int_0^1 f(x) dx \approx \sum_{\beta=0}^N \sum_{\alpha=0}^{m-1} C_{\beta}^{(\alpha)} f^{(\alpha)}(x_{\beta}), \tag{1}$$

где соответственно, $C_{\beta}^{(\alpha)}$ и x_{β} называют коэффициентами и узлами квадратурной формулы.

Погрешностью квадратурной формулы называется разность:

$$\begin{aligned} \int_0^1 f(x) dx - \sum_{\beta=0}^N \sum_{\alpha=0}^{m-1} C_{\beta}^{(\alpha)} f^{(\alpha)}(x_{\beta}) &= \int_0^1 f(x) dx - \sum_{\beta=0}^N \sum_{\alpha=0}^{m-1} (-1)^{(\alpha)} C_{\beta}^{(\alpha)} \langle \delta^{(\alpha)}(x - x_{\beta}), f(x) \rangle = \\ &= \int_0^1 f(x) dx - \int_0^1 \sum_{\beta=0}^N \sum_{\alpha=0}^{m-1} (-1)^{(\alpha)} C_{\beta}^{(\alpha)} \delta^{(\alpha)}(x - x_{\beta}) f(x) dx = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \left[\varepsilon_{[0,1]}(x) - \sum_{\beta=0}^N \sum_{\alpha=0}^{m-1} (-1)^{(\alpha)} C_{\beta}^{(\alpha)} \delta^{(\alpha)}(x - x_{\beta}) \right] f(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} \ell_N^{(\alpha)}(x) f(x) dx = \ell_N^{(\alpha)}(f). \end{aligned} \tag{2}$$

Здесь $\ell_N^{(\alpha)}(x)$ - функционал погрешности квадратурной формулы (1), т.е.

$$\ell_N^{(\alpha)}(x) = \varepsilon_{[0,1]}(x) - \sum_{\beta=0}^N \sum_{\alpha=0}^{m-1} (-1)^{(\alpha)} C_{\beta}^{(\alpha)} \delta^{(\alpha)}(x - x_{\beta}), \tag{3}$$

где $\varepsilon_{[0,1]}(x)$ - индикатор отрезка $[0, 1]$, $\delta(x)$ - дельта функция Дирака и $f(x)$ является элементом гильбертова пространства Соболева $W_2^m(R)$ [1], назовем её квадратурной формулой типа Эрмита.

Погрешность квадратурной формулы будет линейным и непрерывным функционалом из пространства $W_2^{m*}(R)$, сопряжённого к пространству $W_2^m(R)$, т.е. $\ell_N^{(\alpha)}(x) \in W_2^{m*}(R)$.

Качество квадратурной формулы оценивается при помощи нормы функционала погрешности:

$$\left\| \ell_N^{(\alpha)}(x) \middle| W_2^{m*}(R) \right\| = \sup_{f \in P \neq 0} \frac{|\ell_N^{(\alpha)}(f)|}{\|f(x) \middle| W_2^m(R)\|}. \quad (4)$$

Норма функционала погрешности $\ell_N^{(\alpha)}(x)$ зависит от коэффициентов C_β и узлов x_β . Если

$$\left\| \ell_N^{(0)}(x) \middle| W_2^{m*}(R) \right\| = \inf_{C_\beta, x_\beta} \left\| \ell_N^{(\alpha)}(x) \middle| W_2^{m*}(R) \right\|, \quad (5)$$

то говорят, что функционал $\ell_N^{(0)}$ соответствует оптимальной квадратурной формуле в $W_2^m(R)$.

Таким образом, задача построения оптимальных квадратурных формул в пространстве $W_2^{m*}(R)$, - это вычисления следующей величины:

$$\left\| \ell_N^{(0)} \middle| W_2^{m*}(R) \right\| = \inf_{C_\beta, x_\beta} \sup_{\|f\| \neq 0} \frac{|\langle \ell_N^{(\alpha)}(x), f(x) \rangle|}{\|f(x) \middle| W_2^m(R)\|}, \quad (6)$$

где $W_2^{m*}(R)$ - сопряжённое пространство к пространству $W_2^m(R)$.

Эта задача состоит из двух частей: сначала мы должны вычислить норму $\left\| \ell_N^{(\alpha)}(x) \middle| W_2^{m*}(R) \right\|$ функционала погрешности $\ell_N^{(\alpha)}(x)$ в пространстве $W_2^{m*}(R)$, а потом минимизировать его по коэффициентам $C_\beta^{(\alpha)}$ и узлам x_β . Полная библиография приведена в [18]. В настоящей работе мы занимаемся решением первой части задачи, т.е. вычислением нормы $\left\| \ell_N^{(\alpha)}(x) \middle| W_2^{m*}(R) \right\|$ функционала погрешности $\ell_N^{(\alpha)}(x)$.

Для этого мы используем понятие экстремальной функции функционала погрешности $\ell_N^{(\alpha)}(x)$, введённое С.Л. Соболевым [1].

Определения 2. Функция $\psi_\ell(x)$, для которой выполняется равенство:

$$\langle \ell_N^{(\alpha)}(x), \psi_\ell(x) \rangle = \left\| \ell_N^{(\alpha)}(x) \middle| W_2^{m*}(R) \right\| \cdot \left\| \psi_\ell(x) \middle| W_2^m(R) \right\|, \quad (7)$$

называется экстремальной функцией функционала погрешности $\ell_N^{(\alpha)}(x)$.

Так как пространство $W_2^m(R)$, является гильбертовым, то по теореме Рисса об общем виде линейного непрерывного функционала (см[1]) существует единственная функция $\psi_\ell(x) \in W_2^m(R)$, для которой

$$\langle \ell_N^{(\alpha)}(x), f(x) \rangle = \langle \psi_\ell(x), f(x) \rangle \quad (8)$$

и $\left\| \ell_N^{(\alpha)}(x) \middle| W_2^{m*}(R) \right\| = \left\| \psi_\ell(x) \middle| W_2^m(R) \right\|$, где $\langle \psi_\ell(x), f(x) \rangle$ - скалярное произведение двух функций $\psi_\ell(x)$ и $f(x)$ из пространства $W_2^m(R)$. Напомним, что скалярное произведение $\langle \psi_\ell(x), f(x) \rangle$ определяется следующим образом:

$$\langle \psi_\ell(x), f(x) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} F^{-1}[\mu(\xi) \cdot F[\psi_\ell(x)](\xi)] \times F^{-1}[\mu(\xi) \cdot F[f(x)](\xi)]$$

В частности, из (7) при $f(x) = \psi_\ell(x)$ имеем:

$$\begin{aligned} \langle \ell_N^{(\alpha)}(x), f(x) \rangle &= \langle \psi_\ell(x), f(x) \rangle = \left\| \psi_\ell(x) \middle| W_2^m(R) \right\|^2 = \\ &= \left\| \psi_\ell(x) \middle| W_2^m(R) \right\| \cdot \left\| \ell_N^{(\alpha)}(x) \middle| W_2^{m*}(R) \right\| = \left\| \ell_N^{(\alpha)}(x) \middle| W_2^{m*}(R) \right\|^2 \end{aligned} \quad (9)$$

Отсюда видно, что решения $\psi_\ell(x)$ уравнения (8) удовлетворяет уравнению (7) и являются экстремальной функцией.

Таким образом, для того чтобы вычислить норму функционала погрешности $\ell_N^{(\alpha)}(x)$, сперва надо решить уравнение (8) т.е. найти экстремальную функцию $\psi_\ell(x)$ а потом вычислить скалярное произведение $\langle \ell_N^{(\alpha)}(x), f(x) \rangle = \left\| \ell_N^{(\alpha)}(x) | W_2^{m*}(R) \right\|^2$.

Ниже мы найдём экстремальную функцию другим путём, т.е. с помощью преобразования Фурье обобщённых функций можно найти экстремальную функцию [19].

Далее, из теории преобразования Фурье обобщённых функций имеем:

$$\begin{aligned} \langle \ell_N^{(\alpha)}(x), f(x) \rangle &= \left(F[\ell_N^{(\alpha)}(x)](\xi), F[f(x)](\xi) \right) = \left(\mu^{-1}(\xi) F[\ell_N^{(\alpha)}(x)](\xi), \mu(\xi) F[f(x)](\xi) \right) = \\ &= \left(F^{-1} \left\{ \mu^{-1}(\xi) F[\ell_N^{(\alpha)}(x)](\xi) \right\}, F^{-1} \left\{ \mu(\xi) F[f(x)](\xi) \right\} \right). \end{aligned} \quad (10)$$

Если в этом равенстве (10) полагать:

$$F^{-1} \left\{ \mu(\xi) F[\psi_\ell(x)](\xi) \right\} = F^{-1} \left\{ \mu^{-1}(\xi) F[\ell_N^{(\alpha)}(x)](\xi) \right\}, \text{ т.е. если полагать}$$

$$f(x) = \psi_\ell(x) = F^{-1} \left\{ \mu^{-1}(\xi) F[\ell_N^{(\alpha)}(x)](\xi) \right\}(x),$$

где $\mu(\xi)$ - нигде не обращающаяся в нуль действительная значная функция, т.е. $\mu(\xi) > 0$.

То будем иметь:

$$\langle \ell_N^{(\alpha)}(x), \psi_\ell(x) \rangle = \langle \psi_\ell(x), \psi_\ell(x) \rangle = \left\| \ell_N^{(\alpha)}(x) | W_2^{m*}(R) \right\|^2. \quad (11)$$

Отсюда следует, во-первых, что

$$\begin{aligned} \psi_\ell(x) &= F^{-1} \left\{ \mu^{-1}(\xi) F[\ell_N^{(\alpha)}(x)](\xi) \right\}(x) = F^{-1} \left[\mu^{-1}(\xi) * F^{-1} \left\{ F[\ell_N^{(\alpha)}(x)](\xi) \right\}(x) \right] = \\ &= v_m(x) * \ell_N^{(\alpha)}(x) = v_m(x) * \left[\varepsilon_{[0,1]}(x) - \sum_{\beta=0}^N \sum_{\alpha=0}^{m-1} (-1)^{(\alpha)} C_\beta^{(\alpha)} \delta^{(\alpha)}(x-h\beta) \right] = \\ &= \left[\varepsilon_{[0,1]}(x) \right] * v_m(x) - \sum_{\beta=0}^N \sum_{\alpha=0}^{m-1} C_\beta^{(\alpha)} v_m^{(\alpha)}(x-h\beta) = \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon_{[0,1]}(y) v_m(x-y) dy - \sum_{\beta=0}^N \sum_{\alpha=0}^{m-1} C_\beta^{(\alpha)} v_m^{(\alpha)}(x-h\beta) \end{aligned} \quad (12)$$

где $v_m(x) = F^{-1}[\mu^{-1}(\xi)](x)$, здесь $\mu(\xi) = (1+y^2)$, тогда $v_m(x) = F^{-1} \left[\left(\frac{1}{1+y^2} \right)^m \right](x)$.

Как известно, что $v_m(x)$ - является фундаментальным решением дифференциального оператора,

$$\left(1 - \frac{d^2}{(2\pi)^2 dx^2} \right)^m, \quad (13)$$

удовлетворяющим равенство:

$$\left(1 - \frac{d^2}{(2\pi)^2 dx^2} \right)^m v_m(x) = \delta(x), \quad (14)$$

где [20]

$$v_m(x) = \frac{\pi e^{-2\pi|x|}}{2^{2m-2} (m-1)!} \sum_{k=0}^{m-1} \frac{(2m-k-2)! (4\pi)^k}{k!(m-k-1)!} |x|^k \quad (15)$$

и $\delta[\beta] = \begin{cases} 1, & \beta = 0, \\ 0, & \beta \neq 0. \end{cases}$, т.е. $\delta[\beta]$ - дискретная дельта функция Дирака.

Таким образом экстремальная функция имеет следующий вид

$$\psi_\ell(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon_{[0,1]}(y) v_m(x-y) dy - \sum_{\beta=0}^N \sum_{\alpha=0}^{m-1} C_\beta^{(\alpha)} v_m^{(\alpha)}(x-h\beta) \quad (16)$$

Так как $\psi_\ell(x)$ является экстремальной функцией функционала погрешности (3); во-вторых, нормы функционала погрешности имеют следующий вид:

$$\left\| \ell_N^{(\alpha)}(x) | W_2^{m*}(R) \right\|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\varepsilon_{[0,1]}(y) v_m(x-y) dy - \sum_{\alpha=0}^{m-1} \sum_{\beta=0}^N C_\beta^{(\alpha)} v_m^{(\alpha)}(x-h\beta) \right]^2 dx, \quad (17)$$

где

$$v_m(x) = \frac{\pi \cdot e^{-2\pi|x|}}{2^{2m-2}(m-1)!} \sum_{k=0}^{m-1} \frac{(2m-k-2)!(2\pi)^k}{k!(m-k-1)!} |x|^k$$

Этим доказана следующая теорема.

Теорема. Экстремальная функция функционала погрешности (3) квадратурной формулы (1) имеет вид (16), квадрат нормы функционала погрешности над пространством $W_2^{m*}(R)$ имеет вид (17).

Заключение. Большинство задач науки и техники сводятся к интегральным и дифференциальным уравнениям, а их решения выражаются с помощью определённых интегралов, которые во многих случаях не могут быть точно вычислены. Многие математики изучали эти проблемы. Существует несколько методов построения оптимальных квадратурных формул.

С.Л. Соболев рассмотрел проблему построения оптимальных решётчатых формул над пространством $L_2^{(m)}(R^n)$ и нахождение оптимальных коэффициентов свёл к решению дискретной задачи типа Винера – Хопфа (смотрите [1]).

В одномерном случае, т.е. в пространстве $L_2^{(m)}(R)$, непрерывная задача Винера – Хопфа решена З.Ж. Жамоловым (см[2]). С.Л. Соболев, исследуя дискретную задачу типа Винера – Хопфа, доказал существование и единственность решения этой задачи и дал алгоритм для нахождения оптимальных коэффициентов кубатурных формул. В одномерном случае он свёл нахождение оптимальных коэффициентов квадратурных формул при $P(x)=1$ в пространстве $L_2^{(m)}(R)$ к решению системы из $2m-2$ уравнений.

В работе рассматриваются квадратурные формулы, которые участвуют значения функции и значения её производных некоторого порядка, такие квадратурные формулы являются квадратурными формулами типа Эрмита.

В настоящей работе рассматриваются именно квадратурные формулы типа Эрмита и нахождение экстремальной функции, т.е. элементы Рисса и нормы функционала погрешности в непериодическом пространстве Соболева $W_2^m(R)$.

ЛИТЕРАТУРА:

1. С.Л. Соболев. Введение в теорию кубатурных формул, М.1974.
2. Sard A. Best approximate integration formulas, best approximate formulas. // American J. of Math. 1949. LXXI. -pp. 80-91.
3. Coman Gh. Formule de cuadrature de tip Sard. Univ. Babes -Bolyai. Ser. math.-mech., 17. 1972. №2. -pp. 73-77.
4. Жамолов З.Ж., Салихов Г.Н., Шарипов Т.Х., Приближенное интегрирование гладких функций, Математический анализ и смежные вопросы математики, Наука, Сиб. Отд., Новосибирск, 1978.
5. Рамазанов М.Д. Теория решетчатых кубатурных формул с ограниченным пограничным слоем. / ИМВЦ УНЦ РАН. Уфа: Дизайн Полиграф Сервис, 2009.178с.
6. Х.М. Шадиметов. О вычислении коэффициентов оптимальных квадратурных формул. ДАН СССР, 1980, №4.
7. Никольский С.М. К вопросу об оценках приближений квадратурными формулами. Успехи математических наук, 1950, т. 5, вып. 2(36), с. 165-177.
8. Лушпай Н.Е. Наилучшие квадратурные формулы на классах дифференцируемых периодических функции. Матем. Заметки 1969,6. Вып 4, стр. 475-480.
9. Лушпай Н.Е. Наилучшие квадратурные формулы для некоторых классов функций с интегрируемой производной. Изв. Вузов, 1975, №3, с 59-71
10. Никольский С.М. Квадратурные формулы. – М.: Наука, 1979. – 256с.
- 11 Хаитов Т. И. Кубатурные формулы с заданием производных в периодическом случае. ДАН СССР, 1969, т.189, №5.
12. Kh.M.Shadimetov, A.R.Hayotov. Optimal quadrature formulas with positive coefficients in $L_2^{(m)}(0,1)$. // Journal of Computational and Applied Mathematics 235. 2011. 1114–1128 pp.

13. A.R. Hayotov, G.V. Milovanovic, Kh.M. Shadimetov, *On an optimal quadrature formula in the sense of Sard*, *Numerical Algorithms* 57 (2011) 487-510.
14. Шойнжуров Ц.Б. *Оценка нормы функционала погрешности кубатурных формул в различных функциональных пространствах*. Улан-Удэ: Изд-во БНЦ СО РАН, 2005. С.146-157.
15. Jalolov O.I. *Weight Optimal Order of Convergence Cubature Formulas in Sobolev Space*. *AIP Conference Proceedings* 2781 (1), 020066 (2023). DOI: <https://doi.org/10.1063/5.0144837>.
16. Шадиметов Х.М., Жалолов Ик.И. *Об одном алгоритме построения оператора $D_h^m[\beta]$ для определения оптимальных коэффициентов весовых квадратурных формул пространстве $W_2^m(\mathbb{R})$* // *Уз. Матем. Журнал*, 2010, №3. –Ташкент. -с.178-187.
17. Шадиметов Х.М., Жалолов Ик.И. *Оптимальная квадратурная формула в пространстве Соболева*. // *Проблемы вычислительной и прикладной математики*. Ташкент, 2016. № 2, с. 9.
18. Ikrom I. Jalolov. *"The algorithm for constructing a differential operator of 2nd order and finding a fundamental solution* *AIP Conference Proceedings* 2365, 020015 (2021), <https://doi.org/10.1063/5.0057025>.
19. Волевич Л.Р., Панях Б.П. *Некоторые пространства обобщенных функций и теоремы вложения*, *УМН*, 20, вып.1, 1965, 3-74.
20. И.С.Градиштейн и И.М.Рыжик. *Таблицы интегралов, сумм рядов и произведений*. Наука, физ-мат, М.1941.

ON A LINEAR DIFFERENTIAL EVASION GAME WITH MANY PURSUERS AND ONE
EVADER IN THE HILBERT SPACE l_2

*Abduraxmonova Robiyaxon Anvarjon kizi,
Researcher of Andijan State University
robiyaxonabduraxmonova1311@gmail.com*

Abstract. In the this article, we study a differential game of evasion described by infinite systems of differential equations in the Hilbert space l_2 . This game involves many pursuers and one evader, where the control functions of players are subject to integral constraints. We say that evasion is possible in the game if the states of all systems do not coincide with the origin of the space l_2 . The main goal of the study is to develop a strategy for the evader to avoid capture by pursuers. We derive a sufficient condition for evasion from any initial state and construct an evasion strategy for the evader.

Keywords: differential game, infinite system, integral constraint, evasion problem, Hilbert space.

О ЛИНЕЙНОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ИГРЕ УКЛОНЕНИЯ С НЕСКОЛЬКИМИ
ПРЕСЛЕДОВАТЕЛЯМИ И ОДНИМ УБЕГАЮЩИМ В ГИЛЬБЕРТОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ
 l_2

Аннотация. В настоящей статье мы изучаем дифференциальную игру уклонения, описываемую бесконечной системой дифференциальных уравнений в гильбертовом пространстве l_2 . В этой игре участвуют множество преследователей и один убегающий, в которой на функции управления игроков наложены интегральные ограничения. Будем говорить, что в игре возможно уклонение, если состояния всех систем не совпадают с началом пространства l_2 . Основная цель исследования – разработать стратегию уклоняющегося от поимки преследователями. Выведено достаточное условие уклонения от любого начального состояния и построена стратегия уклонения убегающего.

Ключевые слова: дифференциальная игра, бесконечная система, интегральное ограничение, задача уклонения, Гильбертово пространство.

l_2 GILBERT FAZOSIDA KO'P QUVLOVCHI VA BIR QOCHUVCHI ISHTIROKIDA
QOCHIB KETISH CHIZIQLI DIFFERENSIAL O'YINI

Annotatsiya. Ushbu maqolada biz l_2 Hilbert fazosida differensial tenglamalarning cheksiz sistemalari tomonidan tasvirlangan qochishning differensial o'yinini o'rganamiz. Ushbu o'yinda ko'plab quvlovchilar va bitta qochuvchi ishtirok etadi, bu yerda o'yinchilarning boshqaruv funksiyalari ajralmas cheklovlarga bog'liq. Biz agar barcha tizimlarning holatlari l_2 fazoning kelib chiqishi bilan mos kelmasa, o'yinda qochish mumkin deb aytamiz. Tadqiqotning asosiy maqsadi quvlovchilar tomonidan qo'lga tushmaslik uchun qochish strategiyasini ishlab chiqishdir. Biz har qanday dastlabki holatdan qochish uchun yetarli shartni olamiz va qochish strategiyasini tuzamiz.

Kalit so'zlar: differensial o'yin, cheksiz Sistema, integral chegaralanish, qochish masalasi, Gilbert fazosi.

Introduction. The study of differential games began with the pioneering work of Isaacs and Pontryagin. Since then, this area has been the subject of extensive scientific research. Numerous monographs and collections, such as [1,2,3,4,5,6,7,8], have compiled results in this area. In recent years, interest in differential games has been growing, although most research has focused on games in finite-dimensional spaces. Fundamental results for differential games in finite-dimensional spaces were obtained in the works of Friedman [9], Gayek [10], Pontryagin [11], Petrosyan [12], Pshenichny [13], Subbotin [14], Satimov [15], Azamov [16] and others. Problems with integral restrictions on control functions are quite complex. In [17] the authors examined such a problem and proved the possibility of evading several pursuers for any initial positions of the players, when the evader had an energy advantage over the pursuers. These works naturally

raised the question of studying evasion problems in infinite-dimensional spaces. However, a differential game with a simple movement in l_2 with a number of pursuers, when the players have the same capabilities, has not been studied, and at least one initial position has not been found from which the pursuit can be completed. The differential pursuit game of one pursuer and one evader was studied in [18] for an infinite system of binary differential equations in the Hilbert space system l_2 . The general case of this problem was studied in [19]. Moreover, work [6] refers to differential games with an infinite system.

Our research focuses on the analysis of a differential evasion game involving multiple pursuers and one evader in infinite systems of differential equations in l_2 . The players' control functions are subject to integral constraints. In this evasion game, the pursuers strive to bring the state of at least one of the controlled systems to the origin l_2 . On the other hand, the goal of the runner is to prevent this. We define a condition that ensures that the evader evades any initial state. In addition, we will build a strategy for the evader to effectively avoid pursuers throughout the game.

Recall that the vector space of all sequences of real numbers

$$l_2 = \left\{ \xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n, \dots) / \sum_{n=1}^{\infty} \xi_n^2 < \infty \right\}$$

is a Hilbert space with the scalar product and norm defined by the formulas

$$(\xi, \eta) = \sum_{n=1}^{\infty} \xi_n \eta_n, \quad \|\xi\| = \sqrt{(\xi, \xi)}$$

Problem formulation. We are considering a differential game described by an infinite system of differential equations

$$\dot{x}_{ij} = A_j x_{ij} \quad u_{ij} + v_j, x_{ij}(0) = x_{ij}^0, \quad (1)$$

in the Hilbert space l_2 , here $A = \text{diag}(A_1, A_2, \dots) \in l_2$, where $A_j = \begin{bmatrix} -\lambda_j & 1 \\ 0 & -\lambda_j \end{bmatrix}$, λ_j is a positive number, $x_{ij}^0 \in \mathbb{R}^2, u_{ij} \in \mathbb{R}^2, j = 1, 2, \dots$ are the control parameters of the i th pursuer, $i = 1, 2, \dots, m$, and $v_j \in \mathbb{R}^2, j = 1, 2, \dots$ are the control parameters of the evader. It is assumed that, $0 \leq t \leq T$, where T is a given sufficiently large number and $x_{ij}^0 = (x_{i1}^0, x_{i2}^0, \dots) \neq 0$ for all $i = 1, 2, \dots, m$, $\sum_{i=1}^{\infty} |x_{ij}^0|^2 < \infty$.

The pursuers try to bring the state of the system to the origin of the space l_2 , and the evader tries to avoid this. We provide a solution to the evasion problem for the differential game (1).

Definition. A function $u_i(t) = (u_{i1}(t), u_{i2}(t), u_{i3}(t), \dots), t \in [0, T)$, with measurable components $u_{ij}(t) = (u_{ij}^1(t), u_{ij}^2(t)), j = 1, 2, \dots$, for which

$$\int_0^T \|u_i(s)\|^2 ds = \sum_{j=1}^{\infty} \int_0^T |u_{ij}(s)|^2 ds \leq \rho_i^2, i = 1, 2, \dots, m, \quad (2)$$

is called the admissible control of the i th pursuer.

Definition. Function $v(t) = (v_1(t), v_2(t), v_3(t), \dots), t \in [0, T)$, with measurable coordinates $v_j(t) = (v_j^1(t), v_j^2(t)), j = 1, 2, \dots$, for which

$$\int_0^T \|v(s)\|^2 ds = \sum_{j=1}^{\infty} \int_0^T |v_j(s)|^2 ds \leq \sigma^2, \quad (3)$$

is called admissible evader control.

Definition 3. We call the continuous function $(t, u_1, u_2, \dots) \rightarrow V(t, u_1, u_2, \dots)$, where $V: \mathbb{R} \times l_2 \times l_2 \times \dots \rightarrow l_2$, the evader strategy if the initial conditions (1) have unique solutions,

$x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t), 0 \leq t \leq T$, at $v = V(u_1, u_2, \dots, u_m)$, and for any admissible controls $u_1 = u_1(t), \dots, u_m = u_m(t)$ of the pursuers and satisfies the following integral constraint:

$$\int_0^T \Psi(t, u_1(t), u_2(t), \dots) dt \leq \sigma^2 .$$

Using valid controls, the pursuers try to catch the evader while the evader tries to avoid it. The following definition formalizes the concept of evasion.

Definition 4. If there is an evader strategy V such that for all admissible controls $u_i(t), i = 1, \dots, m$, pursuers, solutions (1) satisfy the $x_i^0 \in I_2, i = 1, 2, \dots, m$, condition for all initial positions $x_i(t) \neq 0$ for all $i = 1, \dots, m$, and all $0 \leq t \leq T$, then we will say that evasion is possible in game (1).

The main goal of this work is to find a strategy for the evader that allows evasion in game (1).

Main part. In this section we will prove the following theorem.

Theorem 3.1. If $\rho_1^2 + \rho_2^2 + \dots + \rho_m^2 \leq \sigma^2$, then in the game (1)-(3) evasion is possible.

Proof. Obviously, each subsystem of infinite systems (1) has a unique solution $x_i(t) = (x_{i1}(t), x_{i2}(t), \dots)$, where

$$x_{ij}(t) = e^{A_j t} x_{ij}^0 + \int_0^t e^{A_j(t-s)} (v_j(s) u_{ij}(s)) ds, i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, . \quad (4)$$

Please note that

$$e^{A_j t} = e^{-\lambda_j t} \begin{bmatrix} 1 & t \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, j = 1, 2, \dots, \quad x_{ij}^0 = \begin{bmatrix} x_{ij}^0 \\ x_{ij}^0 \\ \vdots \end{bmatrix} \neq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

Then solution (4) will take the form:

$$x_{ij}(t) = e^{A_j t} y_{ij}(t), y_{ij}(t) = x_{ij}^0 + \int_0^t e^{A_j(t-s)} v_j(s) ds \quad \int_0^t e^{A_j(t-s)} u_j(s) ds \quad (5)$$

Solutions $x_i(t), 0 \leq t \leq T$, infinite system of differential equations (1), are considered in the space of continuous functions $h(t) = (h_1(t), h_2(t), \dots) \in I_2$ with absolutely continuous coordinates $h_i(t)$, defined in the interval $0 \leq t \leq T$. We can establish $x_i(t) = (x_{i1}(t), x_{i2}(t), \dots) \in I_2, 0 \leq t \leq T$, that for an arbitrary fixed positive T . Therefore, integration in (2)-(3) is carried out over $[0, T]$. From the fact that the matrices $e^{A_j t}$ are nonsingular, we conclude that $x_{ij}(t) = 0$ if and only if $y_{ij}(t) = 0$ for all $i = 1, 2, \dots, m$ and $j = 1, 2, \dots$. Thus, to prove the theorem, it is enough to show that for some evader strategy $y_i(t) = (y_{i1}(t), y_{i2}(t), \dots) \neq 0$ for all $0 \leq t \leq T$ and $i = 1, 2, \dots, m$.

The $x_1^0 = (x_{11}^0, x_{12}^0, \dots) \neq 0$ condition means that at least one of the components $x_{1j}^0 \in R^2$ where $j = 1, 2, \dots$ the vector x_1^0 is not zero, which means that there is a positive integer n_1 such that . Similarly, from the condition $x_{1n_1}^0 \neq 0$ it follows that $x_2^0 = (x_{21}^0, x_{22}^0, \dots) \neq 0$ for some positive integer n_2 , and so on. Ultimately, the condition $x_m^0 = (x_{m1}^0, x_{m2}^0, \dots) \neq 0$ implies that $x_{mn_m}^0 \neq 0$ for some positive integer n_m .

Let $n = \max_{i=1, \dots, m} n_i$. Then obviously $X_i^0 = (x_{i1}^0, x_{i2}^0, \dots, x_{in}^0) \neq 0$ for all $i = 1, 2, \dots, m$. Note that the vector X_i^0 consists of the first n components of x_i^0 . We can assume, increasing n if necessary, that $2n > m$. Thus we get:

$$X_i^0 = (x_{i1}^0, x_{i2}^0, \dots, x_{in}^0) \neq 0, X_i^0 \in R^{2n}, i = 1, 2, \dots, m. \quad (6)$$

Let

$$Y_i(t) = (y_{i1}(t), y_{i2}(t), \dots, y_{in}(t)), i = 1, 2, \dots, m$$

where

$$y_{ij}(t) = x_{ij}^0 + \int_0^t e^{-A_j s} (u_{ij}(s) - v_j(s)) ds, i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n.$$

Obviously, $Y_i(t)$ consists of the first n components of $y_i(t)$.

To prove the theorem, it suffices to establish that $Y_i(t) \neq 0, i = 1, 2, \dots, m$ for the evader strategy, since these inequalities imply that

$$(y_{i1}(t), y_{i2}(t), \dots, y_{in}(t)) \neq 0, i = 1, 2, \dots, m \quad 0 \leq t \leq T$$

and, therefore, $x_i(t) \neq 0, i = 1, 2, \dots, m$. Thus, we have reduced the game in the Hilbert space l_2 to the game in the finite-dimensional Euclidean space R^{2n} .

Since the number m of points $X_i^0 \in R^{2n}$ does not exceed the dimension $2n$ of the space R^{2n} , that is $m \leq 2n$, we conclude that there exists a unit vector:

$$p = (p_1, p_2, \dots, p_n) \in R^{2n}, |p| = 1, p_j \in R^2, \text{ such that the scalar product}$$

$$\sum_{j=1}^n (x_{ij}^0, p_j) \geq 0, i = 1, 2, \dots, m, \tag{7}$$

for all $i = 1, \dots, m$, where

$$|p| = \left(\sum_{j=1}^n |p_j|^2 \right)^{1/2}, \quad |p_j| = (p_{j1}^2 + p_{j2}^2)^{1/2}.$$

As a vector $p \in R^{2n}$ we can choose an orthogonal vector to the hyperplane passing through the points $X_i^0, i = 1, 2, \dots, m$.

We offer the following control to the evader:

$$v_j(t) = - \frac{e^{-A_j t} p_j}{\|e^{-A t} p\|} \sqrt{\sum_{i=1}^m \mu_i(t)}, j = 1, \dots, n, t \geq 0, \tag{8}$$

$$v_j(t) = 0, j = n+1, n+2, \dots$$

where A is the conjugate of the matrix A .

Let's check the admissibility of strategy (8):

$$\int_0^T \mu(t) dt = \int_0^T \frac{\|e^{-A t} p\|^2}{\|e^{-A t} p\|^2} \left(\sum_{i=1}^m \mu_i(t) \right) dt = \sum_{i=1}^m \int_0^T \mu_i(t) dt \leq \sum_{i=1}^m \rho_i^2 \leq \sigma^2.$$

Let us prove that if the evader uses strategy (8), then $Y_i(t) \neq 0$ for all $t \geq 0$ and $i = 1, 2, \dots, m$.

Assume the contrary: Let

$$Y_r(\theta) = 0 \tag{9}$$

for some $\theta \geq 0$ and $r \in \{1, 2, \dots, m\}$. Then, according to (7), for $i = r$ we have:

$$\sum_{j=1}^n (x_{rj}^0, p_j) \geq 0, \tag{10}$$

and therefore,

$$\begin{aligned}
 (Y_r(\theta), p) &= \sum_{j=1}^n (y_{rj}(\theta), p_j) = \sum_{j=1}^n (x_{rj}^0, p_j) + \sum_{j=1}^n \int_0^\theta \left(e^{-A_j s} u_j(s), p_j \right) ds \\
 &\geq \int_0^\theta \sum_{j=1}^n \left(e^{-A_j s} u_j(s), p_j \right) ds - \int_0^\theta \sum_{j=1}^n \left(e^{-A_j s} v_j(s), p_j \right) ds
 \end{aligned} \tag{11}$$

Considering (8), the second integral in (11) can be transformed as follows:

$$\begin{aligned}
 \int_0^\theta \sum_{j=1}^n \left(e^{-A_j s} v_j(s), p_j \right) ds &= \int_0^\theta \sum_{j=1}^n \left(v_j(s), e^{-A_j s} p_j \right) ds = \int_0^\theta \frac{\sum_{j=1}^n \left| e^{-A_j s} p_j \right|^2}{\sqrt{\sum_{k=1}^n \left| e^{-A_k s} p_k \right|^2}} \sqrt{\sum_{j=1}^n |u_{rj}(s)|^2} ds = \\
 &= \int_0^\theta \sqrt{\sum_{j=1}^n \left| e^{-A_j s} p_j \right|^2} \sqrt{\sum_{j=1}^n |u_{rj}(s)|^2} ds
 \end{aligned} \tag{12}$$

Using the Cauchy-Bunyakovsky inequality $(x, y) \leq |x||y|$ for the integrand of the first integral in (10), we obtain the following:

$$\begin{aligned}
 \int_0^\theta \sum_{j=1}^n \left(e^{-A_j s} u_{rj}(s), p_j \right) ds &= \int_0^\theta \sum_{j=1}^n \left(u_{rj}(s), e^{-A_j s} p_j \right) ds \geq \\
 &\geq - \int_0^\theta \sqrt{\sum_{j=1}^n |u_{rj}(s)|^2} \sqrt{\sum_{j=1}^n \left| e^{-A_j s} p_j \right|^2} ds \geq - \int_0^\theta \|u_r(s)\| \sqrt{\sum_{j=1}^n \left| e^{-A_j s} p_j \right|^2} ds
 \end{aligned} \tag{13}$$

where the equal sign in the first inequality holds when

$$u_{rj}(s) = -\mu \left| e^{-A_j s} p_j \right|, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad 0 \leq s \leq \theta,$$

for some real number $\mu > 0$, and the equal sign in the second inequality holds when

$$\|u_r(s)\| \neq \sqrt{\sum_{j=1}^n |u_{rj}(s)|^2}, \quad u_{rj}(s) = 0, \quad j = n+1, n+2, \dots, \quad 0 \leq s \leq \theta.$$

Thus, the equal signs in the inequalities in (13) hold when

$$\begin{aligned}
 u_{rj}(s) &= -\mu \left| e^{-A_j s} p_j \right|, \quad j = 1, 2, \dots, n, \\
 u_{rj}(s) &= 0, \quad j = n+1, n+2, \dots, \quad 0 \leq s \leq \theta.
 \end{aligned}$$

for some real number $\mu > 0$. From (14) we obtain that

$$\sum_{j=1}^n |u_{rj}(s)|^2 = \mu^2 \sum_{j=1}^n \left| e^{-A_j s} p_j \right|^2, \quad 0 \leq s \leq \theta,$$

therefore,

$$\mu^2 = \frac{\sum_{j=1}^n |u_{rj}(s)|^2}{\sum_{j=1}^n \left| e^{-A_j s} p_j \right|^2} = \frac{\|u_r(s)\|^2}{\sum_{j=1}^n \left| e^{-A_j s} p_j \right|^2}. \tag{15}$$

Therefore, the equal sign in (13) is satisfied if μ in (14) is defined as follows:

$$\mu = \frac{\|u_r(s)\|}{\sqrt{\sum_{j=1}^n |e^{-A_j s} p_j|^2}} \quad (16)$$

Thus, the equal sign in (13) is satisfied if

$$u_{rj}(s) = -\frac{e^{-A_j s} p_j}{\sqrt{\sum_{j=1}^n |e^{-A_k s} p_k|^2}} \|u_r(s)\|, j = 1, 2, 3, \dots$$

$$u_{rj}(s) = 0, \quad j = n + 1, n + 2, \dots, \quad 0 \leq s \leq \theta.$$

Combining (8), (11), (12) and (13), we get:

$$(Y_r(\tau), e) \geq -\int_0^\theta \|u_r(s)\| \sqrt{\sum_{j=1}^n |e^{-A_j s} p_j|^2} ds + \int_0^\theta \sqrt{\sum_{k=1}^m \|u_k(s)\|} \sqrt{\sum_{j=1}^n |e^{-A_j s} p_j|^2} ds.$$

$$= \int_0^\theta \left(\sqrt{\sum_{k=1}^m \|u_k(s)\|} - \|u_r(s)\| \right) \sqrt{\sum_{j=1}^n |e^{-A_j s} p_j|^2} ds.$$

It's obvious that

$$\sqrt{\sum_{k=1}^m \|u_k(s)\|} \geq \|u_r(s)\|, \quad 0 \leq s \leq \theta, \quad (1 \leq r \leq m) \quad (19)$$

Then from (18) it follows that

$$(Y_r(\theta), e) \geq 0. \quad (20)$$

Let us now find the conditions under which the equality sign holds in (20). From (9) we get that $(Y_p(\theta), p) = 0$. Therefore, the equal sign in (11) is satisfied. This means that $\sum_{j=1}^n (x_{rj}^0, p_j) = 0$ in (10), and

also for the u_r control defined in (17) $\sqrt{\sum_{k=1}^m \|u_k(s)\|} - \|u_r(s)\| \neq 0$ in (18). Therefore $u_k(s) = 0$ for $0 \leq s \leq \theta, \quad k \in \{1, 2, \dots, m\} \setminus \{r\}$. Then,

$$\sqrt{\sum_{k=1}^m \|u_k(s)\|} = \|u_r(s)\|$$

and therefore (8) takes the form

$$v_j(t) = -\frac{e^{-A^* j t} p_j}{\sqrt{\sum_{k=1}^n |e^{-A^* k t} p_k|^2}} \|u_r(t)\|, j = 1, \dots, n,$$

$$v_j(t) = 0, \quad j = n + 1, n + 2, \dots, \quad 0 \leq t \leq \theta.$$

Comparing (17) and (21), we come to the conclusion that

$$v(t) = u_r(t), \quad 0 \leq t \leq \theta. \quad (22)$$

Substituting (22) into (5) for $i = r$ we get

$$y_{rj}(\theta) = x_{rj}^0 + \int_0^\theta e^{-A_j s} (v_j(s) - v_j(s)) ds = x_{rj}^0, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

Based on the assumption $Y_r(\theta) = 0$ (see equation (9)), we have $y_{rj}(\theta) = x_{rj}^0 = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n,$ and therefore

$$X_r^0 = (x_{r1}^0, x_{r2}^0, \dots, x_{rn}^0) = 0,$$

which contradicts the condition (6).

Hence $Y_i(t) \neq 0$, and thus $y_i(t) \neq 0$ for all $t \geq 0$ and $i = 1, 2, \dots, m$. Theorem 3.1 is proven. \square

Conclusion. Our research focuses on the analysis of a differential evasion game involving multiple pursuers and one evader in infinite systems of differential equations in \mathbb{R}^n . The players' control functions are subject to integral constraints. In this evasion game, the pursuers strive to bring the state of at least one of the controlled systems to the origin \mathbb{R}^n . On the other hand, the goal of the runner is to prevent this. We have defined a condition that ensures that the evader successfully escapes from any initial state. In addition, we have built a strategy for the evader to avoid pursuers throughout the game.

REFERENCES:

1. Berkovitz L.D. *A Survey of Differential Games, Mathematical Theory of Control*. 1967. New York, Academic Press. 373-385.
2. Elliot R.J., Kalton N. *The Existence of Value for Differential Games*. 1972. American Mathematical Soc. Providence, RI, USA.
3. Fleming W.H. *A note on differential games of prescribed duration. Contributions to the Theory of Games*. 1957. 3, 407-416.
4. Ho Y., Bryson A., Baron S. *Differential games and optimal pursuit-evasion strategies. IEEE Trans Autom Control*. 1965. 10, 385-389.
5. Ibragimov G.I. *A Problem of Optimal Pursuit in Systems with Distributed Parameters. Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 2002. Vol.66, Issue 5, pp. 719-724.
6. Friedman A. *Differential Games*. 1971. Wiley Interscience, New York.
7. Hajek O. *Pursuit Games*. 1975. Academic Press, New York.
8. Pontryagin L.S. *Selected Works*. 1988. Nauka, Moscow.
9. Petrosyan L.A. *Differential Games of Pursuit*. World Scientific. 1993. Singapore.
10. Pshenichnii B.N. *Simple pursuit by several objects. Cybern. Syst. Anal*. 1976. Vol.12, Issue 3, pp. 484-485.
11. Subbotin, A.I., Chentsov, A.G. *Optimization of Guaranteed Result in Control Problems*. 1981. Nauka, Moscow.
12. Satimov, N.Yu., Tuxtasinov M. *On Game Problems for Second-Order Evolution Equations. Russian Mathematics*. 2007. Vol.51, Issue 1, pp. 49-57.

TIME-OPTIMAL CONTROL PROBLEM FOR AN INFINITE SYSTEM OF BINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS

*Vasiyeva Gulsanam Abdulxay kizi,
The junior of Andijan State University
gulsanamvasiyeva@gmail.com*

***Abstract.** In this article, we study the optimal control problem, which includes a system of infinite differential equations. The problem is considered in the Gilbert space l_2 . Then we find the optimal time to bring the state of the system in question from the initial state to the origin of the Gilbert space l_2 and build an optimal strategy.*

***Keywords:** infinite system of differential equations, optimal control, optimal strategy.*

ЗАДАЧА БЫСТРОДЕЙСТВИЯ ДЛЯ БЕСКОНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ БИНАРНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

***Аннотация.** В данной работе изучается задача оптимального управления, включающая систему бесконечных дифференциальных уравнений. Задача рассматривается в Гилбертовом пространстве l_2 . Затем находим оптимальное время для приведения состояния рассматриваемой системы из начального состояния в начало координат Гилбертова пространства l_2 и строим оптимальную стратегию.*

***Ключевые слова:** бесконечная система дифференциальных уравнений, оптимальное управление, оптимальная стратегия.*

IKKILIK DIFFERENSIAL SISTEMALARNING CHEKSIZ SISTEMASI UCHUN OPTIMAL VAQT BOSHQARUV MASALASI

***Annotatsiya.** Ushbu maqolada biz cheksiz ikkitalik differensial tenglamalar sistemasi bilan bog'liq bo'lgan optimal boshqaruv masalasini o'rganamiz. Masala l_2 Gilbert fazosida qaraladi. Unda qaralayotgan sistemaning holatini boshlang'ich holatdan l_2 Gilbert fazosining koordinatalari boshiga olib kelish uchun optimal vaqt topamiz va optimal strategiya quramiz.*

***Kalit so'zlar:** differensial tenglamalarning cheksiz sistemasi, optimal boshqaruv, optimal strategiya.*

Introduction. A huge number of works are devoted to the control problems described by partial differential equations such as [1, 5, 8, 9, 16]. One of the first works devoted to the time-optimal control problem for partial differential equations of parabolic type was [11]. More detailed information on the optimal control problems for the systems with distributed parameters is given in [9].

One of the main methods of studying the control problem for partial differential equations is the reduction them to an infinite system of ODEs (see, for example, [2, 4, 6]).

Therefore, the control problems described by infinite systems of differential equations is of independent interest in studying control problems. For example, the works [3, 10, 11, 17] study control and/or differential game problems for infinite systems of differential equations.

The differential games with integral constraints on controls of players is one of the important classes of differential games (see, for example, [10, 11]). In differential games, where the control parameters of players are subjected to integral constraints, players need to optimize the expenditure of their control resources as well.

The paper [10] are devoted to optimal pursuit differential games for the infinite system of differential equations [18].

Statement of the problem. In the present paper, we study the following controlled system of infinite 2-systems of differential equations in the Hilbert space l_2 :

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= -\lambda_i x_i + y_i + w_{i1}, & x_i(0) &= x_{i0}, \\ \dot{y}_i &= -\lambda_i y_i + w_{i2}, & y_i(0) &= y_{i0}, \end{aligned} \quad (2.1)$$

on a given time interval $[0, T]$, where T is sufficiently large number, $\lambda_i, i = 1, 2, \dots$, are given non negative real numbers, $\eta_0 = (\eta_{10}, \eta_{20}, \dots) = (x_{10}, y_{10}, x_{20}, y_{20}, \dots)$ with $\eta_{i0} = (x_{i0}, y_{i0})^*$ is the initial state, where $*$ is the transposition operation. It is assumed that $\eta_0 \neq 0$.

For the time-optimal control problem, we find optimal time to steer the state of the system from a given initial state to the origin of the space l_2 . Also, we construct corresponding optimal strategy [3].

Let μ, ρ_0 and σ_0 be positive numbers, where $\rho_0 > \sigma_0$.

We will use the symbol $w(\cdot)$ to denote the function $w(t), 0 \leq t \leq T$.

Definition 2.1. We call the function

$$w(\cdot) = (w_{11}(\cdot), w_{12}(\cdot), w_{21}(\cdot), w_{22}(\cdot), \dots), \quad w: [0, T] \rightarrow l_2,$$

an admissible control if its coordinates $w_{k1}(t), w_{k2}(t), 0 \leq t \leq T, k = 1, 2, \dots$, are measurable and satisfy the following constraint

$$\sum_{k=1}^{\infty} \int_0^T (w_{k1}^2(s) + w_{k2}^2(s)) ds \leq \mu^2.$$

We let $S(\mu)$ denote the set of all admissible controls.

Definition 2.2. We call the functions $u(\cdot) \in S(\rho_0)$ and $v(\cdot) \in S(\sigma_0)$ admissible controls of pursuer and evader, respectively.

Definition 2.3. A function

$$\begin{aligned} U(t, v) &= (U_1(t, v), U_2(t, v), \dots), & U_k(t, v) &= (U_{k1}(t, v), U_{k2}(t, v)), \\ U: [0, T] \times l_2 &\rightarrow l_2, \end{aligned}$$

with the components U_k of the form $U_k(t, v) = v_k(t) + w_k(t)$ with $v_k(t) = (v_{k1}(t), v_{k2}(t))$ and $w_k(t) = (w_{k1}(t), w_{k2}(t))$ that satisfy, for any $v(\cdot) \in S(\sigma_0)$, the condition

$$\sum_{k=1}^{\infty} \int_0^T |U_k(t, v(t))|^2 dt \leq \rho_0^2, \quad |U_k(t, v(t))|^2 = U_{k1}^2(t, v(t)) + U_{k2}^2(t, v(t)),$$

is called a strategy of the pursuer, where $w(\cdot) = (w_1(\cdot), w_2(\cdot), \dots) \in S(\rho_0 - \sigma_0)$.

To define strategy of evader, we let

$$\rho(t) = \left(\rho_0^2 - \int_0^t \|u(s)\|^2 ds \right)^{\frac{1}{2}}, \quad \sigma(t) = \left(\sigma_0^2 - \int_0^t v(s)^2 ds \right)^{\frac{1}{2}},$$

where

$$u(s)^2 = \sum_{i=1}^{\infty} |u_i(s)|^2 = \sum_{i=1}^{\infty} (u_{i1}^2(s) + u_{i2}^2(s)).$$

Note that $\rho^2(t)$ and $\sigma^2(t)$ express the quantities of pursuer's and evader's control resources, respectively, remained at the time t .

Definition 2.4. We call the function

$$(t, \eta, \rho, \sigma, \xi) \rightarrow V(t, \eta, \rho, \sigma, \xi), \quad V: [0, T] \times l_2 \times [0, \rho_0] \times [0, \sigma_0] \times l_2 \rightarrow l_2,$$

the evader's strategy, if it satisfies the following conditions

- (i) $V = V_0(t)$ whenever $\rho > \sigma$, where $V_0(t)$ is an admissible control of evader,
- (ii) $V = 0$ whenever $\rho \leq \sigma$ and $(t, \eta) \in G_1$, where G_1 is a subset of $[0, T] \times l_2$,
- (iii) $v = V(t, \eta(t), \rho, \sigma, u(t - \varepsilon))$ whenever $\rho \leq \sigma$ and $(t, \eta) \in G_2$, where ε is a positive

number, $u(\cdot)$ is an admissible control of pursuer, G_2 is a subset of $[0, T] \times l_2$,

(iv) $V(\cdot, \eta, \rho, \sigma, \eta(\cdot))$ is a measurable function.

1. The main result. In this section we consider a time optimal control problem.

Note that if $w(\cdot) \in S(\mu)$ and $\lambda_i \geq 0$, $i = 1, 2, \dots$, then there exists a unique solution $\eta(t) = (\eta_1(t), \eta_2(t), \dots)$, $0 \leq t \leq T$, of the infinite system of differential equations (2.1) in the space $C(0, T; l_2)$, of course, for $i = 1, 2, \dots$,

$$\eta_i(t) = e^{A_i t} \eta_{i0} + \int_0^t e^{A_i(t-s)} w_i(s) ds.$$

Problem 3.1. Find the optimal time to steer the state $\eta(t)$ of system (2.1) from the initial state $\eta_0 = (x_{10}, y_{10}, x_{20}, y_{20}, \dots) \in l_2$ to the origin of l_2 , and find an optimal control $w(\cdot) \in S(\mu)$.

Let, for $i = 1, 2, \dots$,

$$\begin{aligned} W_i(\theta) &= \int_0^\theta e^{-A_i s} e^{-A_i^* s} ds = \int_0^\theta \begin{bmatrix} e^{\lambda_i s} & -e^{\lambda_i s} s \\ 0 & e^{\lambda_i s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{\lambda_i s} & 0 \\ -e^{\lambda_i s} s & e^{\lambda_i s} \end{bmatrix} ds = \\ &= \begin{bmatrix} \int_0^\theta e^{2\lambda_i s} (1 + s^2) ds & -\int_0^\theta e^{2\lambda_i s} s ds \\ -\int_0^\theta e^{2\lambda_i s} s ds & \int_0^\theta e^{2\lambda_i s} ds \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_{11}(\theta) & \psi_{12}(\theta) \\ \psi_{21}(\theta) & \psi_{22}(\theta) \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

where A^* is the transpose of the matrix A , and

$$\begin{aligned} \psi_{11}(\theta) &= \int_0^\theta e^{2\lambda_i s} (1 + s^2) ds, & \psi_{12}(\theta) &= -\int_0^\theta e^{2\lambda_i s} s ds, \\ \psi_{21}(\theta) &= -\int_0^\theta e^{2\lambda_i s} s ds, & \psi_{22}(\theta) &= \int_0^\theta e^{2\lambda_i s} ds. \end{aligned}$$

Lemma 3.1. For the matrix $W_i(t)$ and $\eta_{i0} = (x_{i0}, y_{i0})$, the following relation holds

$$\eta_{i0}^* W_i(t) \eta_{i0} = \int_0^t |e^{-A_i^* s} \eta_{i0}|^2 ds.$$

Proof.

$$\eta_{i0}^* W_i(t) \eta_{i0} = \int_0^t \eta_{i0}^* e^{-A_i s} e^{-A_i^* s} \eta_{i0} ds = \int_0^t \eta_{i0}^* e^{-A_i s} (\eta_{i0} e^{-A_i^* s}) ds = \int_0^t |e^{-A_i^* s} \eta_{i0}|^2 ds.$$

Thus, the matrix $W_i(t)$ is positive defined. Thereby, its determinant is positive

$$\eta_{i0}^* W_i(t) \eta_{i0} = \int_0^t |e^{-A_i^* s} \eta_{i0}|^2 ds > 0, \quad t > 0, \quad (3.1)$$

where $\eta_{i0} = (x_{i0}, y_{i0}) \neq 0$. Therefore the matrix $W_i(t)$ is positive definite for all $i = 1, 2, \dots$. Next, we estimate $|W_i(t)|$. Using the Cauchy-Schwartz inequality

$$\int_0^t e^{2\lambda_i s} s^2 ds \int_0^t e^{2\lambda_i s} ds \geq \left(\int_0^t e^{2\lambda_i s} s ds \right)^2$$

yields

$$\begin{aligned} |W_i(t)| &= \varphi_{11}(t)\varphi_{22}(t) - \varphi_{12}^2(t) = \left(\int_0^t e^{2\lambda_i s} ds + \int_0^t e^{2\lambda_i s} s^2 ds \right) \int_0^t e^{2\lambda_i s} ds - \left(\int_0^t e^{2\lambda_i s} s ds \right)^2 = \\ &= \left(\int_0^t e^{2\lambda_i s} ds \right)^2 + \int_0^t e^{2\lambda_i s} s^2 ds \int_0^t e^{2\lambda_i s} ds - \left(\int_0^t e^{2\lambda_i s} s ds \right)^2 \geq \\ &\geq \left(\int_0^t e^{2\lambda_i s} ds \right)^2 = \varphi_{22}^2(t) > 0, \quad t > 0. \end{aligned} \quad (3.2)$$

For the inverse of the matrix $W_i(t)$, we have

$$W_i^{-1}(t) = \frac{1}{|W_i(t)|} \begin{bmatrix} \varphi_{22}(t) & \varphi_{12}(t) \\ \varphi_{21}(t) & \varphi_{11}(t) \end{bmatrix},$$

and so

$$f_i(t) = \eta_{i0} W_i^{-1}(t) \eta_{i0}^* = \frac{\varphi_{22}(t)x_{i0}^2 + 2\varphi_{12}(t)x_{i0}y_{i0} + \varphi_{11}(t)y_{i0}^2}{|W_i(t)|}, \quad (3.3)$$

The following equation

$$\sum_{i=1}^{\infty} \eta_{i0} W_i^{-1}(t) \eta_{i0}^* = \mu^2 \quad (3.4)$$

plays important role in solution of Problem 3.1.

To poof the main result of this chapter, we need the following statement:

Lemma 3.2. *Let $B(t)$, $0 \leq t \leq \tau$, be a continuous matrix-function of the order n , and its determinant be not identically 0 on $[0, \tau]$. Then among the measurable functions $\omega(\cdot)$, $\omega: [0, \tau] \rightarrow \mathbb{R}^n$, satisfying the condition*

$$\int_0^{\tau} B(s)\omega(s)ds = z \quad (3.5)$$

the control defined at almost everywhere on $[0, \tau]$ by the formula

$$\omega_0(s) = B^*(s)F^{-1}(\tau)z, \quad 0 \leq s \leq \tau, \quad F(\tau) = \int_0^{\tau} B(s)B^*(s)ds,$$

gives the minimum to the functional

$$\int_0^{\tau} |\omega(s)|^2 ds$$

Proof. If $z = 0$, we are done. Let $z \neq 0$ and $\omega(s)$ be any function that satisfy (3.5). Since $B(t)$, $0 \leq t \leq \tau$, is continuous and its determinant is not identically 0 on $[0, \tau]$, therefore $F(\tau)$ is nonsingular.

Indeed, if $\det F(\tau) = 0$, then $F(\tau)p = 0$ for some non zero vector $p \in \mathbb{R}^n$, and so

$$p^*F(\tau)p = \int_0^{\tau} p^*B(s)B^*(s)pds = \int_0^{\tau} |B^*(s)p|^2 ds = 0.$$

Hence, $B^*(s)p = 0$ for all $0 \leq s \leq \tau$, and so $p = 0$, a contradiction.

Next, multiplying both sides of (3.5) to the vector using $l = F^{-1}(\tau)z$ yields

$$(z, l) = \int_0^{\tau} (B(s)\omega(s), l)ds = \int_0^{\tau} (B^*(s)l, \omega(s))ds.$$

Then, we apply the Cauchy-Schwartz inequality to the right-hand side to obtain

$$(z, l) \leq \left(\int_0^{\tau} |B^*(s)l|^2 ds \right)^{1/2} \left(\int_0^{\tau} |\omega(s)|^2 ds \right)^{1/2}.$$

From this using $l = F^{-1}(\tau)z$ and

$$\begin{aligned} \int_0^{\tau} |B^*(s)l|^2 ds &= \int_0^{\tau} (B^*(s)l, B^*(s)l)ds = \\ &= \int_0^{\tau} (B(s)B^*(s)l, l)ds = (F(\tau)l, l) = z^*F^{-1}(\tau)z \end{aligned}$$

we obtain

$$(z^*F^{-1}(\tau)z)^2 \leq z^*F^{-1}(\tau)z \cdot \int_0^{\tau} |\omega(s)|^2 ds,$$

and, hence,

$$z^*F^{-1}(\tau)z \leq \int_0^{\tau} |\omega(s)|^2 ds.$$

If $\omega_0(s) = B^*(s)l = B^*(s)F^{-1}(\tau)z$, then

$$\int_0^{\tau} |\omega_0(s)|^2 ds = \int_0^{\tau} |B^*(s)l|^2 ds = l^*F^{-1}(\tau)l = z^*F^{-1}(\tau)z \leq \int_0^{\tau} |\omega(s)|^2 ds.$$

which proves the lemma. \square

Theorem 3.1. *Equation (3.4) has a unique root $t = \theta$ and the number θ is the optimal time to transfer the state η of system (3.1) from η_0 to the origin of the space l_2 .*

Proof. First, we prove that equation (3.4) has a unique root $t = \theta$. We shall have established this statement if we prove the following: the series in (3.4) (A) approaches $+\infty$ as $t \rightarrow 0^+$, (B) is strictly decreasing on the interval $(0, \infty)$, (C) approaches 0 as $t \rightarrow \infty$.

A. First, we prove that $\lim_{t \rightarrow 0^+} f_i(t) = +\infty$ if $\eta_{i0} \neq 0$. Indeed, by the L'Hopital's rule we obtain from equation (3.3) that

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow 0^+} f_i(t) &= \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{\varphi_{22}(t)x_{i0}^2 + 2\varphi_{12}(t)x_{i0}y_{i0} + \varphi_{11}(t)y_{i0}^2}{|W_i(t)|} = \\ &= \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{x_{i0}^2 - 2tx_{i0}y_{i0} + (1+t^2)y_{i0}^2}{(1+t^2)\varphi_{22}(t) + \varphi_{11}(t) - 2t\varphi_{12}(t)} = \\ &= \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{x_{i0}^2 + y_{i0}^2}{\varphi_{22}(t) + \varphi_{11}(t)} = \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{x_{i0}^2 + y_{i0}^2}{\int_0^t e^{2\lambda_i s} (2 + (t-s)^2) ds} \geq \\ &\geq \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{x_{i0}^2 + y_{i0}^2}{(2+t^2)\int_0^t e^{2\lambda_i s} ds} = +\infty \end{aligned} \tag{3.2.7}$$

since $\int_0^t e^{2\lambda_i s} ds \rightarrow 0$ as $t \rightarrow 0^+$.

B. We next prove that the series in the left hand side of (3.4) decreases strictly on the interval $t > 0$.

For this purpose, we show that the function $f_i(t)$, $t > 0$, where $\eta_{i0} \neq 0$, is strictly decreasing. Indeed,

$$\begin{aligned} f'(t) &= \frac{(\varphi_{22}(t)x_{i0}^2 + 2\varphi_{12}(t)x_{i0}y_{i0} + \varphi_{11}(t)y_{i0}^2)'(\varphi_{11}(t)\varphi_{22}(t) - \varphi_{12}^2(t))}{|W_i(t)|^2} - \\ f'(t) &= \frac{(\varphi_{22}(t)x_{i0}^2 + 2\varphi_{12}(t)x_{i0}y_{i0} + \varphi_{11}(t)y_{i0}^2)'(\varphi_{11}(t)\varphi_{22}(t) - \varphi_{12}^2(t))}{|W_i(t)|^2} - \\ &\quad - \frac{(\varphi_{11}(t)\varphi_{22}(t) - \varphi_{12}^2(t))'(\varphi_{22}(t)x_{i0}^2 + 2\varphi_{12}(t)x_{i0}y_{i0} + \varphi_{11}(t)y_{i0}^2)}{|W_i(t)|^2} = \\ &= - \frac{[(t\varphi_{22}(t) - \varphi_{12}(t))x_{i0} + (t\varphi_{12}(t) - \varphi_{11}(t))y_{i0}]^2 e^{2\lambda_i t}}{|W_i(t)|^2} - \\ &\quad - \frac{(\varphi_{22}(t)x_{i0} + \varphi_{12}(t)y_{i0})^2 e^{2\lambda_i t}}{|W_i(t)|^2} \leq 0 \end{aligned} \tag{3.7}$$

To establish that $f(t)$ is strictly decreasing, we show that $f'(t) \neq 0$ in (3.7) for all $t > 0$. To obtain a contradiction, suppose that $f'(t') = 0$ at some time $t' > 0$. Then, (3.2.8) implies that

$$\begin{aligned} \varphi_{22}(t')x_{i0} + \varphi_{12}(t')y_{i0} &= 0, \\ (t' \varphi_{22}(t') - \varphi_{12}(t'))x_{i0} + (t' \varphi_{12}(t') - \varphi_{11}(t'))y_{i0} &= 0. \end{aligned} \tag{3.8}$$

Since $\eta_{i0} \neq 0$, (3.8) implies that $x_{i0} \neq 0$ and $y_{i0} \neq 0$. We find from (3.2.9) that

$$y_{i0} = -\frac{\varphi_{22}(t')}{\varphi_{12}(t')}x_{i0}$$

and substitute it into (3.8) to obtain

$$(t' \varphi_{22}(t') - \varphi_{12}(t'))x_{i0} - \frac{\varphi_{22}(t')}{\varphi_{12}(t')}(t' \varphi_{12}(t') - \varphi_{11}(t'))x_{i0} = 0$$

or, equivalently,

$$-\varphi_{12}^2(t') + \varphi_{11}(t')\varphi_{22}(t') = 0,$$

which contradicts to positivity of $|W(t)|$ (3.2). Thus, $f'(t) < 0$, for all $t > 0$, and so the function $f_i(t)$ strictly decreases on $(0, +\infty)$. Consequently, the series in the left hand side of (3.4) decreases strictly on $(0, +\infty)$.

C. Next, we show that the series in the left hand side of (3.4) converges for any $t > 0$. Since this series is decreasing, therefore it is sufficient to establish that the series is convergent on the interval $0 < t < 1$.

First, we estimate the i -th term of the series. Using obvious inequalities

$$2x_{i0}y_{i0} \leq x_{i0}^2 + y_{i0}^2, \varphi_{12}(t) \leq \varphi_{11}(t), \text{ and } \varphi_{22}(t) \leq \varphi_{11}(t),$$

we have

$$\begin{aligned} \eta_{i0}W_i^{-1}(t)\eta_{i0}^* &= \frac{\varphi_{22}(t)x_{i0}^2 + 2\varphi_{12}(t)x_{i0}y_{i0} + \varphi_{11}(t)y_{i0}^2}{|W_i(t)|} \leq \\ &\leq \frac{(x_{i0}^2 + y_{i0}^2)\varphi_{11}(t) + (x_{i0}^2 + y_{i0}^2)\varphi_{12}(t)}{|W_i(t)|} = \\ &= \frac{\varphi_{11}(t) + \varphi_{12}(t)}{|W_i(t)|} |\eta_{i0}|^2 \leq \frac{2\varphi_{11}(t)}{|W_i(t)|} |\eta_{i0}|^2. \end{aligned}$$

Thus,

$$\eta_{i0}W_i^{-1}(t)\eta_{i0}^* \leq \frac{2\varphi_{11}(t)}{|W_i(t)|} |\eta_{i0}|^2 \leq \frac{2\varphi_{11}(t)}{\varphi_{22}^2(t)} |\eta_{i0}|^2.$$

Due to the fact that $0 \leq s \leq t < 1$ we obtain

$$\varphi_{11}(t) = \int_0^t e^{2\lambda_i s} (1 + s^2) ds \leq \int_0^t 2e^{2\lambda_i s} ds = 2\varphi_{22}(t),$$

and so by using the inequalities $\lambda_i \geq 0, i = 1, 2, \dots$, we have

$$\eta_{i0}W_i^{-1}(t)\eta_{i0}^* \leq \frac{2\varphi_{11}(t)}{\varphi_{22}^2(t)} |\eta_{i0}|^2 \leq \frac{4\varphi_{22}(t)}{\varphi_{22}^2(t)} |\eta_{i0}|^2 = \frac{4}{\varphi_{22}(t)} |\eta_{i0}|^2 =$$

$$= \frac{4}{\int_0^t e^{2\lambda_i s} ds} |\eta_{i0}|^2 \leq \frac{4|\eta_{i0}|^2}{\int_0^t 1 ds} = \frac{4|\eta_{i0}|^2}{t}.$$

Consequently,

$$\sum_{i=1}^{\infty} \eta_{i0}W_i^{-1}(t)\eta_{i0}^* \leq \sum_{i=1}^{\infty} \frac{4|\eta_{i0}|^2}{t} = \frac{4}{t} \sum_{i=1}^{\infty} |\eta_{i0}|^2 = \frac{4}{t} \eta_0^2,$$

where

$$\sum_{i=1}^{\infty} |\eta_{i0}|^2 = \eta_0^2.$$

Therefore, the series is convergent for any $t > 0$. In other words, the sequence

$$\sum_{i=1}^n \eta_{i0}W_i^{-1}(t)\eta_{i0}^*$$

uniformly converges to

$$\sum_{i=1}^{\infty} \eta_{i0}W_i^{-1}(t)\eta_{i0}^*$$

as $n \rightarrow \infty$. Hence,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^{\infty} \eta_{i0} W_i^{-1}(t) \eta_{i0}^* = \lim_{t \rightarrow \infty} \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \eta_{i0} W_i^{-1}(t) \eta_{i0}^* = \lim_{n \rightarrow \infty} \lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \eta_{i0} W_i^{-1}(t) \eta_{i0}^*.$$

Therefore, to establish that

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^{\infty} \eta_{i0} W_i^{-1}(t) \eta_{i0}^* = 0,$$

it suffices to prove that

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \eta_{i0} W_i^{-1}(t) \eta_{i0}^* = \sum_{i=1}^n \lim_{t \rightarrow \infty} \eta_{i0} W_i^{-1}(t) \eta_{i0}^* = 0.$$

To find the limit

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \eta_{i0} W_i^{-1}(t) \eta_{i0}^* = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\varphi_{22}(t)x_{i0}^2 + 2\varphi_{12}(t)x_{i0}y_{i0} + \varphi_{11}(t)y_{i0}^2}{|W_i(t)|}, \quad (3.9)$$

we apply the L'Hopital's rule twice. This is possible since $\varphi_{ij}(t) \rightarrow \infty$, $i, j = 1, 2$, as $t \rightarrow \infty$ and by

(3.2)

$$|W_i(t)| \rightarrow \infty \text{ as } t \rightarrow \infty.$$

Thus,

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \eta_{i0} W_i^{-1}(t) \eta_{i0}^* &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{(\varphi_{22}(t)x_{i0}^2 + 2\varphi_{12}(t)x_{i0}y_{i0} + \varphi_{11}(t)y_{i0}^2)'}{|W_i(t)|'} = \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{e^{2\lambda_i t} x_{i0}^2 + 2e^{2\lambda_i t} t x_{i0} y_{i0} + e^{2\lambda_i t} (1+t^2) y_{i0}^2}{e^{2\lambda_i t} (1+t^2) \varphi_{22}(t) + e^{2\lambda_i t} \varphi_{11}(t) - 2\varphi_{12}(t) e^{2\lambda_i t}} = \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{x_{i0}^2 + 2t x_{i0} y_{i0} + (1+t^2) y_{i0}^2}{(1+t^2) \varphi_{22}(t) + \varphi_{11}(t) - 2t \varphi_{12}(t)} = \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{2x_{i0} y_{i0} + 2t y_{i0}^2}{2t \varphi_{22}(t) + 2e^{2\lambda_i t} - 2\varphi_{12}(t)}. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Due to the conditions $\lambda_i \geq 0$, $i = 1, 2, \dots$, we obtain

$$2t\varphi_{22}(t) + 2e^{2\lambda_i t} - 2\varphi_{12}(t) > 2t\varphi_{22}(t) - 2\varphi_{12}(t) = 2 \int_0^t (t-s)e^{2\lambda_i s} ds = 2 \int_0^t (t-s) ds = t^2.$$

Thus, by (3.2.11)

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \eta_{i0} W_i^{-1}(t) \leq \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{2x_{i0}y_{i0} + 2ty_{i0}^2}{t^2} = 0.$$

Since $W_i^{-1}(t)$ is positive definite, therefore

$$\eta_{i0} W_i^{-1}(t) \eta_{i0}^* \geq 0.$$

Consequently,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \eta_{i0} W_i^{-1}(t) \eta_{i0}^* = 0,$$

and so

$$\sum_{i=1}^{\infty} \eta_{i0} W_i^{-1}(t) \eta_{i0}^* \rightarrow 0, \quad \text{as } t \rightarrow \infty. \quad (3.11)$$

This allows us to conclude that equation (3.4) has a unique root $t = \theta$.

To prove the second part of the theorem, that is, to prove that the number θ is the optimal time to transfer the state η of system (3.1) from η_0 to the origin of the space l_2 , we construct the control as follows:

$$w_i(t) = -e^{-A_i^* t} W_i^{-1}(\theta) \eta_{i0}, \quad i = 1, 2, \dots, \quad 0 \leq t \leq \theta. \quad (3.12)$$

We proceed to show that $\eta(\theta) = 0$. Indeed, since

$$\begin{aligned} \gamma_i(\theta) &= \eta_{i0} + \int_0^\theta e^{-A_i s} w_i(s) ds = \eta_{i0} - \int_0^\theta e^{-A_i s} e^{-A_i^* s} W_i^{-1}(\theta) \eta_{i0} ds = \\ &= \eta_{i0} - W_i(\theta) W_i^{-1}(\theta) \eta_{i0} = \eta_{i0} - \eta_{i0} = 0, \quad i = 1, 2, \dots \end{aligned}$$

Therefore

$$\eta_i(\theta) = e^{A_i \theta} \gamma_i(\theta) = 0, \quad i = 1, 2, \dots$$

The task is now to show the admissibility of control (3.2.13). We have

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{\infty} \int_0^\theta |w_i(s)|^2 ds &= \sum_{i=1}^{\infty} \int_0^\theta |e^{-A_i^* s} W_i^{-1}(\theta) \eta_{i0}|^2 ds = \\ &= \sum_{i=1}^{\infty} \int_0^\theta (e^{-A_i s} e^{-A_i^* s} W_i^{-1}(\theta) \eta_{i0}, W_i^{-1}(\theta) \eta_{i0}) ds = \\ &= \sum_{i=1}^{\infty} \eta_{i0}^* W_i^{-1}(\theta) \eta_{i0} = \mu^2 \end{aligned} \quad (3.13)$$

Consequently, control (3.11) is admissible.

We only need to show that, for any control $w(t) = (w_1(t), w_2(t), \dots)$, $0 \leq t \leq \theta$, we have $\eta(t) \neq 0$, $0 \leq t < \theta$, for the solution $\eta(t)$ of system (3.1). Suppose, contrary to our claim, that there exists an admissible control $\hat{w}(t) = (\hat{w}_1(t), \hat{w}_2(t), \dots)$, $0 \leq t \leq \tau$, such that $\eta(\tau) = 0$ at some τ , $0 < \tau < \theta$. Hence, $\gamma(\tau) = (\gamma_1(\tau), \gamma_2(\tau), \dots) = 0$, i.e.,

$$\int_0^\tau e^{-(A_i s)} w_i(s) ds = -\eta_{i0}, \quad i=1, 2, \dots \quad (3.14)$$

Observe the control $w^0(t) = (w_1^0(t), w_2^0(t), \dots)$, $0 \leq t \leq \tau$, with

$$w_i^0(t) = -e^{-(A_i^* t)} W_i^{-1}(\tau) \eta_{i0}, \quad W_i^{-1}(\tau) = \int_0^\tau e^{-(A_i s)} e^{-(A_i^* s)} ds, \quad i=1, 2, \dots, \quad (3.15)$$

Satisfies (3.14). Then, by Lemma 1 it gives the minimum to the functional

$$I(w(\cdot)) = \sum_{i=1}^{\infty} \int_0^\tau |w_i(t)|^2 dt.$$

Substituting (3.14) into the functional I and using the fact that the series in (3.4) strictly decreases on the interval $(0, \infty)$, gives

$$I(\hat{w}(\cdot)) \geq I(w^0(\cdot)) = \sum_{i=1}^{\infty} \eta_{i0}^* W_i^{-1}(\tau) \eta_{i0} > \sum_{i=1}^{\infty} \eta_{i0}^* W_i^{-1}(\theta) \eta_{i0} = \mu^2.$$

This means the control $\hat{w}(t) = (\hat{w}_1(t), \hat{w}_2(t), \dots)$, $0 \leq t \leq \tau$, is not admissible, a contradiction. \square

Conclusions. In this paper, we have studied optimal control and differential game problems described by an infinite system of 2 block differential equations.

Our contributions are as follows. We have obtained an equation for the optimal time to transfer the state of the system from the given initial state to the origin of the space l_2 and constructed the optimal control.

It should be noted that we have used the coefficient matrices

$$A_i = \begin{bmatrix} -\lambda_i & 1 \\ 0 & -\lambda_i \end{bmatrix}$$

Infinite system of equations (1) corresponds to the coefficient matrices

$$B_i = \begin{bmatrix} -\alpha_i & -\beta_i \\ \beta_i & -\alpha_i \end{bmatrix}$$

where α_i, β_i are some real numbers. Clearly, the matrices A_i and B_i are the Jordan matrices.

Therefore, the present research fills the gap in the 2×2 Jordan matrices. For the future research, we recommend to consider any 2×2 real matrix instead of the matrices A_i .

REFERENCES:

1. Albeverio S., Alimov Sh.A. *On a time-optimal control problem associated with the heat exchange process.* // *Applied mathematics and optimization.* 2008. 57(1), pp. 58–68
2. Azamov A.A., Ibragimov G.I., Mamayusupov K., Ruzibaev M.B. *On the stability and null controllability of an infinite system of linear differential equations.* // *Journal of Dynamical and Control Systems.* 2021. 3(2), pp. 79–91.
3. Biccari U., Warma M., Zuazua E. *Controllability of the one-dimensional fractional heat equation under positivity constraints,* *Commun. Pure Appl. Anal.* 2020. 19(4), pp. 1949–1978.
4. Curtain F.H., Zwart R. *An Introduction to Infinite-Dimensional Linear Systems Theory,* New York, Springer-Verlag, xviii, 1995. 698 p.
5. Ibragimov G.I. (2013). *Optimal pursuit time for a differential game in the Hilbert space l_2 .* *ScienceAsia.* 39S, pp. 25–30.
6. Ibragimov G.I., Allahabi F., Kuchkarov A.Sh. (2014). *A pursuit problem in an infinite system of second-order differential equations.* *Ukrainian Mathematical Journal.* 65(8), pp. 1203–1216.
7. Ibragimov G.I., Qushaqov H.Sh. (2022). *Infinite system of 2-systems of differential equations in Hilbert space l_2 .* *Uzbek Mathematical Journal.* 66(1), pp. 98–106.
8. Ibragimov G.I., Qushaqov H.Sh. Muhammadjonov A. A. *An infinite system of differential equations with nonnegative coefficients in the Hilbert space l_2 .* *Bulletin of the Institute of Mathematics* , 2022. Vol.5, Issue 6, pp. 92–99
9. Ibragimov G.I., Qushaqov H.Sh., Muhammadjonov A. A., *A guaranteed evasion time in differential game for an infinite system in hilbert space l_2 .* *Uzbek Mathematical Journal,* 2023. Volume 67, Issue 1, pp. 41–46.
10. Ibragimov, G.I., Qushaqov, X., Muxammadjonov, A., Pansera, B.A. *Guaranteed Pursuit and Evasion Times in a Differential Game for an Infinite System in Hilbert Space l_2 .* *Mathematics* 2023, 11, 2662.
11. Lions J.L. *Controle Optimal de Systèmes Gouvernées par des Equations aux Dérivées Partielles,* Dunod: Paris, France. 1968.
12. Satimov, N.Yu., Tukhtasinov, M. *On Some Game Problems for First-Order Controlled Evolution Equations,* *Differential Equations,* 2005. 41(8), pp. 1169–1177.

**ФОРМУЛА КАРЛЕМАНА ДЛЯ ДВУМЕРНОГО ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ В
ОГРАНИЧЕННОЙ ОБЛАСТИ**

*Сатторов Эрмамат Норкулович,
Узбекско-Финский педагогический институт
Пулатов Ойбек Улашович,
Узбекско-Финский педагогический институт
Sattorov-e@rambler.ru*

Аннотация. В работе рассматривается задача продолжения гравитационного поля в ограниченной области, основанная на методе функции Карлемана-Ярмухамедова.

Ключевые слова: интегральная формула Коши, формула Карлемана, гравитационное поле.

**CARLEMAN'S FORMULA FOR A TWO-DIMENSIONAL GRAVITATIONAL FIELD IN
BOUNDED DOMAIN**

Abstract. The paper considers the problem of continuation of the gravitational field in a bounded domain, based on the Carleman-Yarmukhamedov function method.

Key words: Cauchy integral formula, Carleman formula, gravitational fields.

**CHEGARALANGAN SOHADA IKKI O'LCHOVLI GRAVITATSION MAYDON UCHUN
KARLEMAN FORMULASI**

Annotatsiya. Karleman-Yarmuhamedov metodiga asoslangan holda chegaralangan sohada gravitatsion maydonni davom ettirish masalasi qaraladi.

Kalit so'zlar: Koshining integral formulasi, Karleman formulasi, gravitatsion maydon.

Введение. Хорошо известно, что в теории функций комплексного переменного важную роль играет *интегральная теорема и формула Коши*. Пусть L – некоторая гладкая замкнутая кривая (контур), (т.е. без точек самопересечения). Если $f(\zeta)$ – функция, аналитическая в области Ω , ограниченной контуром L , и непрерывная на самом контуре (т. е. непрерывная в замкнутой области $\bar{\Omega} = \Omega \cup L$), то имеет место следующая формула Коши:

$$\frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{f(\zeta)}{\zeta - z} d\zeta = \begin{cases} f(z), & z \in \Omega, \\ 0, & z \notin \bar{\Omega}, \end{cases} \quad (0.1)$$

где $C \setminus \bar{\Omega}$ — дополнение замкнутой области Ω до всей комплексной плоскости (здесь и ниже предполагается, что контур обходится в положительном направлении, при котором область остаётся слева).

Таким образом, формула Коши позволяет по значениям функции $f(\zeta)$ на границе L области Ω восстановить её значения всюду внутри области. Коротко это обстоятельство выражают словами: *формула Коши решает краевую задачу для аналитических функций*. Интеграл, стоящий в левой части формулы Коши, называется *интегралом Коши*. Для точек z , лежащих во внешней области $\bar{\Omega}$, интеграл Коши обращается в нуль.

В работе [1] В.А.Фок и Ф.М.Куни доказали следующий важный результат. Пусть граница односвязной ограниченной области Ω состоит из отрезка $[a, b]$ действительной оси комплексной плоскости ζ и гладкой дуги S кривой, лежащей в полуплоскости $\text{Im } z > 0$, и $f(z)$ – функция, аналитическая в Ω класса $C(\bar{\Omega})$. Обозначим [2]

$$(\zeta - z)\Phi_\sigma(\zeta - z) = \frac{1}{2\pi i} \exp[-i\sigma(\zeta - z)], \quad \sigma > 0,$$

$$J(\sigma, z) = \frac{1}{2\pi i} \int_S f(\zeta) \frac{\partial \Phi_\sigma}{\partial \sigma}(\zeta - z) d\zeta.$$

Тогда

1) справедливы следующие эквивалентные формулы продолжения:

$$f(z) = \lim_{\sigma \rightarrow \infty} \int_S f(\zeta) \Phi_\sigma(\zeta - z) d\zeta, \quad z \in \Omega \tag{0.2}$$

$$f(z) = \int_0^\infty J(\sigma, z) d\sigma + \frac{1}{2\pi i} \int_S (\zeta - z)^{-1} f(\zeta) d\zeta;$$

2) заданная на S непрерывная функция $f(\zeta)$ голоморфно продолжается в Ω , тогда и только тогда, когда:

$$\left| \int_0^\infty J(\sigma, z) d\sigma \right| < \infty$$

на каждом компакте K , $z \in K$, лежащем в полуплоскости $\text{Im } z > 0$. Если это условие выполнено, то продолжение осуществляется эквивалентными формулами (0.2).

Функция Φ_σ обладает свойствами: а) $\Phi_\sigma(\zeta - z) = \frac{1}{2\pi i} \frac{1}{\zeta - z} + g(\zeta, z)$, где $g(\zeta)$ - целая

функция, б) $\Phi_\sigma(\zeta - z) = 0$ при $\zeta \in [a, b]$ и равномерно по z , $\text{Im } z \geq \delta > 0$. Теперь 1) следует из формулы Коши, а 2) следует из формулы скачка для интеграла типа Коши.

Согласно М.М.Лаврентьеву [3], $\Phi_\sigma(\zeta - z)$ называется функцией Карлемана-Ярмухамедова для области Ω и части S границы $\partial\Omega$.

Эквивалентность двух формул следует из выражения:

$$\int_0^\infty \frac{\partial \Psi(\sigma)}{\partial \sigma} d\sigma + \Psi(0) = \lim_{\sigma \rightarrow \infty} \Psi(\sigma). \tag{0.3}$$

Формула восстановления вида (0.2) впервые была получена Т.Карлеманом [4]. Одномерным и многомерным обобщениям формулы Карлемана посвящена монография [5]. Там же приведена обширная литература. Мы докажем аналогичные формулы продолжения для плоского гравитационного поля.

1. Плоские потенциальные поля и их уравнения

Рассмотрим двумерные (плоские) гравитационные поля [6, стр. 32]:

$$\text{div}_\Omega \vec{F}(\rho) = q(\rho), \quad \text{rot}_\Omega \vec{F}(\rho) = 0, \tag{1.1}$$

$$\vec{F}(\rho) = \text{grad}'_\Omega U(\rho), \tag{1.2}$$

$$\Delta U(\rho) = q(\rho). \tag{1.3}$$

Двумерные операторы дифференцирования grad_Γ , div_Γ , rot_Γ определяются в виде:

$$\text{grad}_\Omega U(\rho) = \frac{\partial U}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y} \vec{j} = \lim_{\Delta\Omega \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta\Omega} \int_\Omega U v dl, \tag{1.4}$$

$$\text{div}_\Omega \vec{F}(\rho) = \frac{\partial F_1}{\partial x} + \frac{\partial F_2}{\partial y} = \lim_{\Delta\Omega \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta\Omega} \int_L \vec{F} \cdot \vec{\nu} dl, \tag{1.5}$$

$$\text{rot}_\Omega \vec{F}(\rho) = \left(\frac{\partial F_1}{\partial y} - \frac{\partial F_2}{\partial x} \right) \vec{j} = \vec{n} \lim_{\Delta\Omega \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta\Omega} \int_L \vec{F} \cdot \vec{l} dl. \tag{1.6}$$

Рассмотрим векторное поле $\vec{F}(\rho) = (F_1(x, y), F_2(x, y))$, удовлетворяющее согласно (1.1), (1.5) и (1.6) уравнениям:

$$\frac{\partial F_1}{\partial x} + \frac{\partial F_2}{\partial y} = q(x, y), \quad \frac{\partial F_1}{\partial y} - \frac{\partial F_2}{\partial x} = 0. \tag{1.7}$$

На плоскости XOY комплексную переменную $z = x + iy$ и обозначим через $F(z)$ следующую комплексную функцию комплексного аргумента:

$$F(z) = -F_1(x, y) + iF_2(x, y). \quad (1.8)$$

Определение 1. Функцию $F(z)$ будем называть комплексной напряжённостью плоского поля \vec{F} .

Надо отметить, что *вне источников комплексная напряжённость плоского поля есть аналитическая функция, исчезающая на бесконечности*. В самом деле, вне источников уравнения (1.7) принимают вид:

$$\frac{\partial F_1}{\partial x} + \frac{\partial F_2}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial F_1}{\partial y} - \frac{\partial F_2}{\partial x} = 0. \quad (1.8)$$

Поскольку

$$\operatorname{Re} F(\zeta) = -F_1(x, y), \quad \operatorname{Im} F(\zeta) = F_2(x, y) \quad (1.9)$$

подставляя (1.9) в (1.8), видим, что вещественные и мнимые части функции $F(\zeta)$ удовлетворяют условиям Коши – Римана:

$$\frac{\partial \operatorname{Re} F}{\partial x} = \frac{\partial \operatorname{Im} F}{\partial y}, \quad \frac{\partial \operatorname{Re} F}{\partial y} = -\frac{\partial \operatorname{Im} F}{\partial x}. \quad (1.10)$$

Гравитационное поле \vec{g} двумерного распределения масс, сосредоточенных с плотностью $\rho(x, y)$ в области Ω плоскости XOY , как известно, удовлетворяет уравнениям:

$$\operatorname{div}_{\Omega} \vec{g} = -4\pi\gamma\rho, \quad \operatorname{rot}_{\Omega} \vec{g} = 0, \quad (1.11)$$

где γ - универсальная гравитационная постоянная.

Определим комплексную напряжённость гравитационного поля $g(z)$ следующей формулой:

$$g(z) = g_1(x, y) + ig_2(x, y), \quad (1.12)$$

где g_1, g_2 — скалярные компоненты гравитационного поля \vec{g} . Функция $g(z)$ удовлетворяет уравнению:

$$\frac{\partial g(z)}{\partial z} = 2\pi\gamma\rho(z), \quad (1.13)$$

где $\rho(z) = \rho(x + iy) \equiv \rho(x, y)$, решение которого даёт формулой, вытекающий из формулы Помпея:

$$g(z) = -2\gamma \iint_{\Omega} \frac{\rho(z)}{z - z} ds. \quad (1.14)$$

и воспользоваться следствием теоремы Остроградского–Гаусса, впервые полученным А. В. Цирульским [7] представление гравитационного поля вне масс интегралом типа Коши:

$$g(z) = -\frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{2\pi\gamma\rho_0 \bar{z}}{\zeta - z} d\zeta, \quad z \notin \bar{\Omega}. \quad (1.15)$$

Таким образом, формула (1.14) даёт представление комплексной напряжённости гравитационного поля в виде интеграла с ядром Коши по области, занятой массами.

Аналитическое выражение для комплексных напряжённостей гравитационных полей внутри и вне масс определяется по интегральной формуле Коши:

$$g(z) = -\frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{2\pi\gamma\rho_0(\bar{\zeta} - \bar{z})}{\zeta - z} d\zeta, \quad (1.16)$$

где z - любая точка комплексной плоскости (в том числе $z \in L$, в силу непрерывности $g(z)$).

2. Представление гравитационного поля формулой Карлемана

Пусть R^2 - 2-мерное вещественное евклидово пространство,

$$x = (x_1, x_2), y = (y_1, y_2) \in R^2, x' = (x_2), y' = (y_2) \in R, \alpha^2 = |y_2 - x_2|^2, \alpha^2 = s,$$

$$r^2 = |y - x|^2 = \alpha^2 + (y_1 - x_1)^2, \tau = \operatorname{tg} \frac{\pi}{2\rho}, \tau_1 = \sin \frac{\pi}{2\rho}, \rho > 1,$$

$$\partial G_\rho = \{y : |y_2| = \tau y_1, y_1 > 0\}, \bar{G} = G_\rho \cup \partial G_\rho,$$

ε – достаточно малое постоянное положительное число, $G_\rho^\varepsilon = \{y : |y_2| < \tau(y_1 - \varepsilon)\}$, $\partial G_\rho^\varepsilon = \{y : |y_2| = \tau(y_1 - \varepsilon)\}$, $\bar{G}_\rho^\varepsilon = G_\rho^\varepsilon \cup \partial G_\rho^\varepsilon$, C – комплексная плоскость, $\zeta = y_1 + iy_2$, $\omega_2 = 2\pi$ – длина единичного окружности в R^2 , Ω_ρ – ограниченная односвязная отрезком область в R^2 с границей $\partial\Omega_\rho$, состоящей из отрезки лучей с общим началом $T = \partial G_\rho$ и гладкого куска поверхности S , лежащего в угла G_ρ . Случай $\rho = 1$ предельный. В этом случае ∂G_1 – отрезок $a \leq y_2 \leq b$ и гладкой дуги кривой лежащей полуплоскость $y_1 > 0$.

В области Ω_ρ справедлива обобщённая интегральная формула Коши (1.16) если в качестве ядра взять целую функцию Миттаг-Леффлера $E_\rho(\sigma w) \cdot \frac{1}{\zeta - z}$, $w = i\sqrt{u^2 + s} + y_1 - x_1$,

$$K(0) = E_\rho(0) = 1, \text{ здесь } E_\rho(w) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{w^n}{\Gamma(1 + \frac{n}{\rho})} \text{ – целая функция Миттаг-Леффлера, } \rho > 0,$$

$w \in C$, $E_1(w) = e^w$, где Γ – гамма- функция Эйлера. В дальнейшем будем предполагать, что $\rho > 1$. для которой приводим интегральное представление ([8] гл. 3, § 2). Число β выберем с условием $\frac{\pi}{2\rho} < \beta < \frac{\pi}{\rho}$, $\rho > 1$. Обозначим через $\gamma_\varepsilon(\beta)$ контур в комплексной плоскости w ,

пробегаемый в направлении не убывания $\arg w$ и состоящий из следующих частей:

- 1) луч $\arg w = -\beta$,
- 2) дуга $-\beta \leq \arg w \leq \beta$ окружности $|w| = \varepsilon$, $0 < \varepsilon < 1$, 3) луч $\arg w = \beta$.

Контур $\gamma_\varepsilon(\beta)$ разбивает комплексную плоскость w на две неограниченные односвязные области Ω_ρ^- и Ω_ρ^+ , лежащие соответственно слева и справа от $\gamma_\varepsilon(\beta)$. Положим

$$\psi_\rho(w) = \frac{\rho}{2\pi i} \int_{\gamma_\varepsilon(\beta)} \frac{\exp \zeta^\rho}{\zeta - w} d\zeta, \psi_\rho'(w) = \frac{\rho}{2\pi i} \int_{\gamma_\varepsilon(\beta)} \frac{\exp \zeta^\rho}{(\zeta - w)^2} d\zeta. \quad (2.1)$$

Тогда

$$E_\rho(w) = \begin{cases} \rho \exp(w^\rho) + \psi_\rho(w), & w \in \Omega_\rho^+, \\ \psi_\rho(w), & w \in \Omega_\rho^-, \end{cases} \quad (2.2)$$

$$E_\rho'(w) = \psi_\rho'(w), w \in \Omega_\rho^-.$$

Так как $E_\rho(w)$ вещественно при вещественном w , имеем:

$$\operatorname{Re} \psi_{\rho}(w) = \frac{\psi_{\rho}(w) + \psi_{\rho}(\bar{w})}{2} = \frac{\rho}{2\pi i} \int_{\gamma_{\varepsilon}(\beta)} \frac{\exp(\zeta^{\rho})(\zeta - \operatorname{Re} w)}{(\zeta - w)(\zeta - \bar{w})} d\zeta, \quad (2.3)$$

$$\operatorname{Im} \psi_{\rho}(w) = \frac{\psi_{\rho}(w) - \psi_{\rho}(\bar{w})}{2i} = \frac{\operatorname{Im} w}{2\pi i} \int_{\gamma_{\varepsilon}(\beta)} \frac{\exp(\zeta^{\rho})}{(\zeta - w)(\zeta - \bar{w})} d\zeta, \quad (2.4)$$

$$\operatorname{Im} \frac{\psi_{\rho}(w)}{\operatorname{Im} w} = \frac{\rho}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{2\exp(\zeta^{\rho})(\zeta - \operatorname{Re} w)}{(\zeta - w)^2(\zeta - \bar{w})^2} d\zeta. \quad (2.5)$$

Всюду в дальнейшем в определении контура $\gamma(1, \beta)$ будем брать $\beta = \frac{\pi}{2\rho} + \frac{\varepsilon_2}{2}$, $\rho > 1$.

Ясно, что если

$$\frac{\pi}{2\rho} + \varepsilon_2 \leq |\arg w| \leq \pi, \quad (2.6)$$

то $w \in \Omega_{\rho}$ и $E_{\rho}(w) = \psi_{\rho}(w)$.

Теорема. Пусть комплексная напряжённость гравитационных полей $g(z) = 2\pi\gamma\rho_0 \bar{z}$ функция, голоморфная в области Ω_{ρ} комплексной плоскости $\zeta = y_1 + iy_2$ принадлежит классу $C(\bar{\Omega}_{\rho})$. Тогда для любой точки $z = x_1 + ix_2 \in \Omega_{\rho}$ справедлива формула Карлемана:

$$g(z) = \lim_{\sigma \rightarrow \infty} \int_{\Sigma} E_{\rho}[\sigma(\zeta - z)] \frac{g(\zeta) d\zeta}{\zeta - z}, \quad (2.7)$$

сходимость равномерна на каждом компакте из Ω_{ρ} .

Доказательство. При условии теоремы для любой $z \in \Omega_{\rho}$ справедлива формула Коши (1.16)

$$g(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\partial\Omega_{\rho}} E_{\rho}[\sigma(\zeta - z)] \frac{g(\zeta) d\zeta}{\zeta - z}, \quad \sigma \geq 0, E_{\rho}(\sigma) = 1. \quad (2.8)$$

Покажем, что при

$$\zeta \in C / G_{\rho}(\zeta : |y_2| \geq \tau y_1), \quad z \in K \subset G_{\rho}^{\varepsilon}(|x_2| \leq \tau(x_1 - \varepsilon), \varepsilon > x_1),$$

где K произвольный компакт в Ω_{ρ} , для $E_{\rho}(w)$ справедливы неравенства:

$$\left| E_{\rho}(w) \right| \leq \frac{M_1}{1 + |w|}, \quad \left| E'_{\rho}(w) \right| \leq \frac{M_2}{1 + |w|^2}, \quad (2.9)$$

в которых $w = \sigma(\zeta - z)$, $|w| = \sigma|\zeta - z| \geq \sigma\varepsilon\tau_1$ (расстояние компакта до ∂G_{ρ} не меньше $\varepsilon\tau_1$),

где

M_1, M_2 - постоянные, не зависящие от w . С этой целью преобразуем разность

$$\tau\zeta - \tau z = \delta y_1 - \tau x_1 + \tau\delta(y_2 - x_2) = |y_2 - x_2| \left(\pm i\tau + \frac{\delta y_1 - \delta x_2}{|y_2 - x_2|} \right), \quad y_2 = x_2.$$

Так как

$$\frac{\tau_1 y_1 - \delta x_1}{|y_2 - x_2|} \leq \frac{|y_2| - |x_2| - \delta\varepsilon}{|y_2 - x_2|} \leq 1 - \varepsilon_1$$

и

$$\arg(1 \pm i\delta) = \arg\left(1 + i \operatorname{tg} \frac{\pi}{2\rho}\right) = \frac{\pi}{2\rho}, \quad \left| \arg\left(a + i \operatorname{tg} \frac{\pi}{2\rho}\right) \right| > \frac{\pi}{2},$$

при

$$a < 1 \text{ и } \arg(\zeta - z) = \arg \tau(\zeta - z), (\delta > 0) \text{ то } \left| \arg \sigma(\zeta - z) \right| \geq \frac{\pi}{2\rho} + \varepsilon_2, \sigma > 0.$$

В этих условиях из (2.1) имеем $E_\rho(w) = \psi_\rho(w)$, $w = \sigma(\zeta - z)$, $\beta = \frac{\pi}{2\rho} + \frac{\varepsilon_1}{r}$.

Следовательно, при $\zeta \in \partial\Omega_\rho \setminus S$, $z \in K \subset \Omega_\rho$ для $E_\rho(w)$ имеет место неравенство (2.9), где $|w| \geq \sigma\tau_1\varepsilon$ если $y_2 = x_2$, то $\operatorname{Re}(\zeta - z) < 0$ и неравенства (2.3) имеют место. Теперь в формуле Коши (2.8) устремим σ бесконечности, тогда интеграл по части $\partial\Omega_\rho \setminus S$ границы $\partial\Omega_\rho$ исчезает и получаем формулу (2.7). Теорема доказана.

Следствие. При условии теоремы справедливо формула:

$$g(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_0^\infty J(z, \sigma) d\sigma + \frac{1}{2\pi i} \int_S \frac{g(\zeta) d\zeta}{\zeta - z} \quad (2.10)$$

где

$$J(z, \sigma) = \int_S E_\rho'[\sigma(\zeta - z)] g(\zeta) d\zeta \quad (2.11)$$

Доказательство следует из равенства:

$$\lim_{\sigma \rightarrow \infty} \psi(\sigma) - \psi(0) = \int_0^\infty \frac{d\psi(\sigma)}{d\sigma} d\sigma, \quad (2.12)$$

где

$$\psi(\sigma) = \frac{1}{2\pi i} \int_S E_\rho(\sigma(\zeta - z)) \frac{g(\zeta) d\zeta}{\zeta - z}, \quad E_\rho(0) = 1$$

и существование предела слева в (2.12) эквивалентно существованию несобственного интеграла справа. Формула Карлемана в формуле (2.10) впервые появилась в работе Голузина и Крылова [9].

ЛИТЕРАТУРА:

1. Фок В.А., Куни Ф.М. О введении «гасящей» функции в дисперсионные соотношения // Докл. АН СССР. Т. 127. №6. С 1195-1198
2. Ярмухамедов Ш. О продолжении решения уравнения Гельмгольца // Доклады академии наук, 1997, Т. 357. №3. С 320-323.
3. Лаврентьев М.М. О некоторых некорректных задачах математической физики. Новосибирск, 1962. 92 с.
4. Carleman T. Les fonctions quasi analytiques. Paris: Gauthier-Villars, 1926. 116 p.
5. Айзенберг Л.А. Формулы Карлемана в комплексной области. Новосибирск: Наука, 1990.
6. Жданов М.С. Аналогии интеграла типа Коши в теории геофизических полей. М.: Наука, 1984. 326 с.
7. Цирульский А. В. О некоторых свойствах комплексного логарифмического потенциала однородной области. – Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1963, № 7, с. 1072 – 1075.
8. Джарбабян М.М. Интегральные преобразования и представления функции в комплексной области, М.Ж Наука, 1966, 671 с.
9. Голузин Г.М., Крылов В.И. Обобщенная формула Карлемана и ее приложение к аналитическому продолжению функций. Математический сборник 1933. Т.40, №2. С.144-149.

FUNKSIONAL TENGLAMAGA KELITIRILADIGAN SPEKTRAL MASALALAR

*Husenova Jasmina To‘lqinovna,
Buxoro davlat universiteti talabasi*

*Maqolada keltirilgan tadqiqot ishi Buxoro davlat universiteti
Matematik analiz kafedrasi mudiri, f.-m.f.f.d. (PhD),
dotsent E.B.Dilmurodov rahbarligida bajarilgan va nashrga tavsiya qilingan.*

Annotatsiya. Ushbu maqola uchta bo‘limdan, xulosa va adabiyotlar ro‘yxatidan iborat. Birinchi bo‘lim maqolaning kirish qismi hisoblanadi. Ikkinchi bo‘limda funksional tenglamalar va ularni yechish usullari haqida ayrim mulohazalar bayon qilingan. Uchinchi bo‘lim – maqolaning asosiy qismi bo‘lib, unda funksional fazoda ta’sir qiluvchi chiziqli operatorning spektrini va rezolventa operatorini aniqlash masalasi funksional tenglamani yechish masalasi keltirilgan.

Kalit so‘zlar: funksional fazo, chiziqli operator, spektr, rezolventa operatori, xos qiymat, xos funksiya, karralik.

СПЕКТРАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ, ПРИВОДИМЫЕ В ФУНКЦИОНАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ

Аннотация. Статья состоит из трёх разделов, заключения и списка использованной литературы. Первая часть – введение к статье. Во второй части изложены некоторые сведения о функциональных уравнениях и методах их решения. Третий раздел представляет собой основную часть статьи, в которой задача определения спектра и резольвентного оператора линейного оператора, действующего в функциональном пространстве, приведена к задаче решения функционального уравнения.

Ключевые слова: функциональное пространство, линейный оператор, спектр, резольвентный оператор, собственное значение, собственная функция, кратность.

SPECTRAL PROBLEMS INVOLVED IN THE FUNCTIONAL EQUATION

Abstract. This article consists of three sections, a conclusion and a list of references. The first part is the introduction of the article. In the second part, some information about functional equations and their solution methods are presented. The third section is the main part of the article, in which the problem of determining the spectrum and the resolvent operator of the linear operator acting in the functional space is reduced to the problem of solving the functional equation.

Keywords: functional space, linear operator, spectrum, resolvent operator, eigenvalue, eigenfunction, multiplicity.

Kirish. Operatorlar nazariyasida chiziqli operatorning spektri tushunchasi eng muhim tushunchalardan biridir [1]. Chiziqli operator spektrini o‘rganish matematik fizika uchun muhimdir. Masalan, kvant mexanikasida sistema Hamiltoniani – bu Hilbert fazosidagi o‘z-o‘ziga qo‘shma operatordir, uning spektrini o‘rganish uchun muhimdir. Funksional analiz kursida chiziqli operatorning spektri tushunchasi dastlab chekli o‘lchamli fazoda, keyin esa cheksiz o‘lchamli chiziqli fazoda ta’sir qiluvchi chiziqli operator uchun kiritiladi. Chekli o‘lchamli fazolarda chiziqli operatorning xos qiymatlari to‘plamiga operatorning spektri deyiladi. Umuman olganda, chekli o‘lchamli fazolarda spektr termini kam ishlatiladi.

Cheksiz o‘lchamli Hilbert fazosidagi chiziqli, chegaralangan va o‘z-o‘ziga qo‘shma operatorlar uchun muhim spektr va diskret spektr tushunchalari ko‘p tadqiq qilinadigan obyektlardan biri hisoblanadi. Chiziqli operatorning nuqtali va qoldiq spektrlari o‘zaro kesishmaydi. Nuqtali va muhim spektrlar o‘zaro kesishishi mumkin. Muhim spektrni o‘rganishda kompakt qo‘zg‘alishlarda muhim spektrning o‘zgarmasligi haqidagi Veyl teoremasi, ortonormal elementlar qurish bilan bog‘liq Veyl mezoni, xos vektorlar uchun Faddeyev tipidagi tenglama va Fredgolm analitik teoremasidan foydalanish qulay hisoblanadi [2].

Qattiq jismlar fizikasi [3], statistik fizika [4], shuningdek, panjaraviy maydon nazariyasida [5] soni saqlanadigan va soni saqlanmaydigan zarrachalar sistemasiga mos model operatorlarning muhim va diskret spektrlarini hisoblash bilan bo‘liq masalalar ko‘p uchraydi. Soni saqlanadigan zarrachalar sistemasiga mos energiya operatorlari bu standart yoki diskret Shryodinger operatorlari [6,7] hamda ular tipidagi model

operatorlaridir [8,9]. Soni saqlanmaydigan chekli sondagi zarrachalar sistemasiga mos energiya operatori esa bu chekli tartibli blok operatori matrisa ko‘rinishidagi operatorlardir [10,11]. Bunday turdagi operatorlar xos funksiyalari uchun Faddeyev va Vaynberg tenglamalarini hamda ularning simmetrik variantlarni qurishda [12] ko‘p hollarda funksional tenglamalarni tahlil qilishga to‘g‘ri keladi. Shu nuqtayi nazardan maqolada qaralayotgan masala dolzarb hisoblanadi.

Funksional fazolar va funksional tenglamalar. Funksiyalardan tashkil topgan to‘plamga funksional to‘plam deyiladi. Bunday fazolarga misollar keltiramiz: $C[a; b] - [a; b]$ kesmada aniqlangan barcha uzluksiz funksiyalar to‘plami, $L_2[a; b] - [a; b]$ kesmada aniqlangan kvadrati bilan integrallanuvchi funksiyalar to‘plami, $M[a; b] - [a; b]$ kesmada aniqlangan barcha chegaralangan funksiyalar to‘plami funksional to‘plamlardir. Agar funksional to‘plamda berilgan tenglamada izlanayotgan noma‘lum funksiyadan iborat bo‘lsa bu tenglamaga funksional tenglama deyiladi.

Quyidagi tenglamalar funksional tenglamalarga eng sodda misollar bo‘la oladi: juftlik tenglamasi; davriylik tenglamasi; additivlik tenglamasi va boshqalar. Ba‘zi “mashhur” funksional tenglamalarga misol sifatida Koshi tenglamasini, kvadratik tenglama yoki parallelogramm qoidasini, Yensen tenglamasini, Lobachevskiy tenglamasini, Dalamber tenglamasini aytish mumkin.

Funksional tenglamalarning muhim turlaridan biri bu chiziqli integral tenglamalar hisoblanadi. Bunday tenglamalarda odatda noma‘lum funksiya integral belgisi ostida qatnashadi. Chekli o‘lchamli qo‘zg‘alishga ega Fridriks modelining spektri va rezolventasini aniqlashda hamda Fredgolm determinantini qurishda, panjaradagi uch zarrachali sistema Hamiltoniani va unga mos model operatorlarni xos funksiyalari uchun Faddeyev tipidagi va Vaynberg tipidagi integral tenglamalar sistemasini qurishda chiziqli integral tenglamalar nazariyasi usullaridan foydalanish juda qulaydir.

Chiziqli operatorlar nazariyasining funksional tenglamaga keltiriladigan ayrim masalalari. Ushbu bo‘limda oliy ta‘lim muassasalarida Funksional analiz kursini o‘qitishda uchraydigan ayrim masalalarga to‘xtalamiz.

1-masala. $L_2[a; b]$ funksional fazoda (Hilbert fazosida)

$$(T_1 f)(x) = v_1(x) \int_a^b v_1(t) f(t) dt$$

integral operatorni qaraymiz. Bu yerda $v_1(\cdot) - [a; b]$ kesmada aniqlangan haqiqiy qiymatli uzluksiz funksiya. Berilgan T_1 operator $L_2[a; b]$ Hilbert fazosida chiziqli, chegaralangan va o‘z-o‘ziga qo‘shma operator ekanligi tegishli ta‘riflardan foydalanib tekshiriladi.

T_1 operatorning spektrini topish masalasi $T_1 f = z f$ funksional tenglamani yechish orqali hal qilinadi. $T_1 f = 0$ funksional tenglama cheksiz sondagi chiziqli bog‘lanmagan yechimlarga ega. Shu sababli $z = 0$ soni T_1 operator uchun cheksiz karrali xos qiymat bo‘ladi. Masalan, $a = -\pi$, $b = \pi$ va $v_1(x) = x$ bo‘lgan holda $f_n(x) = x^{2n}$, $n = 1, 2, \dots$ funksiyalar $T_1 f = 0$ funksional tenglamaning chiziqli bog‘lanmagan yechimlari bo‘ladi.

T_1 operatorning nolmas xos qiymatlarini topish uchun $T_1 f = z f$ funksional tenglama yechiladi hamda $z = \|v_1\|^2$ ekanligi aniqlanadi.

2-masala. $L_2[a; b]$ funksional fazoda

$$(T_2 f)(x) = v_1(x) \int_a^b v_1(t) f(t) dt + v_2(x) \int_a^b v_2(t) f(t) dt$$

integral operatorni qaraymiz. Bu yerda $v_k(\cdot)$, $k = 1, 2 - [a; b]$ kesmada aniqlangan haqiqiy qiymatli uzluksiz funksiyalar.

$T_2 f = 0$ funksional tenglamani yechish orqali $z = 0$ soni T_2 operator uchun cheksiz karrali xos qiymat ekanligi ko‘rsatiladi. Masalan, $a = -\pi$, $b = \pi$ va $v_1(x) = x$, $v_2(x) = x^3$ bo‘lgan holda $f_n(x) = x^{2n}$, $n = 1, 2, \dots$ funksiyalar $T_2 f = 0$ funksional tenglamaning chiziqli bog‘lanmagan yechimlari bo‘ladi.

T_2 operatorning nolmas xos qiymatlarini topish uchun $T_2 f = z f$ funksional tenglama yechiladi. Oxirgi tenglama kvadrat tenglamaga keltiriladi hamda uni yechish orqali T_2 operatorning ikkita nolmas xos qiymatlari aniqlanadi.

3-masala. $L_2[a; b]$ funksional fazoda

$$(T_m f)(x) = v_1(x) \int_a^b v_1(t) f(t) dt + v_2(x) \int_a^b v_2(t) f(t) dt + \dots + v_m(x) \int_a^b v_m(t) f(t) dt$$

integral operatorni qaraymiz. Bu yerda $v_k(\cdot)$, $k = 1, 2, \dots, m - [a; b]$ kesmada aniqlangan haqiqiy qiymatli uzluksiz funksiyalar. Odatda T_m operatorga m o'lichamli Fredgolm integral operatori deyiladi.

$T_m f = 0$ funksional tenglamani yechish orqali $z = 0$ soni T_m operator uchun cheksiz karrali xos qiymat ekanligi ko'rsatiladi. Masalan, $a = -\pi$, $b = \pi$ va $v_1(x) = x$, $v_2(x) = x^3, \dots, v_m(x) = x^{2m+1}$ bo'lgan holda $f_n(x) = x^{2n}$, $n = 1, 2, \dots$ funksiyalar $T_m f = 0$ funksional tenglamaning chiziqli bog'lanmagan yechimlari bo'ladi. T_m operatorning nolmas xos qiymatlarini topish uchun $T_m f = z f$ funksional tenglama yechiladi. Oxirgi tenglama m -darajali algebraik tenglamaga keltiriladi hamda uni yechish orqali T_m Fredgolm integral operatorining m ta nolmas xos qiymatlari aniqlanadi. T_m o'z-o'ziga qo'shma ekanligidan bu xos qiymatlarning haqiqiy son ekanligi kelib chiqadi.

4-masala. $L_2[0; \pi]$ Hilbert fazosida

$$(T_0 f)(x) = \int_0^\pi K(x, t) f(t) dt$$

integral operatorni qaraymiz. Bu yerda $K(\cdot, \cdot)$ funksiya

$$K(x, y) = \begin{cases} \sin x \cos y, & \text{agar } 0 \leq x \leq y \leq \pi \\ \sin y \cos x, & \text{agar } 0 \leq y \leq x \leq \pi \end{cases}$$

tenglik yordamida aniqlangan. Bunday aniqlangan T_0 operator $L_2[0; \pi]$ Hilbert fazosida chiziqli, chegaralangan va o'z-o'ziga qo'shma operator bo'ladi.

[13] adabiyotda funksional tenglama, yanada aniqroq qilib aytganda integral tenglamani yechish usullaridan foydalanib

$$z_k = \frac{2}{(1 + 2k)^2 - 2}, \quad k = 1, 2, \dots$$

sonlari T_0 operatorning xos qiymatlari,

$$f_k(t) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sin\left(\frac{1}{2} + k\right)t$$

normasi 1 ga teng xos funksiyalar bo'lishi isbotlangan.

5-masala. Quyidagi

$$A_1: C[-1; 1] \rightarrow C[-1; 1], \\ (A_1 f)(x) = x f(x) + f(0) x^2$$

operatorning spektri va rezolventasini toping.

Ko'rinib turibdiki A_1 operatorning uzluksiz spektri $[-1; 1]$ kesmadan iborat. Uning $[-1; 1]$ kesmadan tashqarida yotuvchi xos qiymatlarini topish masalasini o'rganamiz. Buning uchun $A_1 f = z f$ funksional tenglamani qaraymiz hamda uni

$$x f(x) + f(0) x^2 = z f(x)$$

yoki

$$(x - z) f(x) + f(0) x^2 = 0 \tag{1}$$

ko'rinishda yozib olamiz. $z \notin [-1; 1]$ bo'lgani bois barcha $x \in [-1; 1]$ nuqtalarda $x - z \neq 0$ munosabat bajariladi hamda oxirgi (1) tenglikdan $f(x)$ funksiya

$$f(x) = -\frac{f(0) x^2}{x - z} \tag{2}$$

shaklda topiladi. $f(x)$ funksiya uchun topilgan (2) ifodada $x = 0$ deb olamiz hamda

$$f(0) = \frac{f(0) 0^2}{z}$$

yoki

$$f(0) = 0$$

ekanligini hosil qilamiz. Demak, (2) tenglikga ko'ra $f(x) = 0$ ekan. Bundan esa A_1 operator $[-1; 1]$ kesmadan tashqarida yotuvchi xos qiymatlarga ega emasligini hosil qilamiz.

Endi A_1 operatorga mos rezolventa operatorini qurish masalasini qaraymiz. Buning uchun har bir $g \in C[-1; 1]$ element uchun

$$(x - z)f(x) + f(0)x^2 = g(x) \quad (3)$$

funksional tenglamani $f(x)$ funksiyaga nisbatan yechamiz. Yuqoridagi kabi $z \notin [-1; 1]$ bo'lgani bois barcha $x \in [-1; 1]$ nuqtalarda $x - z \neq 0$ munosabat bajariladi hamda oxirgi (3) tenglikdan $f(x)$ funksiya

$$f(x) = \frac{g(x) - f(0)x^2}{x - z} \quad (4)$$

kabi aniqlanadi. $f(x)$ funksiya uchun topilgan (4) ifodada $x = 0$ deb olamiz hamda

$$f(0) = \frac{g(0) - f(0)0^2}{-z}$$

yoki

$$f(0) = -\frac{g(0)}{z}$$

ekanligini hosil qilamiz. $f(0)$ uchun topilgan oxirgi ifodani (4) tenglikga qo'yib

$$f(x) = \frac{zg(x) + g(0)x^2}{z(x - z)}$$

tenglikga ega bo'lamiz. Shunday qilib, A_1 operatorga mos $R_z(A_1)$ rezolventa operatori $C[-1; 1]$ fazoda

$$(R_z(A_1)g)(x) = \frac{zg(x) + g(0)x^2}{z(x - z)}$$

tenglik yordamida aniqlanar ekan.

6-masala. Quyidagi

$$A_2: C[-\pi; \pi] \rightarrow C[-\pi; \pi],$$

$$(A_2f)(x) = \sin x f(x) + f(0)\cos x$$

operatorning spektri va rezolventasini toping.

5-masaladagi kabi A_2 operatorning uzluksiz spektri sinus funksiyaning qiymatlari sohasi sifatida $[-1; 1]$ kesmadan iborat bo'ladi. Bu operatorning $[-1; 1]$ kesmadan tashqarida yotuvchi chekli karrali yakkalangan xos qiymatlarini topish masalasini o'rganamiz. Shu maqsadda $A_1f = zf$ funksional tenglamani qaraymiz hamda uni

$$\sin x f(x) + f(0)\cos x = zf(x)$$

yoki

$$(\sin x - z)f(x) + f(0)\cos x = 0 \quad (5)$$

ko'rinishda yozib olamiz. $z \notin [-1; 1]$ bo'lgani bois barcha $x \in [-1; 1]$ nuqtalarda $x - z \neq 0$ munosabat bajariladi hamda oxirgi (5) tenglikdan $f(x)$ funksiya

$$f(x) = -\frac{f(0)\cos x}{\sin x - z} \quad (6)$$

shaklda topiladi. $f(x)$ funksiya uchun topilgan (2) ifodada $x = 0$ deb olamiz hamda

$$f(0) = \frac{f(0)}{z}$$

yoki

$$(z - 1)f(0) = 0$$

ekanligini hosil qilamiz. Demak, (6) tenglikga ko'ra $f(x) = 0$ ekan. Bundan esa A_2 operator $[-1; 1]$ kesmadan tashqarida yotuvchi chekli karrali yakkalangan xos qiymatlarga ega emasligini hosil qilamiz.

Endi A_2 operatorga mos rezolventa operatorini qurish masalasini qaraymiz. Buning uchun har bir $g \in C[-\pi; \pi]$ element uchun

$$(\sin x - z)f(x) + f(0)\cos x = g(x) \quad (7)$$

funksional tenglamani $f(x)$ funksiyaga nisbatan yechamiz. Yuqoridagi kabi $z \notin [-1; 1]$ bo'lgani bois barcha $x \in [-\pi; \pi]$ nuqtalarda $\sin x - z \neq 0$ munosabat bajariladi hamda oxirgi (7) tenglikdan $f(x)$ funksiya

$$f(x) = \frac{g(x) - f(0)\cos x}{\sin x - z} \quad (8)$$

kabi aniqlanadi. $f(x)$ funksiya uchun topilgan (4) ifodada $x = 0$ deb olamiz hamda

$$f(0) = \frac{g(0) - f(0)}{-z}$$

yoki

$$f(0) = \frac{g(0)}{1 - z}$$

ekanligini hosil qilamiz. $f(0)$ uchun topilgan oxirgi ifodani (8) tenglikga qo'yib

$$f(x) = \frac{(1 - z)g(x) + g(0)\cos x}{(1 - z)(\sin x - z)}$$

tenglikga ega bo'lamiz. Shunday qilib, A_2 operatorga mos $R_z(A_2)$ rezolventa operatori $C[-\pi; \pi]$ fazoda

$$(R_z(A_2)g)(x) = \frac{(1 - z)g(x) + g(0)\cos x}{(1 - z)(\sin x - z)}$$

tenglik yordamida aniqlanar ekan.

Xulosa. Ushbu maqola uchta bo'limdan iborat bo'lib, birinchi bo'limda maqolaning kirish qismi yoritilgan. Ikkinchi bo'limda esa, asosan, funksional fazo tushunchasi, funksional tenglamalar va ularni yechish usullari haqida ayrim mulohazalar bayon qilingan. Uchinchi bo'lim – maqolaning asosiy qismi bo'lib, unda funksional fazoda ta'sir qiluvchi chiziqli operator spektrini va mos rezolventa operatorini aniqlash masalasi funksional tenglamalarni yechish usullaridan foydalanib tadqiq qilingan. Ikki turdagi jami oltita masala tahlil qilingan.

ADABIYOTLAR:

1. Abdullayev J.I., G'anixo'jayev R.N., Shermatov M.H., Egamberdiyev O.I. *Funksional analiz va integral tenglamalar. Darslik, Toshkent, ELPRESS, 2013.*
2. М.Рид, Б. Саймон, *Методы современной математической физики. Т. 4. Анализ операторов, Москва: Мир, 1982.*
3. Malishev V.A., Minlos R.A. *Linear infinite-particle operators. Translation of Mathematical Monographs. 143. AMS, Providence, RI, 1995.*
4. Mogilner A.I. *Hamiltonians of solid-state physics at few-particle discrete Schroedinger operators: problems and results. Advances in Sov. Math., 5 (1991), pp. 139-194.*
5. Feriedrichs K.O. *Perturbation of spectra in Hilbert space. AMS, 1965, Providence, Rhole Island.*
6. Sobolev A.V. *The Efimov effect. Discrete spectrum asymptotics. // Commun. Math. Phys., 156 (1993), pp. 127-168.*
7. Albeverio S., Lakaev S.N., Muminov Z.I. *Schroedinger operators on lattices. The Efimov effect and discrete spectrum asymptotics. Ann. Henri Poincare. 5 (2004), pp. 743-772.*
8. Расулов Т.Х. *Асимптотика дискретного спектра одного модельного оператора, ассоциированного с системой трех частиц на решетке. // Теоретическая и математическая физика. 163:1 (2010), С. 34-44.*
9. Бахронов Б.И., Расулов Т.Х., Рехман М. *Условия существования собственных значений трехчастичного решетчатого модельного гамильтониана. // Известия вузов. Математика. 7 (2023), С. 3-12.*
10. Albeverio S., Lakaev S.N., Rasulov T.H. *On the Spectrum of an Hamiltonian in Fock Space. Discrete Spectrum Asymptotics. // Journal of Statistical Physics. 127:2 (2007), pp. 191-220.*
11. Rasulov T.H., Dilmurodov E. *The first Schur complement for a lattice spin-boson model with at most two photons. // Nanosystems: Physics, Chemistry, Mathematics. 14:3 (2023), pp. 304-311.*
12. Расулов Т.Х. *О дискретном спектре одного модельного оператора в пространстве Фока. // Теоретическая и математическая физика. 152:3 (2007), С. 518-528.*
13. Abdullayev J.I., Eshqobilov Yu.X., Ikromov I.A., G'anixo'jayev R.N. *Funksional analiz (misol va masalalar yechish). II qism. O'quv qo'llanma. Toshkent 2016, 227 b.*

PROVING THE CORONA THEOREM FOR $A(z)$ -ANALYTIC FUNCTIONS USING THE
BEZOUT FORMULA IN CASE $n=2$

Boboxonov Sharofiddin Sobirovich,
Basic doctoral (PhD) student, Karshi State University,
Kochabog street, opposite city. 17, 180119, Karshi, Uzbekistan
boboxonovsharofiddin@1993gmail.com.

Annotation. This article shows that H_A^∞ forms a Banach space and proves the Corona theorem for $A(z)$ -analytic functions using the Bezout formula in the case $n=2$. In addition, a lemma on the corona theorem for $A(z)$ -analytic functions is presented. Riemann surface crown theorem fails. Cole's counterexample is constructed using the following connections.

Keywords: Bezout's formula, $A(z)$ -lemniscate, Corona theorem, H_A^∞ algebra, Subalgebras, Subalgebras of H^∞ , Ideals, Blaschke products.

$A(z)$ -ANALYTIK FUNKSIYALAR UCHUN KORONA TEOREMASINI $n=2$ HOLDA
BEZOUT FORMULASI YORDAMIDA ISBOTLASH

Annotatsiya. Ushbu maqolada H_A^∞ ning Banax fazosini tashkil etishi va $A(z)$ –analitik funksiyalar uchun Korona teoremasini $n = 2$ holda Bezu formulasi yordamida isbotlash ko'rsatilgan. Bundan tashqari $A(z)$ –analitik funksiyalar uchun corona teoremasiga doir lemma ko'rsatilgan. Riemann sirtining toj teoremasi ishlamaydi. Koulning qarshi misoli quyidagi aloqalar yordamida qurilgan.

Kalit so'zlar: Bezout formulasi, $A(z)$ –lemniskata, Corona teoremasi. H_A^∞ –algebra, Subalgebralari, H^∞ subalgebralari, Ideals, Blaschke mahsulotlari.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ТЕОРЕМЫ КОРОНЫ ДЛЯ $A(z)$ -АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ С
ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ФОРМУЛЫ БЕЗУ В СЛУЧАЕ $n=2$

Аннотация. В этой статье показано, что H_A^∞ образует банахово пространство, и доказывается теорема Корона для $A(z)$ -аналитических функций с использованием формулы Безу в случае $n=2$. Кроме того, показана лемма о теореме о короне для $A(z)$ -аналитических функций. Теорема о короне римановой поверхности не работает. Контрпример Коула построен с использованием следующих связей.

Ключевые слова. Формула Безу, $A(z)$ лемнискатная, H_A^∞ –алгебра, субалгебры, субалгебры в H^∞ , идеалы, продукты Бляшке.

Introduction. In mathematics, the crown theorem is a result about the spectrum S of a bounded holo. The morp hic functions on the disk D were conjectured by Kakutani (1941) and proved by Lennart. Carlson (1962) in his article [3]. The Corona issue prompted the question the density of the open unit disc is bounded in the maximal ideal space $H^\infty(D)$ of the algebra D . Holomorphic functions in D have attracted many mathematicians to solve this problem in different ways and in different contexts. In the mid-1960s, Edgar Lee Stout [4] and Norman Alling [4] proved the crown theorem to be true on finitely connected Riemann surfaces. By in contrast, Brain Cole [4] provided an example of an infinitely connected Riemann surface crown theorem fails.

Cole's counterexample is constructed using the following connections. Measures and intervals representing the same algebras. Kenneth Hoffman around the same time [4] showed that there is a significant analytic structure in the fiber of the maximal ideal space $H^\infty(D)$. In this article, the properties of the ideals of the algebra of bounded analytic functions are studied. The first part is devoted to the problems of real interpolation of spaces formed as a result of the intersection of ideals, and in a more general situation , modules over closed subalgebras of the algebra $L^\infty(\mu)$ in the w^* topology. As an example of spaces for

which the methods of this work give interpolation results (partly new, partly known), we can cite spaces that are co-invariant with respect to the action of the shift operator, and Hardy spaces on a two-dimensional torus. In the course of the research, the possibilities of using modifications of two methods that have become standard in the theory of real interpolation are being studied.

These methods are Calderon—Sigmund decomposition and analytical slicing functions. The second chapter also explores the real interpolation of weight spaces that are coinvariant with respect to the shift operator. The third chapter is devoted to solving the ideal problem (or the Bezout equation) for bounded analytic functions taking values in a Banach lattice. sequences satisfying some additional constraints. An example of such a lattice is the space l^p at $p \in [1, \infty)$. In [4], Lars Hormander presented a new method for studying the corona problem. He is the first Solutions to the Beltrami equation:

$$\bar{D}_A f(z) = \frac{\partial f(z)}{\partial \bar{z}} - A(z) \frac{\partial f(z)}{\partial z} = 0 \tag{1}$$

is directly related to quasi-conformal mappings.

In general, with respect to function $A(z)$, it is assumed that it is measurable and $|A(z)| \leq c < 1$ almost everywhere in the field under consideration.

Then function $\psi(z, \xi) = z - \xi + \int_{\gamma(\xi, z)} \bar{A}(\tau) d\tau \in O_A(D)$ performs an internal mapping where

$\gamma(\xi, z)$ — is a smooth curve connecting the points $\xi, z \in D$. In particular, the set $L(a, r) = \{z \in D : |\psi(a, z)| < r\}$ is an open set in D . For sufficiently small $r > 0$ it compactly belongs to D and contains a point a . This set is called a $A(z)$ —lemniscate, centered at point a and denoted as $L(a, r)$ (see [7]).

Let us denote by H_A^∞ the class of $A(z)$ —functions, analytical and bounded in $L(a, r)$ lemniscate $f \in H_A^\infty$. For the norm condition, it is expressed as follows:

$$\|f\|_{H_A^\infty} = \sup_{|\psi(z, a)| < r} |f(z)| < \infty. \tag{2}$$

Therefore, $1 < q < p < \infty$, with $H_A^\infty \subset H_A^p \subset H_A^q \subset H_A^1$. The space H_A^∞ is a Banach algebra over \mathbb{C} , because if $f, g \in H_A^\infty$ then $f \cdot g \in H_A^\infty, \|f \cdot g\|_\infty \leq \|f\|_\infty \cdot \|g\|_\infty$.

Proof. a) If the functions f and g are $A(z)$ -analytic in the field D , their product is also $A(z)$ -analytic. Based on the property of the analytic function.

$$f \cdot g \in H_A^\infty, \tag{3}$$

$$b) \|f\|_{H_A^\infty} = \sup_{|\varphi(z, a)| < r} |f(z)| < \infty, \|g\|_{H_A^\infty} = \sup_{|\varphi(z, a)| < r} |g(z)| < \infty,$$

$$\|fg\|_{H_A^\infty} = \sup_{|\varphi(z, a)| < r} |f(z)g(z)| \leq \sup_{|\varphi(z, a)| < r} |f(z)| \cdot \sup_{|\varphi(z, a)| < r} |g(z)| = \|f\|_{H_A^\infty} \cdot \|g\|_{H_A^\infty}$$

originates. From this

$$\|fg\|_{H_A^\infty} \leq \|f\|_{H_A^\infty} \cdot \|g\|_{H_A^\infty} \tag{4}$$

the inequality is proved. Now we will show the corona theorem for $A(z)$, -analytic functions in case $n = 2$.

If f_1, f_2 is a function of H_A^∞ such that

$$\|f\|_{H_A^\infty} \leq 1, \tag{5}$$

$$\max_{1 \leq j \leq 2} |f_j(z)| \geq \delta > 0, \quad z \in L(a, r) \tag{6}$$

Then f_1, f_2 does not lie in any maximal ideal of algebra H_A^∞ .

This means that the ideal generated by functions f_1, f_2 contains a constant, 1 so that in H_A^∞ there are functions g_1, g_2 for which

$$f_1 g_1 + f_2 g_2 = 1 \quad (7)$$

In fact, the formally stronger statement is true.

In fact, a formally stronger statement is true. Functions g_1, g_2 allow an estimate that depends only on the number of functions $n = 2$ and the value δ of (7). However, this statement is stronger only in appearance, it is equivalent to the corona theorem:

Theorem.1 There is a constant $C(\delta)$ such that for any functions $f_1, f_2 \in H_A^\infty$ satisfying inequalities (5) and (6), there will be functions $g_1, g_2 \in H_A^\infty$ satisfying condition (7) and such that

$$\|g_j\|_{H_A^\infty} \leq C_1(\delta), \quad (8)$$

where $1 \leq j \leq 2$

We will call f_1, f_2 data g_1, g_2 solutions of the corona problem. Due to the theory of normal families, it is sufficient to find solutions with estimate (8) for f_1, f_2 $A(z)$ -analytic functions in the vicinity of the set $\overline{L(a, r)}$.

Theorem 2. If $f_1, f_2, \dots, f_n \in H_A^\infty$ let's do it $\|f_k\| \leq 1$ va $k = 1, \dots, n$ is positive for the number ∂ found $\sup_k |f_k(z)| > \partial$ for all $z' z \in L(a, r)$. Then there is a number $M(\partial, n)$ that depends only on ∂, n

$$f_1 g_1 + f_2 g_2 + \dots + f_n g_n = 1 \quad (9)$$

in lemniscata $L(a, r)$.

Here $g_1, g_2, \dots, g_n \in H_A^\infty$ satisfies the following condition $\|g_k\|_\infty \leq M(\partial, n)$.

We prove and analyze in case $n = 2$.

Before proving the main theorem in this section, Walter Rudin's Real and Complex Analysis We include the following lim from the third edition.

Lemma 1. If $f_1(z), f_2(z), \dots, f_n(z)$ are complex functions of one variable in the field D , then the sum S is empty for $\{1, 2, 3, \dots, N\}$ will not be. the following is valid for all $z \in D$

$$|\sum_{k \in S} f_k(z)| \geq \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n |f_k(z)|. \quad (10)$$

Theorem 3. Let the functions $f_1(z), f_2(z), \dots, f_n(z)$ be given in H_A^∞ and the following conditions are fulfilled theorem 1 we

$$|f_1| + |f_2| + \dots + |f_n| > \partial > 0$$

D . in the field. In the field D , such a sum S is for all $z, z \in D$ in $\{1, 2, 3, \dots, N\}$

$$\sum_{k \in S} f_k(z) \neq 0. \quad (11)$$

Theorem 3. Let the functions $f_1(z), f_2(z), \dots, f_n(z)$ be given in H_A^∞ and let the corona theorem satisfy Bezout's formula. In that case, $g_1, g_2, \dots, g_n \in H_A^\infty$ are found, and we prove that for

$$f_1 g_1 + f_2 g_2 + \dots + f_n g_n = 1. \quad (12)$$

We prove for the case $n = 2$ $g_1, g_2 \in H_A^\infty$ is easy to find if for all $z \in D$

$$G(z) = f_1(z) + f_2(z) \neq 0.$$

Then for every k

$$g_k(z) = \frac{1}{G(z)}, \quad k = 1, 2$$

therefore, $g_k(z)$, is analytic in D - domain and

$$f_1 g_1 + f_2 g_2 = 1. \quad (13)$$

Otherwise, according to Theorem 1, there exists a subset of S of $\{1, 2\}$.

Then for every k . Every for $z \in D$

$$G(z) = \sum_{k \in S} f_k(z) \neq 0.$$

In this case, we perform the following action and replace it

$$g_k(z) = \frac{1}{g(z)}, \quad k = 1, 2.$$

For each $k \in S$ and $g_k(z) = 0$, the $g_k(z)$ analytic functions $k \in S$ in $k \in S$ are bounded in the domain D corresponding to $\{k \in 1, 2\}$.

In addition,

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^N f_k(z) g_k(z) &= \sum_{k \in S} f_k(z) g_k(z) + \sum_{k \in \bar{S}} f_k(z) g_k(z) = \\ &= \sum_{k \in S} f_k(z) g_k(z) = 1. \end{aligned} \tag{14}$$

The theorem is proved.

The corona problem is an important part of classical function theory. Current paper provides the first positive result with a simple proof without using any of the developed methods creating solutions to the corona problem. It also provides information on how to extend the result complex from one variable to multiple variables.

REFERENCES:

1. Brett D. Wick. *The Corona Problem, lecture notes generated for the CIMPA Summer School May 2 - 13, 2011.*
2. Bojarski, *Homeomorphic solutions of the Beltrami systems, Dokl. Akad. Nauk USSR, 102, 661-664, 1955 (in Russian).*
3. L. Carleson. *Interpolations by Bounded Analytic Functions and the Corona Problem, // Annals of Mathematics, Volume 76, No. 3, (1962).*
4. P. Koosis, *Introduction to H^p Spaces, United Kingdom, Cambridge University Press, 1998.*
5. E.V. Arbuzov, *The Cauchy problem for second-order elliptic systems on the plane. // J. Siberian Math., 44(1), 2003, p. 3-20.*
6. T.W. Gamelin *The Algebra of Bounded Analytic Functions, // Bulletin of the American Mathematical Society, Volume 79, Number 6, November 1973.*
7. Sadullaev, N.M. Zhabborov, *On a class of A -analytic functions. // Jour. Sib. Fed. Univ. Math. 9(3), (2016), p. 374-383.*

О ПРОДОЛЖЕНИИ МАГНИТНОГО ПОТЕНЦИАЛА В ДВУМЕРНОЙ
ОГРАНИЧЕННОЙ ОБЛАСТИ

Сатторов Эрмамат Норкулович,
Узбекско-Финский педагогический институт
Актамов Хусан Санакулович,
Узбекско-Финский педагогический институт
Sattorov-e@rambler.ru

Аннотация. В работе рассматривается задача продолжения магнитного потенциала в двумерной ограниченной области.

Ключевые слова: интегральная формула Коши, формула Карлемана, магнитное поле.

ON THE CONTINUATION OF MAGNETIC POTENTIAL IN A TWO-DIMENSIONAL
BOUNDED DOMAIN

Abstract. The paper considers the problem of continuation of the magnetic potential in a two-dimensional bounded domain, based on the Carleman-Yarmukhamedov function method.

Key words: Cauchy integral formula, Carleman formula, magnetic field.

IKKI O'LCHOVLI CHEGARALANGAN SOHADA MAGNIT POTENTIALNI DAVOM
ETTIRISH TO'G'RISIDA

Annotatsiya. Maqolada Karleman-Yarmuxamedov funksiya usuliga asoslangan ikki o'lchovli chegaralangan sohada magnit potentsialni davom ettirish masalasi qaraladi.

Kalit so'zlar: Koshining integral formulasi, Karleman formulasi, magnit maydon.

Интегральная формула Коши для магнитного потенциала. Замечательные успехи в теоретическом анализе плоских задач магнитометрии достигнуты за счёт представления магнитного поля в виде контурного интеграла в комплексной плоскости – интегралов типа Коши [1]. С помощью этого представления удалось построить удобные численные алгоритмы решения прямой двумерной задачи [2], полностью изучить вопрос об аналитическом продолжении внешних полей в области, занятой массами, и расположении особых точек поля [3-5], исследовать условия единственности решения плоской обратной задачи [6], а также решить ряд других принципиальных вопросов теории плоского геопотенциального поля.

Пусть область Ω заполнена намагниченными массами с интенсивностью намагничения $\vec{I}(x, y) = (I_x(x, y), I_y(x, y))$. Плотность дипольных моментов соответствующего двумерного поляризованного источника при этом, известно, равна:

$$\vec{m}(x, y) = 4\pi\vec{I}(x, y).$$

Соответственно, комплексная поляризация источника записывается в виде:

$$\mu(\zeta) = 4\pi I_x(x, y) + 4\pi i I_y(x, y) = 4\pi I(\zeta), \quad (1.1)$$

где $I(\zeta)$ – комплексная интенсивность намагничения магнитных масс, заполняющих область Ω . Комплексную напряжённость $H(\zeta)$ плоского магнитного поля $\vec{H}(x, y) = (H_x(x, y), H_y(x, y))$: потенциал

$$H(\zeta) = -H_x(x, y) + i H_y(x, y) = 2 \iint_{\Gamma} \frac{I(\zeta)}{(\zeta - z)^2} dS. \quad (1.2)$$

Комплексный магнитный потенциал $W(z)$ для однородной намагниченности тела записывается следующим образом [7, с. 61]:

$$W(z) = \begin{cases} -\frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{2\pi I_0 \bar{\zeta}}{\zeta - z} d\zeta, & z \notin \bar{\Omega}, \\ 2\pi I_0 \bar{z} - \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{2\pi I_0 \bar{\zeta}}{\zeta - z} d\zeta, & z \in \Omega, \end{cases} \quad (1.3)$$

где $I_0 = const$. Формулы (1.3) можно объединить в единое выражение:

$$W(z) = -iI_0 \int_{\partial\Omega} \frac{\bar{\zeta} - \bar{z}}{\zeta - z} d\zeta = iI_0 \int_{\partial\Omega} \exp(-2i \arg(\zeta - z)) d\zeta. \quad (1.4)$$

Формула Карлемана для магнитного потенциала в однородной области.

$x = (x_1, x_2), y = (y_1, y_2)$ - точки двумерного вещественно евклидова пространства R^2 ,

$x' = (x_2), y' = (y_2) \in R, \alpha^2 = |y_2 - x_2|^2, \alpha^2 = s, (y_1 - x_1)^2 + \alpha^2 = |y - x|^2 = r^2$

$$\tau = tg \frac{\pi}{2\rho}, \tau_1 = \sin \frac{\pi}{2\rho}, \rho > 1, \partial G_\rho = \{y : |y_2| = \tau y_1, y_1 > 0\}, \bar{G} = G_\rho \cup \partial G_\rho,$$

ε - достаточно малое постоянное положительное число, $G_\rho^\varepsilon = \{y : |y_2| < \tau(y_1 - \varepsilon)\}$,

$\partial G_\rho^\varepsilon = \{y : |y_2| = \tau(y_1 - \varepsilon)\}, \bar{G}_\rho^\varepsilon = G_\rho^\varepsilon \cup \partial G_\rho^\varepsilon, C$ - комплексная плоскость, $\zeta = y_1 + iy_2$,

$\omega_2 = 2\pi$ - длина единичной окружности в R^2, Ω_ρ - ограниченная односвязная отрезком область в R^2 с границей $\partial\Omega_\rho$, состоящей из отрезки лучей с общим началом $T = \partial G_\rho$ и гладкого куска поверхности S , лежащего в угла G_ρ . Случай $\rho = 1$ предельный. В этом случае ∂G_1 - отрезок $a \leq y_2 \leq b$ и гладкой дуги кривой лежащей полуплоскости $y_1 > 0$.

В области Ω_ρ справедлива обобщённая интегральная формула Коши (1.4) если в качестве ядра взять целую функцию Миттаг-Леффлера $E_\rho(\sigma w) \cdot \frac{1}{\zeta - z}$, $w = i\sqrt{u^2 + s} + y_1 - x_1$,

$$K(0) = E_\rho(0) = 1, \text{ здесь } E_\rho(w) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{w^n}{\Gamma(1 + \frac{n}{\rho})} \text{ -целая функция Миттаг-Леффлера, } \rho > 0,$$

$w \in C, E_1(w) = e^w$, где Γ -гамма- функция Эйлера. Всюду в дальнейшем будем предполагать, что $\rho > 1$. для которой приводим интегральное представление ([8] гл. 3, § 2). Число β выберем с

условием $\frac{\pi}{2\rho} < \beta < \frac{\pi}{\rho}, \rho > 1$. Обозначим через $\gamma_\varepsilon(\beta)$ контур в комплексной плоскости w ,

пробегаемый в направлении не убывания $\arg w$ и состоящий из следующих частей:

1) луч $\arg w = -\beta$,

2) дуга $-\beta \leq \arg w \leq \beta$ окружности $|w| = \varepsilon, 0 < \varepsilon < 1$, 3) луч $\arg w = \beta$. Контур $\gamma_\varepsilon(\beta)$

разбивает комплексную плоскость w на две неограниченные односвязные области Ω_ρ^- и Ω_ρ^+ , лежащие соответственно слева и справа от $\gamma_\varepsilon(\beta)$. Положим

$$\psi_\rho(w) = \frac{\rho}{2\pi i} \int_{\gamma_\varepsilon(\beta)} \frac{\exp \zeta^\rho}{\zeta - w} d\zeta, \psi_\rho'(w) = \frac{\rho}{2\pi i} \int_{\gamma_\varepsilon(\beta)} \frac{\exp \zeta^\rho}{(\zeta - w)^2} d\zeta. \quad (2.1)$$

Тогда

$$E_\rho(w) = \begin{cases} \rho \exp(w^\rho) + \psi_\rho(w), & w \in \Omega_\rho^+, \\ \psi_\rho(w), & w \in \Omega_\rho^-, \end{cases} \quad (2.2)$$

$$E'_\rho(w) = \psi'_\rho(w), \quad w \in \Omega_\rho^-.$$

Так как $E_\rho(w)$ вещественно при вещественном w , имеем:

$$\operatorname{Re} \psi_\rho(w) = \frac{\psi_\rho(w) + \psi_\rho(\bar{w})}{2} = \frac{\rho}{2\pi i} \int_{\gamma_\varepsilon(\beta)} \frac{\exp(\zeta^\rho)(\zeta - \operatorname{Re} w)}{(\zeta - w)(\zeta - \bar{w})} d\zeta, \quad (2.3)$$

$$\operatorname{Im} \psi_\rho(w) = \frac{\psi_\rho(w) - \psi_\rho(\bar{w})}{2i} = \frac{\operatorname{Im} w}{2\pi i} \int_{\gamma_\varepsilon(\beta)} \frac{\exp(\zeta^\rho)}{(\zeta - w)(\zeta - \bar{w})} d\zeta, \quad (2.4)$$

$$\operatorname{Im} \frac{\psi_\rho(w)}{\operatorname{Im} w} = \frac{\rho}{2\pi i} \int_\gamma \frac{2 \exp(\zeta^\rho)(\zeta - \operatorname{Re} w)}{(\zeta - w)^2 (\zeta - \bar{w})^2} d\zeta. \quad (2.5)$$

Всюду в дальнейшем в определении контура $\gamma(1, \beta)$ будем брать $\beta = \frac{\pi}{2\rho} + \frac{\varepsilon_2}{2}$, $\rho > 1$.

Ясно, что если

$$\frac{\pi}{2\rho} + \varepsilon_2 \leq |\arg w| \leq \pi, \quad (2.6)$$

то $w \in \Omega_\rho$ и $E_\rho(w) = \psi_\rho(w)$.

Теорема. Пусть область Ω_ρ однородной намагниченности, т.е. комплексная интенсивность намагничения магнитных масс $I_0 = \text{const}$. Комплексный магнитный потенциал $W(z)$ функция, голоморфная в области Ω_ρ в комплексной плоскости $\zeta = y_1 + iy_2$ принадлежит классу $C(\bar{\Omega}_\rho)$. Тогда для любой точки $z = x_1 + ix_2 \in \Omega_\rho$ справедлива формула Карлемана:

$$W(z) = iI_0 \lim_{\sigma \rightarrow \infty} \int_S E_\rho[\sigma(\zeta - z)] \frac{\bar{\zeta} - \bar{z}}{\zeta - z} d\zeta, \quad (2.7)$$

сходимость равномерна на каждом компакте из Ω_ρ .

Доказательство. При условии теоремы для любой $z \in \Omega_\rho$ справедлива формула Коши (1.4)

$$W(z) = iI_0 \int_{\partial\Omega_\rho} E_\rho[\sigma(\zeta - z)] \frac{\bar{\zeta} - \bar{z}}{\zeta - z} d\zeta, \quad \sigma \geq 0, E_\rho(\sigma) = 1. \quad (2.8)$$

Покажем, что при

$$\zeta \in C / G_\rho(\zeta : |y_2| \geq \tau y_1), \quad z \in K \subset G_\rho^\varepsilon(|x_2| \leq \tau(x_1 - \varepsilon), \varepsilon > x_1)$$

где K произвольный компакт в Ω_ρ , для $E_\rho(w)$ справедливы неравенства:

$$\left| E_\rho(w) \right| \leq \frac{M_1}{1 + |w|}, \quad \left| E'_\rho(w) \right| \leq \frac{M_2}{1 + |w|^2}, \quad (2.9)$$

в которых $w = \sigma(\zeta - z)$, $|w| = \sigma|\zeta - z| \geq \sigma\varepsilon\tau_1$ (расстояние компакта до ∂G_ρ не меньше $\varepsilon\tau_1$),

где

M_1, M_2 - постоянные, не зависящие от w . С этой целью преобразуем разность

$$\tau\zeta - \tau z = \delta y_1 - \tau x_1 + \tau\delta(y_2 - x_2) = |y_2 - x_2| \left(\pm i\tau + \frac{\delta y_1 - \delta x_2}{|y_2 - x_2|} \right), \quad y_2 = x_2.$$

Так как

$$\frac{\tau_1 y_1 - \delta x_1}{|y_2 - x_2|} \leq \frac{|y_2| - |x_2| - \delta \varepsilon}{|y_2 - x_2|} \leq 1 - \varepsilon_1$$

и

$$\arg(1 \pm i\delta) = \arg\left(1 + i \operatorname{tg} \frac{\pi}{2\rho}\right) = \frac{\pi}{2\rho}, \left| \arg\left(a + i \operatorname{tg} \frac{\pi}{2\rho}\right) \right| > \frac{\pi}{2}$$

при

$$a < 1 \text{ и } \arg(\zeta - z) = \arg \tau(\zeta - z), (\delta > 0) \text{ то } \left| \arg \sigma(\zeta - z) \right| \geq \frac{\pi}{2\rho} + \varepsilon_2, \sigma > 0.$$

В этих условиях из (2.1) имеем $E_\rho(w) = \psi_\rho(w)$, $w = \sigma(\zeta - z)$, $\beta = \frac{\pi}{2\rho} + \frac{\varepsilon_1}{r}$.

Следовательно, при $\zeta \in \partial\Omega_\rho \setminus S$, $z \in K \subset \Omega_\rho$ для $E_\rho(w)$ имеет место неравенство (2.9), где $|w| \geq \sigma \tau_1 \varepsilon$ если $y_2 = x_2$, то $\operatorname{Re}(\zeta - z) < 0$ и неравенства (2.3) имеет место. Теперь в формуле Коши (2.8) устремим σ бесконечности, тогда интеграл по части $\partial\Omega_\rho \setminus S$ границы $\partial\Omega_\rho$ исчезает и получаем формулу (2.7). Теорема доказана.

Следствие. При условии теоремы справедливо формула:

$$W(z) = iI_0 \int_0^\infty J(z, \sigma) d\sigma + iI_0 \int_S \frac{\bar{\zeta} - \bar{z}}{\zeta - z} d\zeta, \quad (2.10)$$

где

$$J(z, \sigma) = iI_0 \int_S E_\rho'[\sigma(\zeta - z)] (\bar{\zeta} - \bar{z}) d\zeta. \quad (2.11)$$

Доказательство следует из равенства:

$$\lim_{\sigma \rightarrow \infty} \psi(\sigma) - \psi(0) = \int_0^\infty \frac{d\psi(\sigma)}{d\sigma} d\sigma \quad (2.12)$$

где

$$\psi(\sigma) = iI_0 \int_S E_\rho[\sigma(\zeta - z)] \frac{\bar{\zeta} - \bar{z}}{\zeta - z} d\zeta$$

и существование предела слева в (2.12) эквивалентна существованию несобственного интеграла справа. Формула Карлемана в формуле (2.10) впервые появилась в работе Голузина и Крылова [9].

ЛИТЕРАТУРА:

1. Страхов В.И. В кн.: Развитие идей Г.А. Гамбурцева в геофизике. М.: Наука, 1982, с. 17-88.
2. Страхов В.Н., Лапина М.И., Кузнецова О. А. В кн.: Прикладная геофизика. М.: Недра, 1974, вып. 74, с. 106-124.
3. Цирульский А.В., Сиротин М.И. - Изв. АН СССР, Сер. геофиз., 1964, № 1, с. 105-109.
4. Страхов В.Н. - - Изв. АН СССР, Сер. геофиз., 1970, № 9, с. 44-58.
5. Страхов В.Н. - - Изв. АН СССР, Сер. геофиз., 1970, № 12, с. 32-43.
6. Гласно В.Б., Страхов В.М. В кн.: Проблемы математической физики и вычислительной математики. М.: Наука, 1977, с. 96-107.
7. Жданов М.С. Аналогии интеграла типа Коши в теории геофизических полей. М.: Наука, 1984. 326 с.
8. Джарбабян М.М. Интегральные преобразования и представления функции в комплексной области, М.Ж Наука, 1966, 671 с.
9. Голузин Г.М., Крылов В.И. Обобщенная формула Карлемана и ее приложение к аналитическому продолжению функций. Математический сборник 1933. Т.40, №2.С.144-149.

ТОБЛАНГАН a-Si:H НИНГ ҲАРАКАТЧАНЛИК ТИРҚИШИНИНГ ТЕМПЕРАТУРАГА БОҒЛАНИШИ

Икрамов Рустамжон Ғуломжонович,

Наманган муҳандислик-технология институти профессори

Мўминов Хуршидбек Адхамжон ўғли,

Наманган муҳандислик-технология институти доценти

xatuminov@mail.ru

Аннотация. Ушбу ишда тобланган аморф гидрогензацияланган кремний (a-Si:H) нинг зоналараро оптик ютилиш коэффициенти нинг температурага боғланишини тажрибалардан аниқланган қийматларидан фойдаланиб назарий усулда a-Si:H ни ҳаракатчанлик тирқишининг энергетик кенглиги хароратга боғлиқлиги Бозе-Эйнштейн ва Варшни формулаларидан ўрганилган.

Калит so'zlar: аморф гидрогензацияланган кремний, оптик ютилиш коэффициенти, температура, ҳаракатчанлик тирқишининг энергетик кенглиги, Бозе-Эйнштейн формуласи, Варшни формуласи.

ТЕМПЕРАТУРНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ЩЕЛИ ПОДВИЖНОСТИ ЗАКАЛЁННОГО a-Si:H

Аннотация. В данной работе, используя экспериментально определённые значения температурной зависимости коэффициента межзонного оптического поглощения закалённого аморфного гидрогенизированного кремния (a-Si:H), теоретически была изучена зависимость энергетической ширины щели подвижности a-Si:H от температуры по формулам Бозе-Эйнштейна и Варшни.

Ключевые слова: аморфный гидрогенизированный кремний, коэффициент оптического поглощения, температура, энергетическая ширина щели подвижности, формула Бозе-Эйнштейна, формула Варшни.

TEMPERATURE DEPENDENCE OF THE BAND GAP OF ANNEALED a-Si:H

Abstract. In this work, the dependence of the interband optical absorption coefficient of annealed amorphous hydrogenated silicon (a-Si:H) on temperature was studied theoretically using the experimentally determined values, and the dependence of the energy width of the mobility gap of a-Si:H on temperature was studied using the Bose-Einstein and Warshni formulas.

Keywords: amorphous hydrogenated silicon, optical absorption coefficient, temperature, energy band gap, Bose-Einstein's formula, formula Y.P. Varshni.

Кириш. Маълумки, яримўтказгичларнинг тақиқланган зона энергияси одатда хароратнинг ошиши билан камаяди. Ушбу таъсирга қўшни атомларнинг электрон тўлқин функциялари ўртасидаги ўзаро боғлиқликни камайтирадиган кристалл панжаранинг термал кенгайишига келади. Кўп яримўтказгичларда тақиқланган зонасининг ўзгариши 2 дан 20% гача бўлади. Асосан, харорат эффекти электрон-фонон ўзаро таъсирга боғлиқ. Кристалл қаттиқ жисмининг электрон энергия зонасининг бир электронли назарияси кристалл панжара даврий такрорланишига асосланади. Паст хароратларда электронлар ва фононларнинг ўзаро таъсири электрон энергиясининг ўзгаришига олиб келади. Бу тақиқланган зонасининг харорат билан ўзгаришига олиб келади.

Асосий қисм. Аморф яримўтказгичлар структурасининг хароратга боғлиқлиги учун баъзи назариялар таклиф қилинган, аммо улар анча мураккаб. Экспериментал натижаларни аниқ назарий

формула билан тўғридан-тўғри солиштириш мумкин эмаслиги сабабли, тақиқланган зонанинг ҳароратга боғлиқлиги ўзгаришини ($E_g(T)$) эмпирик Варшни тенгламаси

$$\Delta E_g(T) = \alpha T^2 / (\beta + T)$$

Бу ерда α доимий, β эса Дебай ҳарорати билан боғлиқ.

Варшни тенгламаси кристалл яримўтказгичлар учун тақиқланган зона кенглигини ва аморф яримўтказгичларнинг ҳаракатчанлик тирқишининг энергетик кенглиги ҳароратга боғлиқлигини ифодалайди. Бу тенгламанинг назарий асосларидаги баъзи параметрларини аниқлашда номаълум параметрлар мавжуд. Дебай ҳарорати билан боғлиқ деб тахмин қилинган параметр маълум ҳолатларда аниқланган. Аморф яримўтказгичларда термал ҳолатда ҳаракатчанлик тирқишининг энергетик кенглиги учун феноменологик ифода таклиф қилинди. Ушбу модел ўртача фонон частотасига эга бўлган фононларнинг ўзаро таъсири туфайли электрон ҳолатларнинг морфолизацияси билан киритилган. Шундай қилиб, бу ифода Бозе-Эйнштейн статистик омилини ўз ичига олади.

$$\Delta E_g(T) = 2\alpha_B / (\exp(\Theta/T) - 1)$$

Ушбу тенглама ўртача фонон частотаси билан боғлиқ ва ўзаро таъсир кучини тавсифлайди ва яримўтказгичлар учун мос параметрлар кўрсатилади. Бу тенглама аморф яримўтказгичларни экспериментал ҳаракатчанлик тирқишининг энергетик кенглиги температурага боғлиқлиги ифодалари мослаштирилган. Шунингдек, Бозе-Эйнштейн тенгламаси эса Варшни тенгламасидан кўра тақиқланган зона кенглигини ҳароратга боғлиқлигини ўзгаришини кўпроқ мос келади.

Рухсат этилган зоналарнинг электрон ҳолатларининг зичлигининг қиймати ўзгариши юқори температура интервали сезиларли даражада ўзгаради. Буни ҳисобга олсак, қуйидаги ифодада фақат битта температурага боғлиқ бўлган параметр ҳаракатчанлик тирқишининг энергетик кенглиги (E_g) қолади. Маълумки, бу катталикни температурага боғланиши

$$E_g(T) = E_g(0) - \gamma T$$

кўринишда ёзилади.

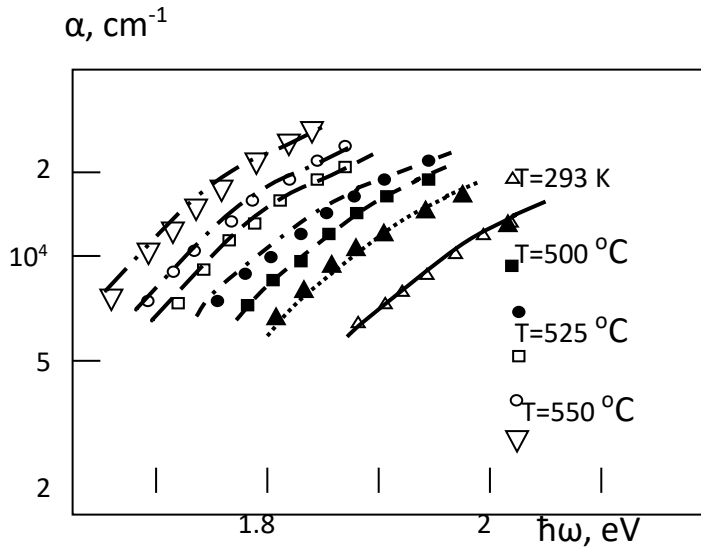
Аморф яримўтказгич пардаларида Урбах энергиясини температурага боғланишини аниқловчи тажриба натижалари адабиётларда келтирилган. Улардан бу боғланишлар чизиқли эканлигини ва уларни бурчак коэффициенти ҳаракатчанлик тирқишининг энергетик кенглигини температурага боғланишини бурчак коэффициентига яқин бўлиши кўрсатилган. Аморф яримўтказгичлар учун ҳаракатчанлик тирқишининг энергетик кенглигини температура коэффициенти $\gamma \approx (4 \times 10^{-5} - 10^{-4} \text{ эВ К}^{-1})$ эканлигини ҳисобга олинган. Ҳисоблашларни гидрогенизацияланган аморф кремний (*a-Si:H*) учун бажарилди. Урбах энергиясининг температурага боғланиши чизиқли бўлиб температура ортиб борган сари ортиб борар экан. Бу қийматлар аморф яримўтказгичларни ҳаракатчанлик тирқишининг температурага боғланиши бурчак коэффициенти (γ) қийматларига яқин эканлигини кўрсатади.

[1] ишда аморф гидрогенизацияланган кремний (*a-Si:H*) нинг зонлараро оптик ютилиш коэффицентининг температурага боғланишини тажрибалардан аниқланган қийматлари келтирилган (1-расм). Бу намуналар 400 °C ва 600 °C оралиқда 30 минут давомида тобланган. [2] ишда эса зоналараро ютилиш спектри учун назарий усулда Дэвис-Моот яқилашиш усулига кўра ёзилган Кубо-Гринвуд формуласидан қуйидаги ифода олинган:

$$\alpha_2(\hbar\omega) = \frac{B}{4\hbar\omega E_g} \left[2(\hbar\omega - E_g)\sqrt{E_g\hbar\omega} - (E_g - \hbar\omega)^2 \arctg\left(\frac{E_g - \hbar\omega}{2\sqrt{E_g\hbar\omega}}\right) \right]. \quad (1)$$

Бу ерда B - ютилган фотонларни энергиясига боғлиқ бўлмаган пропорционаллик коэффициенти, E_g - *a-Si:H* ни ҳаракатчанлик тирқишининг энергетик кенглиги.

(1) ифодадан зоналараро ютилиш спектрини ҳисоблаш учун, бу формуладаги B , ва E_g ни аниқлаш керак. Бунинг учун 1 - расмда келтирилган тажриба натижаларига (1) формуладаги B ва E_g ларни мослаштирувчи параметр сифатида қараб, бу формуладан олинган ҳисоблаш натижаларини мослаштирамиз. Тажриба ва ҳисоблаш натижалари бир-бирига мос келиши учун B ва E_g лар учун олинган натижалар 1- расм (чизиқлар) ва 1 жадвалда келтирилган.



1 – расм. [1] ишдаги тажриба ва (1) формуладан олинган ҳисоблаш натижалари

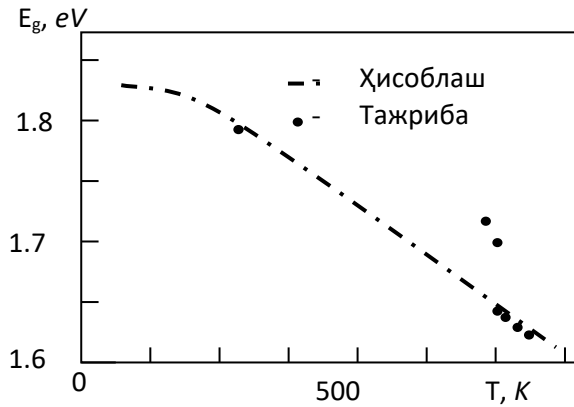
1- жадвал.

№	T	E_g , eV	B , cm^{-1}
1	293 K	1.8	$2.126 \cdot 10^5$
2	500 °C	1.726	$1.426 \cdot 10^5$
3	525 °C	1.71	$1.675 \cdot 10^5$
4	550 °C	1.667	$1.3 \cdot 10^5$
5	575 °C	1.658	$1.576 \cdot 10^5$
6	600 °C	1.647	$1.713 \cdot 10^5$
7	625 °C	1.639	$1.84 \cdot 10^5$

[3] ишда яримўтказгичларни тақиқ зонаси энергетик кенглигини температурага боғланиши аниқловчи ифода:

$$E_g = E_{g0} - \alpha T^2 / (T + \beta) \quad (2)$$

кўринишда (Варшни формуласи) бўлиши келтирилган. Бу ерда E_{g0} – $T=0$ К температурадаги тақиқ зонанинг кенглиги, α – тақиқ зонанинг температура коэффиценти, β – ўзгармас катталиқ. 1 жадвалдаги ҳаракатчилик тирқишини қийматларини (2) формулага қўйиб бажарилган ҳисоблашлар $\alpha = 2.94 \cdot 10^{-4}$ eV/K, $\beta = 239$ К га тенг бўлганда бу қийматлар (2) формулага мос келишини кўрсатди. Бу натижалар 2 - расмда келтирилган.

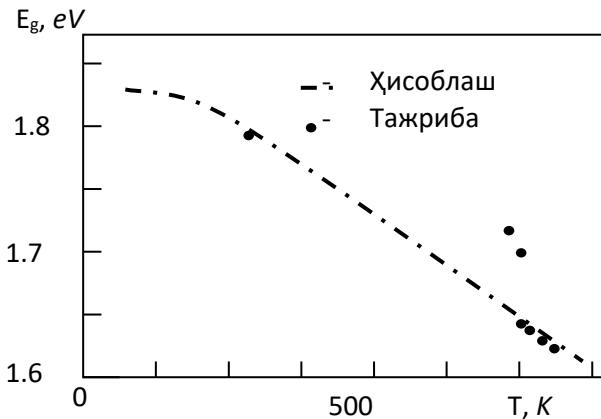


2- расм. Аморф яримўтказгичларни ҳаракатчанлик тирқишини температурага боғланиши учун $\alpha = 2.94 \cdot 10^{-4} \text{ eV/K}$, $\beta = 239 \text{ K}$ га тенг бўлганда (2) формулани ҳисоблашлардан ва тажрибадан олинган натижалар

[4] ишда яримўтказгичларни таққик зонаси энергетик кенглигини температурага боғланиши аниқловчи ифода:

$$\Delta E_g(T) = 2\alpha_B / (\exp(\Theta/T) - 1) \quad (3)$$

кўринишда бўлиши келтирилган. Бу ерда (Бозе- Эйнштейн тенгламаси). Бу ерда ΔE_g - таққик зона кенглиги температурага боғлиқ равишда, α_B – таққик зонанинг температура коэффиценти, Θ – ўзгармас катталиқ. 1 жадвалдаги ҳаракатчанлик тирқишини қийматларини (3) формулага қўйиб бажарилган ҳисоблашлар $\alpha_B = 7.37 \cdot 10^{-4} \text{ eV}$, $\Theta = 512 \text{ K}$ га тенг бўлганда бу қийматлар (3) формулага мос келишини кўрсатди. Бу натижалар (2) формуладан олинган натижалар билан бир хил бўлиши аниқланди (3 – расм).



3 - расм. Ҳаракатчанлик тирқишининг энергетик кенглигини температурага боғланиши $\alpha_B = 7.37 \cdot 10^{-2} \text{ eV}$, $\theta = 512 \text{ K}$ қийматлар учун (3) формулани ҳисоблашдан ва тажрибадан олинган натижалар

Хулоса. Ушбу ишда тобланган a-Si:H нинг ҳаракатчанлик тирқишини юқори температурага боғланиши ҳароратнинг 20 °C дан 625 °C гача бўлган қийматларда тажрибадан олинган қийматлардан назирий ҳисобланган аморф яримўтказгичлар зоналараро ютилиш спектрини ҳаракатчанлик тирқишининг энергетик кенглигига боғланиши ифодасидан аниқланди. Ҳаракатчанлик тирқишининг энергетик кенглигини температурага боғланишидан турли температураларда олинган қийматларни

назарий ҳисобланган. Бу аниқланган қийматларни таққослаш учун уч параметрли моделлар (яъни Варшни формуласи ва Босе-Эйнштейн билан боғлиқ модел) билан биз кўриб чиқилаётган а-Si:H материаллар учун мос келадиган муқобил мосликларни бажарилди. Сўров бўйича барча материаллар учун энг яхши мос келади. Экспериментал равишда танланган а-Si:H нинг юқори ҳароратларида тўрт параметрли модел бўйича физик жиҳатдан назарий ҳисоблашлар натижаси келтирилган. Варшни формуласи чегараланган қийматларда ташқари ошириб баҳолашни ўз ичига олади. Демак, бу формуладан фойдаланилганда, одатда, тегишли натижаларни бера олмайди. Варшни формуласининг асосий аналитик камчиликлари унинг умумий қобилиятсизлигидан иборат. Ҳар хил кенг энергетик кенгликлар учун мос келадиган бурилиш ҳароратини баҳолаш уларнинг ҳарорат шкаласидан анча юқорироқ жойда жойлашганлигини кўрсатади. Одатда анъанавий яримўтказгичлар учун топилади (тармоқли ўтказгичлар $<2\text{eV}$). Бу ўзига хос хусусият Дебай температурасининг юқори катталиклари билан комбинацияси ($T > 600\text{K}$), Варшни формуласининг аниқ параметрларни аналитик қийматлари ва одатда тажриба йўли билан танланган қийматларида ҳароратининг жуда паст қиймати ($T_{\text{max}} = 300\text{K}$).

АДАБИЁТЛАР:

1. G.D. Cody, T. Tiedje, B. Abeles, B. Brooks and Y. Goldstein. *Disorder and the Optical-Absorption Edge of Hydrogenated Amorphous Silicon. Physical Review Letters*, V 47, N 20, (1981), pp. 1480-1483.
2. Зайнобидинов С., Икрамов Р.Г., Жалалов Р.М., Нурутдинова М.А. *Распределения плотности электронных состояний в разрешенных зонах и межзонные поглощения в аморфных полупроводниках. //Оптика и спектроскопия. (2011), Т. 110, № 5. С. 813-818.*
3. Y. P. Varishni. *Temperature dependence of the energy gap in semiconductors. Physical* 34, (1967), pp. 149-154.
4. Qixin Guo, Akira Yoshida. *Temperature Dependence of Band Gap Chang in InN and AlN. Pn.J.appl. Phys. Vol.33 (1994) pp. 2453-2456.*

FERRIT GRANATLARNING FIZIK XUSUSIYATLARI HAQIDA

Djurayev Davron Raxmonovich,

*Buxoro davlat universiteti professori,
fizika-matematika fanlari doktori
d.r.djurayev@buxdu.uz*

Nasirova Nargiza Gayratovna,

*Buxoro davlat universiteti doktoranti
n.g.nasirova@buxdu.uz*

Fayziyev Shaxobiddin Shavkatovich,

*Buxoro davlat universiteti Fizika kafedrasini mudiri,
fizika-matematika fanlari bo'yicha falsafa doktori, dotsent
s.s.fayziyev@buxdu.uz*

Annotatsiya. Ushbu maqola ferrit granatlarning fizik xususiyatlarini, jumladan, issiqlikka chidamlilik, optik shaffoflik, past elektr o'tkazuvchanlik va magnit samaradorlik kabi parametrlarni tahlil qilishga bag'ishlangan. Ferrit granatlar o'zining noyob kristall tuzilishi tufayli yuqori magnit moment va past issiqlik kengayish koeffitsiyentiga ega bo'lib, bu ulardan yuqori haroratli sharoitlarda ham samarali foydalanishga imkon beradi. Ushbu maqola ferrit granatlarning fizik xususiyatlarini texnologik qo'llanilishi bilan bog'liq holda yoritadi va ularni sanoat va ilmiy tadqiqotlarda keng qo'llash imkoniyatlarini o'rganadi.

Kalit so'zlar: Ferrit granatlar, fizik xususiyatlar, kristall tuzilishi, termal xususiyatlar, optik shaffoflik, elektr o'tkazuvchanlik, magnit moment, mikrostruktura, issiqlikka chidamlilik, yuqori haroratli materiallar, noyob oksid materiallar.

ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ФЕРРИТ-ГРАНАТОВ

Аннотация. Данная статья посвящена анализу физических свойств феррит-гранатов, включая термостойкость, оптическую прозрачность, низкую электропроводность и магнитную эффективность. Феррит-гранаты, благодаря своей уникальной кристаллической структуре, обладают высоким магнитным моментом и низким коэффициентом теплового расширения, что позволяет эффективно использовать их в условиях высоких температур. Статья освещает физические свойства феррит-гранатов в связи с их технологическим применением, а также рассматривает возможности их широкого использования в промышленности и научных исследованиях.

Ключевые слова: феррит-гранаты, физические свойства, кристаллическая структура, термические свойства, оптическая прозрачность, электропроводность, магнитный момент, микроструктура, термостойкость, материалы для высоких температур, уникальные оксидные материалы.

PHYSICAL PROPERTIES OF FERRITE GARNETS

Abstract. This article is dedicated to analyzing the physical properties of ferrite garnets, including thermal resistance, optical transparency, low electrical conductivity, and magnetic efficiency. Due to their unique crystalline structure, ferrite garnets exhibit high magnetic moments and low thermal expansion coefficients, enabling their effective use in high-temperature conditions. The article highlights the physical properties of ferrite garnets in relation to their technological applications and explores their potential for widespread use in industry and scientific research.

Keywords: ferrite garnets, physical properties, crystalline structure, thermal properties, optical transparency, electrical conductivity, magnetic moment, microstructure, thermal resistance, high-temperature materials, unique oxide materials.

Kirish. Ferrit granatlar — bu noyob fizik va kimyoviy xususiyatlarga ega bo'lgan materiallar bo'lib, ular yuqori samaradorligi va chidamliligi tufayli turli sohalarda keng qo'llaniladi. Ushbu materiallarning fizik xususiyatlari, jumladan, yuqori issiqlikka chidamlilik, yuqori magnit moment va past elektr o'tkazuvchanlik kabi xususiyatlari, ulardan mikroto'liqinli tizimlar, optik qurilmalar va yadro texnologiyalari

kabi yuqori texnologik ilovalarda foydalanishga imkon beradi. Ferrit granatlarining fizik xususiyatlari ularning kristall tuzilishi va mikrostrukturasiiga bevosita bog'liq bo'lib, bu xususiyatlar ularning ilmiy va texnologik ahamiyatini oshiradi. Ushbu maqolada ferrit granatlarining asosiy fizik xususiyatlari, jumladan, termal, optik va elektr xususiyatlari tahlil qilinadi.

Asosiy qism. Ferrit granatlarining fizik xususiyatlari quyidagicha ko'rib chiqamiz:

1. **Kristall tuzilishi:** Ferrit granatlar kubik yoki dodekagonal kristall tuzilishga ega bo'lishi mumkin. Ularning tuzilishi yirik kristallar shaklida bo'lib, odatda yengil yoki qora rangda bo'lishi mumkin.

2. **Magnit xususiyatlar:** Ferrit granatlar magnit xususiyatlarga ega, ya'ni ular magnit maydonlarda javob berishadi. Ularning magnit xususiyatlari ular tarkibidagi temir oksidlaridan kelib chiqadi, shuning uchun ular magnit materiallar sifatida ishlatiladi.

3. **Yuqori haroratga chidamlilik:** Ferrit granatlar yuqori haroratlarda barqaror bo'lib, ular ko'pincha yuqori haroratli muhitlarda ishlatiladi. Ularning ko'p turi 600-1000°C oralig'ida barqaror bo'ladi.

4. **Izoelektrik xususiyatlar:** Ferrit granatlar, odatda, izoelektrik nuqtaga ega, bu ularning elektr o'tkazuvchanligi va izolyatsiya xususiyatlariga ta'sir qiladi.

5. **Optik xususiyatlar:** Ferrit granatlar odatda shaffof emas, balki opaqlik xususiyatiga ega, bu ularning ko'proq magnit yoki mexanik xususiyatlar bilan ishlatilishini anglatadi.

6. **Mexanik xususiyatlar:** Ferrit granatlar mustahkam va qattiq materiallar bo'lib, ular boshqa materiallarga nisbatan yuqori bosim va kesish kuchlariga chidamli bo'ladi.

Ferrit granatlarining kristall tuzilishi haqida kengroq ma'lumot berish uchun, avvalo ularning kimyoviy tarkibi va strukturasiiga e'tibor qaratish kerak. Ferrit granatlar — bu asosan temir (Fe) oksidlaridan tashkil topgan minerallar guruhiga kiradi. Ularning kristall tuzilishi, asosan, kubik (oksidlar) yoki dodekagonal (granatlarni tashkil etuvchi xususiyat) simmetriya bo'yicha tartiblangan. Quyida ferrit granatlarining kristall tuzilishiga oid ba'zi asosiy jihatlar:

Ferrit granatlar odatda kubik simmetriyaga ega, bu ularning shaklini kub shaklida tashkil qiladi. Kubik tuzilishga ega bo'lishi, materiallarning juda barqaror va simmetrik strukturasiini anglatadi, bu esa ular magnit va mexanik xususiyatlarini ta'minlaydi.

Granat mineralining kristall tuzilishi asosan silisiy oksidlar yoki oksid mineral tuzilmalari bilan bog'liqdir. Granatlarda, masalan, almandin ($\text{Fe}_3\text{Al}_2\text{Si}_3\text{O}_{12}$) yoki spessartin ($\text{Mn}_3\text{Al}_2\text{Si}_3\text{O}_{12}$) kabi turli mineral aralashmalar mavjud. Ferrit granatlar, odatda, Fe^{3+} ionlari va boshqa ko'plab metall ionlari (masalan, Mn, Zn, Cu) bilan birgalikda kristall tuzilishini tashkil etadi.

Ferrit granatlar o'zlarining mikrostrukturasiida kuchli bog'langan temir oksidlarini, shuningdek, boshqa metall oksidlarini tashkil etuvchi xususiyatlarga ega. Kristall tuzilishi asosan temir oksidlarining yadro vazifasini bajaradigan Fe^{3+} ionlari bilan bog'langan, bu esa materialga magnit xususiyatlarni beradi. Kristallar orasidagi metall ionlari (masalan, Fe, Mn, Al) aniq ravishda joylashgan va bu struktura tizimiga aniq tartib kiritadi.

Granatlarining kristall tuzilishi kubik simmetriya bilan ifodalangan bo'lib, ular o'rtacha 8 ta burchakni tashkil qiladi. Bu holatda temir oksid kristallari geometriyasida yaxshi tashkil etilgan taqsimlanishga ega bo'lishi kerak. Ko'plab granatlar yuqori kristallanish darajasiga ega bo'lib, kristallar bir-biriga to'g'ri keladigan simmetriya shakllari bilan joylashadi.

Ferrit granatlarda ikkita asosiy faza mavjud: granat fazasi va ferrit fazasi. Granat fazasi aniq simmetrik shakllarda joylashgan bo'lib, materiallarning mexanik xususiyatlarini kuchaytiradi. Ferrit fazasi esa magnetik xususiyatlarga ta'sir qiladi. Bu ikki fazaning o'zaro ta'siri materialning umumiy xususiyatlariga, masalan, magnitlanishiga yoki issiqlikka chidamliligiga ta'sir qiladi.

Ferrit granatlar o'zlarining kristall tuzilishida temir oksidlarining yuqori konsentratsiyasini tashkil qiladi, bu ularning magnit xususiyatlarini kuchaytiradi. Bundan tashqari, temir oksidlarining tartiblanishi magnit maydonlarda ishlov berish uchun muhim ahamiyatga ega bo'ladi, chunki ular elektronlarning harakatini boshqaradi.

Ferrit granatlarining magnit xususiyatlari juda muhim va ular ko'plab ilmiy va sanoat ilovalarida, xususan, magnit materiallar sifatida ishlatiladigan komponentlar sifatida foydalanilishini ta'minlaydi. Quyida ferrit granatlarining magnit xususiyatlarini batafsil tushuntirib beraman:

Ferrit granatlar magnit materiallar sifatida tanilgan, chunki ular paramagnit yoki **ferromagnit** xususiyatlarga ega bo'lishi mumkin. Ferrit materiallari, odatda, ferromagnit xususiyatlarga ega bo'lib, bu ularning tashqi magnit maydonlarga qarshi sezgiriligini va o'ziga xos magnitlanish xususiyatlarini anglatadi. Ularning magnitlanish darajasi aniq, va ular tashqi magnit maydonda o'zlari birikib, mustahkam magnitlanish hosil qiladi.

Ferrit granatlarining magnit momenti materialning magnit xususiyatlarini belgilovchi asosiy parametrdir. Magnit moment — bu materialdagi har bir magnit dipolning yo'nalishi va kuchini ifodalaydi.

Ferrit granatlar o'zining magnit momenti tufayli magnit maydonni kuchaytiradi va ushbu xususiyatlar ularni magnit qoplamalar yoki magnit materiallar sifatida ishlatishda juda foydali qiladi.

Ferrit materiallarining magnit o'tkazuvchanligi ham muhimdir. Ferritlar yuqori magnit o'tkazuvchanlikka ega bo'lishi mumkin, ya'ni ular magnit maydonlarni yaxshi o'tkazadi, bu esa ularni magnitli boshqaruv tizimlari va qurilmalarda foydalidir.

Ferrit granatlar yumshoq magnit materiallar yoki qattiq magnit materiallar sifatida ishlatilishi mumkin.

Yumshoq magnit materiallar ferrit granatlar yuqori magnit induksiyasiga ega bo'lishi va tashqi magnit maydon olib kelganda tezda magnitlanishlarini o'zgartira olishadi. Bunday materiallar asosan transformatorlar, magnit yadro materiallari va chiziqli magnit vositalar uchun ishlatiladi.

Qattiq magnit materiallar esa, tashqi magnit maydoni olib tashlanganidan keyin ham, o'z magnit xususiyatlarini saqlab qoladi. Bunday ferrit materiallar doimiy magnitlar yoki magnit disklar kabi ilovalarda ishlatiladi.

Ferrit granatlarning magnit xususiyatlari Kyuri nuqtasi bilan bog'liq. Kyuri nuqtasi – bu harorat nuqtasi bo'lib, undan yuqori haroratlarda materialning magnit xususiyatlari yo'qoladi, ya'ni ferromagnit materiallari paramagnit holatga o'tadi. Ferrit granatlar uchun Kyuri nuqtasi turlicha bo'lishi mumkin va odatda 500-700°C oralig'ida bo'ladi. Bu haroratsdan yuqori bo'lganda, ferrit granatlarning magnit xususiyatlari sezilarli darajada kamayadi.

Ferrit granatlar magnit rezonans effektiga ham ega bo'lishi mumkin. Bu, ayniqsa, magnit rezonans tasvirlash (MRI) tizimlarida yoki magnitli boshqaruv tizimlarida qo'llaniladi. Magnit rezonansda ferrit granatlar magnit maydonlar bilan o'zaro ta'sir qiladi va bu xususiyatlar ularning sezuvchanligini va magnit maydonlarni aniqlashdagi samaradorligini oshiradi.

Ferrit granatlar, o'zining magnit xususiyatlari tufayli, ko'plab yangi texnologiyalarda ishlatiladi. Ular magnitli boshqaruv tizimlari, magnit kuchlanish uskunalari, magnit yadro materiallari va elektronika sohaslarida keng qo'llaniladi. Bunday materiallar, odatda, texnik qurilmalarda, masalan, transformatorlar, induktorlar, magnitli sensorlar, sharflar va doimiy magnitlarda ishlatiladi.

Ferrit granatlarning magnit xususiyatlari ularning tarkibidagi elementlar, masalan, temir (Fe) va marganets (Mn) kabi metal ionlarining nisbati va kristall tuzilishiga qarab o'zgaradi. Ferrit granatlar tarkibidagi metall ionlarining o'zgarishi materialning magnitlanish darajasini yoki magnit xarakteristikasini sezilarli darajada o'zgartirishi mumkin.

Ferrit granatlarning yuqori haroratga chidamliligi ularning fizik va kimyoviy xususiyatlaridan biri bo'lib, materiallarni yuqori haroratli muhitlarda ishlatishda, ayniqsa, sanoat va ilmiy sohalarda muhim ahamiyatga ega. Ferrit granatlar o'zining yuqori haroratga chidamliligi tufayli ko'plab texnologik jarayonlar va qurilmalarda ishlatiladi. Quyida ferrit granatlarning yuqori haroratga chidamliligi haqida batafsil ma'lumot beraman:

Ferrit granatlar yuqori haroratlarda o'zining kristall tuzilishini saqlab qoladi. Ular temir oksidlarining turli turlarini o'z ichiga oladi, bu esa ularning yuqori haroratli muhitlarga chidamliligini ta'minlaydi. Ferrit granatlar o'zgarimas kristall tuzilishga ega bo'lib, 600-1000°C oralig'ida yuqori haroratlarda barqarorligini saqlaydi. Bu xususiyat ularni yuqori haroratli sanoat jarayonlari va maxsus ilovalarda foydali qiladi.

Ferrit granatlar o'z tarkibida temir oksidlarining yuqori konsentratsiyasini saqlaydi, bu esa ularni oksidlanishga qarshi chidamli qiladi. Yuqori haroratlar ostida, ferrit materiallarida oksidlanish yoki shikastlanish xavfi kam bo'ladi. Bu, ayniqsa, yuqori haroratlarda ishlaydigan elektron komponentlar, yadro materiallari yoki issiqlik izolyatorlarida foydali.

Ferrit granatlar yuqori haroratda o'zining mexanik kuchini va bardoshlilikini saqlab qoladi. Ularning qattiqligi va mustahkamligi ularni yuqori issiqlik sharoitida ishlashga moslashtiradi. Bu materiallar juda qattiq bo'lib, yuqori haroratli muhitlarda mexanik kuchlarni yaxshi o'zlashtiradi va deformatsiyaga qarshi turadi.

Ferrit granatlar o'zining termal kengayish koeffitsienti bilan ajralib turadi. Ularning termal kengayish koeffitsienti past bo'lganligi sababli, ular tez-tez o'zgarib turadigan harorat sharoitlariga chidamli bo'ladi. Bu xususiyat ular uchun mexanik shikastlanishni oldini olishda muhimdir, chunki materiallarning haddan tashqari kengayishi yoki siqilishi materialning strukturaviy o'zgarishiga olib kelishi mumkin.

Ferrit granatlar yuqori haroratga chidamliligini, shuningdek, issiqlik zarbasiga qarshi chidamliligini ham ko'rsatadi. Termal zarba, ya'ni bir xil materialning juda tez qizishi yoki sovishi, ko'plab materiallar uchun muammo tug'diradi. Biroq, ferrit granatlar odatda issiqlik zarbalariga qarshi yuqori chidamlilikka ega. Bu ularning yuqori haroratlar va sovuq sharoitlarda o'zgaruvchan issiqlikka moslashish qobiliyatini ta'minlaydi.

Ferrit granatlar o'zlarining magnit xususiyatlari bilan tanilgan bo'lsa-da, yuqori haroratlarda magnitlanish xususiyatlari o'zgarishi mumkin. Kyuri nuqtasi — bu harorat nuqtasi bo'lib, undan yuqori

haroratlarda ferromagnit materiallar magnit xususiyatlarini yo'qotadi. Ferrit granatlarining Kyuri nuqtasi odatda 500-700°C oralig'ida bo'ladi, shuning uchun bu haroratdan yuqori sharoitlarda ularning magnitlanishi kamayishi mumkin. Biroq, ferrit granatlar yuqori haroratda ham o'zlarining strukturaviy barqarorligini saqlab qoladilar.

Ferrit granatlar, yuqori haroratda ishlash uchun ishlab chiqilgan bo'lsa ham, ba'zi sharoitlarda materiallarning o'zgarishi va deyarli hech qanday shikastlanmasdan uzoq vaqt davomida ishlashini ta'minlaydi. Ular yuqori haroratli qismlarda, masalan, elektron komponentlarda, magnit tizimlarida, issiq tizimlarda va boshqa yuqori haroratli muhitlarda ishlatiladi.

Ferrit granatlarining yuqori haroratga chidamliligi ularni bir qator sanoat ilovalarida ishlatishga imkon beradi. Quyidagi sohalarda ular keng qo'llaniladi:

Elektronika: Elektron komponentlar, transformatorlar va induktorlar ishlab chiqarishda ferrit granatlar yuqori haroratga chidamliligidan foydalidir.

Magnit tizimlar: Yuqori haroratli magnitli materiallar uchun ferrit granatlar ishlatiladi, masalan, doimiy magnitlar, magnit yadro materiallari.

Issiqlik izolyatsiyasi: Ferrit granatlar yuqori haroratli muhitlarda izolyator sifatida ishlatiladi.

Sanoat texnologiyalari: Yuqori haroratli tizimlarda ishlatiladigan materiallar, masalan, pechlar, qozonlar va issiqlik almashinuvchilar.

Izoelektrik xususiyatlar — bu material yoki molekula uchun, ularning umumiy elektr yukining nolga teng bo'lgan yoki uning elektr xususiyatlarining balansli holati, ya'ni kation va anionlar (yoki elektronlar va protonlar) orasidagi muvozanat holati. Izoelektrik nuqta (pH nuqtasi) ko'pincha kimyo, biologiya va materialshunoslikda muhim ahamiyatga ega. Ferrit granatlar kabi materiallar uchun, izoelektrik xususiyatlar ularning elektr yuki, sirt xususiyatlari va sirt faoliyati kabi xususiyatlar bilan bog'liq.

Izoelektrik nuqta (π) — bu material yoki zarraning net elektr zaryadi nolga teng bo'ladigan pH qiymati. Boshqacha qilib aytganda, izoelektrik nuqtada, materialda yoki molekulada kationlar va anionlar soni teng bo'ladi. Ferrit granatlar uchun izoelektrik nuqta odatda pH qiymatiga qarab o'zgaradi va materialning kimyoviy tarkibi, ayniqsa uning metall ionlarining nisbati, sharoitga qarab, izoelektrik nuqta aniq belgilanadi.

Ferritlar, masalan, Fe_3O_4 yoki Fe_2O_3 kabi oksidlar, odatda o'zlarining elektron va ion xususiyatlariga asoslangan izoelektrik nuqtaga ega. Bu nuqtada, materialning umumiy zaryadi nolga teng bo'ladi.

Izoelektrik nuqta materialning sirt xususiyatlariga ta'sir qiladi. Ferrit granatlar kabi materiallar, izoelektrik nuqtada, sirtida elektrik zaryadlari nolga teng bo'ladi. Bu, materialning elektrostatik o'zaro ta'sirlarini, shu jumladan uning boshqa zarrachalar yoki molekulalar bilan qanday o'zaro ta'sir qilishini aniqlaydi. Masalan, izoelektrik nuqtadan yuqori yoki past pH darajasida, ferrit granatlar sirtida musbat yoki manfiy zaryadlar hosil bo'lishi mumkin, bu ularning boshqa zarrachalar bilan birikish qobiliyatini ta'sir qiladi.

Ferrit granatlarining izoelektrik nuqtasi ularning kimyoviy reaksiyalarida ham muhim rol o'ynaydi. Izoelektrik nuqtadan yuqori yoki past pH sharoitlarda ferritlar turli kationlar yoki anionlar bilan o'zaro ta'sir qilishi mumkin. Bu, masalan, ferrit granatlarining adsorbsiya va yutilish xususiyatlarini o'zgartiradi.

Past pHda (kislotali sharoitda), ferrit granatlarining sirtida manfiy zaryadlar hosil bo'lishi mumkin, bu esa ular kislotali muhitda boshqa kationlar bilan osonroq o'zaro ta'sir qiladi.

Yuqori pHda (sirkali sharoitda), ferrit granatlar manfiy zaryadlanadi va bu holatda ular anionlar bilan yaxshiroq birikishi mumkin.

Bu izoelektrik xususiyatlar, ayniqsa, suv filtrlash, kataleptik jarayonlar va elektron mikroelektronikada qo'llaniladigan ferrit materiallarining ishlashiga ta'sir qiladi.

Ferrit granatlar uchun izoelektrik xususiyatlar magnit xususiyatlariga ham ta'sir qilishi mumkin. Bu materiallar magnitlanish xususiyatlarini o'zgartirishda va magnit maydonlar bilan o'zaro ta'sirlashishda muhim rol o'ynaydi. Izoelektrik nuqtadagi zaryadlar, ferrit granatlarining magnetizmi bilan bog'liq elektronlarning harakatini boshqarish imkonini beradi. Bu jarayon, ularning tashqi magnit maydonlarda qanday javob berishini ta'sir qiladi.

Ferrit granatlarining izoelektrik xususiyatlari ularning elektron tizimlarida ishlatilishini ham ta'minlaydi. Izoelektrik nuqtada materialda zarur muvozanat mavjud bo'lib, bu ularning elektron va ion harakatini boshqarishda muhim rol o'ynaydi. Bu xususiyatlar, ayniqsa, elektronika va energiya saqlash tizimlarida materiallarning samaradorligini oshiradi. Ferrit materiallar yuqori izoelektrik nuqtaga ega bo'lib, yuqori pH qiymatlarida energiya uzatish va magnitlanish imkoniyatlarini kuchaytirishi mumkin.

Ferrit granatlar kolloid tizimlarda ham qo'llaniladi. Izoelektrik nuqta, materiallarning kolloid zarralari bilan o'zaro ta'sirini boshqarishda muhimdir. Izoelektrik nuqtadagi zarracha o'zgarishi, kolloid

zarralarining bir-biriga yaqinlashishi yoki ajralib chiqishi bilan bog'liq bo'lishi mumkin. Bu xususiyat ferrit granatlarining biyoaktiv yoki kataleptik tizimlarda ishlashini ta'minlaydi.

Ferrit granatlarining izoelektrik xususiyatlari quyidagi sohalarda qo'llaniladi:

Suv tozalash va filtrlash: Izoelektrik nuqtaning o'zgarishi orqali ferrit materiallarining zarrachalar bilan o'zaro ta'siri kuchaytiriladi, bu esa toksinlarni va boshqa ifloslantiruvchi moddalarni ushlab turish imkonini beradi.

Biyoaktiv tizimlar: Izoelektrik xususiyatlar, ferrit granatlarining biokompatibilite va biyoaktivligini oshiradi, bu esa ularni tibbiyotda qo'llash imkoniyatini yaratadi.

Elektronika va magnit materiallar: Ferrit granatlar elektron tizimlarda va magnit materiallarda izoelektrik nuqtalarning o'zgarishi orqali yanada samarali ishlatiladi.

Ferrit granatlarining optik xususiyatlari materialning yorug'lik va elektromagnit nurlanishiga qanday ta'sir qilishini aniqlovchi xususiyatlaridir. Ferrit granatlar, odatda, magnit materiallar bo'lib, ularning optik xususiyatlari, masalan, yorug'likni so'ndirish, yutish, yansitma va permeabilite kabi xususiyatlar, o'zaro bog'liq bo'lib, ular materialni turli sohalarda qo'llashda sezilarli rol o'ynaydi.

Ferrit granatlar optik to'lqinlarni yutish qobiliyatiga ega, bu ularning absorbsiya spektri bilan bog'liq. Ferrit materiallarining optik yutish xususiyatlari asosan ularning metall ionlarining tarkibiga va kristall strukturasi bog'liq. Ferrit granatlarining yutish spektri, masalan, ultrabinafsha (UV) yoki ko'k yorug'lik kabi qisqa to'lqinli nurlanishni ko'proq yutishi mumkin.

Ferrit granatlar, asosan, katta elektromagnit nurlanish diapazonida (masalan, IR yoki UV) o'zining optik yutish xususiyatlarini ko'rsatadi. Ularning yutish xususiyatlari materialning elektro-optik va optik sensorlar sifatida ishlatilishida ahamiyatli bo'ladi. Ferrit granatlar yuqori frekansli elektromagnit to'lqinlarga nisbatan yaxshi yutuvchi materiallar sifatida ishlatiladi, bu esa ularni mikroto'lqinli tizimlar, optik tolali kommunikatsiyalar va sensorlar kabi texnologik ilovalarda foydalidir.

Ferrit granatlar, shuningdek, sinusoidal yoki optik indeksga ham ega bo'lishi mumkin. Optik indeks materialning yorug'lik tezligini qanday o'zgartirishi yoki uni qaytarishi bilan bog'liqdir. Ferrit granatlarining optik indeksi materialning to'lqin uzunligiga va uning kimyoviy tarkibiga bog'liq bo'lib, ularni optik to'lqinlarning tarqalishiga ta'sir qiladi. Yani, ferrit granatlarining optik indeksi, yorug'likning materialdan o'tish tezligini, yoritilgan yo'nalishda qanchalik qiyinlik bilan o'tishini belgilaydi.

Ferrit granatlar yorug'lik to'lqinlari bilan o'zaro ta'sirlashganida, ular optik refraksiya effektini ko'rsatishi mumkin. Refraksiya — bu yorug'lik to'lqinlarining material ichiga kirib, tezligining o'zgarishi yoki yo'nalishining o'zgarishidir. Ferrit granatlar optik refraksiyani kuchaytirishi yoki sekinlashtirishi mumkin, bu ular bilan bog'liq bo'lgan optik materiallarni ishlab chiqishda muhim rol o'ynaydi.

Ferrit granatlarining optik xususiyatlaridan yana biri — bu ularning yansitma (refleksiya) xususiyatlari. Ferrit materiallari, ayniqsa, g'ovak yoki porozli struktura bilan ajralib turadi, bu ularning yorug'likni qisman aks ettirishiga imkon beradi. Ferrit granatlar, masalan, magnitli optik qurilmalarda ishlatilganida, ularning yoritish va aks ettirish xususiyatlari elektromagnit tizimlarda foydalidir. Ular magnitli optik tizimlar va modulyatsiya qurilmalarida o'zgaruvchi optik xususiyatlar sifatida ishlatiladi.

Ferrit granatlarining optik xususiyatlari, shuningdek, ular optik balandlikni ta'minlaydi. Optik balandlik — bu materialda optik to'lqinlarning tarqalishining yo'nalishini anglatadi. Ferrit granatlar, optik balandlikda o'zgarishlar yaratish orqali polaroid filtrlari, optik fokalizatorlar va boshqa optik tizimlarda ishlatilishi mumkin. Materialning optik balandligi uning optik tizimlar uchun samaradorligini oshiradi, masalan, ko'rish, yoritish yoki optik signal uzatish tizimlarida.

Ferrit granatlar ba'zi hollarda optik aktiv materiallar sifatida ham ishlatilishi mumkin. Ularning optik aktivligi — bu materialning yotqizilgan yoki qilingan nurlanishga javoban polarizatsiyalashish qobiliyatidir. Ferrit granatlar optik aktivlikka ega bo'lib, ular ba'zan optik ekranlarda yoki polarizatsion materiallarda ishlatiladi. Optik aktivlik ferrit materiallariga nurlanishni boshqarish va signal uzatish imkonini beradi, bu esa ularni telekommunikatsiya va yuqori texnologik ilovalarda samarali qiladi.

Ferrit granatlarining optik ta'sirlari ularning kristall tuzilishiga qarab o'zgaradi. Ferrit granatlarining kristall tuzilishi va unga xos bo'lgan ionlar va ularning joylashuvi yorug'likning ular orqali o'tishini va ta'sir qilishini belgilaydi. Ferritlar, masalan, spinal va garnet kristall tuzilmalari bilan bog'liq bo'lgan xususiyatlaridan foydalangan holda, yorug'likning polarizatsiyalanishi yoki kengayishi kabi ta'sirlarni yaratishi mumkin.

Ferrit granatlar, odatda, optik to'lqinlarni mikroto'lqinli yoki infraqizil diapazonlarda ishlatishda qo'llaniladi. Ular, shuningdek, mikroto'lqinli optik tizimlar, optik tolalar yoki sensorlarda ham foydalaniladi. Ferrit granatlar optik xususiyatlari orqali elektromagnit to'lqinlarni ko'p diapazonlarda so'ndirish va uzatish qobiliyatiga ega.

Ferrit granatlarining optik xususiyatlari quyidagi sohalarda qo'llaniladi:

- **Optik to'liqlarni uzatish:** Ferrit granatlar optik tizimlar va mikroto'liqlik uskunalarda keng qo'llaniladi.

- **Magnitli optik tizimlar:** Ferrit granatlar, ayniqsa magnitli optik modulyatorlar va optik yoritish tizimlarida ishlatiladi.

- **Sensorlar va detektorlar:** Ferrit materiallar optik va elektromagnit to'liqlarni sezuvchi sensorlarda ishlatiladi.

- **Telekommunikatsiya:** Ferrit granatlar, optik tarmoqlarda signalni uzatish va polarizatsiyalashda foydalaniladi.

Ferrit granatlarining mexanik xususiyatlari materialning tashqi kuchlarga, deformatsiyaga, cho'zilish va siqilish ta'sirlariga qarshi turish qobiliyatini belgilaydi. Ferrit granatlar o'zining mexanik mustahkamligi, elastiklik, qaytuvchanlik va mustahkamlik xususiyatlari bilan ajralib turadi. Ular asosan qattiq, kreslo, va silliq xususiyatlarga ega bo'lib, bu ularning ko'plab sanoat va texnologik sohalarda foydalanilishiga imkon beradi.

Ferrit granatlar, umuman olganda, yuqori qattqlikka ega bo'ladi, chunki ular oksid asosidagi materiallardir. Ularning qattqlik xususiyatlari, materialning mexanik kuchlarga nisbatan qarshiligini ko'rsatadi, bu esa ular uchun uzoq muddatli ishlash imkonini beradi. Ferrit granatlar, ayniqsa vibratsiya va zarbaga chidamli bo'lib, og'ir sharoitlarda ham yaxshi natijalar ko'rsatadi.

Ferrit granatlarining qattqligi ularning to'liq mineral tuzilmasi va metall oksidlarining mavjudligi bilan bog'liq. Ularning mexanik qattqligi odatda Mohs qattqlik shkalasi bo'yicha o'ltichanadi va ko'pincha 7 dan 8 gacha bo'ladi.

Ferrit granatlar elastik materiallar sifatida xususiyatlarga ega. Elastik xususiyatlar, materialning tashqi kuchlar ta'sirida qaytuvchan deformatsiyani ko'rsatishi mumkin. Ularning elastiklik moduli (Young's modulus) nisbatan yuqori bo'lib, ular kuchlar ta'sirida shaklini o'zgartirishi, lekin kuchlar olib tashlangandan so'ng dastlabki holatiga qaytishi mumkin.

Ferrit granatlar elastik xususiyatlarining darajasi ularning kimyoviy tarkibiga va tuzilishiga bog'liq. Misol uchun, spinal ferritlar o'zining elastik va mexanik qobiliyatlari bilan yuqori kuchlar va qisqarishlarga qarshi chidamlidir.

Ferrit granatlar siqilish kuchlariga nisbatan qarshilik ko'rsatadi. Bu xususiyatlar, materialning siqilish bosimiga ta'sir qilganda ularning deformatsiya qilishini oldini olishda yordam beradi. Ferrit materiallar yuqori siqilish kuchlariga qaramay, buzilish yoki yorilishdan saqlanib qolish imkoniyatiga ega. Ularning kompressiv kuchga nisbatan chidamliligi yuqori, bu ularni sanoat va mexanik qurilmalarda qo'llash uchun ideal qiladi.

Ferrit granatlar, odatda, yuqori siqilish moduliga ega bo'lib, ularni ko'plab yuqori bosimli texnologik jarayonlarda ishlatish mumkin. Ular noyob yadro materiallari, magnitli materiallar va sirt qoplamalari sifatida ishlatiladi.

Ferrit granatlar zarba ta'siriga nisbatan chidamlilik ko'rsatadi. Ularning zarba mustahkamligi ularning silliqdagi jarayonlarda o'zining mexanik bardoshlilikini namoyon qiladi.

Ular vibratsion shovqinlarni kamaytirish va avtomobil sanoati, texnologik tizimlar, yadro sanoati kabi sohalarda zarbaga chidamli materiallar sifatida ishlatiladi. Ferrit granatlar o'zining kuchli zarba kuchiga chidamliligi bilan og'ir sharoitlarda ham mukammal natijalar beradi.

Ferrit granatlarining cho'zilish kuchi yoki tensile strength — materialning tashqi kuchga qarshi o'zini qanday ushlab turishini bildiradi. Ferrit materiallar, odatda, o'rtacha cho'zilish kuchiga ega bo'lib, ular ko'proq qattqlikka va siqilish kuchiga moslashadi, lekin cho'zilish xususiyatlari nisbatan past bo'lishi mumkin.

Ferrit granatlar cho'zish va uzunlikni o'zgartirishda deformatsiyaga nisbatan past darajada reaksiya beradi. Shuning uchun, ular elastik materiallar sifatida ishlatilib, kuchli va barqaror materiallar sifatida o'z o'rnini topadi.

Ferrit granatlarining mexanik xususiyatlari ularning mikrostrukturasi bilan to'liq bog'liqdir. Ferritlar poroz yoki g'ovak tuzilishga ega bo'lishi mumkin, bu ularning mexanik bardoshlilikini yanada kuchaytiradi. Granullar shaklidagi tuzilish mexanik mustahkamlikni oshiradi, chunki bu tuzilma kichik va o'rnatilgan birikmalar orqali kuchni o'zaro taqsimlaydi.

Ferrit granatlar odatda yuqori kompressiv va siqilish kuchlariga ega bo'lishi mumkin, ammo ularning yuqori tensil va cho'zilish kuchlari nisbatan pastroq bo'lishi mumkin.

Ferrit granatlar plastik deformatsiya va qaytuvchanlik xususiyatlariga ega bo'lishi mumkin. Ular mexanik kuchlarga duchor bo'lganida o'z holatini saqlash yoki qayta tiklanish imkoniyatiga ega. Boshqa

materiallarga nisbatan ularning deformatsiya xususiyatlari boshqariladigan va barqaror bo'ladi. Bu xususiyatlar ferrit granatlarining uzun muddat davomida ishlashini ta'minlaydi.

Ferrit granatlar, shuningdek, issiq va sovuq haroratlarda o'z mexanik xususiyatlarini saqlaydi. Ular, ayniqsa, yuk tashish, himoya qoplamalari va yadro texnologiyasi kabi sohalarda ishlatiladi, chunki ular yuqori haroratlarda ham mexanik qobiliyatlarini yo'qotmaydi. Ferrit granatlarining haroratga chidamliligi, ularni yuqori haroratli muhitu qurilmalarda ishlatish imkoniyatini beradi.

Ferrit granatlar turli sohalarda mexanik xususiyatlari tufayli qo'llaniladi:

- **Elektromagnit materiallar:** Ferrit granatlar elektromagnit tizimlarda ishlatiladi.
- **Sanoat va konstruksiya:** Yuqori mexanik mustahkamlik va zarba chidamliligi tufayli sanoat uskunalarda qo'llaniladi.
- **Mikroelektronika:** Ferrit materiallar yuqori mexanik bardoshlilikka ega bo'lishi, mikrosxemalarda ishlatilishiga imkon beradi.
- **Avtomobil sanoati:** Zarba va siqilishga chidamli xususiyatlari tufayli avtomobil tizimlarida qo'llaniladi.

Xulosa. Ferrit granatlarining kristall tuzilishi ularning fizik xususiyatlariga (magnit va issiqlik xususiyatlari, mexanik chidamlilik va boshqalar) ta'sir qiladi. Ularning kubik va dodekagonal simmetriya strukturalari materiallarning yuqori barqarorligini ta'minlab, ularni ko'plab sanoat sohasida, jumladan elektronika, magnit materiallar va boshqa yuqori haroratli tizimlar uchun foydalidir.

Ferrit granatlarining magnit xususiyatlari ularning yuqori magnit o'tkazuvchanligi, magnit momenti, yumshoq va qattiq magnit materiallarga bo'linishi, Kyuri nuqtasi va magnit rezonans effektlari kabi ko'plab parametrlarga asoslanadi. Bu xususiyatlar ferrit granatlarni magnitli tizimlar va elektron qurilmalarda muhim materiallarga aylantiradi.

Ferrit granatlarining yuqori haroratga chidamliligi ularning keng sanoat va ilmiy ilovalarda ishlatilishini ta'minlaydi. Ularning termik barqarorlik, mexanik chidamlilik, oksidlanishga qarshi chidamlilik, issiqlik zarbalariga qarshi chidamlilik kabi xususiyatlari ularni yuqori haroratli sharoitlarda ishlatishga juda moslashtiradi.

Ferrit granatlarining izoelektrik xususiyatlari ularning elektrik zaryadi, kimyoviy reaksiyalar, magnitlanish xususiyatlari, adsorbsiya jarayonlari va elektron tizimlaridagi ishlash samaradorligiga ta'sir qiladi. Ularning izoelektrik nuqtasi, materialning sirt faoliyatini, kimyoviy muvozanatini va texnologik jarayonlar samaradorligini oshiradi.

Ferrit granatlarining optik xususiyatlari ularning optik yoritish, yutish, aks ettirish, polarizatsiyalashish va refraksiyalash kabi xususiyatlari bilan bog'liq. Bu xususiyatlar ferrit materiallarini mikroto'lqinli tizimlar, optik tolali aloqalar, magnitli optik tizimlar va sensorlar kabi sohalarda ishlatish uchun moslashtiradi.

Ferrit granatlarining mexanik xususiyatlari ularning qattqlik, elastiklik, siqilish kuchi, zarba chidamliligi va deformatsiya qobiliyatlarini o'z ichiga oladi. Ularning yuqori mexanik mustahkamligi, zarbaga chidamliligi va elastik xususiyatlari, ularni sanoat, mexanik tizimlar va yuqori texnologik ilovalarda ishlatish uchun ideal materialga aylantiradi.

ADABIYOTLAR:

1. Gilleo, M. A. (1996). *Ferromagnetic Garnets*. New York: Springer-Verlag.
2. Baltzer, P. K., & Warren, W. (1970). *Physical Properties of Ferrimagnetic Materials*. // *Advances in Materials Research*, Vol. 5, Academic Press.
3. Standley, K. J. (1972). *Oxide Magnetic Materials*. Oxford: Clarendon Press.
4. Smit, J., & Wijn, H. P. J. (1959). *Ferrites: Physical Properties of Ferrimagnetic Oxides in Relation to Their Technical Applications*. Eindhoven: Philips Technical Library.
5. Nakamura, T. (1999). "Low-Temperature Sintering of Ferrite Ceramics". // *Journal of Materials Science*, 34(8), 1-12.
6. Harris, V. G., & Geiler, A. L. (2010). "Modern Advances in Ferrite Garnet Technology". // *IEEE Transactions on Magnetics*, 46(6), 1955-1978.
7. Kagami, J., & Ando, Y. (2008). "Thermal Properties and Structural Analysis of Ferrite Garnets". // *Ceramics International*, 34(5), 563-572.
8. Cullity, B. D., & Graham, C. D. (2011). *Introduction to Magnetic Materials*. New York: Wiley-IEEE Press.
9. Turov, E. A., & Vinogradov, M. A. (1989). *Physical Properties of Magnetically Ordered Crystals*. Moscow: Nauka.
10. Rao, C. N. R., & Gopalakrishnan, J. (1997). *New Directions in Solid State Chemistry*. Cambridge University Press.

IKKI ELEMENTLI LITIY FTOR QOTISHMASI SIRTIDA HOSIL QILINGAN PLAZMANING PARAMETRLARINI TADQIQ QILISH

Japaqov Azamat Ikrombayevich,
Urganch davlat universiteti Elektrotexnika va energetika kafedrasida o'qituvchisi
Vapayev Murodbek Ergashovich,
Urganch davlat universiteti Elektrotexnika va energetika kafedrasida dotsenti, PhD
Davletov Ikram Yusubovich,
Urganch davlat universiteti Elektrotexnika va energetika kafedrasida professori, f-m.f.d
Boltaev Ganja Sapayevich,
Toshkent irrigatsiya va qishloq xo'jaligini mexanizatsiyalash muhandislari instituti
katta ilmiy xodimi, f-m.f.d
**murod.wme@mail.ru*

Annotatsiya. Ushbu ishda qattiq agregat holatdagi litiy ftor (LiF) qotishmasi sirtiga to'liq uzunligi 1064 nm, impuls davomiyligi 20 ns bo'lgan Nd: YAG lazer nurlanishi ta'sirida hosil bo'lgan plazma spektroskopik usul yordamida o'rganildi. Plazma emissiya spektrlari 10^{-2} torr bosimli vakuum sharoitida qayd qilindi. Litiy ftor qotishmasi sirtida hosil qilingan plazmaning asosiy parametrlari elektronlar zichligi va ularning temperaturalari aniqlandi. Elektronlar zichligi va temperaturasining o'lgan qiymatlari boshqa muhim plazma parametrlarini hisoblash imkoniyatini berdi.

Kalit so'zlar: LIBS, spektroskopiya, lazer plazmasi, elektron zichlik, elektron temperaturasi.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПЛАЗМЫ, ОБРАЗУЮЩЕЙСЯ НА ПОВЕРХНОСТИ ДВУХЭЛЕМЕНТНОГО ЛИТИЙ-ФТОРИСТОГО СПЛАВА

Аннотация. В данной работе поверхность сплава фторида лития (LiF) в твёрдом агрегатном состоянии исследовалась спектроскопическим методом плазмы, образующейся под воздействием излучения Nd:YAG-лазера с длиной волны 1064 нм и длительностью импульса 20 нс. Спектры эмиссии плазмы регистрировались в условиях вакуума при давлении 10^{-2} Торр. Основными параметрами плазмы, образующейся на поверхности литий-фтористого сплава, были плотность электронов и их температура. Измеренные значения плотности электронов и температуры позволили рассчитать другие важные параметры плазмы.

Ключевые слова: LIBS, спектроскопия, лазерная плазма, электронная плотность, электронная температура.

INVESTIGATION OF THE PARAMETERS OF PLASMA GENERATED ON THE SURFACE OF A TWO-ELEMENT LITHIUM FLUORINE ALLOY

Abstract. In this study, the surface of lithium fluoride alloy (LiF) in its solid aggregate state was examined using spectroscopic analysis of plasma generated by Nd:YAG laser radiation. The laser operated at a wavelength of 1064 nm with a pulse duration of 20 ns. Plasma emission spectra were recorded under vacuum conditions at a pressure of 10^{-2} Torr. Key plasma parameters, including electron density and temperature, were determined. These measured values provided a basis for calculating additional critical plasma properties.

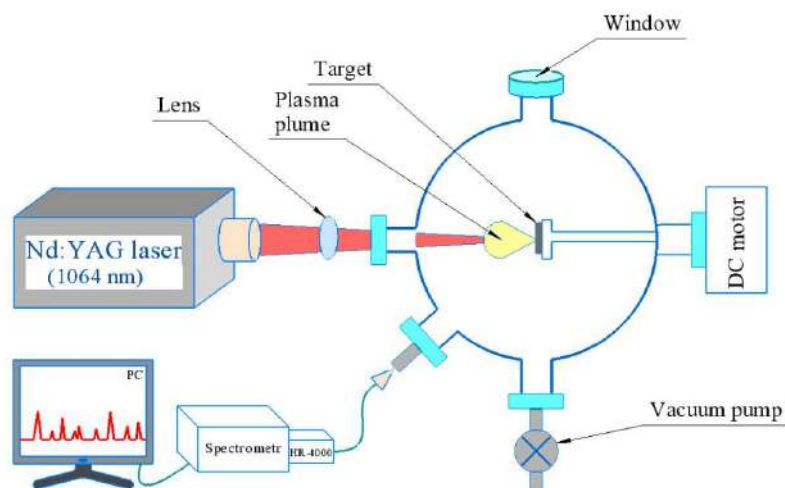
Keywords: LIBS, spectroscopy, laser plasma, electron density, electron temperature.

Kirish. Bugungi kunda ikki va ko'p elementli qotishmalarni elementar spektrokimyoviy tahlil usuli sifatida, lazer spektroskopiyasi (LIBS- laser-induced breakdown spectroscopy) keng qo'llanilmoqda. LIBS usuli yordamida moddani har qanday agregat holatida, ya'ni gaz, suyuq yoki qattiq holatida bo'lishidan qat'iy nazar tahlil qilish imkoniyati mavjud [1-3]. Lazer impulslari mikroplazma hosil bo'lishiga olib keladigan, oz miqdordagi materialni atomizatsiya qilish uchun namunaga yo'naltiriladi. Lazer nurlanishlarining atomlar va elektronlar bilan o'zaro ta'sirlashuvi natijasida yuqori temperaturada plazma hosil bo'ladi va plazma turli spektrlarda o'zidan yorug'lik chiqaradi. Plazma yorug'ligi spektral ravishda aniqlanadi va har bir elementning noyob emissiya spektri asosida namunaning elementar tarkibini aniqlash imkonini beradi. Litiy elementini izotopik konsentratsiyalarni miqdoriy aniqlash uchun LIBS qulay usul

hisoblanadi [4–10]. Zamonaviy yuqori samarali zaryad to‘plovchi batareyalarda litiy asosidagi qotishmalar yuqori energiya zichligi va elektrokimyoviy xususiyatlari tufayli muhim ahamiyatga ega [11]. Batareya ishlab chiqarish sanoatining rivojlanishi bilan batareya materiallari ishlab chiqarishda yuqori texnologiyali materiallarga talab tobora ortib bormoqda. Litiy aralashmalari ilg‘or yadroviy reaktorlarda sovutish suvi va yoqilg‘i tashuvchisi sifatida ishlatiladigan erigan tuz aralashmalarining asosiy komponentidir [12]. Litiy past neytron yutilishi va mukammal termal xususiyatlari tufayli radiatsiyadan himoya qiluvchi material sifatida ishlatiladi [13].

Hozirgi kunda litiy qotishmalari yadro energetikasi, optika, materialshunoslik va radiatsiyani aniqlash kabi sohalarda turli maqsadlarda qo‘llanilib, ushbu metallarni qayta ishlash va qayta tiklashga ehtiyoj juda katta.

Tadqiqot metodologiyasi. Ushbu ish LIBS usulida ikki elementli litiy ftor qotishmasini tahlil qilish va plazma tarkibiy tuzilishini hamda plazma parametrlarini tadqiq qilishni o‘z ichiga oladi. Bunda 10^{-2} torr bosimli vakuum sharoitida qattiq agregat holatidagi Li F qotishmasini to‘lqin uzunligi 1064 nm va impuls davomiyligi 20 ns bo‘lgan Nd:YAG lazeri bilan nurlantirildi. Lazer nurlanishining energiyasi 100 mJ bo‘lib, lazer nuri fokus masofasi 25 cm ga teng bo‘lgan yig‘uvchi linza yordamida vakuum kamera ichida joylashtirilgan namunaga yo‘naltirildi. Hosil bo‘lgan plazmaning emission parametrlarini nur tolali optik spektrometr (Ocean Optics HR-4000) yordamida tahlil qilindi. Spektral qurilma plazma spektrini to‘lqin uzunligi 200 nm dan 1100 nm oraliqlarida tahlil qilish imkonini beradi. Namuna sifatida litiy ftor qotishmasi olindi. Tajriba sxemasi 1-rasmda keltilgan.



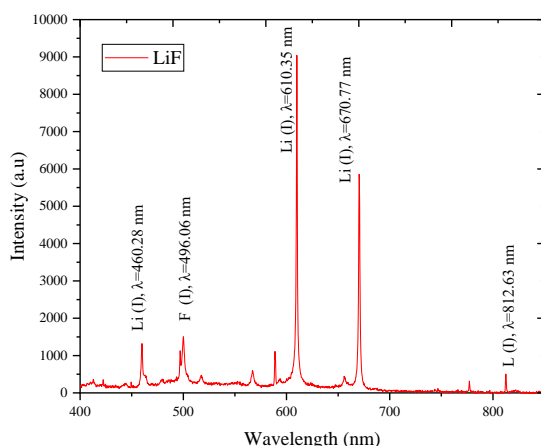
1-rasm. Tajriba sxemasi

Tahlil va natijalar. Olingan plazma emissiya spektr tarkibida Li va F elementlarini (I) bir zaryadli ionlardan hosil bo‘ladigan ion o‘tishlari mavjudligini ko‘rsatdi (2-rasm). Plazma spektrlariga mos litiy va ftor ionlari uchun to‘lqin uzunliklar va mazkur o‘tish liniyalarining kengliklari aniqlanib bu kattaliklar Shtark kengayish usuli yordamida plazma sohasidagi erkin elektronlar konsentrasiyalarini aniqlash imkonini berdi.

Shtark effekti bu tashqi maydonning mavjudligi sababli atomlar va molekular spektral chiziqlarining siljishi va bo‘linishidir. Shtark effektini emissiya va yutulish liniyalari uchun ham kuzatish mumkin. Spektrning keskin kengayishi plazma spektridagi chiziqlar zaryadlangan zarralarni to‘qnashuvidan kelib chiqadi. Elektron zichligi va FWHM (full widths at half maximum) spektr yarim kengligi orasidagi farqi ko‘rsatilganidek, Shtark kengaytirilgan chiziqi quyidagicha bo‘ladi:

$$\Delta\lambda_{\frac{1}{2}} = \left[2W \left(\frac{n_e}{10^{16}} \right) + 3,5A \left(\frac{n_e}{10^{16}} \right)^{\frac{1}{4}} \cdot \left(1 - \frac{3}{4} N_D^{-\frac{1}{3}} \right) W \left(\frac{n_e}{10^{16}} \right) \right]^0 \text{ \AA} \quad (1)$$

bu yerda N_D - Debay sferasidagi zarralar soni, A -ionlarni o‘zaro ta’sir parametri, W - elektron ta’sir parametri. Tenglama o‘ng tomonidagi birinchi had elektronlarni o‘zaro ta’siridan kengayishni va ikkinchi had elektron va ionlarni o‘zaro ta’sir parametri koeffitsiyenti.



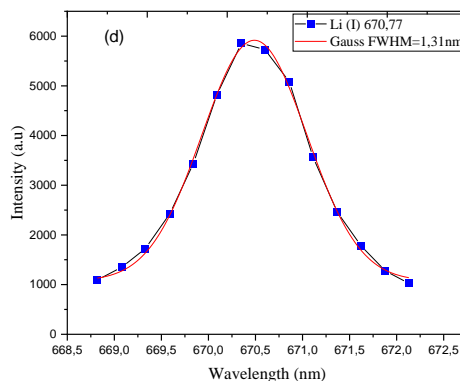
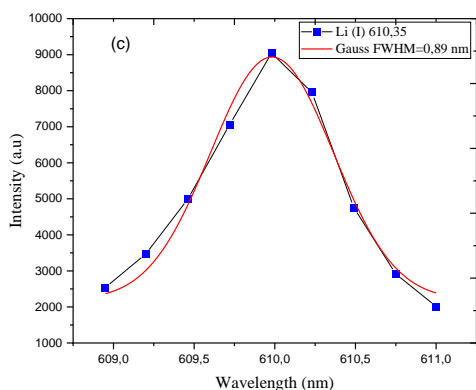
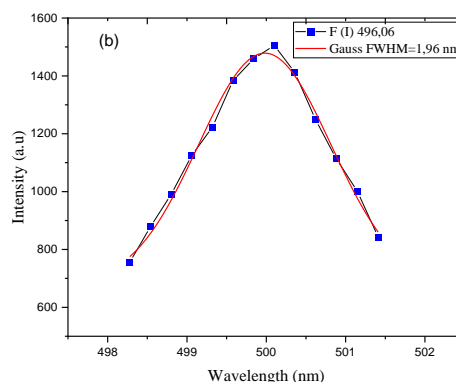
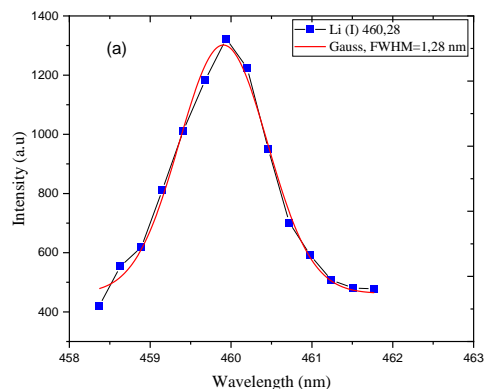
2-rasm. LiF qotishmasining plazma emissiya spektri

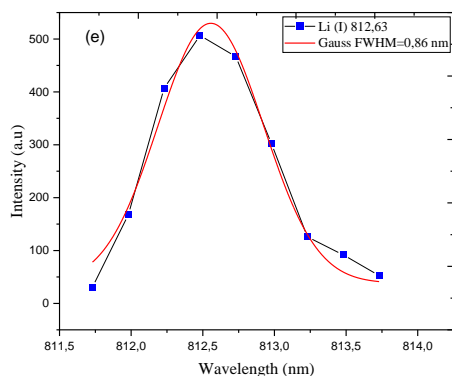
Vodorodsimon bo'lmagan ionlar uchun Shtark kengayishi elektron ta'siri, ionlarni o'zaro ta'siridan ustunlik qiladi va ionlarni o'zaro ta'sir koeffitsiyenti ahamiyatsiz [14]. Natijada Shtark kengayishi quyidagicha bo'ladi.

$$\Delta\lambda_{\frac{1}{2}} = 2W \left(\frac{n_e}{10^{16}} \right)^0 \text{ \AA}. \quad (2)$$

$\Delta\lambda_{\frac{1}{2}}$ = FWHM (full width half maximum) spektr chiziqini maksimal yarim kengligi, n_e -elektron

zichligi. Shtark kengayish usulidan foydalanib LiF qotishmasini (I) zaryadli ion o'tishlaridan hosil bo'lgan spektr chiziqlarining qiymatlariga mos keluvchi shkalasidan elektron zichliklari aniqlandi (1-jadval). Bunda spektr chiziqini maksimal yarim kengligi (FWHM) har bir spektr chiziqini Gauss impulsi bilan moslashtirish orqali aniqlandi (3-rasm). Moslashtirish har bir spektr chiziqlari uchun alohida amalga oshirildi. Elektronlarning o'zaro ta'sir parametri W ni son qiymati adabiyot [15] dan olindi.





3-rasm. Lazer nurlanishi ta'sirida LiF qotishmasi sirtida hosil bo'lgan plazma a) Li(I) $\lambda=460,28$ nm b) F(I) $\lambda=496,06$ nm, c) Li(I) $\lambda=610,35$ nm d) Li (I) $\lambda=670,77$ nm e) Li(I) $\lambda=812,62$ nm spektr chiziqlarini Gauss impulsi bilan moslashtirish.

1-jadval.

Atom/ion	To'liq uzunligi $\lambda_{ki,Z}$ (nm)	Konfiguratsiyasi	Elektron ta'sir parametri w (Å)	Elektrolar zichligi n_e , (10^{17}) cm^{-3}
Li (I)	460,28	$2p2P-4d2D$	1,57	0.4076
F (I)	496,06	$3p4P-5d4D$	0,482	2.033
Li (I)	610,35	$2p2P-3d2D$	0,359	1.239
Li (I)	670,77	$2s2S-2p2P$	0,0378	17.328
Li (I)	812,62	$2p2P-3s2S$	0,329	1.306

Har bir spektr chiziqlari uchun plazma sohasidagi elektronlar zichligi aniqlandi(1-jadval).

Agarda plazma sohasida termodinamik muvozanat mavjud bo'lsa, u holda energiya darajasining nisbiy sathlari va zarrachalarning tezligini taqsimlash kabi plazma xususiyatlarini temperatura tushunchasi orqali tasvirlash mumkin. Aslida, termodinamik muvozanat kamdan-kam hollarda to'liq bajariladi, shuning uchun foydali yaqinlashuv, lokal termodinamik muvozanat(LTE) sharti qabul qilindi. Odatda og'ir zarralar (atomlar va ionlar) va yengil zarralar (elektronlar) alohida, tezroq, keyin esa bir-biri bilan vaqt o'tishi bilan muvozanatlashadi. To'qnashayotgan zarrachalarning massalari qanchalik yaqin bo'lsa zarralar o'rtasidagi energiya teng ravishda taqsimlanadi.

Lokal termodinamik muvozanatdagi plazma uchun zarrachalar guruhining (uyg'ongan holatlar) energetik sathi Bolsmanning taqsimot qonuni bilan ifodalanadi [16] :

$$\frac{n_{k,Z}}{n_Z} = \frac{g_{k,Z}}{P_Z} \exp\left(-\frac{E_{k,Z}}{k_B T}\right) \quad (3)$$

Bu yerda Z ionlanish bosqichidagi zarrachalar soni (zaryad karraligi) ($Z = 0$ va 1 mos ravishda neytral va yakka ionlangan atomlarga mos keladi), k_B - Bolsman doimiysi, T - plazma temperaturai, $n_{k,Z}$, $E_{k,Z}$ va $g_{k,Z}$ - mos ravishda zarrachalarning soni, Energiya va bir xil yuqori energiyali sathning darajasi k , n_Z - elektron zichligi va P_Z - Z ionlanish bosqichidagi zarrachaning termodinamik funktsiyasi. Optik jihatdan yupqa plazma, ya'ni juda kam nurlanish yutiladigan plazmadagi ionlanish darajasi Z bo'lgan zarrachalarning yuqori energetik va quyi energetik sathlari orasida hosil bo'lgan spektral chiziqning to'la intensivligi I_Z quyidagicha ifodalanadi.

$$I_Z = \frac{hc}{4\pi\lambda_{ki,Z}} A_{ki,Z} L \frac{n_Z}{P_Z} g_{k,Z} \exp\left(-\frac{E_{k,Z}}{k_B T}\right) \quad (4)$$

Bu yerda h - Plank doimiysi, c – yorug'lik tezligi, L - plazmaning xarakteristik uzunligi, $A_{ki,Z}$ – o'tish ehtimoli va $\lambda_{ki,Z}$ – o'tish chizig'i to'liq uzunligi. (4) tenglamadan natural logorifim olsak quyidagi ko'rinishda ifodalanadi.

$$\ln\left(\frac{I_Z \lambda_{ki,Z}}{g_{k,Z} A_{ki,Z}}\right) = -\frac{1}{k_B T} E_{k,Z} + \ln\left(\frac{hcLn_Z}{4\pi P_Z}\right) \quad (5)$$

Agar bu chiziqli tenglamaning chap tomoni $\ln\left(\frac{I_Z \lambda_{ki,Z}}{g_{k,Z} A_{ki,Z}}\right)$ yuqori sathda bir necha qayta o'tishlar

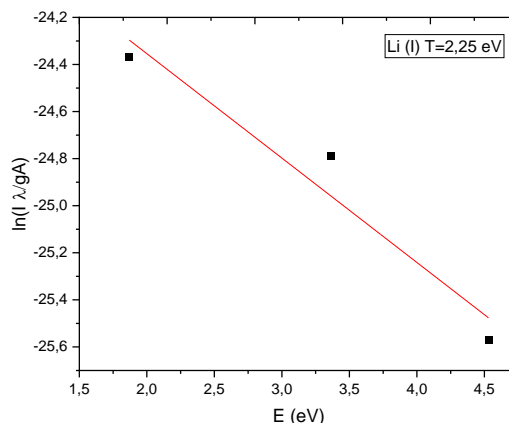
uchun Z ionlanish bosqichidagi zarrachalarning energiyasini ifodalasa u holda o'rnatilgan qiyalik $-\frac{1}{k_B T}$ ga

teng bo'ladi, bu esa temperaturani aniqlaydi. T ning qiymati Bolsman tenglamasining darajalovchisi o'zgaruvchisi deb xulosa qilinadi. Termodinamik muvozanat holatida va plazma optik jihatdan yupqa deb faraz qilinganda (5)-tenglamaga ega bo'linadi

2-jadval.

Atom/ion	To'lqin uzunligi $\lambda_{ki,Z}$ (nm)	Yuqori sath energiyasi E_k (sm ⁻¹)	Quyi sath energiyasi E_b (sm ⁻¹)	Yuqori sath energiya darajasi g_k	O'tish ehtimoligi A_{ki} (s ⁻¹)
Li I	460,28	36623,38	14903,66	4	1.93×10^7
Li I	610,35	31283,12	14904,00	4	5.71×10^7
Li I	670,77	14904,00	0	4	3.68×10^7

LiF plazmasining bir nechta emissiya spektr chiziqlarini hisobga olgan holda Bolsman taqsimot usulidan foydalanish plazma sohasidagi elektronlar temperaturasini, aniqroq o'lchash imkoniyatini berdi. Bir xil ion o'tishli emissiya liniyalari qancha ko'p bo'lsa elektron temperaturasini o'lchash aniqligi ortadi. Bunda LiF plazma sohasidagi elektronlar temperaturasini aniqroq o'lchash uchun (5) tenglamadan foydalanildi. Bir xil ion o'tishli Li (I) uchun 3ta ion o'tish emissiya chiziqlari (Li (I) [460,28], [610,35], [670,77]) uchun Bolsman chiziqli grafigi hosil qilindi (4-rasm). Bunda qiyalik plazma sohasidagi elektronlar temperaturasini bildirib qiymati Li(I) ion o'tishlar uchun T=2,25 eV ga teng ekanligi aniqlandi. Plazma sohasidagi elektronlar temperaturasini aniqlashda 2-jadvaldagi optik kattaliklardan foydalanildi.



4-rasm. Li (I) ion o'tish emissiya spektr chiziqlari uchun Bolsman taqsimot grafigi

Aniqlangan plazmaning asosiy parametrlari elektronlar zichligi va temperaturasining o'lchangan qiymatlari (N_e va T_e) boshqa muhim plazma parametrlarini hisoblash uchun foydalanish mumkin. Elektr maydonining ta'sirini kamaytirish va plazma ichidagi kvazi-neytrallik xususiyatlarini saqlab qolish uchun zaryadlangan zarralar Debay uzunligi deb nomlangan ekranni beradi [17]. Debay uzunligi λ_D plazma sohasidagi elektronlar zichligi va temperaturasiga bog'liq ravishda quydagicha aniqlanadi:

$$\lambda_D = \left[\frac{\epsilon_0 k_B T_e}{N_e e^2} \right]^{1/2} \approx 743 \times \left(\frac{T_e}{N_e} \right)^{1/2}, \quad (cm) \quad (6)$$

Debay uzunligi (λ_D), Debay radiusi deb ham ataladi, shuningdek Debay radiusiga teng bo'lgan hajmga Debay sferasi deyiladi. Debay sferasi ichidagi zarralar sonini N_D (7) tenglama orqali aniqlash mumkin.

$$N_D = \frac{4\pi}{3} N_e \lambda_D^3 \quad (7)$$

Plazma sohasidagi aniqlangan elektronlar zichligidan foydalanib Debay sferasi ichidagi zarralarning tebranish chastotasini ya'ni plazma chastotasini aniqlash mumkin.

$$\omega_p = \left(\frac{N_e e^2}{\epsilon_0 m} \right)^{1/2} \quad (8)$$

Bu yerda e -elektron zaryadi, m -elektron massasi, ϵ_0 -elektr doimiysi. Berilgan o'zgarmas doimiylarni xisoblasak plazma chastotasini faqat elektronlar zichligiga bog'liqligi kelib chiqadi. Plazma sohasidagi elektronlar zichligini ortishi plazma chastotasini ortishiga olib keladi.

$$f_p = \frac{\omega_p}{2\pi} \approx 8,98 \sqrt{N_e} \quad (9)$$

Elektronlarning termal ta'siri natijasida plazma yuqori chastotalarda tebranadi. Kattaroq f_p (haddan tashqari elektronlari zich plazma) da elektromagnit to'lqinlar plazmadan qaytadi va kichik f_p (past elektron zichlikdagi plazma)da, plazma orqali sinadi. Ma'lum laboratoriya sharoitlarida lazer nurlanishi ta'sirida hosil qilingan plazma uchun elektromagnit nurlanishning kirib borishi mumkin bo'lgan chuqurlik plazma skin chuqurligi (PSD- plasma skin depth) deb ataladi va (10) tenglama bilan aniqlanadi.

$$PSD = \frac{c}{f_p} \approx 5,31 \times 10^5 N_e^{-\frac{1}{2}}, \quad (cm) \quad (10)$$

Debay uzunligi λ_D va plazma skin chuqurligi (PSD) solishtirish plazmaning relativistik xususiyatlari haqida malumotlar beradi. Bunda Debay uzunligi λ_D plazma skin chuqurligi (PSD) dan kichik $\lambda_D < PSD$ bo'lsa plazma termal relativistik emasligini ($kT_e \ll m_e c^2 = 0.5 \text{ MeV}$) bildiradi [18]. Agar $\lambda_D > PSD$ bo'lsa plazma termal relativistik xususiyatiga ega bo'ladi. Plazmaning relativistik tabiatini bilish ionlarni harakatga keltirish, proton terapiyasi, astrofizika, vaqt bilan aniqlangan radio-biologik tadqiqotlar va radiokimyoviy tajribalarda juda muhimdir [19].

3-jadval.

<i>Atom/ion</i>	<i>FWHM (Å)</i>	<i>$\lambda_D (10^{-4} \text{ sm})$</i>	<i>$N_D (10^6)$</i>	<i>$f_p(\text{GHz})$</i>	<i>PSD(sm)</i>
Li (I)	12.8	5.949	35.928	1.81	0.165
F (I)	19.6	2.662	16.06	4.04	0.074
Li (I)	8.9	3.409	20.57	3.16	0.094
Li (I)	13.1	0.911	5.485	11.8	0.253
Li (I)	8.6	3.321	20.027	3.24	0.092

Elektronlar zichligi va temperaturasining o'lchangan qiymatlari (N_e va T_e) dan foydalanib Debay uzunligi va soni, plazma chastotasi hamda plazma skin kengliklari LiF plazma spektrini har bir liniya chiziqlari uchun hisoblandi (3-jadval). Zaryadlangan zarracha, odatda elektron, ion yoki neytral atom bilan o'zaro ta'sirlashganda elektromagnit maydondan energiya olish jarayonida invers bremsstrahlung (IB) hodisasi yuz beradi. Plazma sohasida lazer nurlanishini yutilishi natijasida, lazer nurlanishini elektr maydoni erkin elektronlar va ionlar bilan o'zaro ta'sirlashadi, natijada elektronlar energiya yutadi [20]. Ushbu tadqiqotda lazer nurlanishini plazma sohasida invers bremsstrahlung yutilishini asosiy mexanizmi bo'lgani uchun, yutilish koeffitsiyentini quydagicha aniqlashimiz mumkin:

$$\alpha_{IB} = 1,37 \times 10^{-26} \lambda^3 N_e^2 T_e^{-1/2}, \quad (11)$$

bu yerda λ tajribada qo'llanilgan lazer nurlanishining to'lqin uzunligi. Ushbu ishda lazer nurlanishining to'lqin uzunligi 1064 nm ga teng. Plazma sohasidagi elektronlarning tezligi juda katta diapazonda o'zgarishi mumkin, chunki bu tezlik ularning energiyasiga, temperaturasiga va plazma turiga bog'liq. Lazer nurlanishi ta'sirida hosil qilingan plazma sohasidagi elektronlar yuqori temperaturasi tufayli termal tezlikga ega bo'ladi va quydagicha aniqlanadi.

$$v_{T_e} = \sqrt{\frac{k_B T_e}{m_e}} \approx 4,19 \times 10^7 T_e^{\frac{1}{2}}, \quad (cm/s) \quad (12)$$

Plazma sohasidagi v_{ei} -elektronlar va ionlarning to'qnashuv tezligi elektronlar zichligi va temperaturasiga bog'liq ravishda quydagicha aniqlanadi.

$$v_{ei} = 2,9 \times 10^{-6} N_e T_e^{-3/2} \ln \Lambda, \quad \left(\frac{cm}{s} \right) \quad (13)$$

bu yerda $\ln \Lambda = \ln \frac{9N_D}{z}$ – Kulon logarifmi, Z - ionlarning zaryad karraligi. Muayyan haroratda elektronning o'rtacha de Broyl to'lqin uzunligi elektron termal de Broyl to'lqin uzunligi deb ataladi va (14) tenglama orqali aniqlanadi.

$$\lambda_{th,e} = \sqrt{\frac{h^2}{2\pi m_e k_B T_e}} \approx 6,919 \times 10^{-8} \frac{1}{T_e^{1/2}}, \quad (14)$$

4-jadval.

Atom/ion	v_{Te} (10^9 cm/s)	α_{IB} (10^{-12} cm $^{-1}$)	V_{ei} (10^5 s $^{-1}$)	$\lambda_{th,e}$ (10^{-10} cm)
Li (I)	6.77	0.2	5.49	4.28
F (I)		4.23	25.85	
Li (I)		1.567	15.7	
Li (I)		306	211	
Li (I)		1.74	17.06	

LiF plazmasi haqida aniqroq ma'lumotlarga ega bo'lish uchun plazma sohasida lazer nurlanishini yutilish koeffitsiyent, elektronlarning termal tezligi, elektronlar va ionlarning to'qnashuv tezligi hamda de Broyl to'liq uzunliklari aniqlandi (4-jadval). Lazer nurlanishi bilan ta'sir qilish orqali ikki elementli LiF qotishmasi sirtida hosil qilingan plazma parametrlarini o'rganish bugungi kunda zaryad to'plovchi batariyalarda qo'llanilayotgan Li elementining yangi xususiyatlarini o'rganishga keng imkoniyatlar ochadi.

Xulosa. Xulosa qilib aytadigan bo'lsak, ushbu ishda qattiq agregat holatdagi litiy ftor LiF qotishmasi sirtiga vakuum 10^{-2} torr bosimda to'liq uzunligi 1064 nm, impuls davomiyligi 20 ns bo'lgan Nd: YAG lazer nurlanishi ta'sirida hosil bo'lgan plazma spektroskopik usul yordamida o'rganildi. Litiy ftor qotishmasi hosil qilingan plazmaning asosiy parametrlari elektronlar zichligi va ularning temperaturalarini aniqlandi. Aniqlangan plazmaning asosiy parametrlari elektronlar zichligi va temperaturasining o'lgangan qiymatlari (N_e va T_e) boshqa muhim plazma parametrlarini hisoblash imkoniyatini berdi. Ikki elementli LiF qotishmasi sirtida hosil qilingan plazma parametrlarini aniqlash orqali qattiq agregat holatdagi aralashmalarni sifat va miqdor jihatdan tahlil qilishga hamda plazma sohasida sodir bo'ladigan fizik jarayonlarni tushinishga keng imkoniyatlar yaratiladi.

ADABIYOTLAR:

1. Radziemski L. J., "From LASER to LIBS, the path of technology development," *Spectrochim. Acta Part B At. Spectrosc.*, vol. 57, no. 7, pp. 1109–1113, Jul. 2002, doi: 10.1016/S0584-8547(02)00052-6.
2. Andrzej I. S. Miziolek W., Palleschi V., *Laser induced breakdown spectroscopy (LIBS): Fundamentals and applications.* Cambridge: Cambridge University Press, 2006.
3. Vapayev M. E., Sobirov B. R., Kamalov S. R., Davletov I. Y., and Boltaev G. S., "Lazer nurlanishi ta'sirida mis sirtida hosil qilingan plazmasining optik xususiyati," *ILMIY AXBOROTNOMA*, vol. 2, pp. 119–124, 2022.
4. Maurya G. S., Marín-Roldán A., Veis P., Pathak A. K., and Sen P., "A review of the LIBS analysis for the plasma-facing components diagnostics," *J. Nucl. Mater.*, vol. 541, p. 152417, Dec. 2020, doi: 10.1016/j.jnucmat.2020.152417.
5. Marenkov E. D. et al., "Dynamics of lithium plasma in laser-induced breakdown spectroscopy," *Spectrochim. Acta Part B At. Spectrosc.*, vol. 210, p. 106822, Dec. 2023, doi: 10.1016/j.sab.2023.106822.
6. Cao et al. Z., "Improved internal standard LIBS method used in CLF-1 exposure to liquid lithium," *Nucl. Mater. Energy*, vol. 24, p. 100786, Aug. 2020, doi: 10.1016/j.nme.2020.100786.
7. Hull G., McNaghten E. D., Coffey P., and Martin P., "Isotopic analysis and plasma diagnostics for lithium detection using combined laser ablation–tuneable diode laser absorption spectroscopy and laser-induced breakdown spectroscopy," *Spectrochim. Acta Part B At. Spectrosc.*, vol. 177, p. 106051, Mar. 2021, doi: 10.1016/j.sab.2020.106051.
8. Japakov A. I., Vapaev M. E., Bedilov R. M., Azamatov Z. T., and Davletov I. Y., "Spectra of Multiply Charged Ions in Laser Plasma Formed from Gas-Containing Targets," *East Eur. J. Phys.*, no. 3, pp. 490–494, Sep. 2023, doi: 10.26565/2312-4334-2023-3-55.
9. Japakov A. I., Davletov I. Y., and Bedilov R. M., "Mass spectrum of ions in a two-element Eu2O3

laser plasma,” «Узбекский физический журнал», vol. 26, no. 2, Jul. 2024, doi: 10.52304/v26i2.521.

10. Boltaev G. S., Iqbal M., Kamalov S. R., Vapaev M., Davletov I. Y., and Alnaser A. S., “Impact of plasma conditions on the shape of femtosecond laser-induced surface structures of Ti and Ni,” *Appl. Phys. A*, vol. 128, no. 6, p. 488, Jun. 2022, doi: 10.1007/s00339-022-05614-w.

11. M.-C. Michaud Paradis et al., “Deep Learning Classification of Li-Ion Battery Materials Targeting Accurate Composition Classification from Laser-Induced Breakdown Spectroscopy High-Speed Analyses,” *Batteries*, vol. 8, no. 11, p. 231, Nov. 2022, doi: 10.3390/batteries8110231.

12. Y. Lu, X. Han, and Z. Li, “Enabling Intelligent Recovery of Critical Materials from Li-Ion Battery through Direct Recycling Process with Internet-of-Things,” *Materials (Basel)*, vol. 14, no. 23, p. 7153, Nov. 2021, doi: 10.3390/ma14237153.

13. L. Zhou, A. Garg, J. Zheng, L. Gao, and K. Oh, “Battery pack recycling challenges for the year 2030: Recommended solutions based on intelligent robotics for safe and efficient disassembly, residual energy detection, and secondary utilization,” *Energy Storage*, vol. 3, no. 3, Jun. 2021, doi: 10.1002/est2.190.

14. Griem H. R., *Plasma Spectroscopy*, 1st Editio. New York city: McGraw Hill, 1964. [Online]. Available: <https://www.amazon.com/Plasma-Spectroscopy-Hans-R-Griem/dp/B0000CMFJM>

15. Dimitrijević M. S., “Forty Years of the Applications of Stark Broadening Data Determined with the Modified Semiempirical Method,” *Data*, vol. 5, no. 3, p. 73, Aug. 2020, doi: 10.3390/data5030073.

16. Griem H. R., *Principles of Plasma Spectroscopy*. Cambridge University Press, 1997. doi: 10.1017/CBO9780511524578.

17. Ajith A., Swapna M. N. S., H. Cabrera, and S. I. Sankararaman, “Comprehensive Analysis of Copper Plasma: A Laser-Induced Breakdown Spectroscopic Approach,” *Photonics*, vol. 10, no. 2, p. 199, Feb. 2023, doi: 10.3390/photonics10020199.

18. Stenson E. V., Horn-Stanja J., Stoneking M. R., and Pedersen T. S., “Debye length and plasma skin depth: two length scales of interest in the creation and diagnosis of laboratory pair plasmas,” *J. Plasma Phys.*, vol. 83, no. 1, p. 595830106, Feb. 2017, doi: 10.1017/S0022377817000022.

19. Umstadter D., “Review of physics and applications of relativistic plasmas driven by ultra-intense lasers,” *Phys. Plasmas*, vol. 8, no. 5, pp. 1774–1785, May 2001, doi: 10.1063/1.1364515.

20. Haq S. U., Ahmat L., Mumtaz M., Shakeel H., Mahmood S., and Nadeem A., “Spectroscopic studies of magnesium plasma produced by fundamental and second harmonics of Nd:YAG laser,” *Phys. Plasmas*, vol. 22, no. 8, Aug. 2015, doi: 10.1063/1.4928376.

**O‘ZGARTIRILGAN CHAPLYGIN GAZI BILAN O‘RALGAN ZARYADLANGAN
QORA TUYNUK**

Nishonov Isomiddin Elmirzayevich,
Samarqand davlat universiteti tayanch doktoranti
isomiddinniwonov96@gmail.com
Karshiboev Shavkat Esirgapovich,
O‘zbekiston-Finlandiya pedagogika instituti
Tolibjanov Temurmaliq Xamidillo o‘g‘li,
Namangan davlat universiteti tayanch doktoranti
Jiyanov Sherzod Egamberdi o‘g‘li,
Samarqand davlat universiteti
Talabalar bilimni baholash bo‘limi bosh mutaxassisi
Fayziev Fayzulloh G‘ayrat o‘g‘li,
O‘zbekiston Milliy univerversiteti magistranti

Annotatsiya. Ushbu tadqiqot Chaplygin gazi bilan o‘ralgan zaryadlangan qora tuynuklar tizimining fizikaviy xususiyatlarini o‘rganadi. Qora tuynuklar koinotdagi eng sirli obyektlar bo‘lib, ularning juda kuchli tortishish kuchi natijasida yorug‘lik va boshqa moddalar hatto tuynukning ichiga kirib, u yerda to‘planib qoladi. So‘nggi yillarda qora tuynuklar va atrofidagi moddalar o‘rtasidagi o‘zaro ta’sirlar haqida yangi nazariyalar va modellarning ishlab chiqilishi, koinot fizikasi va astrofizikasini yanada chuqurroq tushunishga imkon bermoqda. Chaplygin gazi esa o‘zining o‘ziga xos termodinamik xususiyatlari bilan diqqatga sazovor materiya turi bo‘lib, uning qora tuynuklar tizimlarida qanday rol o‘ynashi haqida ko‘plab tadqiqotlar mavjud. Ushbu ilmiy ishda, Chaplygin gazi bilan o‘ralgan zaryadlangan qora tuynuklarning termodinamik xususiyatlari, barqarorligi va tizimdagi energiya almashinuvi tahlil qilinadi. Shuningdek, qora tuynukning zaryadi va Chaplygin gazining xususiyatlari, qora tuynuklarning hodisalari, singularliklar va hodisalar tuzilmasiga qanday ta’sir ko‘rsatishini o‘rganish maqsad qilingan. Tadqiqot qora tuynuklar va Chaplygin gazining o‘zaro ta’siri, qora tuynukning atrofidagi fazoviy struktura va uning kengayishi haqida yangi fikrlar taklif qilishni maqsad qilgan.

Kalit so‘zlar: Chaplygin gazi, fizikaviy xususiyatlar, Event horizon (horizont hodisasi).

**ЗАРЯЖЕННАЯ ЧЁРНАЯ ДЫРА, ОКРУЖЁННАЯ ИЗМЕНЁННЫМ ГАЗОМ
ЧАПЛЫГИНА**

Аннотация. Настоящее исследование посвящено изучению физических свойств решений для заряженных чёрных дыр, окружённых газом Чаплыгина, интересной концепции в современной астрофизике и космологии. Чёрные дыры, обладающие мощным гравитационным полем, являются одними из самых таинственных объектов во Вселенной, способных захватывать не только материю, но и свет. Последние исследования показывают, что чёрные дыры могут взаимодействовать с окружающими веществами сложным образом, влияя на структуру пространства-времени и обмен энергией в системе. Газ Чаплыгина, являющийся экзотическим видом материи с уникальными термодинамическими свойствами, был предложен как возможный кандидат для моделирования среды вокруг чёрных дыр.

В данном исследовании мы анализируем влияние газа Чаплыгина на структуру пространства-времени, окружающую заряженные чёрные дыры. Рассматриваются термодинамические свойства и стабильность решений для чёрных дыр в присутствии этого газа, а также роль газа Чаплыгина в обмене энергией между чёрной дырой и окружающей средой. Работа также фокусируется на том, как заряд чёрной дыры и характеристики газа Чаплыгина могут влиять на формирование горизонтов событий, сингулярностей и общей структуры пространства-времени чёрной дыры.

Ключевые слова: газ Чаплыгина, физические свойства, горизонт событий.

A CHARGED BLACK HOLE SURROUNDED BY A CHANGED CHAPLYGIN GAS

Abstract. This research explores the physical properties of charged black hole solutions surrounded by Chaplygin gas, an intriguing concept in modern astrophysics and cosmology. Black holes, characterized

by their immense gravitational pull, remain one of the most mysterious objects in the universe, with their ability to trap not only matter but also light. Recent studies have indicated that black holes may interact with surrounding materials in complex ways, influencing the spacetime fabric and energy dynamics of the system. Chaplygin gas, a form of exotic matter with unique thermodynamic and equation-of-state characteristics, has been proposed as a potential candidate to model the environments around black holes. In this study, we investigate the impact of Chaplygin gas on the surrounding space-time structure of charged black holes. We analyze the thermodynamic properties and stability of black hole solutions in the presence of this gas, and examine the role of Chaplygin gas in the energy exchange between the black hole and its environment. The research also focuses on how the charge of the black hole and the properties of Chaplygin gas may influence the formation of event horizons, singularities, and the overall structure of the black hole's spacetime.

Keywords: Chaplygin gas, physical properties, event horizon.

Kirish. Chaplygin gazi, o'ziga xos fizik xususiyatlarga ega bo'lgan materiya turi bo'lib, zamonaviy kosmologiya va astrofizika sohalarida diqqatga sazovor tadqiqot obyekti bo'lib qolmoqda. Ushbu gazning o'ziga xos fazoviy xususiyatlari, ularning qora tuynuklarning erkinlik sharoitidagi davrda qanday ta'sir ko'rsatishi, mavjud fizik qonunlar asosida tahlil qilinadi. Chaplygin gazining qora tuynuklar tizimlarida qanday integratsiya qilish imkoniyatlari, uning zaryadlangan qora tuynuklar bilan o'zaro ta'siri va energiya almashinuvi masalalari ilmiy qiziqishlarni yanada oshirmoqda. Bu ilmiy ishda, Chaplygin gazi bilan o'ralgan zaryadlangan qora tuynuk eritmasining fizikaviy xususiyatlari va uning koinotdagi rolini tahlil qilishga intilamiz. Shuningdek, qora tuynuklar tizimlarining xususiyatlari va Chaplygin gazining qora tuynuklar bilan o'zaro aloqalari orqali yangi fizik qonuniyatlarini aniqlash, astrofizik tadqiqotlar sohasida yangi istiqbollarni ochishga yordam beradi.

Asosiy tenglamalar. Ushbu bo'lim GR nazariyasi doirasida MCG tuzilishini tekshirishni taqdim etadi. Shunday qilib, diqqat bilan ta'kidlanganidek, sof Chaplygin gazi salbiy bosim holatining ekzotik tenglamasiga ega.

$$p = -\frac{B}{\rho}, \quad B > 0. \quad (1)$$

Bundan tashqari, ushbu gazning kengaytirilgan versiyasi umumlashtirilgan Chaplygin gazi (GCG) bo'lib, u umumiy holat tenglamasi bilan tavsiflanadi.

$$p = -B/\rho^\beta \quad (2)$$

bilan $0 \leq \beta \leq 1$ universal konstanta hisoblanadi. Amaliy nuqtai nazardan, MCG Chaplygin gazining asosiy kengaytmasi bo'lib, u mukammal deb hisoblangan ekzotik suyuqlik bo'lib, kaloriyali EoS ga bo'ysunadi. $p = A\rho - B/\rho^\beta$ bu yerda $A \geq 0, \beta \geq 0$ va juftlik A va B adiabatik jarayon orqali doimiy hisoblanadi. Parametrik jihatdan aytganda, shartlar $\beta = 1$ va $A = 0$ aerodinamik jarayonda samolyot qanotidagi ko'tarish kuchlarining xarakteristikasiga olib keladi. Boshqa tomondan, cheklash $\beta > 0$ va $A = 0$ GCG ni aniqlang. Buning ustiga, MCG yordamida qayta tiklanishi mumkinligi haqida ko'plab dalillar mavjud k -kvintessensiya (kinetik kvintessensiya) va f -kvintessensiya (fermionik kvintessensiya). Termodinamik bosim sifatida salbiy kosmologik konstantani qabul qilish orqali MCG-ga xos BH kimyo usulining hayajonli natijalaridan ilhomlanib, MCG fonidan kritik xatti-harakatlarni ochib berish kerak. Shu munosabat bilan Ubbanah Chaplyginning BH deb nomlanuvchi o'ziga xos BH dan foydalangan va termodinamik bosim sifatida salbiy kosmologik doimiylikni qabul qilgan. Shunday qilib, ish qo'shimcha hissa qo'shishga loyiqdir va tizim issiqlik dvigateli hisoblanadi. Xuddi shunday, modifikatsiyalangan kosmik Chaplygin gazi BH kimyo formulasini hisobga olgan holda AdS xususiyati kontekstida tekshiriladi. Bu ish bir nechta termodinamik jihatlarni, jumladan issiqlik dvigatelini va Joule-Tomson kengayishini ta'kidlaydi.

Quyida biz quyidagi harakat bilan tavsiflangan GR kontekstida MCG tuzilishiga ega zaryadlangan manba tizimini ko'rib chiqamiz.:

$$J = \frac{1}{16\pi} \int d^4x \sqrt{-g} \left[\mathcal{R} + 6\ell^{-2} - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \right] + J_M \quad (3)$$

Bu yerda \mathcal{R} Ricci skalyardir, $g = \det(g_{\mu\nu})$ metrik tensorning determinantidir $g_{\mu\nu}$, ℓ AdS uzunligi, J_M MCG fonidan kelib chiqadigan materiya hissasidir va $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ bilan elektromagnit maydonning maydon kuchidir A_μ o'lchov potentsiali hisoblanadi. Bundan tashqari, $\kappa = 8\pi G$, bu yerda G Nyuton tortishish doimiysi. Bundan buyon biz ko'rib chiqamiz $G = c = 1$. Harakatni o'zgartirish (3) quyidagi maydon tenglamalariga olib keladi:

$$G_{\mu\nu} - \frac{3}{\ell^2} g_{\mu\nu} = T_{\mu\nu}^{\text{EM}} + T_{\mu\nu}^{\text{MCG}} \quad (4)$$

$$\partial_\mu (\sqrt{-g} F^{\mu\nu}) = 0 \quad (5)$$

Bu yerda $G_{\mu\nu}$ Eynshteyn tensoridir, $T_{\mu\nu}^{\text{MCG}}$ MCG uchun energiya-momentum tensoridir va $T_{\mu\nu}^{\text{EM}}$ tomonidan aniqlangan elektromagnit maydon uchun energiya-momentum tensoridir

$$T_{\mu\nu}^{\text{EM}} = 2 \left(F_{\mu\lambda} F_\nu^\lambda - \frac{1}{4} g_{\mu\nu} F^{\lambda\delta} F_{\lambda\delta} \right) \quad (6)$$

Biz statik, sferik simmetrik ko'rib chiqamiz, D -tomonidan berilgan o'lchovli fazo-vaqt

$$ds^2 = -f(r)dt^2 + \frac{dr^2}{f(r)} + r^2 d\Omega^2 \quad (7)$$

ushbu ko'rsatkichda, $f(r)$ ga bog'liq bo'lgan metrik funksiyadir r va $d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2$. Elektromagnit maydonning tuzilishini, xususan, elektr zaryadlangan BH eritmasini ochish usuli radial elektr maydonini qabul qilishdir. Shunday qilib, bu tanlovda o'lchov potentsiali quyidagicha ifodalanadi

$$A_\mu = h(r)\delta_\mu^0 \quad (8)$$

Fazoviy vaqt ko'rsatkichini hisobga olgan holda (7) maydon tenglamalari bilan birga (4), tu Eynshteyn tensor komponentlari tomonidan berilishi mumkin

$$\left. \begin{aligned} G_t^t &= G_r^r \\ &= \frac{1}{r^2} (f + rf' - 1) + \frac{3}{\ell^2} = \frac{1}{2r} (2f' + rf'') + \frac{3}{\ell^2} - 2 \\ G_\theta^\theta &= G_\phi^\phi \end{aligned} \right) \quad (10)$$

bunda oldingi to'plamni tenglamalar bilan birlashtiradi va differensial tenglamalar juftligini hosil qiladi:

$$\frac{1}{r^2} (f + rf' - 1) + \frac{3}{\ell^2} = -\rho - \frac{q^2}{r^4} \quad (11)$$

$$\frac{1}{2r} (2f' + rf'') + \frac{3}{\ell^2} = \left(\frac{1+3A}{2} \rho - \frac{3B}{2\rho^\beta} \right) + \frac{q^2}{r^4} \quad (12)$$

Energiya zichligi ifodasini to'g'ri izlash uchun tenglamalar yordamida yuqorida tavsiflangan to'plamni ko'rib chiqing va ma'lum ma'noda energiya-momentum tensoriga saqlanish shartini qo'yish orqali. Ushbu ko'rib chiqish bosqichi sifatida qiziqarli natija beradi

$$\rho(r) = \left\{ \frac{1}{1+A} \left(B + \left(\frac{\gamma}{r^3} \right)^{(1+A)(1+\beta)} \right) \right\}^{\frac{1}{1+\beta}} \quad (13)$$

bu erda integratsiya konstantasi, $\gamma > 0$, ishlatiladi. Energiya zichligi cheklanganligini yodda tutish kerak $\sim \left(\frac{B}{1+A} \right)^{\frac{1}{1+\beta}}$ uchun asimptotik chegarada r . Natijada, MCG o'zini BH dan uzoqda kosmologik konstanta sifatida tutadi va u BH ga yaqinlashganda, u gravitatsiyaviy ravishda zichroq o'sadi.

Tenglamani almashtirish. (13) tenglamaga. (11), uchun analitik yechimni olish mumkin $f(r)$ quyidagi ixcham shaklda

$$f(r) = 1 - \frac{2M}{r} + \frac{Q^2}{r^2} + \frac{r^2}{\ell^2} - \frac{r^2}{3} \left(\frac{B}{A+1} \right)^{\frac{1}{\beta+1}} {}_2F_1[\alpha, \nu; \lambda; \xi]$$

Bu yerda M BH ning massasini ifodalovchi fizik parametrdir. Holbuki, integratsiya konstantasi q asosan jismoniy parametr zaryadiga bog'liq Q kabi saqlanish qonuniga ko'ra cheksiz radiusli ikki shar ustida

$$\begin{aligned} Q &= \frac{1}{4\pi} \int_{S_\infty^2} \star \mathbf{F} = \frac{1}{8\pi} \int_{S_\infty^2} F^{\mu\nu} \epsilon_{\mu\nu} \\ &= \frac{1}{4\pi} \int_{S_\infty^2} h'(r) \sqrt{-g} d\theta d\phi \end{aligned}$$

Bu yerda $\epsilon_{tr} = n_t \sigma_r = 1$ bilan statik sferik fazoviy vaqt uchun n_μ birlik normal va σ_ν cheksiz radiusli ikki sharli birlikning normal birligi. Bu jismoniy elektr zaryadini isbotlaydi Q zaryadlangan BH eritmamizda Maksvell tenglamasi bilan bir xil. Shuningdek, kuzatuvchi tomonidan hodisa ufqiga nisbatan cheksizda baholangan elektr potentsiali r_+ sifatida berilishi mumkin

$$\phi(r_+) = A_\mu \chi^\mu \Big|_{r \rightarrow \infty} - A_\mu \chi^\mu \Big|_{r=r_+} = \frac{Q}{r_+} \quad (15)$$

Bu yerda $\chi = C\partial_t$ hodisa gorizontning nol generatori, C esa sobit konstanta vazifasini bajaradi. Bu erda gipergeometrik funksiya ${}_2F_1[\alpha, \nu; \lambda; \xi]$ gipergeometrik differensial tenglamaning muntazam yechimini ifodalovchi, uchun aniqlanadi $|\xi| < 1$ shaklning kuch qatori bilan

$${}_2F_1[\alpha, \nu; \lambda; \xi] = \sum_{k=0}^{\infty} [(\alpha)_k (\nu)_k / (\lambda)_k] \xi^k / k! \quad (16)$$

bilan $(n)_k$ (ko‘tarilgan) Pochhammer belgisidir. Bundan tashqari, o‘rnatilgan parametrlar $(\alpha, \nu, \lambda, \xi)$ tomonidan mos ravishda beriladi

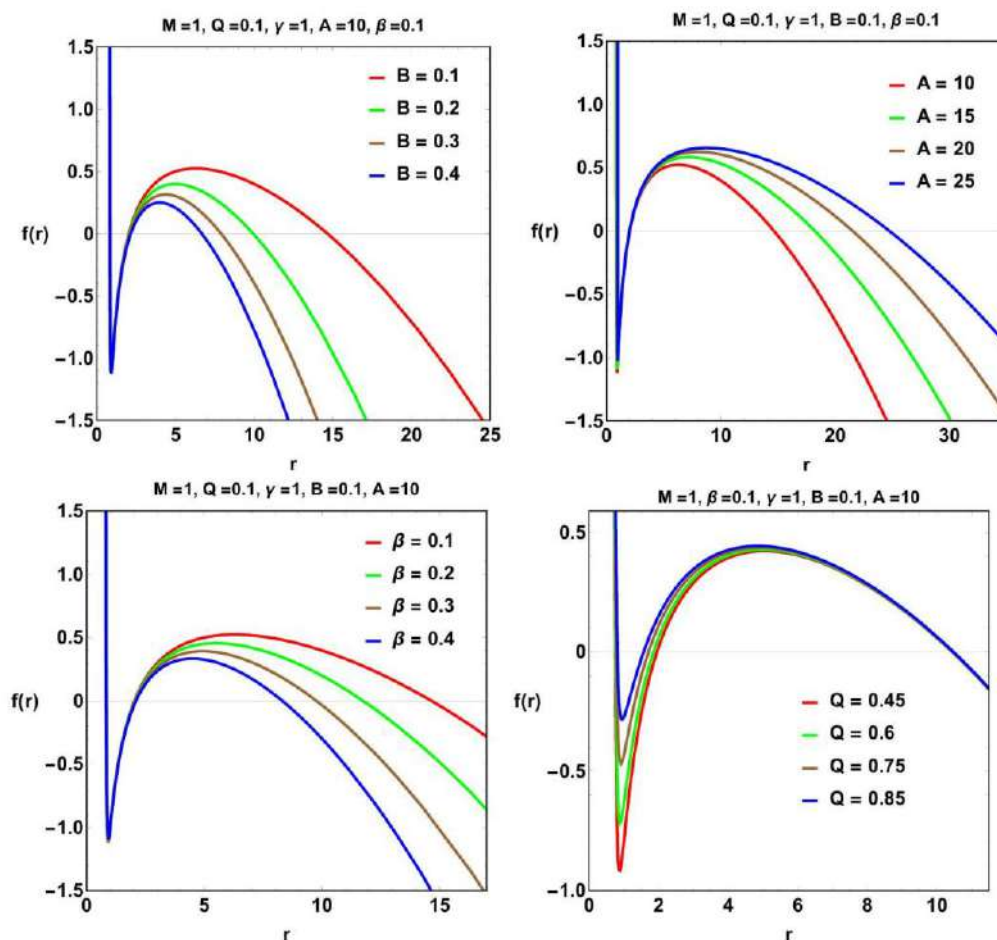
$$\alpha = -\frac{1}{\beta + 1}, \nu = -\frac{1}{1 + A + \beta(A + 1)}$$

$$\lambda = 1 + \nu, \quad \xi = -\frac{1}{B} \left(\frac{\gamma}{r^3}\right)^{(A+1)(\beta+1)}$$

Metrik funksiyaning asimptotik harakatini o‘rganish $f(r)$, chegara $r \rightarrow \infty$ hisobga olinadi

$$f(r) = 1 + r^2 \left(\frac{1}{\ell^2} - \left(\frac{B}{1 + A} \right)^{\frac{1}{1+\beta}} \right) \quad (17)$$

Bu asimptotik chegarada yechimning harakati AdS uzunligi yordamida boshqarilishini anglatadi ℓ (kosmologik doimiy) va MCG parametrlari foni. Natijada, cheklash mumkin $\frac{3}{\ell^2} < \left(\frac{B}{1+A}\right)^{\frac{1}{1+\beta}}$. Yana shuni ta’kidlash mumkinki, metrik funksiya RN-AdS BH larga bir marta yaqin bo‘lishi mumkin $\beta = 0, \gamma = 0$, va $A > 0$ limiti olingandan keyin belgilanadi $B \rightarrow 0$.



1-rasm. BH metrik funksiyasining o‘zgarishi (14) ga kelsak r bilan parametr fazosining turli qiymatlari uchun $\ell = 40$.

Bizning BH yechimimiz uchun metrik funksiyaning harakatini o'rganish uchun, rasm. 1 bu xatti-harakatni tasvirlaydi. Parametrlar maydonida ma'lum bir tanlov uchun metrik funksiya sxematik tarzda ko'rib chiqilmoqda. Xususan, parametr fazosining barcha to'plamlari uchun ning ildizi $f(r)$ ikki sinfga bo'linadi: eng kichik ildiz ikkita BH gorizontiga to'g'ri keladi va eng katta ildiz kosmologik ufq bilan bog'liq. Ikki BH gorizonti, hodisa yoki ichki bo'lsin, parametrlar to'plamining o'zgarishi uchun bir xil ufq radiusida yaqin joylashgan ko'rinadi. (A, B, β) . Boshqa tomondan, zaryad parametrini metrik funksiya darajasida o'zgartirish bir nechta hodisa gorizontlarining ko'rinishini keltirib chiqaradi. Yaqinroq kuzatish shuni ko'rsatadiki, metrik funksiyaning harakati juftlarga nisbatan nomutanosibdir (A, Q) va (B, β) . Keyinchalik, bizning BH yechimimiz qisman uning yagona xatti-harakatini o'rganish va ikkinchidan, energiya shartlarining cheklovlariga nisbatan uning buzilishi yoki qoniqishini tahlil qilish orqali ko'rib chiqiladi. (EC).

Xulosa. Ushbu ilmiy ishda Chaplygin gazi bilan o'ralgan zaryadlangan qora tuynuklar tizimining fizikaviy xususiyatlari tahlil qilindi. Tadqiqot orqali qora tuynuklarning atrofidagi materiya bilan o'zaro ta'siri, shuningdek, Chaplygin gazining qora tuynuklar tizimidagi roli, termodinamik barqarorlik va energiya almashinuvi o'rganildi. Chaplygin gazi, uning ekzotik xususiyatlari va qora tuynuklar bilan o'zaro aloqalari, qora tuynuklarning fazoviy tuzilmasiga va uning kengayishiga qanday ta'sir ko'rsatishi haqida yangi tushunchalar yaratdi. Olingan natijalar, qora tuynuklar va ularning atrofidagi moddalar haqida ilgari mavjud bo'lgan nazariyalarni yanada rivojlantirishga imkon beradi va koinot fizikasi sohasida yangi yondashuvlarni taklif etadi. Ushbu ish qora tuynuklarning koinotdagi o'rni va ular bilan bog'liq hodisalarni yanada chuqurroq tushunishga yordam berishi mumkin. Shuningdek, Chaplygin gazining qora tuynuklar tizimlarida qanday ro'l o'ynashi va uning koinotning kengayishi bilan bog'liq jarayonlarga qanday ta'sir ko'rsatishi haqida yangi ilmiy qarashlarni shakllantirishga asos yaratdi.

ADABIYOTLAR:

1. Einstein A., "The Field Equations of Gravitation," *Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin (Math. Phys.)*, vol. 1915, pp. 844–847, 1915.
2. Abbott B. P. et al., "Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 116, no. 6, p. 061102, 2016.
3. Akiyama K. et al., "First M87 Event Horizon Telescope Results. I. The Shadow of the Supermassive Black Hole," *Astrophys. J. Lett.*, vol. 875, p. L1, 2019.
4. Hawking S. W., "Particle Creation by Black Holes," *Commun. Math. Phys.*, vol. 43, pp. 199–220, 1975. [Erratum: *Commun. Math. Phys.* 46, 206 (1976)].
5. Bekenstein J. D., "Black holes and entropy," *Phys. Rev. D*, vol. 7, pp. 2333–2346, 1973.
6. Bardeen J. M., Carter B., and Hawking S. W., "The Four laws of black hole mechanics," *Commun. Math. Phys.*, vol. 31, pp. 161–170, 1973.

YARIM SHAFFOF ORGANIK QUYOSH ELEMENTLARIDA D18 ASOSIDAGI DONOR POLIMERLARNING OPTIK VA FOTOVOLTAIK PARAMETRLARI

Ro'ziyev Farid Murtoza o'g'li,

*Ion-plazma va lazer texnologiyalari instituti kichik ilmiy xodimi
roziyevf@list.ru*

Annotatsiya. Yarim shaffof organik quyosh elementlari (YSH-OQE) spektral sozlanishi va shaffoflik funktsionalligi kabi noyob xususiyatlarga ega. Biroq yetarli darajada o'rtacha ko'rinadigan o'tkazuvchanlik AVT (%) va energiya o'zgartirish samaradorligi (EO'S) ekologik toza qurilmalar ishlab chiqarish bilan birlashtirish har doim asosiy masala bo'lib kelgan. Shunday qilib, hosil bo'lgan toluol bilan ishlov berilgan OQElar 22 % (AVT) bilan 14,6 % EO'S ko'rsatadi, bu galogen bo'lmagan erituvchilardan tayyorlangan YSH-OQE uchun eng yuqori qiymatlardan biridir. Bundan tashqari, YSH-OQE orqali o'tgan filtrlangan yorug'lik ostida o'simliklarning o'sishi tabiiy yorug'lik ostida o'simliklarning o'sishi bilan solishtirish mumkinligi ko'rsatdi.

Kalit so'zlar: YSH-OQE, EO'S, D18, AVT, EQE, samaradorlik, barqarorlik.

ОПТИЧЕСКИЕ И ФОТОВОЛЬТАИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ ДОНОРНЫХ ПОЛИМЕРОВ НА ОСНОВЕ D18 В ПОЛУПРОЗРАЧНЫХ ОРГАНИЧЕСКИХ СОЛНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТАХ

Аннотация. Полупрозрачные органические солнечные элементы (П-ОСЭ) обладают уникальными свойствами, такими как спектральная настройка и функциональность прозрачности. Однако сочетание достаточно высокой средней видимой пропускной способности (АВТ, %) и эффективности преобразования энергии (ЭПЭ) с производством экологически чистых устройств всегда оставалось ключевой проблемой. Так, ОСЭ, обработанные толуолом, демонстрируют 14,6% ЭПЭ при 22% АВТ, что является одним из самых высоких показателей для П-ОСЭ, изготовленных с использованием негалогенированных растворителей. Кроме того, было показано, что рост растений под фильтрованным светом, прошедшим через П-ОСЭ, сопоставим с ростом растений под естественным светом.

Ключевые слова: ПОСЭ, ЭПЭ, D18, АВТ, ВКЭ, эффективность, стабильность.

OPTICAL AND PHOTOVOLTAIC PARAMETERS OF D18-BASED DONOR POLYMERS IN SEMI-TRANSPARENT ORGANIC SOLAR ELEMENTS

Abstract. Semi-transparent organic solar cells (ST-OSCs) have unique properties such as spectral tunability and transparency functionality. However, combining sufficiently high average visible transmittance (AVT) and power conversion efficiency (PCE) with the production of environmentally friendly devices has always been a major challenge. Thus, the resulting toluene-treated OSCs show 22% (AVT) with 14.6% EQE, which is one of the highest values for ST-OSCs prepared from non-halogenated solvents. In addition, plant growth under filtered ST-OSC light was shown to be comparable to growth under natural light.

Keywords: ST-OSCs, PCE, D18, AVT, EQE spectra, efficiency, stability.

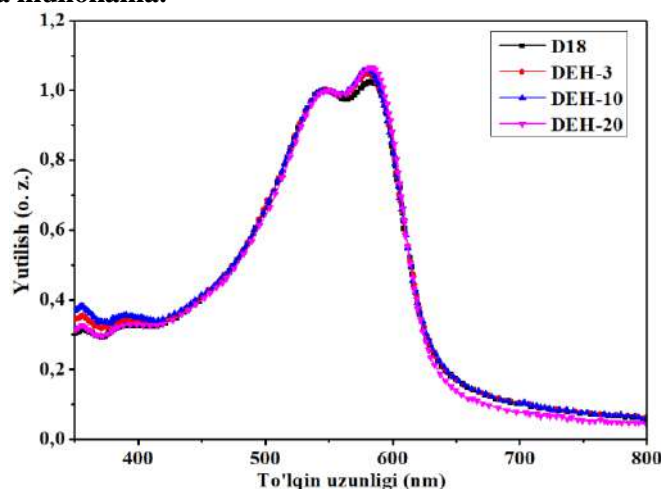
Kirish. So'nggi yillarda YSH-OQE energiya o'zgartirish samaradorligi oshirishda ko'pgina izlanishlar ortidan muhim yutuqlarga erishildi. Hozirgi paytda YSH-OQElarning samaradorligi 15% ga yetdi, ammo bunday yutuqlarga qaramay, dunyo olimlari tomonidan YSH-OQElarning barqarorligi va samaradorligini oshirish uchun yangi strategiyalar va materiallar izlanmoqda. Xususan, yuqori samarali YSH-OQElari samarali perovskit quyosh elementlariga nisbatan qo'rg'oshin kabi zaharli elementlarni o'z ichiga olmaydi va aynan bu ularning muhim afzalliklaridan biri hisoblanadi. YSH-OQElarning yana bir afzalligi shundaki, elektr energiyasini ishlab chiqarish bilan bir qatorda issiqlik nazoratini ta'minlashi va atrof-muhitni obodonlashtirishi mumkin. Ularning optik xususiyatlari keng ko'lamli agrovoltaika uchun imkoniyatlar yaratadi[1]. Misol tariqasida aytish mumkinki, mahsulot va bino bilan integratsiyalashgan fotovoltaiik tizimlarda YSH-OQElar energiya o'zgarish samaradorligini oshirish maqsadida bir nechta strategiyalarni qo'llaydi. Misol uchun, energiya o'zgarish samaradorligini oshirish uchun bir birini to'ldiruvchi spektrga ega

materiallar ishlatilmoqda, shuningdek, yaqin infragizil faol qatlamlar va optik modulyatsiya vositalari ko'rinadigan o'tkazuvchanlik darajasini optimallashtirishga qaratilgan harakatlar amalga oshirilmoqda. Ushbu tadqiqotlarda YSH-OQElar yuqori samaradorlik va ko'rinadigan o'tkazuvchanlikni bir vaqtda yaxshilash uchun strategiyalarni aniqlashga juda katta e'tibor qaratilgan. Bunga misol sifatida, Hanisch va boshqalarning tadqiqotlari shaffof yuqori elektrod sifatida sprej usulida yotqizilgan ZnO:Al plyonkasidan foydalanish orqali shaffof YSH-OQElarning samaradorligini oshirishga erishganligini ko'rsatadi[2]. Keyinchalik, Yang va uning hamkasblari tomonidan shaffof Indiy qalay oksidi elektrodini faol qatlam sifatida ishlatish orqali shaffof OQElarning samaradorligini yaxshilashga imkon yaratdi. Bundan tashqari, shaffof YSH-OQElarning ixcham dizaynini optimallashtirish, foton yig'ish va zaryad tashish samaradorligini oshirish uchun muhim ahamiyatga ega[3]. YSH-OQElar, masalan, rangli filtrlar yordamida dekorativ maqsadlarda ishlatilishi mumkin, bu esa ularning estetik jihatlari yanada rivojlanishiga olib keladi. O'simliklarning fotosintezi jarayonida zarur bo'lgan to'lqin uzunliklariga mos keladigan yorug'likni ta'minlash orqali fotovoltaiq issiqxonalar yaratish mumkin, bu esa o'simliklarning o'sishini qo'llab-quvvatlaydi va elektr energiyasini ishlab chiqaradi. Shu sababli, organik yarimo'tkazgich materiallarining, shaffof elektrodning va qurilma dizaynining muvofiq birlashishi orqali YSH-OQElarning samaradorligi va barqarorlinini oshirish uchun ko'plab tadqiqotlar olib borilmoqda[4]. O'simliklar uchun foydali bo'lgan to'lqin uzunliklarida yorug'likni yetkazib berish va energiya ishlab chiqarish uchun qishloq xo'jaligida fotovoltaiq tizimlarni qo'llash, shu jumladan, agrovoltaiq texnologiyalarni rivojlantirish, kelajakda YSH-OQElarning keng qo'llanilishiga yo'l ochishi mumkin. D18 polimerning juda ko'p afzalliklari bor shulardan biri, uning ko'p qirrali foydalanish imkoniyatidir. Ushbu ish o'simliklar o'sishi uchun mos ko'rinadigan o'tkazuvchanlik spektrlari va yetarli AVT va yuqori EO'S kombinatsiyasi bilan yuqori samarali faol qatlamlarni ishlab chiqish uchun yashil va ekologik toza ishlab chiqarish jarayonlari orqali YSH-OQE ni ishlab chiqishga qaratilgan[5]. D18 polimeri yuqori samarali polimer quyosh elementlari uchun ishlatiladigan materiallardan biri bo'lib, bu turdagi polimerlar YSH-OQElarda donor vazifasini bajaradi, ya'ni ular yorug'likni yutib, elektronlarni uyg'otadi va o'z navbatida energiya hosil qiladi. D18 yuqori darajada to'g'ri chiziqli va konjugatsiyalangan zanjirga ega bo'lib, bu uning elektron tashish va yorug'likni yutish xususiyatlarini yaxshilaydi. D18 polimeri bilan yasalgan OQElar boshqa polimerlaridan ishlangan YSH-OQElarga nisbatan ko'proq samaradorlikka ega[6]. D18 donor polimeriga DEH-3, DEH-10 va DEH-20 polimerni YSH-OQE tayyorlanib ularning yutilish spektiri, volt amper xarakteristikasi, YSH-OQE qurilmalarining termik barqarorligi, Toluoldan tayyorlangan YSH-OQElarning AVT va tashqi kvant samaradorligi (TKS) (%), Toluol yordamida ishlab chiqarilgan optimallashtirilgan YSH-OQE larning mos keladigan TKS egri chiziqlari ham tadqiq qilindi. Shu bilan birga DEH-3, masalan, o'zining yuqori samaradorligi bilan ajralib turadi va ko'plab energiya ishlab chiqarish tizimlarida qo'llaniladi[7]. DEH-10 va DEH-20 esa o'z navbatida energiya ta'minotini yanada barqarorligini oshirishga kelajakda katta hissasini qo'shadi.

Tadqiqot usullari. Ushbu maqolada D18 polimer va D18 polimeri asosida turli strukturada modifikatsiya qilingan, ya'ni o'zaro bog'lanish polimerizatsiyasi yo'li bilan tayyorlangan DEH-X seriyali DEH-3, DEH-10 va DEH-20 nomli olingan polimerlarning optik va fotovoltaiq parametrlari tadqiq qilindi. D18 va DEH-3, DEH-10 va DEH-20 polimerlarni L8-Bo akseptor bilan aralashtirgan holda YSH-OQElar uchun faol qatlamlar tayyorlandi. Faol qatlamlar tayyorlash uchun D18, DEH-3, DEH-10 va DEH-20 hamda L8-Bo polimerlari har biri 10 mg miqdorida olinib, donor va akseptor massa nisbati 1:1 nisbatda olingan holda 0,5 ml toluol erituvchisida eritiladi. Aralashma xona temperaturasida magnitli aralashtirgich yordamida aralashma hajm bo'ylab bir tekis konsentratsiyali eritma tayyor bo'lishigacha 5 soat davomida aralashtirildi. Tayyor bo'lgan aralashmani "spin coating" usulida shisha/ITO ustiga yotqiziladi. Buning uchun shisha/ITO tagliklari ultratovushli vannada ketma-ket uchta bosqichda tozalanadi. Izopropil spirtida tozalab bo'lgandan so'ng tagliklar yuzasini yuqori tozalikdagi argon gazi yordamida purkash usuli bilan ITO shisha quritiladi. Tozalangan shisha/ITO tagliklar ustiga PEDOT:PSSni "spin coating" usuli yordamida 4000 ayl/daq. tezlikda 15 sekund davomida aylantirib qalinligi 40 nm atrofida bo'lgan PEDOT:PSS qatlam hosil qilindi. Tayyor bo'lgan shisha/ITO/PEDOT:PSS tagliklar argon gazi bilan to'ldirilgan qo'lqopli maxsus qutiga joylashtiriladi. Shisha/ITO/PEDOT:PSS ustiga D18:L8-Bo, DEH-3:L8-Bo, DEH-10:L8-Bo, DEH-20:L8-Bo yupqa qatlamlar ustiga yotqiziladi va tayyor bo'lgan yupqa qatlamlarning optik xossalari tadqiq qilindi. Tayyor bo'lgan shisha/ITO/PEDOT:PSS/faol qatlam/PDINO fotoelementi ustiga esa yupqa metall elektrod alyuminiy (Al) kontakti vakuumli kamerada bug'lantirish yordamida yotqizish orqali tayyorlandi.

Tadqiqot materiallarining yutilish spektrlari UV-1280 (Shimadzu, Yaponiya) spektrofotometri yordamida 300-1100 nm spektral sohada o'lchangan. YSH-OQElarning fotovoltaiq parametrlari quyosh spektri nurlanishiga yaqin bo'lgan ksenon lampa asosidagi Keithley 2601B (AQSh) voltamometri yordamida o'lchandi.

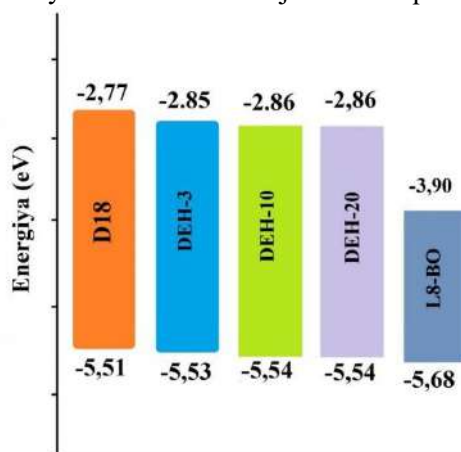
Tadqiqot natijalari va muhokama.



1-rasm. D18, DEH-3, DEH-10 va DEH-20 donor polimerlarining yutilish spektrlari

1-rasmda D18, DEH-3, DEH-10 va DEH-20 donor polimerlarining yutilish spektrlari berilgan bo‘lib, yutilish spektri 400-800 nm diapazonda keng yutilish polasasini ko‘rsatdi, bu yutilish spektrlari YSH-OQElarida samaradorlikka ta‘sir qiluvchi xususiyatlarni ifodalaydi[8]. Asosiy yutilish piki 500-600 nm to‘lqin uzunligiga to‘g‘ri keladi. Qo‘shimcha ma‘lumot sifatida D18 polimerining yutilish cho‘qqisi ~590 nm atrofida kuzatilganini bu esa o‘z o‘rnida ushbu polimerning yorug‘likni yutish xususiyati yaxshi ekanini bildiradi. DEH-3, DEH-10, va DEH-20 polimerining yutilish spektrlarida sezilarli o‘zgarishlar kuzatilmaydi.

Toluol yordamida tayyorlangan D18, DEH-3, DEH-10 va DEH-20 polimer eritmalarining 700 nm dan keyin yutilishining sezilarli darajada kamayishini ko‘rsatadi, bu ularning uzun to‘lqin uzunliklarida (qizil spektr sohasida) yutilish chegarasiga ega ekanligini bildiradi. Yutilish spektri natijalari, D18 polimer va turli modifikatsiyadagi D18 polimeri asosida yangi sintez qilib olingan DEH-3, DEH-10, DEH-20 donor polimerlarning yutilish spektrlari D18 polimerning asosiy yutilish xususiyatlariga o‘xshashligini ko‘rsatadi [9]. Ushbu natijalar D18 polimer asosidagi DEH-X seriyali modifikatsiyalangan donor polimerlarning struktura o‘zgarishi ularning optik xususiyatlari sezilarli darajada ta‘sir qilmagani bilan tushuntirish mumkin.

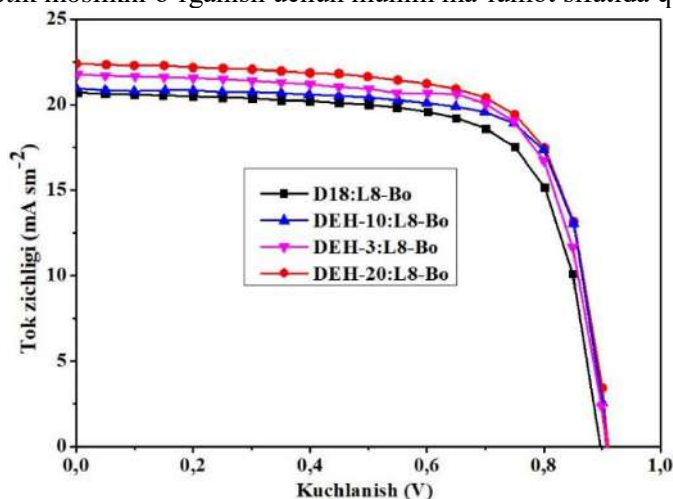


2-rasm. Donor va akseptor polimerlar uchun energiya darajasi diagrammasi

2-rasmda Diagrammada D18 va D18 donor polimeridan yangi sintez qilib olingan donorlarning energetik sathlariga bo‘lgan ta‘siri keltirilgan bo‘lib, diagrammada L8-Bo materiali bilan solishtirma natijalar ham keltirilganligini ko‘rishimiz mumkin. Diagrammaning vertikal o‘qi energetik sathlarni (eV) ifodalaydi, yuqori qiymatlar LUMO (pastki bo‘sh molekulyar orbital) sathiga, pastki qiymatlar esa HOMO (yuqori to‘lgan molekulyar orbital) sathiga mos keladi. HOMO va LUMO qiymatlar orasidagi farq asosan energetik bo‘shliqni bildirgan bo‘lsa D18 materiali uchun esa LUMO qiymati -2.77 eV va HOMO qiymati -5.51 eV ga teng ekanligini ko‘rishimiz mumkin. DEH tarkibli donorlarining qo‘shilishi quyidagicha tahlil qilishimiz mumkin: DEH-3%, DEH-10%, va DEH-20% konsentratsiyalari qo‘shilganda, LUMO qiymatlari biroz pasaygan (-2.85 va -2.86 eV oralig‘ida), bu esa elektron akseptor material sifatida LUMO darajasida kichik o‘zgarishlarni ko‘rsatadi[10].

HOMO qiymatlarida esa sezilarli o'zgarish kuzatilmagan, ular deyarli bir xil (-5.53 va -5.54 eV). L8-Bo bilan solishtirganimizda quyidagicha fikr aytaolishimiz mumkin: L8-Bo materialining LUMO qiymati ancha past (-3.90 eV), bu esa uning elektron akseptor sifatida yuqori samaradorlikka ega ekanligini ko'rsatadi. HOMO darajasi ham D18 va DEH materiallariga nisbatan pastroq (-5.68 eV) ekanligini ko'rishimiz mumkin.

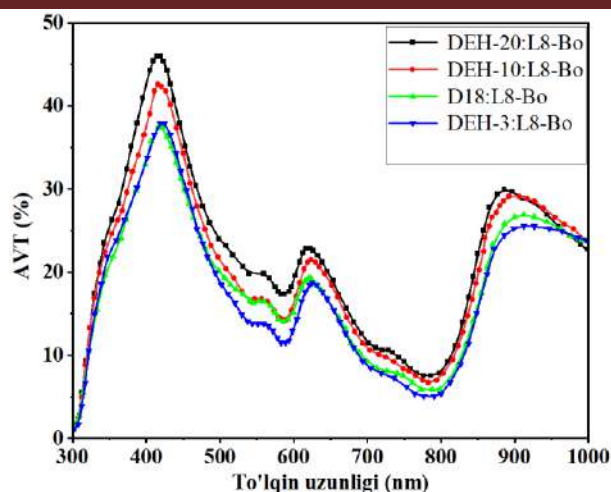
Xulosa sifatida aytishimiz mumkinki, D18 va D18 polimeridan yangi sintez qilib olingan DEH-X polimerlari LUMO va HOMO darajalariga biroz ta'sir ko'rsatadi, lekin sezilarli o'zgarish kuzatilmaydi[11]. L8-Bo esa nisbatan chuqurroq energetik sathlar ko'rsatadi, bu uni samarali akseptor sifatida ajratib turadi. Ushbu natijalar quyosh elementlaridagi samaradorlikni oshirish maqsadida turli donor va akseptor materiallar o'rtasidagi energetik moslikni o'rganish uchun muhim ma'lumot sifatida qoladi.



3-rasm. YSH-OQE ning volt-ampere xarakteristika grafiklari

3-rasmda Turli D18 va DEH modifikatsiyalari (D18:L8-Bo, DEH-3:L8-Bo, DEH-10:L8-Bo, DEH-20:L8-Bo) volt-ampere xarakteristika grafiklari solishtirilgan. Barcha DEH-X seriyali OQElar D18:L8-Bo (0,90 V) bilan solishtirganda 0,94 V ga samarali V_{oc} o'sishiga ega ekanligini ko'rsatdi. Bu grafik quyosh elementlarining samaradorlik va optoelektrik xususiyatlarini baholash uchun muhim ahamiyatga ega ekanligini ko'rish mumkin. Volt-ampere xarakteristika grafiklari tahlil qilgan holda tok zichligi (mA/cm^2) o'rnatilgan kuchlanishga bog'liq ravishda dastlab yuqori bo'lib, keyin noldan maksimal kuchlanishgacha sekin-asta kamayganini ko'rishimiz mumkin. Nol kuchlanishda (qisqa tutashuv toki, J_{sc} maksimal tok zichligi kuzatiladi. Bu fototok hosil bo'lish samaradorligini ko'rsatadi. Ochiq zanjir kuchlanishi V_{oc} hududida tok zichligi nolga tenglashadi. DEH-20:L8-Bo donor polimeri eng yuqori qisqa tutashuv tokini (taxminan $24 \text{ mA}/\text{cm}^2$) ko'rsatmoqda[12]. Bu DEH-20 qo'shilgan struktura yorug'likni yaxshiroq yutishini va fototok hosil qilishda samaraliroq ekanligini bildiradi. DEH-10:L8-Bo va DEH-3:L8-Bo materiallari ham yuqori J_{sc} qiymatlarini ko'rsatgan bo'lsa-da, D18:L8-Bo materialidan sezilarli yaxshilanish kuzatilmogda. Barcha modifikatsiyalar uchun V_{oc} qiymati taxminan 0.94 V ga teng. Bu LUMO va HOMO darajalari o'rtasidagi farqdan kelib chiqadi va materiallar o'rtasida deyarli bir xil ekanligini ko'rsatadi. To'ldirish faktoriga keladigan bo'lsak (FF), J-V egri chiziqlari ostidagi maydonni baholash orqali to'ldirish faktori o'lchanadi. DEH-20 qo'shilgan strukturada eng yaxshi FF kuzatilgan, bu esa yuqori samaradorlikni ta'minlaydi. DEH-3 va DEH-10 materiallari FF bo'yicha ham yaqin ko'rsatkichlarni taqdim etadi. D18 hamda D18 donor polimeridan yangi sintez qilib olingan DEH-3, DEH-10 va DEH-20 polimerlari D18:L8-Bo strukturasi nisbatan samaradorlikni yaxshilaydi, bu esa yangi sintez qilib olingan polimerlarining yorug'lik yutilishini va fototok hosil bo'lish jarayonini yaxshilashda yordam berishini anglatadi[13]. Alohida ta'kidlash joizki, DEH-20 eng samarali modifikatsiya ekanligi kuzatishimiz mumkin.

Volt-ampere xarakteristika grafiklaridan umumiy xulosa qilsak, D18 hamda D18 donor polimeridan yangi sintez qilib olingan DEH-3, DEH-10 va DEH-20 donor polimerlari YSH-OQElarining optoelektrik xususiyatlarini yaxshilanishiga olib kelar ekan. DEH-20:L8-Bo strukturasi yuqori J_{sc} va samaradorlikka ega bo'lib, yorug'likni samarali yutadi va fototok hosil qilinishiga olib kelar ekan. Ushbu natijalar DEH-X seriyasi donor modifikatsiyalari va materiallarning xususiyatlariga ta'sirini tushunishga yordam beradi. Bu OQElarini yanada samarali qilishda muhim qadam hisoblanadi.



4-rasm. YSH-OQE larning AVT ko'rsatgichi

4-rasmda YSH-OQE larning AVT ko'rsatgichi keltirilgan. Asosiy yorug'lik yutish piklarga e'tibor beradigan bo'lsak, 415 nm da maksimum pikga ega ekanligini va 619 nm hamda 886 nm to'lqin uzunliklarda piklar hosil bo'lganligini ko'rishimiz mumkin. Bunga sabab shu maksimum pik nuqtalarda ko'rsatilgan to'lqin uzunliklarda yorug'likni yaxshi o'tqazayotganligini bildiradi. Yuqori o'tkazuvchanlik shuni ko'rsatadiki, materiallar nisbatan yaxshi optik xususiyatlarga ham ega. Ushbu 3 ta pikning turli materiallar ya'ni (DEH-20:L8-Bo, DEH-10:L8-Bo, D18:L8-Bo, va DEH-3:L8-Bo) uchun farq qilishi materiallarning turli xil optik va strukturaviy xususiyatlari bilan izohlanadi. Bu farqlar materiallarning tarkibi, qalinligi yoki tarkibidagi qo'shimcha komponentlarga bog'liq bo'lishi mumkin[14]. Aytishimiz mumkinki, 300-500 nm oralig'ida yangi o'tqazar ekan.

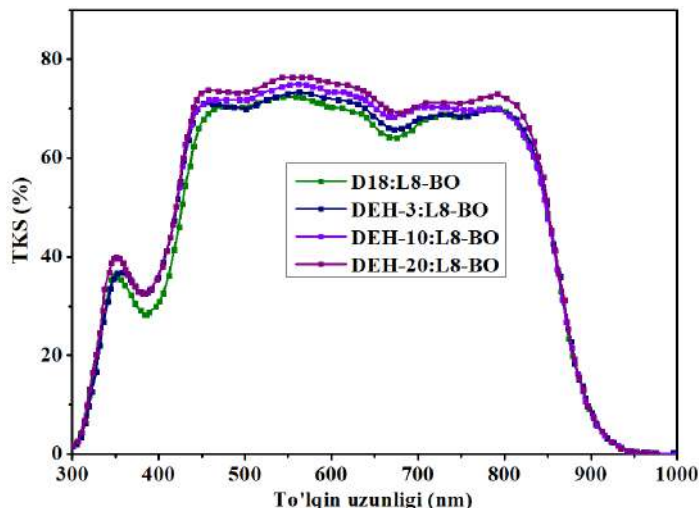
1-jadval.

YSH-OQE larning fotovoltaiik parametrlari.

Faol qatlam	J_{sc} (mA/sm ²)	V_{oc} (V)	FF (%)	EO'S (%)	AVT (%)
D18:L8-Bo	20,6	0,90	70,7	13,1	18
DEH-3:L8-Bo	21,1	0,91	74,6	14,3	18
DEH-10:L8-Bo	21,9	0,91	72,5	14,4	20
DEH-20:L8-Bo	22,5	0,91	71,5	14,6	22

1-Jadval. YSH-OQE larning fotovoltaiik parametrlari keltirilgan bo'lib, faol qatlam D18:L8-Bo va DEH-3:L8-Bo, DEH-10:L8-Bo, DEH-20:L8-Bo polimer materiallarning quyosh elementlar ishlatilganligi keltirilgan. D18:L8-Bo polimer uchun qisqa tutashuv toki zichligi J_{sc} 20,6 mA/sm² bo'lib, J_{sc} quyosh elementlarining yorug'likni elektr energiyasiga aylantirish qobiliyatining muhim ko'rsatkichidir. D18:L8-Bo uchun esa 20,6 mA/sm² dan boshlab, DEH-20:L8-Bo uchun 22,5 mA/sm² gacha oshlanligini ko'rishimiz mumkin. Bu o'sish materiallar tarkibidagi o'zgarishlar tufayli yorug'likni yaxshi yutish va ko'proq fotogenerator hosil qilish bilan bog'liq. Ochik zanjir kuchlanishi V_{oc} qiymatlari 0,90 V dan 0,91 V gacha o'zgaradi. Bu qiymatlar pastdan o'rtacha diapozongacha bo'lib, shaffof materiallar uchun tipik hisoblanadi. V_{oc} ning barqarorligi, materiallar orasidagi energetik moslik yaxshi ekanligini ko'rsatdi. To'ldirish faktori FF esa maksimal quvvat nuqtasining samaradorligini aks ettiradi. U D18:L8-Bo uchun 70,7% bo'lsa, DEH-3:L8-Bo uchun 71,5% ga ko'tarilganini ko'rishimiz mumkin. Biroq, keyingi materiallarda bu biroz ko'tarilganini ham ko'rishimiz mumkin ya'ni (74,6% va 72,5%). Bu materiallarda elektr yurituvchi kuch va zanjir ichidagi qarshilik o'zgarishlaridan dalolat beradi[15]. Samaradorlik D18:L8-Bo uchun 13,1% bo'lgan bo'lsa, DEH-20:L8-Bo uchun 14,6 % ga yetdi. Yorug'likni o'rtacha o'tkazuvchanlik koeffitsiyenti (AVT) qurilmaning shaffoflik darajasini bildiradi va uning shaffof displaylar yoki oynalar uchun mosligini baholaydi. DEH-20:L8-Bo eng yuqori AVT o'tkazuvchanlikka ega (22%), bu esa yorug'likning o'tish darajasi yuqori ekanligini ko'rsatadi. Shu bilan birga, yuqori EO'S va J_{sc} bilan bu materiallar shaffoflik va samaradorlikni muvozanatda ushlab turadi. Shuningdek, shaffoflik saqlanib qolgan, bu esa ushbu materiallarning ekologik shaffof quyosh batareyalari uchun potensial mosligini ko'rsatadi. D18 va D18

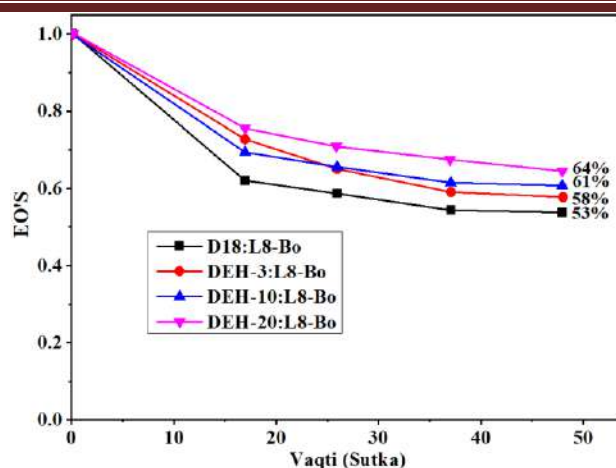
donor polimeri asosida yangi sintez qilib olingan DEH donor polimerlarini D18 asosida ishlangan materialning yorug'lik yutishini va samaradorligini yaxshilashda muhim rol o'ynaydi. DEH-20:L8-Bo eng yaxshi natijani ko'rsatib, yuqori J_{sc} , EO'S va AVT qiymatlariga ega bo'lib, shaffof fotovoltaiq qurilmalarda istiqbolli material ekanligini tasdiqlaydi. DEH-3:L8-Bo FF bo'yicha eng yaxshi natijaga ega, bu uning elektr xarakteristikalarida yuqori sifatga ega ekanligini anglatadi[16]. Olingan ma'lumotlar OQELari dizaynida faol qatlamlarni tanlash va ularning optik va elektr xususiyatlarini yaxshilashda foydali ekanligini ko'rsatdi. Bu natijalar YSH-OQELari uchun yangi polimer materiallarni sintez qilib olishning amaliy ahamiyatini ko'rsatadi.



5-rasm. YSH-OQE larning TKS spektrlari

5-rasmda YSH-OQELari uchun TKS ning to'lqin uzunligiga bog'liq ravishda ko'rsatilgan. Asosan to'lqin uzunligi diapazoni (300–1000 nm) gacha ekanligini ko'rinib turibdi. Grafikda ultrabinafsha, ko'rinadigan yorug'lik va yaqin infraqizil diapazonlar qamrab olingan. Bu diapazon YSH-OQE qurilmalarining yorug'likni qanday uzatishini va yutishini baholash uchun muhim hisoblanadi. Tashqi kvant samaradorligiga keladigan bo'lsak, ko'rsatkichlari quyidagicha: D18:L8-Bo materialida (yashil chiziq) 400–700 nm diapazonda TKS ko'rsatkichlari boshqa materiallar bilan solishtirganda pastroq. Bu uning ko'proq ya'ni keng diapazonda yorug'likni yutayotganini ko'rsatib turibdi. DEH-3, DEH-10, DEH-20 modifikatsiyalari bilan tayyorlangan materiallar yuqori o'tkazuvchanlikka ega. Bu D18 hamda D18 donor polimeri asosida yangi sinsez qilib olingan DEH-X seriyasini materialning optik shaffofligini oshirganini ko'rsatadi. Ko'rinadigan yorug'lik diapazoni esa 400–700 nmgacha ekanligini ko'rsatdi. DEH-20:L8-Bo eng yuqori TKS qiymatlarini ko'rsatadi, bu esa uning ko'rinadigan yorug'likni nisbatan ko'proq uzatishini bildiradi. Infraqizil diapazon esa 700–1000 nm gacha ekanligini ko'rishimiz mumkin, ya'ni barcha materiallar yuqori TKS ko'rsatkichlarini saqlab qoladi, bu esa infraqizil diapazonda yorug'likning yaxshi uzatilishini bildiradi. Bu issiqlikning qurilmalar orqali yaxshi o'tishiga ta'sir qiladi, bu esa quyosh elementlarining issiqlik boshqaruviga ijobiy hissa qo'shadi deyishimiz mumkin, Spektral taqsimotdagi farqlar: DEH-3, DEH-10 va DEH-20 modifikatsiyalari materialning yorug'lik uzatish xususiyatlarini yaxshilab, ayniqsa 400–700 nm diapazonida yuqori o'tkazuvchanlikni ko'rsatadi. DEH-20 modifikatsiyasi eng samarali deb ko'rinadi, chunki u optik shaffoflikni oshirishga yordam beradi, ayniqsa shaffoflik talab etiladigan qurilmalar uchun muhim hisoblanadi. YSH-OQE uchun optik xususiyatlar qurilmalar samaradorligiga va amaliy qo'llanilishiga to'g'ridan-to'g'ri ta'sir ko'rsatadi. Masalan: Yuqori TKS: Yorug'likning yuqori foizi o'tadi, bu shaffof qurilmalar uchun yaxshi hisoblanadi[17]. Past TKS esa yorug'likni yutiladi, bu esa fotoelektrik konversiya samaradorligini yanada oshirilishiga olib keladi.

Xulosa o'rnida D18 hamda D18 donor polimeridan yangi sintez qilib olingan DEH-3, DEH-10 va DEH-20 modifikatsiyalari bilan ishlangan donor polimerlari optik shaffoflikni oshirishda samarali ko'rindi ayniqsa DEH-20:L8-Bo eng yuqori TKS ko'rsatkichlarini taqdim etdi. Bu qurilmalar nafaqat quyosh energiyasini samarali o'zlashtirishi, balki shaffoflikni talab qiladigan binolar yoki shisha panellarga qo'llanilishi mumkinligini ko'rsatadi. DEH-20 modifikatsiyasi eng istiqbolli bo'lib, yuqori optik shaffoflik va samaradorlikni ta'minlaydi. Bu esa uni ekologik toza va estetik jihatdan optimal variant bo'lishiga katta hissani qo'shadi.



6-rasm. YSH-OQE larning termik barqarorlik ko'rsatkichi

6-rasmda YSH-OQE qurilmalarining termik barqarorligi ko'rsatilgan. Bunda vaqt o'tishi bilan energiya o'zgartirish samaradorligi (EO'S) qanday darajada o'zgarishi tasvirlangan. Grafikdan kelib chiqib tahlil qiladigan bo'lsak, dastlab boshlang'ich EO'S qiymati barcha qurilmalar boshlang'ich EO'S qiymatini 100% deb boshlab, dastlabki ish sharoitida maksimal samaradorlikka ega [18]. Bu qurilmalar boshida optimal fotovoltaiq ishlashga ega ekanligini ko'rsatadi. Termik barqarorlikka ta'sir esa 50 sutka davomida barcha materiallar EO'S qiymatining pasayishini ko'rsatadi, bu materiallarning termik barqarorlik vaqt o'tishi bilan pasayishini bildiradi. EO'S pasayish sura'ti quyidagini namoyish etdi: D18:L8-Bo: Samaradorlik 53% gacha pasayganini hamda DEH-3: L8-Bo: Samaradorlik 58% darajasida saqlanganini ko'rishimiz mumkin. DEH-10: L8-Bo: EO'S qiymati 61% gacha pasaygan. DEH-20: L8-Bo: Eng yaxshi natija, samaradorlik 64% darajasida saqlangan.

D18 polimer va modifikatsiya qilingan D18 polimer asosida yangi sintez qilib olingan DEH-X seriyasi polimerlari qurilmalar (ayniqsa, DEH-20: L8-Bo) yuqori termik barqarorlikni ta'minlaydi. Bu D18 donor polimeridan sintez qilib olingan polimerlarning material strukturasi mustahkamlangani va yuqori harorat sharoitida yorug'likka chidamliligini oshirganini ko'rsatgan bo'lsa pasayish bosqichlari quyidagicha: grafikning dastlabki 10 sutkasida EO'S keskin pasayadi (taxminan 20–30%), bu dastlabki degradatsiya jarayonining tezligini ko'rsatadi. Bu odatda kislorod, namlik yoki issiqlikning materialga ta'siridan kelib chiqadi[19]. 10–50 sutka oralig'ida pasayish sekinlashadi, bu uzoq muddatli barqarorlikka bog'liqligini bildiradi. DEH-20:L8-Bo nafaqat boshlang'ich EO'S qiymatida yuqori ko'rsatkichlarga ega, balki 50 sutka davomida eng yuqori ya'ni 64% EO'S saqlanib qoldi[20]. Bu uni termik barqarorlik bo'yicha eng istiqbolli material ekanligini ko'rsatadi.

Xulosa o'rnida D18 donor polimeri asosida yangi sintez qilib olingan DEH-3, DEH-10 va DEH-20 polimerlari, ayniqsa DEH-20, YSH-OQE qurilmalarining termik barqarorligini sezilarli darajada oshiradi va D18:L8-Bo agrovoltaiq esa boshqa DEH-X seriyasi modifikatsiyalarga nisbatan eng past barqarorlikka ega hamda bu grafik DEH modifikatsiyalarining fotovoltaiq materiallar barqarorligini oshirishdagi ahamiyatini ko'rsatib, uzoq muddatli foydalanishga mos keladigan samarador qurilmalarni loyihalashda yordam beradi. Bundan kelib chiqib, DEH-20 donor polimeri yanada takomillashtirish istiqbolli hisoblanadi deyshimiz mumkin ekan.

Xulosa. D18 polimerining yutilish cho'qqisi ~590 nm atrofida kuzatilishi polimerning fotonlarni yutish xususiyati yaxshi ekani aniqlandi. DEH-3, DEH-10, va DEH-20 polimerlarning yutilish spektrlarida sezilarli o'zgarishlar bo'lmasligi orqali bu polimerlarning strukturalarida optik xossalari ta'sir qiluvchi o'zgarishlar bo'lmaganligi xulosa qilindi, chunki piklar joylashuvi va shakli deyarli bir xil ekanligi ko'rinib turibdi. D18 polimer, D18 polimeri asosida yangi sintez qilib olingan polimerlarning LUMO va HOMO darajalariga biroz ta'sir ko'rsatadi, lekin sezilarli o'zgarish kuzatilmaganligi sababli ularning yutilish optik xossalari ham sezilarli ta'sir ko'rsatmaganini ko'rishimiz mumkin. Ushbu natijalar quyosh elementlaridagi samaradorlikni oshirish maqsadida turli donor va akseptor materiallar o'rtasidagi energetik moslikni o'rganish uchun muhim ma'lumot sifatida, yangi sintez qilib olingan DEH-X seriyasi donor modifikatsiyalari OQElarining optoelektrik xususiyatlarini yaxshilanishiga olib kelar ekan. DEH-20:L8-Bo strukturasi yuqori J_{sc} va samaradorlikka ega bo'lib, yorug'likni samarali yutadi va fototok hosil qilinishiga olib keladi.

D18 va D18 donor polimeri asosida yangi sintez qilib olingan DEH-X seriyasi bilan ishlangan donor polimerlari optik shaffoflikni oshirishda samarali, ayniqsa DEH-20:L8-Bo eng yuqori TKS ko'rsatkichlarini

taqdim etdi. Bu qurilmalar nafaqat quyosh energiyasini samarali o'zlashtirishi, balki shaffoflikni talab qiladigan binolar yoki shisha panellar kabi ilovalarda ham qo'llanilishi mumkinligini ko'rsatadi. D18 polimeridan sintez qilib olingan DEH donor polimeri, ayniqsa DEH-20, YSH-OQE qurilmalarining termik barqarorligini sezilarli darajada oshiradi. Olingan natijalardan kelib chiqib DEH-20 o'xshash polimerlarni kelajakda yanada takomillashtirish istiqbolli hisoblanadi.

Minnatdorchilik. Ushbu maqoladagi olingan natijalar O'zRFA U. Arifov nomidagi Ion-plazma va lazer texnologiyalari instituti bazaviy moliyalashtirish mablag'lari ko'magida va Oliy ta'lim, fan va innovatsiyalar vazirligi tomonidan moliyalashtirilgan FZ-20200929177-raqamli "Istiqbolli perovskitli quyosh elementlarida energiya almashinishi va zaryadlarning fotomajburiy migratsiyasi jarayonlari" mavzusi bo'yicha loyiha doirasida bajarilgan.

ADABIYOTLAR:

1. M. Yao, T. Li, Y. Long, P. Shen, G. Wang, C. Li, J. Liu, W. Guo, Y. Wang, L. Shen, X. Zhan, *Sci. Bull.* 2020, 65, 217.
2. C. Sun, R. Xia, H. Shi, H. Yao, X. Liu, J. Hou, F. Huang, H.-L. Yip, Y. Cao, *Joule* 2018, 2, 1816.
3. Y. Kim, J. Son, S. Shafian, K. Kim, J. K. Hyun, *Adv. Opt Mater.* 2018, 6, 1800051.
4. Y. Xie, R. Xia, T. Li, L. Ye, X. Zhan, H. L. Yip, Y. Sun, *Small Methods* 2019, 3, 1900424.
5. Y. Xie, Y. Cai, L. Zhu, R. Xia, L. Ye, X. Feng, H.-L. Yip, F. Liu, G. Lu, S. Tan, Y. Sun, *Adv. Funct. Mater.* 2020, 30, 2002181.
6. L. Zuo, X. Shi, W. Fu, A. K.-Y. Jen, *Adv. Mater.* 2019, 31, 1901683.
7. X. Liu, Z. Zhong, R. Zhu, J. Yu, G. Li, *Joule* 2022, 6, 1918.
8. D. Yang, T. Sano, H. Sasabe, L. Yang, S. Ohisa, Y. Chen, Y. Huang, J. Kido, *ACS Appl. Mater. Interfaces* 2018, 10, 26465.
9. J. Zhang, G. Xu, F. Tao, G. Zeng, M. Zhang, Y. Yang, Y. Li, Y. Li, *Adv. Mater.* 2019, 31, 1807159.
10. X. Li, R. Xia, K. Yan, J. Ren, H.-L. Yip, C.-Z. Li, H. Chen, *ACS Energy Lett.* 2020, 5, 3115.
11. H. Shi, R. Xia, G. Zhang, H.-L. Yip, Y. Cao, *Adv. Energy Mater.* 2019, 9, 1803438.
12. S. Li, H. Zhang, S. Yue, X. Yu, H. Zhou, *Nanotechnology* 2021, 33, 072002.
13. C. J. M. Emmott, J. A. Röhr, M. Campoy-Quiles, T. Kirchartz, A. Urbina, N. J. Ekins-Daukes, J. Nelson, *Energy Environ. Sci.* 2015, 8, 1317.
14. W. Song, B. Fanady, R. Peng, L. Hong, L. Wu, W. Zhang, T. Yan, T. Wu, S. Chen, Z. Ge, *Adv. Energy Mater.* 2020, 10, 2000136.
15. S. Liu, H. Li, X. Wu, D. Chen, L. Zhang, X. Meng, L. Tan, X. Hu, Y. Chen, *Adv. Mater.* 2022, 34, 2201604.
16. W. Liu, S. Sun, L. Zhou, Y. Cui, W. Zhang, J. Hou, F. Liu, S. Xu, X. Zhu, *Angew. Chem. Int. Ed. Engl.* 2022, 61, 202116111.
17. P. Yin, Z. Yin, Y. Ma, Q. Zheng, *Energy. Environ. Sci.* 2020, 13, 5177.
18. Y. Xie, L. Huo, B. Fan, H. Fu, Y. Cai, L. Zhang, Z. Li, Y. Wang, W. Ma, Y. Chen, Y. Sun, *Adv. Funct. Mater.* 2018, 28, 1800627.
19. D. Wang, R. Qin, G. Zhou, X. Li, R. Xia, Y. Li, L. Zhan, H. Zhu, X. Lu, H.-L. Yip, H. Chen, C.-Z. Li, *Adv. Mater.* 2020, 32, 2001621.
20. Y. Cui, C. Yang, H. Yao, J. Zhu, Y. Wang, G. Jia, F. Gao, J. Hou, *Adv. Mater.* 2017, 29, 1703080.

QORAMOL VA CHO'CHQADAN OLINGAN JELATINNI UPLC-QTOF VA ATR-FTIR SPEKTROSKOPIYASI YORDAMIDA FARQLASH VA MIQDORINI ANIQLASH

Zokirov Begzod Ulashovich,

Toshkent kimyo-texnologiya instituti Shahrisabz filiali
"Kimyoviy texnologiya va sifat menejmenti" kafedrasini mudiri

bzokirov123@gmail.com

Ashurov Mirshod Muysin o'g'li,

Toshkent kimyo-texnologiya instituti Shahrisabz filiali o'qituvchisi
mirshodbekkimtex@gmail.com

Annatsiya. Aminokislotalar ketma-ketligi oqsillarning qatlamlanishi va fazoviy tuzilishini belgilaydi, bu esa ularning xatti-harakatlarini tushunish uchun muhimdir. Sanoat va biomeditsinada muhim ahamiyatga ega bo'lgan jelatin, axloqiy va parhez nuqtayi nazaridan manbaning aniq autentifikatsiyasini talab qiladi. Ushbu tadqiqot UPLC-QTOF va ATR-FTIR spektroskopiyasi yordamida qoramol va cho'chqa go'shti jelatinini farqlash va miqdorini aniqlashni o'rganadi. UPLC-QTOF sof sigir jelatini ($m/z + 962.1471$, NRLHFFK) va cho'chqa jelatini ($m/z + 653.0289$, YNEVK) uchun alohida ionlarni aniqladi. Biroq peptid ionlari profillarini o'zgartiradigan oqsil-oqsil o'zaro ta'siri tufayli aralash jelatinlar bilan bog'liq muammolarni hal qilishda qiyinchiliklarga duch keldi. ATR-FTIR esa sigir jelatini cho'chqa go'shti jelatini ifloslanishini aniqlashda etanolning jelatinning amid bantlariga ta'siridan foydalanish imkoniyatlarini ko'rsatdi. Ushbu usul 0,85 mg/100 mg dan 2,85 mg/100 mg gacha aniqlash va miqdoriy chegaralari bilan ifloslanish darajalarini aniqlashda kuchli chiziqli korrelyatsiyani ($R^2 = 0,9994$) ko'rsatdi. Shuningdek, u halol konfetlarda cho'chqa go'shti jelatinini samarali aniqladi, tiklanish darajasi 50,05% dan 103,69% gacha bo'lib, bu ATR-FTIR usulining jelatinni aniq tahlil qilish imkoniyatlarini ta'kidlaydi.

Kalit so'zlar: jelatin autentifikatsiyasi, etanol va jelatinning o'zaro ta'siri, ATR-FTIR spektroskopiyasi, amid guruhlari, protein tuzilishi, UPLC-Q-tof, proteomik.

РАЗЛИЧЕНИЕ И КОЛИЧЕСТВЕННАЯ ОЦЕНКА ЖЕЛАТИНА КРУПНОГО РОГАТОГО СКОТА И СВИНЕЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ UPLC-QTOF И ATR-FTIR-СПЕКТРОСКОПИИ

Аннотация. Последовательность аминокислот определяет складчатость и пространственную структуру белков, что важно для понимания их поведения. Желатин, который важен в промышленности и биомедицине, требует четкой идентификации источника с этической и диетической точки зрения. В этом исследовании изучаются дифференциация и количественная оценка бычьего и свиного желатина с использованием UPLC-QTOF и ATR-FTIR-спектроскопии. UPLC-QTOF идентифицировала отдельные ионы для чистого бычьего желатина ($m/z + 962,1471$, NRLHFFK) и свиного желатина ($m/z + 653,0289$, YNEVK). Однако возникают проблемы со смешанными желатинами из-за белок-белковых взаимодействий, которые изменяют профили пептидных ионов. А ATR-FTIR показал возможность использования воздействия этанола на амидные полосы желатина при определении загрязнения говяжьего и свиного желатина. Этот метод показал сильную линейную корреляцию ($R^2 = 0,9994$) при определении уровней загрязнения с пределами обнаружения и количественного определения от 0,85 мг/100 мг до 2,85 мг/100 мг. Он также эффективно обнаружил свиной желатин в халляльных конфетах с коэффициентом извлечения от 50,05% до 103,69%, что подчеркивает возможности метода ATR-FTIR для точного анализа желатина.

Ключевые слова: аутентификация желатина, взаимодействие этанола и желатина, ATR-FTIR-спектроскопия, амидные группы, структура белка, UPLC-Q-tof, протеомика.

DISTINCTION AND QUANTIFICATION OF CATTLE AND PIG GELATIN USING UPLC-QTOF AND ATR-FTIR SPECTROSCOPY

Abstract. The sequence of amino acids determines the folding and spatial structure of proteins, which is important for understanding their behavior. Gelatin, which is important in industry and biomedicine, requires clear authentication of the source from an ethical and dietary point of view. This study investigates

the differentiation and quantification of bovine and porcine gelatin using UPLC-QTOF and ATR-FTIR spectroscopy. UPLC-QTOF identified separate ions for pure bovine gelatin ($m/z + 962.1471$, NRLHFFK) and porcine gelatin ($m/z + 653.0289$, YNEVK). However, problems with mixed gelatins have been encountered due to protein-protein interactions that alter peptide ion profiles. And ATR-FTIR showed the possibility of using the effect of ethanol on the amide bands of gelatin in determining the contamination of beef gelatin and pork gelatin. This method showed a strong linear correlation ($R^2 = 0.9994$) in determining contamination levels with limits of detection and quantification from 0.85 mg/100 mg to 2.85 mg/100 mg. It also effectively detected pork gelatin in halal candies, with recoveries ranging from 50.05% to 103.69%, which highlights the capabilities of the ATR-FTIR method for accurate gelatin analysis.

Keywords: gelatin authentication, ethanol-gelatin interaction, ATR-FTIR spectroscopy, amide groups, protein structure, UPLC-Q-tof, proteomics.

Kirish. Global jelatin bozori 2023-yilda 4,92 milliard USD atrofida baholangan va 2024-2030-yillarda yillik o'sish sur'ati 6,5% ga yetishi kutilmoqda. Bu o'sish jelatinning funksional oziq-ovqatlardagi turli qo'llanmalari bilan bog'liq bo'lib, u oziq-ovqat sifatini, oziqlantiruvchi qiymatini oshiradi va salomatlik uchun potentsial foydalar taqdim etadi. Jelatin asosan qassobxonlardan olinadi, cho'chqa terisi, qoramol terilari va suyaklaridan foydalaniladi. An'anaviy jelatin mahsulotlari ko'pincha cho'chqa jelatinidan foydalanadi, bu esa axloqiy va parhez muammolarini keltirib chiqaradi. Jelatin autentifikatsiyasi parhez cheklovlari sababli muhimdir: vegetarianlar barcha hayvonlardan olingan jelatindan qochishadi, musulmonlar va yahudiyalar halol yoki kosher usulida tayyorlanmagan jelatindan saqlanishadi, hindular esa qoramoldan olingan jelatindan qochishadi. Yevropada bovin spongiform ensefalopatiya (BSE) tarqalishi qoramol jelatinini bo'yicha qattiq tartib-qoidalarning kuchayishiga olib keldi. Shuningdek, jelatin allergiyasi bo'lgan shaxslar qoramol yoki cho'chqa jelatinini iste'mol qilishda ehtiyot bo'lishlari kerak. Oziq-ovqat sohasida ko'pincha noto'g'ri belgilashlar mavjudligi sababli, cho'chqa yoki qoramol jelatinini haqiqiylikini tasdiqlash juda muhimdir.

Shu sababli, hayvonlardan olingan oziq-ovqat mahsulotlarini aniqlash uchun ishonchli usullar zarur. Bu oziq-ovqat komponentlarining haqiqiylikini ta'minlaydi va ifloslanishlarni aniqlashni osonlashtiradi. Bir qator tadqiqotlar qoramol va cho'chqa jelatinlarini farqlashga qaratilgan. Ushbu tadqiqotlar, FTIR spektroskopiyasidan foydalanish kabi analitik usullarni tavsiya etadi. Bu usul, xom qoramol va cho'chqa jelatinlari o'rtasida tez tahlil va samarali farqlash imkonini beradi, lekin yuqori namuna tozaligini talab qiladi va aralash jelatin namunalari orasida farq qilolmadi. Boshqa bir usul, kimyoviy cho'chqa yordamida bo'lib, bu usul 0.5 mg/mL da qoramol suyak jelatinini va 4.0 mg/mL da cho'chqa terisi jelatinini farqlay oladi, bu gidroksiapatit transformatsiyasini stimulyatsiya qilish orqali amalga oshiriladi, ammo oziq-ovqat mahsulotlaridagi jelatin manbalarini aniqlay olmaydi.

Suyuq xromatografiya ham jelatin manbalarini farqlashda qo'llaniladi, lekin bu usullar aralash jelatinlarni farqlay olmaydi, chunki kimyoviy xususiyatlari va aminokislotalar miqdori o'xshash. Prolin va lizinning gidroksilatsiyasi marker peptidlar farqlanishini murakkablashtiradi, chunki marker peptidlar namuna tayyorlash jarayonida yo'q qilinishi mumkin. Indirekt raqobatli ELISA usuli jelatin manbalarini farqlash uchun sezgir usuldir. Biroq, bu usul hayvon kollageni ketma-ketliklarining yuqori homologyasi tufayli turli xil turlarga xos farqlarga kam sezgirlik ko'rsatadi. Qoramol tyrosilatlangan jelatiniga qarshi ishlab chiqilgan antitelar, alkali jarayon bilan tayyorlangan cho'chqa suyak jelatinidan uni farqlay olmaydi [1]. Sendvich ELISA usuli yaxshi aniqlikni ta'minlaydi, ammo jelatinlangan qizdirilgan go'shtlarda noto'g'ri ijobiy natijalar bilan bog'liq muammolarga duch keladi. Sigir va cho'chqa jelatin namunalari, avval ortoftaldialdegid (ODA) va 4-xloro-7-nitrobenzofurazan yordamida derivatizatsiya qilinganidan so'ng, teskari fazali HPLC usuli yordamida tahlil qilindi. Asosiy komponentlar tahlili (PCA) — bu ma'lumotlar matritsasining o'lchamini pasaytirishga yordam beradigan va eng muhim ma'lumotlarni saqlovchi proyeksiyon usulidir.

Ushbu usul, suyuq xromatografiya/mass-spektrometriya (HPLC/MS) yordamida qoramol suyak jelatinini qoramol terisidan olingan jelatindan ajratishda qo'llanildi. Triptik hazm qilingan jelatinlar HPLC/MS yordamida o'lchandi. Keyinchalik, bu namunalar teri yoki suyak jelatinlari sifatida tasniflash uchun ikkita kuchli kimyometrik usul (PCA va PLS-DA) dan foydalanildi. Ushbu jarayon yordamida turli sinov namunalardagi qoramol jelatinlarining kelib chiqishini aniq aniqlash mumkin bo'ldi. Biroq, jelatinni triptik hazm qilish jarayonida prolin va lizinning notekis va farqli gidroksilatsiyasi, jelatin namunalari uchun marker peptidlarni aniqlashni qiyinlashtiradi. Nano UPLC-ESI-q-TOF-MS kabi ilg'or usullar, aralash namunalarda ham jelatinni turli manbalardan farqlashda umid va'da qilmoqda, lekin ular aralashish nisbatlarini aniqlashda qiyinchiliklarga duch keladi. Jelatin manbalarini farqlash uchun ko'plab usullar mavjud, ammo sintetik va qayta ishlash jarayonida turli xil jelatinlarning o'zaro ifloslanishini aniqlash va

miqdorini belgilash uchun oddiy, to'g'ri va muntazam texnikaga hali ham ehtiyoj bor. FTIR-ATR usuli bu sohada keng qo'llanilmoqda. Sigir, cho'chqa go'shti va baliq jelatinlarini farqlashda 100% aniqlik bilan oziq-ovqat mahsulotlaridagi jelatin manbalarini tasniflash va autentifikatsiya qilish uchun ATR-FTIR, shuningdek, HCA va PCA kabi kimyometrik usullarni birlashtirgan yangi usullar ishlab chiqildi. Ushbu usullar real vaqt rejimida PCR yordamida qo'shimcha tasdiqlandi, bu esa ATR-FTIR spektroskopiyasining tijorat shakarlamalarida jelatin kelib chiqishini aniqlashdagi samaradorligini tasdiqladi.

Shuningdek, ATR-FTIR spektroskopiyasi stomatologik mahsulotlarda jelatin manbasini aniqlash uchun ham qo'llanildi [2]. Ushbu tadqiqotda turli ta'sir ko'rsatishi mumkin bo'lgan oqsil ichidagi aminokislotalar bilan etanolning o'zaro ta'siriga asoslangan yangi texnika qo'llanildi. Etanol, gidrofobik o'zaro ta'sir tufayli, intraprotein vodorod aloqalarini buzish orqali globulyar oqsillarni denaturatsiyalashi mumkin. Biroq, ko'p miqdordagi a-spiralli oqsillarga ega eritmalarga qo'shilganda, etanol oqsil tuzilishini barqarorlashtirib, agregatsiyani oldini olishi mumkin. Etanol molekulari bevosita aminokislotalar bilan o'zaro ta'sir qilishi mumkin. Masalan, etanolning gidroksil guruhi $\text{NH}_3^+\text{CHCOO}^-$ ning zwitterion qismiga va aminokislotalarning qutbli yoki ionli tomonlariga o'zaro ta'sir ko'rsatishi mumkin. Ushbu o'zaro ta'sirlar aminokislotalar atrofidagi hidratsiya qatlamidan suv molekularini olib tashlashni o'z ichiga olishi mumkin. Etanolning oqsil tuzilishi va funktsiyasiga ta'siri, oqsil tarkibiga va atrof-muhitga qarab farq qilishi mumkin [3].

Adabiyotlar tahlili va metodlar. Materiallar: Chumoli kislotasi LC-MS darajasi 405,823 (Karlo Erba, Milano, Italiya), tripsin T-4799, sigir jelatini 68,391, akrilamid A-3553, etanol 24,103 (Sigma-Aldrich Corp., Sent-Luis, Mo., AQSh) ko'rsatkichlarga ega. Cho'chqa go'shti jelatini (BDH 1-rasm) esa bilvosita yoki OH guruhi orqali erituvchi ta'sir ko'rsatadi. Bu ta'sir ikki omilga bog'liq: birinchidan, suv molekulari W (nuqtali o'q) tufayli to'g'ridan-to'g'ri kuch, ikkinchidan, suv molekularining mahalliy zichligi, bu esa yaqin atrofdagi boshqa hidrofil guruhlariga bog'liq (chiziqli o'qlar). Kimyoviy moddalar, mahsulot kodi 44045, DL-Dithiothreitol (DTT) 43,819 (Fluka AG, Buchs, Shveysariya), leytsin enkefalin 186,006,013 (Waters, Manchester, Buyuk Britaniya), giperatsetrili 1.00029.2500 (Sigma-Aldrich) bo'yicha LC-MS va LC-MS sinfidagi suv Milli-Q SQ 2Series suvni tozalash tizimlari (Merck, Darmstadt, Germaniya) yordamida tozalandi.

UPLC-Q-tof namunasini tayyorlash, asbob-uskunalar va analitik shartlar: Sof cho'chqa jelatini, sigir jelatini va cho'chqa jelatinining aralash namunalari turli konsentratsiyalarda (0,1%, 1%, 5%, 10% va 50% og'irlik/og'irlik) Hassan va boshqalarning tavsiflangan usuli asosida tahlil qilindi [4]. Hazm qilingan namunalar HDMSE musbat ion rejimida VION IMS Q-TOF (Waters, Milford, AQSh) yordamida nazorat qilingan teskari fazali xromatografiya orqali tahlil qilindi. Juda murakkab massa spektrlari ko'pincha peptidlarning massa spektrometriyasini tasvirlash va molekularni kosmosda profillash orqali olinadi. Bir nechta izobarik yoki yaqin izobara turlarining mavjudligi, yomon ajralish va bir-birining ustiga chiqadigan turlar spektrlarni izohlashni qiyinlashtirishi mumkin. Ion harakatchanligi to'rtinchi o'lchov bo'lib, 4D proteomikasi ushbu muammolarni bartaraf etish uchun 3D proteomikaga qo'shiladi. Bu usul, asosan, ionlarni kesma maydoni va shakliga ko'ra ajratishga imkon beradi, bu esa past darajadagi protein signallarini aniqlashni va zich tashkil etilgan peptidlarni ajratishni osonlashtiradi. Bunday usullardan foydalangan holda, jelatin fraksiyalash bosqichlarida birga mavjud bo'lishi mumkin bo'lgan ifloslantiruvchi moddalardan ajratilishi va uning manbaini aniqlash uchun tahlil qilinishi mumkin.

ATR-FTIR namunasini tayyorlash, asbobl va analitik shartlar: 250 mg jelatin namunalari 30 ml iliq Milli-Q suvda eritilib, 20 daqiqa davomida gidroliz uchun qoldirildi. Xona haroratiga sovutilgandan so'ng, 100 μl va 400 μl etanol bo'lgan alohida Eppendorf naychalariga 100 μl namunalar qo'shildi. Har bir namuna uchun blankalar tayyorlandi. Olingan namunalar tahlil qilishdan oldin 20 daqiqa kutishga qoldirildi. Namuna tahlili Lityum Tantalat (LiTaO_3) detektor bilan jihozlangan Spectrum Two UATR-FTIR spektrometriga (PerkinElmer, Inc., Buyuk Britaniya) o'tkazildi. Spektrlarni tahlil qilish uchun 10 μl jelatin namunalari kristall hujayraga joylashtirildi. Avtomatik signal kuchaytirish yordamida 400–4000 cm^{-1} diapazonidagi spektrlar 4 sm o'lchamdagi 16 ta skanerda to'plandi va 25 °C da toza bo'sh hujayradan yozib olingan fon spektriga nisbatan tahlil qilindi.

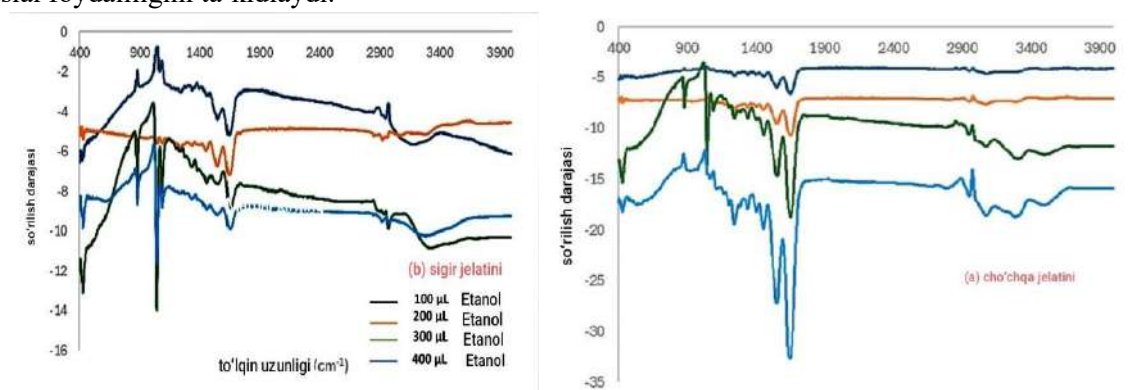
Ma'lumotlarni tahlil qilish va vizualizatsiya qilish: Jelatin-etanol kompleksidagi o'zaro ta'sirlar BIOVIA Discovery Studio Visualizer 2021 dasturi (Biovia, San-Diego, CA, AQSh) yordamida tahlil qilindi. sigir va cho'chqa go'shti jelatinining aminokislotalar ketma-ketligi onlayn qidiruv UniProt ma'lumotlar bazasidan olingan bo'lib, sigir va cho'chqa jelatinining birlamchi kirish raqami mos ravishda P52176 va A0A4X1U8B7 dir.

Natijalar va muhokama. UPLC-Q-tof. Vakillik peptidlarining ekstraksiya qilingan ion xromatogrammalari quyida ko'rsatilgan. 2, sof qoramol, sof cho'chqa go'shti va cho'chqa go'shtining turli konsentratsiyalari (0,01%, 0,1%, 1,0%, 10% va 20%) uchun ion intensivligi ko'rsatilgan. Ketma-ketliklar

UNIFI dasturi orqali tripsin-hazm qilingan peptidlar (500-2500 Da) silika prognozi yordamida tahlil qilindi va maxsus ionlar aniqlanadi. Xromatogramma sigir jelatini uchun $m/z + 962.1471$ da NRLHFFK (pozitsiyalar 534–540, UniProt ID P52176) ga mos keladigan maxsus ionlarni ko'rsatadi, saqlash vaqti 18.41 minut. Cho'chqa jelatini uchun esa $m/z + 653K$ ga to'g'ri keladi (Y280K, pozitsiyalar 541–545, UniProt ID A0A4X1U8B7), saqlash vaqti 17.69 minut. Natijalar shuni ko'rsatadiki, UPLC-QTOF sof sigir va cho'chqa go'shti jelatinini samarali ajratadi, ammo aralash turlarni ajrata olmaydi. Proteolitik hazm qilish jarayonida parchalanish joylariga kirish imkoniyatini o'zgartiradigan oqsil-oqsil o'zaro ta'siri tufayli xarakterli ionlar yo'qoladi va yangi ionlar hosil bo'ladi. Bu to'liq hazm bo'lmasligiga yoki kutilmagan peptidlarning paydo bo'lishiga olib kelishi mumkin, chunki bog'lanish o'zaro ta'sirida ishtirok etadigan hududlar fermentativ bo'linishdan himoyalangan bo'lishi mumkin, bu esa kamroq aniqlanadigan peptidlarga olib keladi [5]. Bundan tashqari, oqsil komplekslari birgalikda elyusiya tufayli ma'lum peptidlar uchun signallarni bostirish yoki kuchaytirishi, ionlanish jarayoniga xalaqit berishi va mass-spektrometriya (MS) signaliga ta'sir qilishi mumkin. Bu, ba'zi peptidlarning o'zaro ta'sir qiluvchi sheriklarining mavjudligiga qarab paydo bo'lishi yoki yo'qolishiga olib keladi. Xuddi shu tartibni tijorat bozoridagi namunalarga qo'llaganda, biz bir xil natijalarga erishdik.

ATR-FTIR: Namuna olish texnikasi. Biomolekulyar tizimlarni samarali o'rganish uchun suv muhitida tajriba o'tkazish ideal hisoblanadi. Biroq suvning mavjudligi infraqizil (IR) spektroskopiyaga uchun qiyinchiliklar tug'diradi, chunki suv kuchli yutilish xususiyatlariga ega. Xususan, suvning asosiy o'tishlari biomolekulalarning yutilish zonalari, masalan, N-H va C-O cho'zilgan tebranishlari bilan sezilarli darajada mos keladi. Bu o'zaro bog'liqlik signal-shovqin nisbati (S/N) pasayishiga olib kelishi mumkin, bu esa tahlil jarayonini murakkablashtiradi. Ushbu shovqinlarni yumshatish uchun asboblarni ehtiyotkorlik bilan tekislash zarur, shunda ma'lumotlarda muhim artefaktlar yo'qligini ta'minlash mumkin. Tahlil protokoli namunani kiritishdan oldin hal qiluvchi asosiy skanerlashni o'z ichiga oladi. Keyinchalik, erituvchi bilan birgalikda namuna tahlil qilinadi. Yakuniy uzatish (TR) egri chiziqlari, biomolekulyar signallarni to'g'ri baholash imkonini beruvchi asosiy spektrni namuna spektridan ajratish orqali hosil qilinadi.

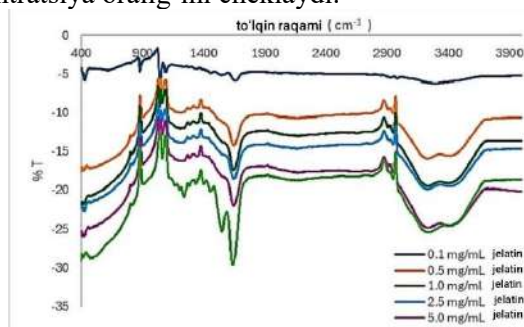
ATR-FTIR tomonidan tahlil qilingan jelatin amid bantlariga etanolning ta'siri. Etanolning amid tasmasi tuzilishiga ta'sirini o'rganish uchun alohida Eppendorf naychalarida 100 μ l jelatin eritmasiga (10 mg/ml) turli hajmdagi etanol (100, 200, 300 va 400 μ l) qo'shildi. Namunalar ATR-FTIR spektroskopiyasi yordamida tahlil qilishdan oldin xona haroratida 15 daqiqa davomida inkubatsiya qilindi. Sigir va cho'chqa go'shti jelatini uchun olingan spektrlar 1-rasmda keltirilgan. ATR-FTIR spektrlari etanolning cho'chqa go'shti jelatinining amid tasmasi singishiga sezilarli darajada ta'sir qilishini ko'rsatadi, ammo sigir jelatiniga ozgina ta'sir qiladi. Ushbu farq etanol va oqsil tuzilmalari o'rtasidagi o'ziga xos o'zaro ta'sirga bog'liq bo'lib, bu o'zaro ta'sir aminokislotalar ketma-ketligi va oqsillarning atrof-muhit sharoitlariga qarab o'zgaradi [6]. Bu topilmalar shuni ko'rsatadiki, etanolning cho'chqa jelatinining ikkilamchi tuzilishiga o'ziga xos ta'siri uning aminokislotalar bilan o'zaro ta'siriga bog'liq. Etanolning jelatin tuzilmalariga barqarorlashtiruvchi yoki beqarorlashtiruvchi ta'siri cho'chqa go'shtini sigir jelatinidan ajratishda uning potensial foydaliligini ta'kidlaydi.



1-rasm. Etanolning amid tasmalarining singishiga ta'siri: (a) cho'chqa go'shti jelatini va (b) sigir jelatini

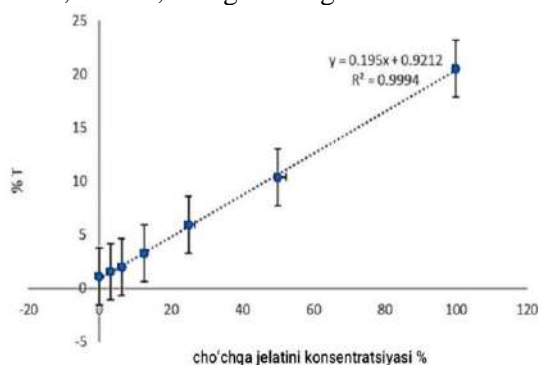
Cho'chqa jelatin konsentratsiyasining ATR-FTIR o'lchoviga ta'siri: Aniqlik. Cho'chqa jelatin konsentratsiyasining o'lchov aniqligiga ta'sirini o'rganish maqsadida turli konsentratsiyalarda (0,1, 0,5, 1,0, 2,5, 5,0 va 10,0 mg/ml) 100 ml cho'chqa jelatin namunalariga 400 μ l etanol qo'shildi. Namunalar ATR-FTIR spektroskopiyasi yordamida tahlil qilindi va olingan spektrlar 2-rasmda ko'rsatilgan. Natijalar shuni ko'rsatadiki, cho'chqa go'shti jelatin konsentratsiyasi ortishi bilan etanolning amid tasmasi so'rilishiga

ta'siri yanada aniqroq bo'ladi. Ushbu kuzatuv etanol bilan o'zaro ta'sir qiluvchi protein tarkibining yuqoriligi bilan bog'liq bo'lib, bu ATR-FTIR orqali aniqlanishi mumkin bo'lgan protein strukturasi sezilarli o'zgarishlarga olib keladi. Biroq, jelatin konsentratsiyasini 10 mg/ml dan ortiq oshirish jellesme effekti tufayli amaliy qiyinchiliklarni keltirib chiqaradi, bu esa ishlov berish va tahlil qilishni murakkablashtiradi. Jellanish effekti namunaning yaxlitligi va o'lchov aniqligini buzmasdan samarali o'rganish mumkin bo'lgan konsentratsiya oralig'ini cheklaydi.



4-rasm. Namuna konsentratsiyasining amid tasmasi uzatilishiga ta'siri

Sigir jelatinining cho'chqa go'shti jelatini bilan ifloslanishining miqdoriy tahlili. Cho'chqa jelatinining sigir jelatini bilan ifloslanish darajasini baholash maqsadida 10 mg/ml sigir jelatini eritmasiga turli foizlarda cho'chqa jelatini qo'shib kalibrash standartlari tayyorlandi. Baholangan ifloslanish darajalari 0,0%, 3,125%, 6,25%, 12,5%, 25,0%, 50,0% va 100,0% edi. Har bir ifloslanish darajasi uchun 100 µl namunaga 400 µl etanol qo'shildi. Har bir namuna uchun 1654 sm⁻¹ da transmissiya diapazoni qayd etildi, bo'sh namuna esa asosiy tuzatish uchun tayyorlandi. Etanol bilan ishlov berilgan namunalar va blanka o'rtasidagi so'rilishdagi farq 3-rasmda ko'rsatilganidek, ifloslanish foiziga qarshi chizilgan. Grafik cho'chqa jelatin konsentratsiyasi (kontaminatsiya foizida) va amid tasmagini uzatish o'rtasida aniq chiziq munosabatni ko'rsatadi. Quyidagi tenglama eng yaxshi moslik chizig'ini tavsiflaydi: $y = 0,195x + 0,9212$. R² qiymati 0,9994 bo'lib, jelatin konsentratsiyasi va so'rilish o'rtasidagi kuchli korrelyatsiyani ko'rsatadi, bu so'rilish o'tishlaridagi o'zgaruvchanlikning taxminan 99,94% ni tushuntiradi. Ba'zi o'zgaruvchanlik mavjud bo'lsa-da, umumiy tendentsiya chiziqli modelga mos keladi. Umuman olganda, grafik cho'chqa jelatin konsentratsiyasi va so'rilish o'rtasida mustahkam ijobiy chiziqli korrelyatsiyani ko'rsatadi, bu esa assimilyatsiya o'lchovlari sinovdan o'tgan diapazonda cho'chqa jelatin konsentratsiyasini aniqlash uchun ishonchli ishlatilishi mumkinligini ko'rsatadi. Ushbu grafikdan hisoblangan aniqlash chegarasi (LOD) va miqdor chegarasi (LOQ) mos ravishda 0,85 va 2,85 mg/100 mg ifloslanishdir.



3-rasm. Amid diapazoni o'tkazuvchanligiga nisbatan foizli ifloslanishlarni kalibrash egri chizig'i

Qo'llanilishi va selektivligi. Ushbu tadqiqotda belgilangan usulning qo'llanilishini tekshirish uchun Birlashgan Arab Amirliklarining mahalliy bozorlaridan halol deb belgilangan yumshoq konfet mahsulotlari olingan. Tijorat jelatin namunalarini odatda 80 °C dan past haroratlarda issiqlik bilan ishlov beriladi. Bu haroratda jelatinning sezilarli agregatsiyasi sodir bo'lmaydi, bu esa oqsilning eruvchanligini va tahlil qilish uchun zarur bo'lgan xususiyatlarini ta'minlaydi. Ushbu boshqariladigan issiqlik bilan ishlov berish, namunalaridagi jelatin miqdorini aniqlash va tavsiflashga ta'sir qilishi mumkin bo'lgan agregatlarning shakllanishiga yo'l qo'ymaslik uchun zarurdir [7]. Namunalar tasodifiy cho'chqa jelatini 0% dan 100% gacha bo'lgan konsentratsiyalarda (w/w) qo'shish orqali tayyorlandi. Naqshli va tiklanmagan namunalar tadqiqotning noto'g'riligiga yo'l qo'ymaslik uchun ehtiyotkorlik bilan tahlil qilindi. Barcha namunalar 40 °C

CHEMISTRY

da 20 mg/ml konsentratsiyaga qadar iliq suvda eritildi va 15 daqiqa davomida o'tirishga ruxsat berildi. Keyinchalik, 100 ml eritilgan namunaga 400 µl etanol qo'shildi. Shuningdek, 100 µl suv va 400 µl etanoldan iborat bo'sh namuna ham tahlil qilindi. Namunalarning olingan spektrlari bo'sh ATR-FTIR spektridan chiqarildi. Bizning o'lchash texnikamizning to'g'riligini baholash uchun turli xil tikilgan va qo'shilmagan konfet namunalarining, shuningdek, sof jelatin namunalarining tiklanish tezligi aniqlanadi. Har bir namuna uchun o'lchangan foizlar va tiklanish stavkalari umumlashtiriladi. 1-jadval.

1-jadval.

Cho'chqa go'shti jelatinining turli konsentratsiyasi bilan to'ldirilgan yumshoq sigir jelatinli konfet namunalarining miqdoriy natijalari

Namuna turi	Jelatinning miqdori	O'lchangan %	Haqiqiy %	Tiklanish %
Qo'shilmagan konfet namuna 1	0.71	-1.14	0	-
Qo'shilmagan konfet namuna 2	0.11	-4.25	0	-
Qo'shilmagan konfet namuna 3	0.26	-3.45	0	-
Qo'shilmagan konfet namuna 4	0.5	-2.16	0	-
Qo'shilmagan konfet namuna 5	1.22	1.54	0	-
Qo'shilgan konfet namuna 1	16.72	80.96	80	101.22
Qo'shilgan konfet namuna 2	0.97	0.26	0.5	50.04
Qo'shilgan konfet namuna 3	1.67	3.85	4	96.61
Qo'shilgan konfet namuna 4	3.83	14.82	15	98.72
Qo'shilgan konfet namuna 5	2.89	10.12	10	100.86
Qo'shilmagan konfet namuna 6	0.66	-1.36	0	-
Qo'shilgan konfet namuna 6	1.705	4.02	4	100.28
Sof qoramol jelatini	0.98	0.32	0	60.33
Qo'shilgan konfet namuna 7	1.73	4.14	4	103.65
Qo'shilgan konfet namuna 8	1.51	3.01	3	100.63
Qo'shilmagan konfet namuna 7	0.37	-2.84	0	-
Qo'shilgan konfet namuna 8	1.9	5.05	5	100.4
Sof qoramol jelatini	0.99	0.36	0	-
Qo'shilgan konfet namuna 9	1.09	0.87	1	86.55
Sof cho'chqa jelatini	20.02	97.9	100	97.88

Barcha to'qilgan konfet namunalari salbiy o'lchangan foizlarni ko'rsatdi, bu usul bu namunalarda hech qanday tahliliy moddani aniqlamaganligini tasdiqladi. Bu natijalar aniqlanmagan namunalar 0% ga yaqin ko'rsatkichlarni berishi kerakligi haqidagi taxminlarga mos keladi, bu esa asosiy o'lchovning to'g'ri ishlayotganini ko'rsatadi. Tiklangan namunalar uchun tiklanish stavkalari 50,05% dan 103,69% gacha bo'lib, bu usul qo'shilgan analitni aniqlashda yaxshi natijalar berishini ko'rsatadi. Shunisi e'tiborga loyiqlik,

konsentratsiyasi 3% dan yuqori bo'lgan namunalar uchun 100% dan yuqori tiklanish tezligi o'lchashning aniqligini ko'rsatadi. Aksincha, konsentratsiyasi 1% dan past bo'lgan tiklangan namuna uchun 50,05% past tiklanish darajasi usul sezgirligi yoki matritsa effektlari bilan bog'liq potentsial muammolarni ko'rsatadi. Ushbu nomuvofiqlik aniqlashning pastki chegarasiga yaqinlashadigan namunalar uchun qo'shimcha optimallashtirish zarurligini ta'kidlaydi. Bundan tashqari, o'lchangan foiz 97,89% va sof cho'chqa jelatini uchun mos ravishda 97,89% tiklanish ushbu matritsada usulning ajoyib ishlashini ko'rsatadi. Biroq, bu usul qoramol jelatinining tozaligini baholash uchun qo'llanilishi mumkin bo'lsa-da, sigir jelatinining miqdorini aniq aniqlash uchun mos emas.

Xulosa. Ushbu tadqiqotda UPLC-QTOF va ATR-FTIR spektroskopiyasi yordamida qoramol va cho'chqa go'shti jelatinini farqlash va miqdorini aniqlash o'rganildi. Jelatin manbalarining autentifikatsiyasi parhez va axloqiy jihatlardan ahamiyatga ega. UPLC-QTOF usuli sof qoramol va cho'chqa jelatinlari uchun alohida ionlarni aniqladi, ammo aralash jelatinlar bilan bog'liq muammolar mavjud edi. ATR-FTIR usuli esa etanolning amid bantlariga ta'sirini o'rganish orqali jelatin ifloslanishini aniqlashda yuqori aniqlik ko'rsatdi, bu usul 0,85 mg/100 mg dan 2,85 mg/100 mg gacha aniqlash chegaralari bilan kuchli chiziqli korrelyatsiyani ta'minladi. Natijalar, shuningdek, cho'chqa go'shti jelatinini halal konfetlarda muvaffaqiyatli aniqlash imkoniyatlarini ko'rsatdi. Ushbu tadqiqot, jelatin manbalarini aniqlash uchun yangi va samarali usullarni taqdim etadi, bu esa oziq-ovqat xavfsizligini ta'minlashda muhimdir.

ADABIYOTLAR:

1. Venien, A., & Levieux, D. (2005). *Differentiation of bovine from porcine gelatines using polyclonal anti-peptide antibodies in indirect and competitive indirect ELISA.* // *Journal of Pharmaceutical and Biomedical Analysis*, 39(3), 418–424. <https://doi.org/10.1016/j.jpba.2005.04.013>
2. Irfanita, N., Lestari, W., Mirghani, M. E. S., Jaswir, I., Octavianti, F., & Haris, M. S. (2022). *Attenuated Total reflectance-Fourier transform infrared (ATR-FTIR) spectroscopy coupled with principal component analysis and polymerase chain reaction (PCR) assay for the detection of porcine and bovine gelatins in dental materials.* // *Tropical Life Sciences Research*, 33(2), 133–153. <https://doi.org/10.21315/tlsr2022.33.2.7>
3. Ben-Naim, A. (2023). *Solvent-induced interactions and forces in protein folding.* Springer Nature Switzerland. <https://doi.org/10.1007/978-3-031-31871-9>
4. Hassan, H. M., Souka, U. D., Hassan, S. M., & Habib, H. M. (2023). *Use of 4-D proteomics to differentiate between bovine and camel lactoferrin.* *Food Chemistry*, 427, Article 136682. <https://doi.org/10.1016/j.foodchem.2023.136682>
5. Smaczniak, C. (2023). *Immunoprecipitation-mass spectrometry (IP-MS) of protein-protein interactions of nuclear-localized plant proteins.* In K. Kaufmann Kerstin, & Vandepoele (Eds.), *Plant gene regulatory networks: Methods and protocols* (pp. 163–181). US: Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-0716-3354-0_11.
6. Tolmachev, D. A., Malkamäki, M., Linder, M. B., & Sammalkorpi, M. (2023). *Spidroins under the influence of alcohol: Effect of ethanol on secondary structure and molecular level solvation of silk-like proteins.* *Biomacromolecules*, 24(12), 5638–5653. <https://doi.org/10.1021/acs.biomac.3c00637>
7. Sha, X.-M., Hu, Z.-Z., Ye, Y.-H., Xu, H., & Tu, Z.-C. (2019). *Effect of extraction temperature on the gelling properties and identification of porcine gelatin.* *Food Hydrocolloids*, 92, 163–172. <https://doi.org/10.1016/j.foodhyd.2019.01.059>

TARKIBIDA KISLOTA BO‘YOQLARI MAVJUD TO‘QIMACHILIK OQAVA SUVLARINI TOZALASHDA ELEKTROKOAGULYATSIYA JARAYONLARINING AHAMIYATI

Raximov Alisher Xudoyberdi o‘g‘li,

Toshkent kimyo-texnologiya instituti Shahrisabz filiali o‘qituvchisi

alisherrakhimov35@gmail.com

Mutalov Shuxrat Axmadjonovich,

Toshkent kimyo-texnologiya instituti Shahrisabz filiali professori

Tkti_shf@edu.uz

Annotatsiya. Ushbu tadqiqot elektrokoagulyatsiya jarayonidan foydalangan holda sintetik rangli oqava suvdan namunaviy bo‘yoq bo‘lgan Qizil kislotaga 73 ni olib tashlashni o‘rganadi. Asosiy operatsion parametrlarning, masalan, oqim zichligi, reaksiya vaqti, dastlabki bo‘yoq konsentratsiyasi, elektrolitlar konsentratsiyasi, pH va koagulant sifatida polialyuminiiy xlorid (PAX) qo‘shilishi - bo‘yoqni olib tashlash samaradorligiga ta‘siri o‘rganildi. Optimal sharoitlarda davolanish narxi ham baholandi. Natijalar shuni ko‘rsatdiki, elektrokoagulyatsiya bo‘yoqning 99% ni samarali ravishda olib tashladi va kimyoviy kislorodga bo‘lgan talabni (KKBT) 88% ga kamaytirdi. PAX dan foydalanish jarayon samaradorligini sezilarli darajada oshirdi, davolash vaqtini qisqartirdi va xarajatlarni kamaytirdi. Umuman olganda, elektrokoagulyatsiya rangli oqava suvdan kislotali bo‘yoqlarni olib tashlashning samarali, tez va tejankor usuli bo‘lib chiqdi.

Kalit so‘zlar: elektrokoagulyatsiya, qizil kislotaga 73, bo‘yoqlarni olib tashlash, oqava suvlarni tozalash, polialyuminiiy xlorid (PAX), kimyoviy kislorodga bo‘lgan talab (KKBT), operatsion parametrlar, oqava suvlarni tozalash texnologiyalari, tezkor tozalash, koagulyant samaradorligi.

ЗНАЧЕНИЕ ПРОЦЕССОВ ЭЛЕКТРОКОАГУЛЯЦИИ ПРИ ОЧИСТКЕ ТЕКСТИЛЬНЫХ СТОЧНЫХ ВОД, СОДЕРЖАЩИХ КИСЛОТНЫЕ КРАСИТЕЛИ

Аннотация. Данное исследование изучает удаление красной кислоты 73, типового красителя, из синтетически окрашенных сточных вод с использованием процесса электрокоагуляции. Было изучено влияние основных операционных параметров, таких как плотность тока, время реакции, исходная концентрация красителя, концентрация электролитов, pH и добавление полиалюминия хлорида (ПАХ) в качестве коагулянта на эффективность удаления красителя. Также была оценена стоимость обработки в оптимальных условиях. Результаты показали, что электрокоагуляция эффективно удаляет 99% красителя и снижает химическое потребление кислорода (ХПК) на 88%. Использование ПАХ значительно повысило эффективность процесса, сократило время обработки и снизило затраты. В целом электрокоагуляция оказалась эффективным, быстрым и экономичным способом удаления кислотных красителей из цветных сточных вод.

Ключевые слова: электрокоагуляция, красная кислота 73, удаление красителя, очистка сточных вод, полиалюминийхлорид (ПАХ), химическое потребление кислорода (ХПК), эксплуатационные параметры, технологии очистки сточных вод, быстрая очистка, эффективность коагулянта.

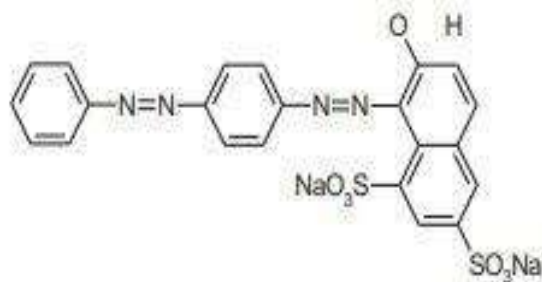
THE IMPORTANCE OF ELECTROCOAGULATION PROCESSES IN THE TREATMENT OF TEXTILE WASTEWATER CONTAINING ACID DYES

Abstract. This study explores the removal of Acid Red 73, a model dye, from synthetic colored wastewater using the electrocoagulation process. The effects of key operational parameters—such as current density, reaction time, initial dye concentration, electrolyte concentration, pH, and the addition of polyaluminum chloride (PAC) as a coagulant—on dye removal efficiency were investigated. The treatment cost at optimal conditions was also assessed. Results demonstrated that electrocoagulation effectively removed 99% of the dye and reduced chemical oxygen demand (COD) by 88%. The use of PAC significantly enhanced process efficiency, reduced treatment time, and lowered costs. Overall, electrocoagulation proved to be an efficient, rapid, and cost-effective method for removing acid dyes from colored wastewater.

Keywords: electrocoagulation, acid red 73, dye removal, wastewater treatment, polyaluminum chloride (PAC), chemical oxygen demand (COD), operational parameters, wastewater treatment technologies, rapid treatment, coagulant efficiency.

Kirish. Ba'zi sanoat tarmoqlari, shu jumladan, to'qimachilik, qog'oz va ba'zi plastmassalar, bo'yoqlar va suvdan sezilarli darajada foydalanish tufayli katta hajmdagi rangli oqava suvlarning shakllanishiga sezilarli hissa qo'shadi. Bo'yoqlar ko'pincha chiqindi suvda birinchi ko'rinadigan ifloslantiruvchi hisoblanadi va suvda bo'yoqlarning tarqalishi ham sezilarli darajada yuqori. Ushbu rangli ifloslantiruvchi moddalarni olib tashlash atrof-muhitni muhofaza qilish va ularning atrof-muhitga ta'sirini kamaytirish uchun katta ahamiyatga ega. Bo'yoqlar va rang beruvchi moddalar natijasida hosil bo'lgan oqava suvlarning tabiiy suv havzalari va kanalizatsiya tizimlariga, ba'zi hollarda ochiq suv havzalariga oqizilishi atrof-muhitga katta zarar etkazadi. Xususan, bu ko'plab bo'yoqlar va ularning qo'shimcha mahsulotlarining toksikligi, mutagenligi va bioakkumulyatsiya salohiyati bilan bog'liq. Ular tirik organizmlar uchun katta xavf tug'diradi. Oldingi tadqiqotlar shuni ko'rsatdiki, fuchsine yoki rosanilin gidroxloridi deb nomlanuvchi, shuningdek, auramin va uning hosilalari kabi ba'zi bo'yoqlar odamlar va boshqa tirik organizmlar, masalan, siydik pufagi saratoni va xromosoma anomaliyalari kabi jiddiy sog'liq muammolariga olib keladi. Misol uchun, Red 73 kislotasi qondagi oqsillarning yarmidan ko'pini tashkil etuvchi, fiziologik funksiyalarni buzadigan va toksik va allergik ta'sirlarni keltirib chiqaradigan sarum albumin kabi oqsillarga bog'lanishi aniqlandi. Ushbu muammolarni bartaraf etish uchun oqava suvlarni elektrokimyoviy tozalashning turli usullari foydalanish qulayligi, suvdan bo'yoqlarni olib tashlash jarayonida yuqori samaradorlik va katta kimyoviy qo'shimchalarga minimal ehtiyoj kabi ko'plab afzalliklari tufayli e'tiborni tortdi. Ular, shuningdek, davolash jarayonida past loy hosil bo'lishiga olib keladi. Elektrokimyoviy jarayonlar oqava suvlardan turli xil ifloslantiruvchi moddalarni, masalan, yog'lar, KKBT, og'ir metallar va boshqalarni olib tashlash uchun samarali qo'llanilgan. Bularga simob, nitratlar, fosfatlar, mishyak, tabiiy organik moddalar va bo'yoqlar kiradi. Ular orasida elektrokoagulyatsiya keng o'rganilgan usul bo'lib, elektrodlar jarayon davomida eriydi, eritma ichiga temir yoki alyuminiy kabi metall ionlarini chiqaradi. Bu ionlar eriydigan ifloslantiruvchi moddalarning zaryadini neytrallaydi, metall gidroksid koagulantlarini hosil qiladi, ular cho'kma hosil qilib, ifloslantiruvchi moddalarni adsorbsiyalaydi va ularning ajralishini osonlashtiradi.

Shu munosabat bilan, an'anaviy elektrokoagulyatsiya jarayonlari yordamida rangli oqava suvlardan keng tarqalgan sintetik bo'yoq bo'lgan qizil kislotasi 73 ni olib tashlash qiyin bo'lib qolmoqda. Xususan, ushbu tadqiqot sintetik bo'yoqli oqava suvdan qizil kislotasi 73 ni olib tashlash uchun elektrokoagulyatsiya samaradorligini o'rganadi va tozalash samaradorligini oshirish uchun asosiy ish parametrlarini umumiy lashtirishga qaratilgan. Joriy usul zichlik, reaksiya vaqti, dastlabki bo'yoq konsentratsiyasi, elektrolitlar konsentratsiyasi, pH va koagulyant sifatida polialyuminiy xlorid (PAX) dan foydalanishning



1- Rasm. Qizil Red 73 kislotaning kimyoviy tuzilishi

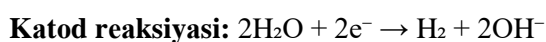
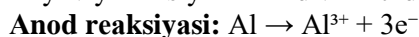
umumiy bo'yoqlarni olib tashlash samaradorligi va jarayon samaradorligiga ta'sirini baholash uchun tizimli ravishda baholandi. Kirish qismidagi asosiy tushunchalarni o'z ichiga olgan ushbu qayta ko'rib chiqilgan versiya bo'yoqlarni olib tashlashning dolzarbligini, elektrokimyoviy tozalash usullarining afzalliklarini va Red 73 qizil kislotani olib tashlash uchun elektrokoagulyatsiyadan foydalanishning alohida dolzarbligini ta'kidlaydi. Ushbu yondashuv mavjud maqolani boyitadi. Tadqiqot metodologiyasi va maqsadlari uchun asos yaratish bilan birga kengroq atrof-muhit va sog'liq muammolarini hal qiladi.

Eksperimental qism. Materiallar. Tajriba qizil kislotasi 73 bo'yoq moddasidan foydalanilgan. Qizil kislotasi 73 ning kimyoviy tuzilishi 1-rasmda keltirilgan. Xlorid kislotasi, sulfat kislotasi, natriy gidroksid, natriy xlorid va boshqa zarur kimyoviy reagentlar turli kimyoviy reagentlar sotuvchi kompaniyalardan sotib olingan. Amaldagi polialyuminiy xlorid (PAX), Al_2O_3 va $[Al_2(OH)_nCl_{6-n} \cdot YH_2O]_z$ kimyoviy formulasiga ega bo'lib, tozaligi $35 \pm 0.5\%$ bo'lgan yorqin sariq kukun shaklida mavjud. Bo'yoq konsentratsiyasi spektrofotometrik usul yordamida 515 nm dalgada o'lchangan va "Suv va oqava suvlarni tekshirish uchun standartlar usullari" kitobidagi metodga asosanlanib aniqlanganligini ta'kidlashimiz mumkin [21]. PH

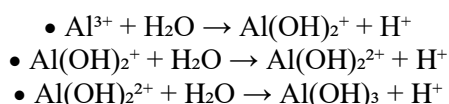
darajasini sozlash uchun $\text{Ca}(\text{OH})_2$ va H_2SO_4 ishlatilgan. Tajriba uchun 16 x 12 x 16 sm o'lchamdagi kubik shakliga ega idish tanlangan. Reaktorli jihozda anod sifatida ikki alyuminiy elektrod, katod sifatida esa ikki zanglamaydigan po'lat elektrod ishlatilgan. Har bir elektrodning o'lchamlari 12,2 sm (uzunligi), 11,8 sm (kengligi) va 0,3 sm (qalinligi) bo'lgan.

Tajribalar. Tajriba boshlanishidan oldin, har bir elektrod orasidagi masofa 1,1 sm qilib belgilangan. To'g'ri aralashtirish uchun elektrodlarning pastki qismi va reaktorning pastki qismi orasidagi masofa 2,1 sm tashkil etgan. Elektrodlar monopolar ulanish rejimida sim orqali to'g'ridan to'g'ri oqim manbaiga ulangan. Keyin reaktorga 2,5 litr sintetik oqava suv quyilgan, u bo'yoq bilan ranglangan. Tajribada oqim zichligi 3, 9, 13, 17 yoki 21 mA/cm² bo'yicha belgilangan va tajriba davomida kuchlanish o'zgarishlari muntazam ravishda nazorat qilingan. Namunalardan 0, 5, 10, 20, 30, 40, 50 va 60 daqiqa o'tgach olinib, santrifuj qilindi (4000-4100 rpm, 5 min) va tahlil qilindi. Elektrodlarning massasini aniqlash uchun jarayondan oldin va keyin elektrodlar raqamli tarozida o'lchandi. Har bir tajriba yakunida elektrodlar 30 daqiqa davomida 1,5 ml xlorid kislotasiga botirilib, plastik yuvish vositasi yordamida yuvildi, distillangan suv bilan yuvilib, quritildi. Barcha tajribalar 27°C haroratda amalga oshirildi.

Natijalar va muhokamalar. Alyuminiy elektrodlari yordamida amalga oshirilgan elektrokoagulyatsiya jarayonida asosiy kimyoviy reaksiyalar anod va katod reaksiyalaridan iboratdir.



Elektrolytik anodning erishi natijasida hosil bo'ladigan uch valentli alyuminiy ionlari gidroliz reaksiyalari orqali turli monomerik va polimerik tuzilmalarni hosil qiladi. Ushbu reaksiyalar quyidagi tarzda rivojlanadi:

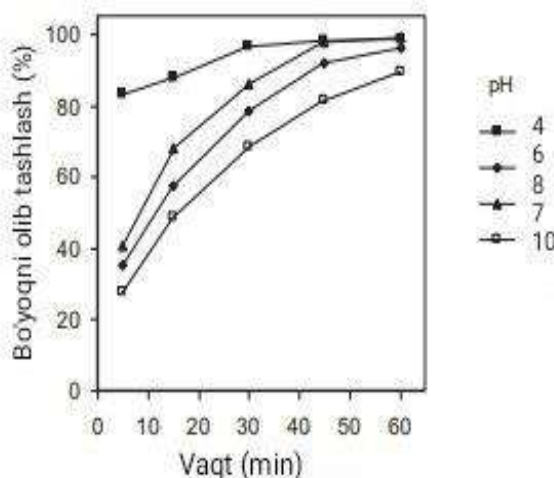


Yuqoridagi reaksiyalar mahsulotlari bilan birga, alyuminiyning trimerik va ko'p yadroli gidroliz mahsulotlari, masalan, $\text{Al}_2(\text{OH})_2^{4+}$, $\text{Al}_3(\text{OH})_4^{5+}$, $\text{Al}_6(\text{OH})_{15}^{3+}$, $\text{Al}_7(\text{OH})_{17}^{4+}$, va $\text{Al}_{13}\text{O}_4(\text{OH})_{24}^{7+}$ ham hosil bo'lishi mumkin. Ushbu kationik gidroliz mahsulotlari gidroksil ionlari bilan reaksiyaga kirishib, amorf va erimaydigan $\text{Al}(\text{OH})_3$ ga aylanadi. Bu gidroksid moddalar ifloslantiruvchi moddalarni cho'kib olib, ular eritmadan samarali ravishda olib tashlanishini ko'rsatadi.

Elektrokoagulyatsiya jarayonida ifloslantiruvchi moddalar ikki asosiy mexanizm orqali olib tashlanadi [22]:

1. **Eruvchan ifloslantiruvchi moddalarni neytrallash:** Manfiy zaryadga ega bo'lgan kolloidlar, gidroliz mahsulotlarining kationlari bilan neytrallashadi.

2. **Cho'kindi gidroksidida kolloidlarning tutilishi (supurib flokulyatsiya):** Kolloidlar gidroksidlar yordamida tutiladi va cho'kib chiqadi, bu esa ular bartaraf etilishini ta'minlaydi.



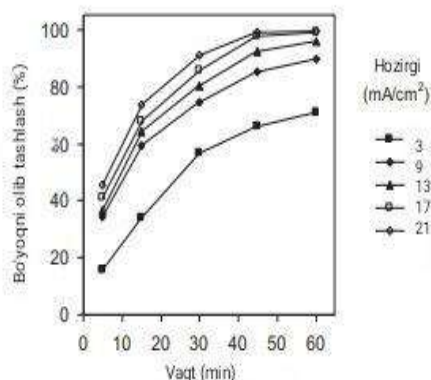
2-rasm. Oqova suv zichligining ta'siri (mA/sm²) bo'yoqni olib tashlashda samaradorlik (bo'yoq konsentratsiyasi: 100 mg, pH: 7, elektrolitlar konsentratsiyasi: 1000 mg/l).

Oqova suvning zichligining bo'yoqni yo'qotish samaradorligiga ta'siri. Oqova suvning zichligi elektrokoagulyatsiya jarayonining samaradorligiga sezilarli darajada ta'sir qiladi, chunki u koagulyant dozasini belgilaydi. Tajriba natijalari (2-rasm) shuni ko'rsatdiki, oqim zichligini 2 dan 20 mA/cm² gacha oshirish bo'yoqni olib tashlash samaradorligini 74,26% dan 99,8% gacha oshiradi, 60-65 daqiqa davomida. Oqim zichligi va jarayon vaqtini oshirish orqali anod reaksiyasi tezlashadi, eritma tarkibidagi koagulyantlar ko'payadi, natijada gidroksid mahsulotlari ham ko'payadi.

Energiyani sarflash jihatidan, 60 daqiqa davomida turli oqim zichliklarida (2, 8, 12, 16, 20 mA/cm²) energiya iste'moli 0,35, 3,5, 7,27, 12,05 va 18,02 kWh/m³ tozalangan oqava suv uchun qayd etilgan. Boshqa tomondan, oqim zichligining oshishi vodorod pufakchalarining ishlab chiqarilishini ko'paytiradi, ammo ularning hajmi kamayadi, bu esa flotatsiya orqali ifloslantiruvchi moddalarni olib tashlash samaradorligini oshiradi [23, 24].

Avvalgi tadqiqotlar ko'rsatishicha, elektrokoagulyatsiya jarayonida oqim zichligini 25-35 mA/cm² gacha oshirish, 90 daqiqalik davrda (KKBT) (kimyoviy kislorod talabi) ni olib tashlash samaradorligini 70% dan 94,5% gacha oshirish mumkin [23].

Boshlang'ich pH ning jarayonning borishiga ta'siri. Boshlang'ich pH ning bo'yoqlarni olib tashlash samaradorligiga ta'siri 3-rasmda ko'rsatilgan. Elektrokoagulyatsiya jarayonida, pH qiymatiga qarab, Al(OH)₃ birikmalarining turli xillari shakllanadi, bu esa jarayonning samaradorligini belgilaydi. pH darajasi asosan quyidagi bosqichlarda o'zgaradi:

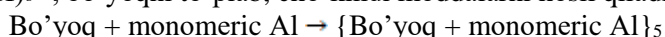


3-rasm. Boshlang'ich pH ning bo'yoqlarni olib tashlash samaradorligiga ta'siri (Oqim zichligi: 16.05 mA/sm² bo'yoq konsentratsiyasi: 55 mg/L, elektrolitlar konsentratsiyasi: 1000 mg/l)

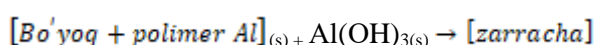
- **pH < 4.1:** Alyuminiyning kationik monomerik shakllari, masalan, Al(H₂O)₆³⁺, dominant bo'ladi.
- **pH 5.3 - 8.7:** Polimerik shakllar va erimaydigan Al(OH)₃ dominant bo'ladi.
- **pH > 9.1:** Al(OH)₄⁻ dominant tur bo'lib, pH > 10.1 bo'lganda faqat Al(OH)₄⁻ shakli mavjud bo'ladi [23].

Sedimentatsiya va adsorbtsiya pH qiymatiga bog'liq holda ifloslantiruvchi moddalarni olib tashlashning asosiy mexanizmlari sifatida o'rganilgan. Sedimentatsiya past pH qiymatlarida dominant mexanizm bo'lsa, adsorbtsiya pH > 6.7 da asosiy jarayon sifatida ishlaydi [25].

Sedimentatsiya: pH 4.2 - 5.2 oralig'ida ifloslantiruvchi moddalar zaryadlari neytrallanishi va cho'kish jarayoniga asoslanadi. Bo'yoqning alyuminiy monomerik turlari bilan reaksiyasi, masalan, Al(OH)₂⁺ yoki Al(OH)₆³⁺, bo'yoqni to'plab, cho'kindi moddalarni hosil qiladi:



Adsorbtsiya: pH 6 dan yuqori bo'lsa, bo'yoq molekulari Al(OH)₃ flokulyantlarida adsorbtsiya qilinadi va suyuqlikdagi zarralar bilan birga hosil bo'ladi:



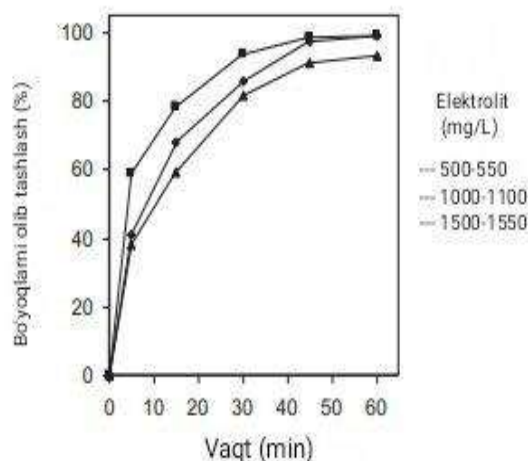
Al(OH)₃ flokulyantlarining yuzasi erigan moddalarni, organik birikmalarni yoki kolloid zarralarni o'ziga tortishi mumkin. Bu zarralar cho'kindi hosil qilib, ular flotatsiya yoki elektrokoagulyatsiya jarayoni orqali eritmadan ajratiladi va olib tashlanadi.

Elektrolitlar konsentratsiyasining ranglarni olib tashlash samaradorligiga ta'siri.

Namunaning elektr o'tkazuvchanligiga elektrolitning qandayligiga va konsentratsiyasiga ham ta'sir qiladi. Elektrokimyoviy jarayonlarda natriy xlorid (NaCl) yuqori o'tkazuvchanligi, yaxshi eritma muhitini hosil qiluvchanligi, tannarx jihatdan arzonligi va past zaharliligi tufayli elektrolit sifatida keng qo'llaniladi. Bundan tashqari, jarayon davomida hosil bo'lgan Cl oksidlovchi bo'lib, atrof-muhitning pH qiymatiga sezilarli ta'sir qilmasdan olib tashlashga yordam beradi [14,26].

Natriy xlorid eriganda, xlorid ionlari eritmaga chiqariladi. Ushbu xlorid ionlari gipoxlorit ionlari kabi faol xlor turlarini hosil qilish uchun anodda oksidlanishi mumkin. Cl ning bu faol shakllari rang molekularini oksidlashi mumkin, bu esa ranglarni olib tashlashning umumiy samaradorligini oshiradi.

Elektrolitlar konsentratsiyasi elektrokoagulyatsiya jarayonining samaradorligiga qanday ta'sir qilishini o'rganish uchun ushbu tadqiqotda natriy xlorid ishlatilgan. "4-rasmda ko'rsatilganidek.", elektrolitlar konsentratsiyasi 500-550 mg/L dan 1500 -1550 mg/L gacha ko'tarilishi bilan ranglarni olib tashlash jadalligi bir muncha pasaydi.



4-rasm. Elektrolitlar konsentratsiyasining (mg/L) bo'yoqqa ta'siri, olib tashlash samaradorligi (joriy zichlik: 16 mA / sm², bo'yoqkonsentratsiyasi: 50 mg/L, pH: 7).

Buni doimiy oqim zichligi bilan elektrolitlar konsentratsiyasining oshishi eritmaning elektr o'tkazuvchanligini oshirishi bilan maqullanandi, bu esa o'z navbatida eritmaning qarshiligini kamaytiradi. Natijada elektrokimyoviy hujayradagi kuchlanish pasayadi [26]. Bu kuchlanishning pasayishi energiya sarfini kamaytiradi va flokulyant ishlab chiqarishni kamaytiradi, natijada ranglarni olib tashlash jadalligini pasaytiradi.

Natijalar shuni ko'rsatdiki, tozalashning 55-60 daqiqasi davomida turli elektrolitlar konsentratsiyasida energiya iste'moli quyidagicha bo'lgan: 500-550 mg/l tozalangan rangli oqava suvning bir kubometri uchun 19,7-19,8 kVt/soat, 1000-1100 mg/l da 12,1 kVt/soat va 9,5 kVt/soat. h 1550 mg/l bo'ladi. Elektrolitlarning yuqori konsentratsiyasi elektrodning me'yorida tashqari iste'mol qilinishiga olib kelishi mumkin va bu elektrodning yuzasiga zarar etkazishi mumkin [26].

Iqtisodiy tahlil. Turli ishlab chiqarish sanoatlarida yani to'qimachilik sanoatidagi rangli oqova suvlardagi chiqindilarni (bo'yoqlarni) tozalash usulini tanlashda jarayon xarajatlari hal qiluvchi omil hisoblanadi. Elektrokoagulyatsiya jarayonida operatsion xarajatlarga ta'sir qiluvchi ikkita asosiy omil - bu elektr energiyasini iste'mol qilish va ishlatiladigan metall miqdori. Ushbu tadqiqotda biz faqat elektrokoagulyatsiya uchun va 98.9 % bo'yoqlarni olib tashlash samaradorligiga erishish uchun elektrokoagulyatsiya bilan bir qatorda polialyuminij xlorid (qo'shimcha koagulyant) ishlatilganda ushbu ikki parametrlarning xarajatlarini ko'rib chiqdik.

Xarajatlarni hisoblash bir qancha chet davlatlardagi ximikatlar bilan shug'ullanuvchi fermalar narxlariga asoslangan:

- Poli-alyuminij xlorid: 0,60-0,65 AQSH dollar/kg
- Alyuminij varaq: 3-3,1 AQSH dollar/kg
- Elektr energiyasi: 0,0773-0,0783 AQSH dollar/kVt/soat

Faqat elektrokoagulyatsiyadan foydalanganda, bo'yoqlarni 98,9% olib tashlash uchun zarur bo'lgan energiya va metall iste'moli tozalangan oqava suvning har bir kubometri uchun mos ravishda 12,5-12,6 kVt soat va 0,709-0,710 kg ni tashkil etdi. Biroq, har bir kubometr oqava suvga 0,1-0,12 kg dozada polialyuminij xlorid qo'shilganda, energiya sarfi 3,03-3,05 kVt / soatgacha, metall iste'moli esa 0,18-0,19 kg ga kamaydi.

Bu shuni ko'rsatadiki, elektrokoagulyatsiya bilan birga yordamchi koagulantdan foydalanish chiqindi suvning har bir kubometri uchun tozalash xarajatlarini sezilarli darajada kamaytiradi.

Joriy samaradorlik. Hozirgi samaradorlik elektrokoagulyatsiya jarayonida elektrodning ishlash muddatiga ta'sir qiluvchi asosiy omil hisoblanadi. Bu qo'llaniladigan elektr toki asosida hisoblangan nazariy miqdorga nisbatan elektroddan qancha alyuminiy erishligini bilib olamiz.

Joriy samaradorlik quyidagi formula bo'yicha aniqlanadi(16):

$$\varphi = \frac{\Delta M_{exp}}{\Delta M_{theo}} \times 100$$

Bu yerda:

ΔM_{exp} - erigan alyuminiyning haqiqiy miqdori (tajriba dozasi).

ΔM_{theo} - erishi kerak bo'lgan alyuminiyning nazariy miqdori.

Alyuminiyning nazariy erishini hisoblash uchun biz Faraday qonunidan foydalanamiz, bu tenglama bilan ifodalanadi:

$$Al^{3+} \text{ nazariy} = \frac{M \times I \times t}{ZF}$$

Bu yerda:

M- alyuminiyning molekulyar massasi (26,98 g/mol),

I- elektr toki (amperda),

t- reaksiya vaqti (sekundlarda),

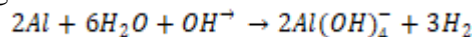
Z- reaksiyada qatnashgan elektronlar soni (alyuminiy uchun 3 ta),

F- Faraday doimiysi (96 487 kulon/mol).

Ushbu tadqiqotda alyuminiyning vazn yo'qotishini hisoblash uchun har bir tajribadan oldin va keyin elektrodni tortish orqali eksperimental alyuminiy dozasi aniqlandi.

Natijalar shuni ko'rsatdiki, optimal ish sharoitida 15-17 daqiqalik elektrokoagulyatsiyadan so'ng haqiqiy alyuminiy sarfi 2-2.5 litr oqava suv uchun 0,39 grammni tashkil etdi, nazariy qiymat esa 0,339 grammni tashkil etdi. Bu 108% joriy samaradorlikni beradi. Nazariy jihatdan qaraganda bir oz yuqori alyuminiy iste'moli jarayon davomida anodning kimyoviy gidrolizlanishi bilan bog'liq bo'lishi mumkin.

Elektrokoagulyatsiya paytida katodda hosil bo'lgan gidroksid ionlari anod va katodga ta'sir qiladi, bu esa qo'shimcha alyuminiyning erishiga olib kelishi mumkin.



Xulosa. Elektrokoagulyatsiya (EK) rangli oqava suvdan kislotali bo'yoqlarni olib tashlashning yuqori samarali va tezkor usuli ekanligi isbotlangan. Bu jarayonga oqim zichligi, dastlabki pH, elektrolitlar konsentratsiyasi, dastlabki bo'yoq konsentratsiyasi va qo'shimcha koagulyantdan foydalanish kabi bir qancha asosiy omillar ta'sir ko'rsatdi. Ushbu omillar orasida polialuminiy xlorid kabi yordamchi koagulyantdan foydalanish elektrokoagulyatsiya jarayonining samaradorligini sezilarli darajada yaxshilaganligini ko'rsatdi.

Elektrokoagulyatsiyaning yordamchi koagulant bilan kombinatsiyasi nafaqat bo'yoqlarni olib tashlash samaradorligini oshiribgina qolmay, balki energiya sarfini ham, ishlov berish uchun zarur bo'lgan metall miqdorini ham kamaytirishga olib keldi. Resurs iste'molining bu kamayishi oxir-oqibat oqava suvlarni tozalashning umumiy narxini pasaytiradi, bu usulni keng ko'lamli ilovalar uchun iqtisodiy jihatdan yanada foydali qiladi.

Oqim zichligi 16.1 mA/sm², elektrolitlar konsentratsiyasi 1000-1100 mg/L, boshlang'ich pH 6-7, polialuminiy xloridning dozasi 100 mg/l va davolash vaqti 15-16 daqiqani o'z ichiga olgan optimal ish sharoitlarida, jarayon 99% bo'yoqlarni olib tashlashning ta'sirchan samaradorligiga va kimyoviy kislorodni 88% ga kamaytirishga erishdi. Talab (KKBT). Ushbu natijalar, ayniqsa, kislotali bo'yoqlarni o'z ichiga olgan rangli oqava suvlarni tozalash muammolarini samarali hal qilishda, ayniqsa yordamchi koagulyantlar bilan birlashganda, elektrokoagulyatsiyaning yuqori salohiyatini ta'kidlaydi.

Bundan tashqari, jarayon samaradorlik va barqarorlik o'rtasidagi muvozanatni ko'rsatdi. Energiyadan foydalanish va metall iste'molining kamayishi elektrokoagulyatsiyani ko'pincha ko'p miqdorda kimyoviy moddalarni talab qiladigan va ko'proq chiqindilarni ishlab chiqaradigan an'anaviy oqava suvlarni tozalash usullariga nisbatan ekologik jihatdan qulayroq muqobil qiladi.

Xulosa qilib aytganda, elektrokoagulyatsiya, ayniqsa yordamchi koagulyantlar bilan kuchaytirilganda, kislotali bo'yoqlarni o'z ichiga olgan oqava suvlarni tozalash uchun istiqbolli va samarali yechimdir. Resurs sarfini minimallashtirish bilan birga ifloslantiruvchi moddalarni yuqori darajada olib tashlash qobiliyati ushbu usulni sanoat va shahar oqava suvlarini tozalash dasturlari uchun raqobatbardosh variantga aylantiradi. Kelajakdagi tadqiqotlar jarayon parametrlarini yanada optimallashtirish va ifloslantiruvchi moddalar

konsentratsiyasi har xil bo'lgan har xil turdagi oqava suvlar uchun miqyoslanishini o'rganishga qaratilgan bo'lishi mumkin.

ADABIYOTLAR:

1. Hayati B., Mahmoodi N.M. Modification of activated carbon by alkaline to remove dyes from wastewater: Mechanism, isotherm and kinetic, *Desalin. Water Treat.* 47 (2012) 322–333.
2. Ooi B.S., Sum J.Y., Lai S.O. Investigation on membrane morphological and chemical properties changes at different reaction times and its effect on dye removal, *Desalin. Water Treat.* 45 (2012) 250–255.
3. Man L.W., Kumar P., Teng T.T., Wasewar K.L. Design of experiments for malachite green dye removal from wastewater using thermolysis–coagulation–flocculation, *Desalin. Water Treat.* 40 (2012) 260–271.
4. Majewska-Nowak K., Kawiecka-Skowron J. Ceramic membrane behaviour in anionic dye removal by ultrafiltration, *Desalin. Water Treat.* 34 (2011) 367–373.
5. Foo K.Y., Bassim H. Hameed, An overview of dye removal via activated carbon adsorption process, *Desalin. Water Treat.* 19 (2010) 255–274
6. Бигон М., Харнер Дж., Таунсенд К. Экология (в 2 томах) – М.: Мир, 1989
7. Кузнецов А.Е., Градова Н.Б. Научные основы экобиотехнологии. – М.: Мир, 2006. – 503 с
8. Никаноров А.М., Хоружая Т.А. Экология. – М.: ПРИОР, 1999. – 304 с.
9. Свирежев Ю. М., Логофет Д. О. Устойчивость биологических сообществ. – М.: Наука, 1978. – 352 с.
10. Coté, P., D. Brink, and A. Adnan (2007) “Prerequisite Pretreatment,” *Water Environment and Technology*, vol. 19, no. 3, March, pp. 40–45.
11. Gujer, W., M. Henze, T. Mino, and M. Loosdrecht (1999) “Activated Sludge Model No. 3,” *Water Science and Technology*, vol. 39, no. 1, pp. 183–193.
12. Jackson, D. R., L. E. Ripley, T. Maurina, and S. Hubbell (2007) “Up to the Challenge,” *Water Environment and Technology*, vol. 19, November, pp. 51–55.

NIKEL NANOKATALIZATORLARINING NOTEKIS PERILEN MOLEKULALARI
KLASTERLANISHIGA TA'SIRI

Xusanova Dilfuza Xushbakovna,
O'zbekiston Respublikasi Fanlar Akademiyasi,
Ion-Plazma va lazer texnologiyalari Instituti tadqiqotchisi
dilfuzahusanova75@gmail.com

Annotatsiya. Perilen asosidagi organik nanokristallarni sintez qilishda, molekulalarning o'z-o'zidan yig'ilishi va klasterlanishi kabi dastlabki bosqichlar muhim ahamiyatga ega. Ushbu jarayonlarni chuqurroq tushunish uchun molekulyar dinamika modellashirishlari yordamida DEZJUN va RAHSAU perilen molekulalarining klasterlanishiga Ni katalizatorining ta'siri o'rganildi. Natijalar shuni ko'rsatdiki, katalizator molekulalararo o'zaro ta'sirlarga (π - π o'zaro ta'sirlar, vodorod bog'lari va boshqalar) ta'sir qilib, klasterlanish tezligini o'zgartiradi. DEZJUN molekulalari RAHSAU molekulalariga nisbatan tezroq klasterlansa ham, katalizator sirtidagi nikel atomlari bilan molekulalardagi kislorod atomlari orasidagi d - π o'zaro ta'sirlar tufayli katalizator ikkala holatda ham klasterlanish tezligini pasaytiradi. Undan tashqari, RAHSAU dimerlari DEZJUN dimerlariga nisbatan barqarorroq ekanligi aniqlandi. Ushbu natijalar organik elektronika, sensorlar va quyosh batareyalari kabi sohalarda qo'llaniladigan perilen asosidagi materiallarni ishlab chiqishda muhim ahamiyatga ega.

Kalit so'zlar: perilen, nukleatsiya, kataliz, molekulyar dinamika, klasterlanish, π - π o'zaro ta'sir, vodorod bog'lari, d - π o'zaro ta'sir.

ВЛИЯНИЕ НИКЕЛЕВЫХ НАНОКАТАЛИЗАТОРОВ НА КЛАСТЕРИЗАЦИЮ
НЕПЛОСКИХ МОЛЕКУЛ ПЕРИЛЕНА

Аннотация. В синтезе органических нанокристаллов на основе перилена начальные стадии, такие как молекулярная самосборка и кластеризация, играют ключевую роль. Для более глубокого понимания этих процессов было использовано моделирование методом молекулярной динамики для изучения влияния никелевых катализаторов на кластеризацию периленовых молекул DEZJUN и RAHSAU. Результаты показали, что катализатор влияет на межмолекулярные взаимодействия (например, π - π взаимодействия, водородные связи и др.), изменяя скорость кластеризации. Несмотря на то, что молекулы DEZJUN кластеризуются быстрее, чем молекулы RAHSAU, катализатор снижает скорость кластеризации в обоих случаях из-за d - π взаимодействий между атомами кислорода в молекулах и атомами никеля на поверхности катализатора. Кроме того, было установлено, что димеры RAHSAU обладают большей стабильностью по сравнению с димерами DEZJUN. Эти результаты имеют большое значение для разработки материалов на основе перилена, применяемых в органической электронике, сенсорах и солнечных батареях.

Ключевые слова: перилен, нуклеация, катализ, молекулярная динамика, кластеризация, π - π взаимодействия, водородные связи, d - π взаимодействия.

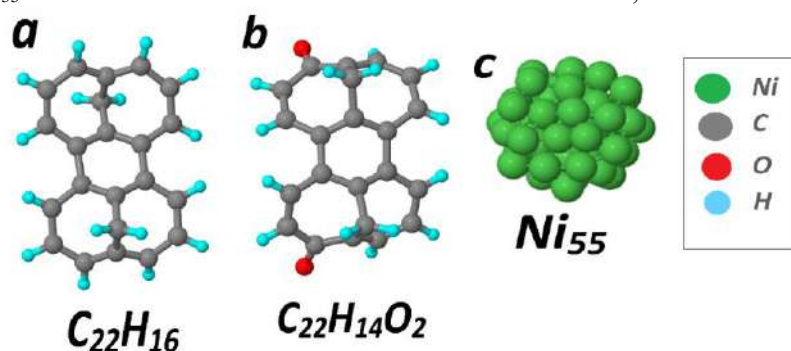
THE EFFECT OF NICKEL NANOCATALYSTS ON THE CLUSTERING OF NON-FLAT
PERYLENE MOLECULES

Abstract. In the synthesis of perylene-based organic nanocrystals, initial stages such as molecular self-assembly and clustering play a crucial role. To gain deeper insights into these processes, molecular dynamics simulations were used to study the effect of Ni catalysts on the clustering of DEZJUN and RAHSAU perylene molecules. The results showed that the catalyst influences intermolecular interactions (e.g., π - π interactions, hydrogen bonds, etc.), altering the clustering rate. Although DEZJUN molecules cluster faster than RAHSAU molecules, the catalyst reduces the clustering rate in both cases due to d - π interactions between oxygen atoms in the molecules and nickel atoms on the catalyst surface. Additionally, RAHSAU dimers were found to be more stable compared to DEZJUN dimers. These findings are significant for the development of perylene-based materials used in fields such as organic electronics, sensors, and solar cells.

Keywords: perylene, nucleation, catalysis, molecular dynamics, clustering, π - π interactions, hydrogen bonds, d - π interactions.

Kirish. Zamonaviy texnologiyalar rivojlanishi bilan nanomateriallarning ahamiyati sezilarli darajada ortmoqda. Ayniqsa, organik uglerod nanokristallari yuqori darajadagi funktsional materiallar sifatida ilmiy hamjamiyatning diqqat markazida turibdi [1]. Ushbu materiallarning organik elektronika, biologik tasvirlash, dori tashish va energetika kabi sohalardagi keng qo'llanilishi ularning o'sish mexanizmlarini aniqlashni muhim ilmiy vazifa sifatida belgilaydi [2–4]. Perilen molekulasi va uning hosilalari zamonaviy texnologiyalarda, xususan, fotonika [1, 5], organik yarim o'tkazuvchilar [6] va quyosh batareyalari [7, 8] uchun asosiy qurilish bloklari sifatida muhim ahamiyatga ega. Ushbu molekularning samaradorligini oshirish maqsadida geometrik moslashuvchanlik va elektrofizikaviy xususiyatlarni yaxshilashga qaratilgan strukturaviy modifikatsiyalar o'rganilmoqda. Shu nuqtai nazardan, notekis perilen oilasiga mansub molekularlar, xususan, $C_{22}H_{16}$ (anti-bishomoperylen) va $C_{22}H_{14}O_2$ (syn-3a(12c), 9a(9b)-dihomoperylene-3,10-dione), uglerod nanostrukturalarining sintezida istiqbolli nomzodlar sifatida qiziqish uyg'otmoqda [9, 10]. Shuning uchun, ulardan iborat organik nanokristallar sintezini boshqarish dolzarb mavzulardan biriga aylanmoqda [11]. Shunga qaramay, sintezni boshqarish ushbu jarayonlarni to'liq tushunish va bu esa o'z navbatida nukleatsiya bosqichini o'rganishni taqozo etmoqda [12]. Oxirgi olib borilgan tadqiqotlar esa ushbu jarayon nuleatsiyaoldi jarayonlarni tushunishni talab etsada [13], bu mavzuda o'rganishlar hali yetarli emas. Mazkur tadqiqotda reaktiv molekulyar dinamikadan foydalanilib, notekis perilen molekulari - $C_{22}H_{16}$ va $C_{22}H_{14}O_2$ ning katalitik klaster hosil bo'lish (nukleatsiyaoldi) jarayonlari hamda ushbu molekularning klasterlanishida nikel katalizator nanozarrasining roli o'rganiladi.

Modellashtirish usuli va tafsilotlari. Ushbu tadqiqotda, organik nanokristallar (ONK) o'sishini o'rganish uchun ikkita notekis perilen molekulasi - $C_{22}H_{16}$ (anti-bishomoperylen) va $C_{22}H_{14}O_2$ (syn-3a(12c), 9a(9b)-dihomoperylene-3,10-dione) tanlab olindi (1-rasm). Ularning molekulyar strukturalari Cambridge Structural Database (CSD) ma'lumotlar bazasida tegishli kodlar orqali aniqlangan Soddashtirish maqsadida, DEZJUN va RAHSAU nomlari mos ravishda $C_{22}H_{16}$ va $C_{22}H_{14}O_2$ molekularini ifodalash uchun ishlatilgan bo'lib, ularning shakllari mos ravishda 1a va 1b-rasmlarda keltirilgan. DEZJUN molekulasi o'zining "anti-" konfiguratsiyasi bilan boshqa perilen hosilalaridan farq qilib, yig'ilish kinetikasi va energetik xususiyatlarni o'rganish uchun ideal model hisoblanadi (1a-rasm) [9]. DEZJUN molekulasi o'zining markaziy oltita a'zoli halqasi bilan tekis "kreslo" shaklidagi konformatsiyaga ega bo'lib, kristall ichida molekularning yaqin joylashishiga imkon beradi. Ushbu yaqin joylashuv molekulararo o'zaro ta'sirlarni, masalan, zaryad o'tishi yoki π -elektron o'zaro ta'sirlarini kuchaytiradi. Bunday xususiyatlar organik qattiq moddalarning makroskopik fizikaviy va kimyoviy xususiyatlari uchun muhim ahamiyat kasb etadi. RAHSAU molekulasi "syn-" konfiguratsiyaga ega bo'lib, uning strukturaviy barqarorligi va o'zaro ta'sir energiyalari batafsil tahlilni talab qiladi (1b-rasm) [10]. RAHSAU molekulasining aromatik yadrosiga ikkita kislorod atomining kiritilishi uning elektron taqsimoti va reaktivligini sezilarli darajada o'zgartiradi. Bu kislorod atomlari aromatik tizim bilan konjugatsiyaga ega bo'lib, π -elektron tizimiga ta'sir ko'rsatadi. Modellashtirish jarayonlarida katalizator sifatida 1c-rasmda tasvirlangan Ni_{55} katalizator nanozarrasi tanlandi. Ni_{55} nanozarrasi diameter taxminan 1 nm atrofida bo'lib, struktura amorf hisoblanadi.

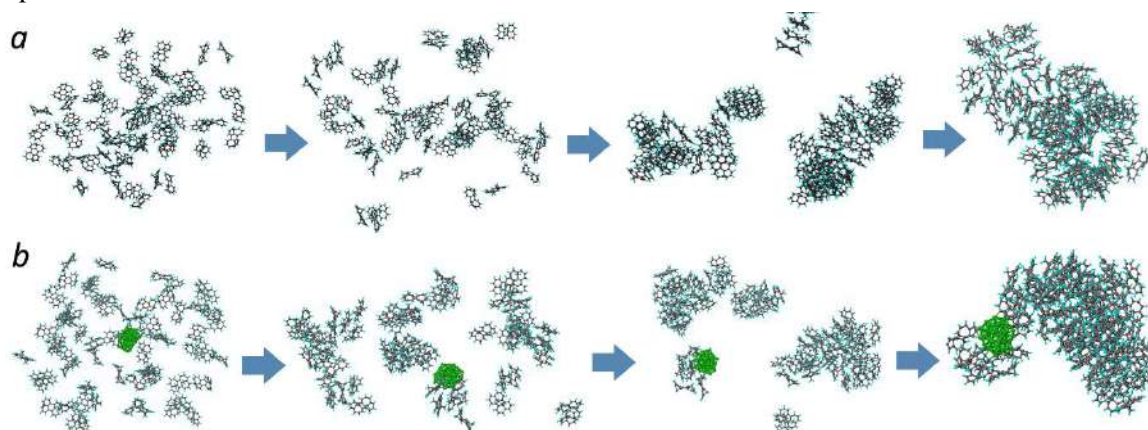


1-rasm. Notekis perilen molekulari, ya'ni (a) DEZJUN ($C_{22}H_{16}$) va (b) RAHSAU ($C_{22}H_{14}O_2$) hamda (c) Ni_{55} katalizator nanozarrasi. Molekulalarda C, H, O va Ni_{55} atomlari mos ravishda kulrang, ko'k, qizil va yashil ranglarda tasvirlangan

Tizimdagi atomlar orasidagi o'zaro ta'sirlar katalizatorsiz holatda Zhang va boshqalarning [15], katalizatorli holatda esa Zou va boshqalarning [14] parametrlar to'plamidan foydalangan holda ReaxFF potentsiali [16] qo'llanilib, LAMMPS dasturiy paketi [17] yordamida amalga oshirildi. Notekis perilen molekularining klasterlash jarayonini NVT ansambli yordamida amalga oshirilgan bo'lib, bu yerda N tizimdagi atomlar soni, V modellashtirish fazosining hajmi va T tizimning doimiy haroratini bildiradi. Katalizatorsiz holatda DEZJUN va RAHSAU uchun modellashtirish fazosi 2432 atomdan iborat bo'lib, 64 ta

notekis perilen molekulasini o'z ichiga oladi. Katalizatorli holatda esa, modellashtirish fazosi 24387 atomdan iborat bo'lib, 64 ta perilen molekulasini o'z ichiga oladi. Modellashtirish fazosining o'lchamlari katalizatorsiz holat uchun $63,33 \times 48,27 \times 77,50 \text{ \AA}^3$, katalizatorli holat uchun esa $71,66 \times 75,50 \times 66,75 \text{ \AA}^3$ sifatida belgilandi. Davriy chegara sharoitlari molekularning erkin harakati va bir-biri bilan o'zaro ta'sirini ta'minlab, natijalarning ishonchligini oshiradi. Davriy chegara shartlari molekularning erkin harakatlanishi va davriy tasvirlari bilan o'zaro ta'sir qilishiga imkon beradi, modellashtirish natijalarining ishonchligini oshiradi. 300 K haroratni ushlab turish uchun Nose-Hoover termostati [18] ishlatilgan bo'lib, har 100 fs oraliqda tizim harorati nazorat qilinadi. Modellashtirish umumiy davomiyligi 2,0 ns bo'lib, atomlar traektoriyasi 1 ps oraliqda qayd etilib saqlanadi. Har bir holat uchun modellashtirish besh marta takrorlanib, olingan natijalarning o'rtacha qiymatlari hisoblanadi. Nukleatsiyaoldi bosqichi turli o'lchamdagi klasterlarning shakllanishi bilan tavsiflanib, klasterlar molekularning tarqalgan holatdan tartibli, agregatlangan holatga o'tishini tushinishda muhim rol o'ynaydi.

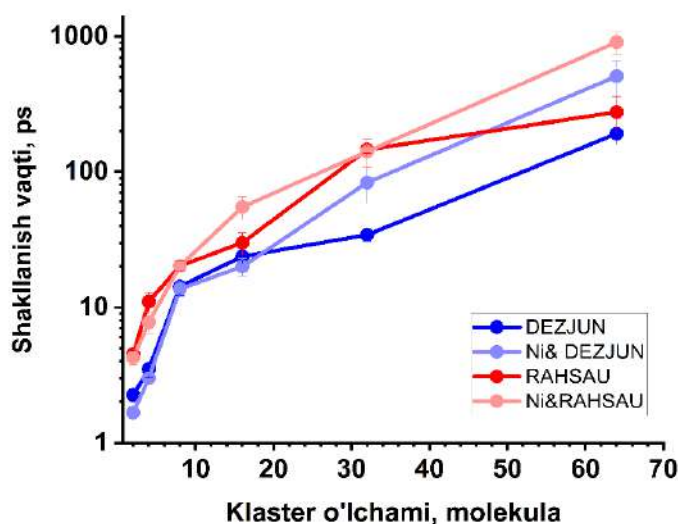
Natijalar va ularning muhokamalari. Vakuum muhitida notekis perilen molekulari muhit molekular ta'siridan holi bo'lib, to'siqsiz harakatlanish va bevosita o'zaro ta'sir qilish imkoniyatiga ega bo'ladi [19]. Modellashtirishlar natijalari shuni ko'rsatdiki, katalizatorsiz holatda, molekular asosan $\pi-\pi$ o'zaro ta'sirlar orqali kichik klasterlar hosil qilishi tufayli nisbatan kamroq tartiblangan tuzilmalarning shakllanishiga olib keladi. Ushbu molekulyar klasterlarning o'lchami va barqarorligi molekularning boshlang'ich taqsimlanishi va ularning harakat kinetikasi bilan bog'liq. Xususan, DEZJUN molekulari o'zining "anti-" konfiguratsiyasi sababli energetik jihatdan nisbatan barqarorroq klasterlar hosil qilsa-da, RAHSAU molekularida "syn-" konfiguratsiya sababli molekulararo o'zaro ta'sir energiyasi nisbatan kuchsizroq bo'ladi.



2-rasm. DEZJUN molekularining a) molekulararo va b) Ni₅₅ katalizatori ta'sirida klasterlanish jarayoni

Natijalar Ni katalizatori perilen klasterlarining shakli va kinetikasiga sezilarli ta'sir ko'rsatdi. 2-rasmda, vakuum sharoitida DEZJUN molekularining molekulararo va Ni₅₅ katalizator nanozarralari ishtirokida klasterlanish evolyutsiyasi ko'rsatilgan. Molekulararo o'zaro ta'sirda $\pi-\pi$ o'zaro ta'sir, van der Waals kuchlari va elektrostatik o'zaro ta'sirlar orqali boshqarilishini ko'rsatadi. Ni₅₅ katalizatori ta'sirida esa jarayon, $\pi-\pi$ o'zaro ta'sir, van der Waals kuchlari va elektrostatik o'zaro ta'sirlardan tashqari metal-organik molekula orasidagi o'zaro ta'sirlar [20, 21] klasterlarning shakllanishida sezilarli rol o'ynaydi. Katalizator orqali klasterlanish jarayoni ham dimerlarning shakllanishi bilan boshlanib, keyinchalik trimerlar, tetramerlar va oxir-oqibat kattaroq nukleatsiyaoldi klasterlariga aylanishidan iborat bo'ladi. Katalizator nanozarralari kiritilganda zichroq, ammo kamroq tartiblangan klasterlarni hosil bo'lib, molekular va katalizator o'rtasidagi kuchli o'zaro ta'sirlar molekulyar harakat va qayta oriyentatsiyani cheklaydi (2b-rasm).

Umumiy natijalar katalizatorlar molekulyar klasterlarini tartiblanishiga hissa qo'shsa-da, lekin ular klasterlarning hosil bo'lish tezligiga sezilarli salbiy ta'sir ko'rsatdi. 3-rasm molekularning katalizatorsiz va katalizator ishtirokida qanday tezlikda birlashishini baholash imkonini berib, klasterlanish jarayonidagi kinetik o'zgarishlarni aniqlashga yordam beradi.



3-rasm. Notekis perilen molekularining Ni₅₅ katalizatori va katalizatorsiz shakllanish tezligi.

Dastlabki bosqichlarda DEZJUN va RAHSAU molekulari Ni₅₅ katalizatori ta'sirida kichik klasterlarni shakllantirishda o'xshash kinetik ustunlikka ega (och ko'k va och qizil ranglarga qarang). Xususan, 2, 4, 8, 16, 32, 64 ta molekuladan iborat klasterlarni shakllanishi uchun DEZJUN va RAHSAU holatlari uchun mos ravishda 2,25 ps va 4,5 ps, 3,5 ps va 11 ps, 14,25 ps va 20,25 ps, 23,75 ps va 30 ps, 34,25 ps va 146 ps, 191,25 ps va 276,25 ps talab qilinsa, bu klasterlarning shakllanish vaqtlari Ni & DEZJUN va Ni & RAHSAU holatlari uchun mos ravishda 1,67 ps va 4,25 ps, 3 ps va 7,75 ps, 13,67 ps va 20,25 ps, 20 ps va 55 ps, 83,33 ps va 141,25 ps, 509 ps va 907 ps ni tashkil qiladi. Ushbu natijalardan ko'rinib turibdiki, DEZJUN molekulari katalizatorsiz holatda RAHSAU molekulariga nisbatan tezroq klasterlanadi. Biroq, Ni katalizatori qo'shilganda, klasterlanish jarayoni ikkala molekula uchun ham sekinlashadi. Buning sababi, katalizator molekulararo o'zaro ta'sirlarga ta'sir qilishi va ularning klasterlanish dinamikasini o'zgartirishi mumkin. DEZJUN molekulari bir-biri bilan kamroq cheklov bilan bog'lanadi. Ni katalizatori qo'shilganda, DEZJUN molekulari nikel yuzasida ma'lum vaqt ushlanib qolishi mumkin. Bu esa ularning klasterlanishini kechiktiradi. Ni₅₅ ning d-orbitallari bilan DEZJUN ning π -elektronlari orasida d- π o'zaro ta'sirlar hosil bo'ladi. Bu o'zaro ta'sirlar molekular orasidagi π - π o'zaro ta'sirlarni kuchaytirishi mumkin, ammo ayni paytda ularning klasterlanish dinamikasiga ham ta'sir qiladi. Natijada, katalizatorsiz sharoitda klasterlanish tezligi Ni katalizatori ishtirokidagi holatga nisbatan yuqoriroq bo'lishi mumkin. Modellashtirish davomida kattaroq klasterlar (pentamer va undan yuqori) hosil bo'lish jarayoni katalizator ta'sirida sekinlashgani kuzatildi. RAHSAU molekularida esa vaziyat boshqacha. Ulardagi kislorod atomlari Ni sirti bilan kuchli d- π o'zaro ta'sir ga kirishadi. Metallning d orbitallari organik molekulaning bo'sh π^* orbitallari bilan o'zaro ta'sirlashib, bog'lanish hosil qiladi. Bu bog'lanish metalldan organik molekulaga elektron zichligini o'tkazishga olib keladi. Bu d- π o'zaro ta'sirlar kuchli bo'lib, RAHSAU molekulari Ni yuzasiga kuchliroq bog'lanishini ta'minlaydi. Natijada, bu molekular Ni sirtida "mahkam yopishib qoladi" va boshqa molekular bilan klaster hosil qilish jarayoni sekinlashadi. Bu kinetik kechikish kuchli d- π o'zaro ta'sirlaridan tashqari vodorod bog'larining molekulyar harakat erkinligini cheklashi bilan ham izohlanadi. DEZJUN holatida esa molekulalarda elektronegativ atomlar (masalan, kislorod) yo'qligi bu o'zaro ta'sirlarning kuchini kamaytiradi va RAHSAU molekulariga nisbatan tezroq yig'ilishiga sabab bo'ladi.

Umumiy natijalar shunga dalolat qiladiki, klasterlanishdagi asosiy kechikishlar ulardagi dimer hosil bo'lish tezligiga bog'liq. Dimer hosil bo'lish, ya'ni, klasterlanishning ilk qadamini to'liq tushunish uchun dimer molekular o'rtasidagi o'zaro ta'sir energiyalari hamda hosil bo'lgan dimerning barqarorligi tahlil qilindi. 4- rasmda DEZJUN va RAHSAU molekularining bog'lanish va molar-Gibbs erkin energiyalari katalizatorsiz va katalizatorli holatlar uchun tasvirlangan. Molekulaning boshqa molekula yoki klaster bilan o'zaro ta'sir energiyasi

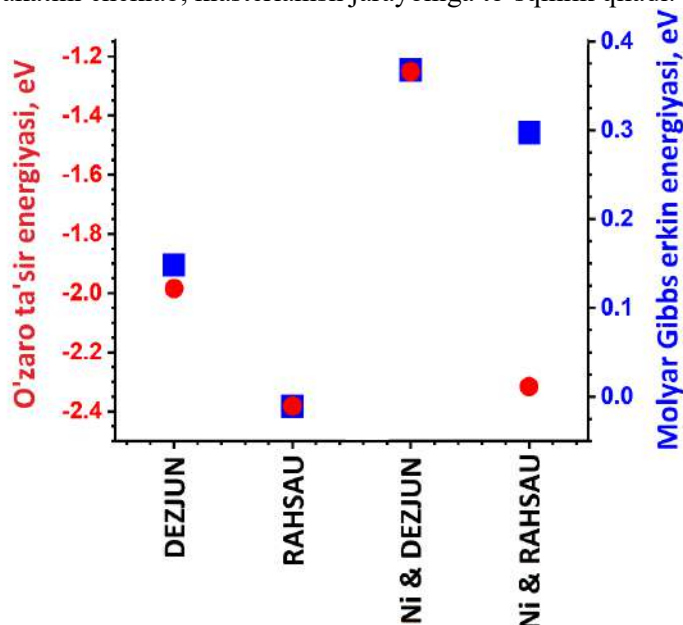
$$E = E_{dimer} - 2E_{mol} \quad (1)$$

bilan ifodalanib, bu yerda E_{dimer} - dimerning potensial energiyasi, E_{mol} - bitta molekulaning potensial energiyasi. Hisoblash natijalari DEZJUN molekulari uchun -1,98 eV va RAHSAU molekulari uchun -2,38 eV ekanligi, DEZJUN holatida molekula-molekula o'zaro ta'sir energiyasi RAHSAU holatiga nisbatan

zaifroq ekanligini ko'rsatadi. RAHSAU molekularining o'zaro ta'sir energiyasi kattaroq bo'lishi molekular orasidagi kuchliroq bog'lanishlar, ya'ni, qo'shimcha kuchlar – vodorod bog'lari mavjudligini anglatadi. Ammo kuchli bog'lanishlar, yuqorida ta'kidlaganimizdek, molekular orasidagi moslashuvni qiyinlashtirib, klasterlanishning ilk qadamini nisbatan sekinroq kechishiga sabab bo'ladi (3-rasmga qarang). Katalizator ishtirokida esa ushbu o'zaro ta'sirlar yanada kamayadi. Katalizator ishtirokida klasterlanishda molekular orasidagi o'zaro ta'sir quyidagicha aniqlanadi:

$$E = E_{Ni\&dimer} - (E_{Ni\&mol} + E_{mol}) \quad (2)$$

bu yerda $E_{Ni\&dimer}$ – Ni va dimer tizimining potensial energiyasi, $E_{Ni\&mol}$ – nikel va molekula tizimining potensial energiyasi, E_{mol} – molekulaning potensial energiyasi. Hisoblash natijalari Ni katalizatoriga ega DEZJUN va RAHSAU dimerlaridagi molekular orasidagi o'zaro ta'sir energiyalari mos ravishda -1,25 eV va -2,32 eV ga tengligini ko'rsatdi. Ushbu natijalar DEZJUN molekulari orasidagi o'zaro ta'sir Ni katalizator bo'lmagan holatga nisbatan 37% ga kichikroq ekanligini ko'rsatadi. Buning sababi shundaki, DEZJUN molekularidagi atomlarning *p*-orbitalari Ni atomining *d*-orbitalari bilan o'zaro ta'sirlashib, dimerdagi molekular orasidagi tortishish kuchini pasaytiradi. RAHSAU molekularida esa kislorod atomlari Ni sirti bilan kuchli o'zaro ta'sirni yuzaga keltiradi. Bu holatda, kislorodning yuqori elektronegativligi hamda yolg'iz elektron juftliklari Ni atomlarining *d*-orbitalari bilan koordinatsion bog'lar hosil qilib, kuchli *d*- π o'zaro ta'sirlarni vujudga keltiradi. Bu esa o'z navbatida, yaqinlashuvchi perilen molekulari orasida sterik va elektron cheklovlarni yuzaga kelishiga sabab bo'ladi. Ushbu kuchli o'zaro ta'sirlar RAHSAU molekulasini Ni yuzasiga mahkam yopishtirib qo'yib, molekulaning boshqa molekular bilan birikishini sezilarli qiyinlashtiradi. Ni va RAHSAU orasidagi kuchli o'zaro ta'sir RAHSAU molekularining kinetik harakatini cheklab, klasterlanish jarayoniga to'sqinlik qiladi.



4-rasm. Dimer molekular orasidagi o'zaro ta'sir energiyasi, ularning molyar Gibbs erkin energiyasi

Dimerlarning o'zaro ta'sir energiyasidan tashqari, hosil bo'lgan dimerlarning nisbiy barqarorligi baholash ham muhimdir. Buning uchun molyar Gibbs erkin energiyasi o'zgarishi (ΔG_m) quyidagi formula orqali hisoblanadi:

$$\Delta G_m = E_{coh} - \sum \chi_i \mu_i \quad (3)$$

bu yerda E_{coh} klasterning koheziv energiyasi, χ_i va μ_i esa *i* turidagi atomning (C, H yoki O) mos ravishda nisbiy konsentratsiyasi va uning kimyoviy potentsiali. Bizning holatimizda, tegishli holatdagi atomlarning nisbiy konsentratsiyalari DEZJUN uchun $\chi_C = 0,579$, $\chi_H = 0,421$ va $\chi_O = 0$, RAHSAU uchun esa $\chi_C = 0,579$, $\chi_H = 0,3684$ va $\chi_O = 0,0263$ ni tashkil etadi. C, H va O atomlarining kimyoviy potentsiallari cheksiz grafitning koheziv energiyasiga ($\mu_C = -7,64$ eV/atom), H₂ molekulasining har bir atomi uchun bog'lanish energiyasiga ($\mu_H = -2,36$ eV/atom) va O₂ molekulasiga ($\mu_O = -2,30$ eV/atom) mos keladi. DEZJUN molekulasida pozitiv Gibbs energiyasi (0,15 eV) bu molekulaning o'z holatida nisbatan kam barqaror ekanligini ko'rsatadi. Bu energiya qiymati DEZJUN molekulasining termodinamik barqarorlikka erishish uchun boshqa molekular bilan birikishga moyilligini ko'rsatib, klasterlanish tezligini oshirishiga

sabab bo'lad. RAHSAU molekulasida esa negativ Gibbs energiyasi (-0,01eV) bu molekulaning o'z holatida nisbatan ko'proq barqaror ekanligini ko'rsatadi. Termodinamik jihatdan barqaror bo'lgani uchun, RAHSAU molekulari klaster hosil qilishda kamroq faollik ko'rsatadi. Ni₅₅ katalizatori kiritilganda Ni bilan o'zaro ta'sir natijasida DEZJUN molekulasining Gibbs energiyasi 0,3 eV ga oshadi, ya'ni, klasterning barqarorligi kamayadi. Bu shuni anglatadiki, DEZJUN molekulasida Ni katalizatori sirtiga kuchliroq bog'lanishi, klasterlanish jarayonini davom ettirish imkoniyatini pasaytiradi. Termodinamik jihatdan Ni bilan kuchli bog'lanish DEZJUN molekularining bir-biri bilan nisbatan sekinroq birikishiga olib keladi. RAHSAU holatida esa molekulaning Ni katalizatori bilan DEZJUN holatiga nisbatan kuchliroq o'zaro ta'sir natijasida Gibbs energiyasi ancha oshgan (0,37 eV). Kuchli d- π o'zaro ta'sirlar natijasida RAHSAU molekulari Ni yuzasida "mahkam yopishib qoladi" va termodinamik jihatdan boshqa molekular bilan birikishga DEZJUN holatiga qaraganda kamroq imkon beradi.

Xulosa. Molekulyar dinamika modellashtirishlari yordamida DEZJUN va RAHSAU perilen molekularining klasterlanishiga Ni katalizatorining ta'siri o'rganildi. Natijalar shuni ko'rsatdiki, π - π o'zaro ta'sir, van der Waals kuchlari va elektrostatik o'zaro ta'sirlardan tashqari, Ni katalizatori va molekular orasidagi d- π o'zaro ta'sirlar ham klasterlanish jarayonida muhim rol o'ynaydi. RAHSAU molekularida kislorod atomlari mavjudligi sababli ularda d- π o'zaro ta'siri kuchliroq bo'lad va bu ularning Ni yuzasida kuchliroq adsorbsiyalanishiga olib keladi. Natijada, DEZJUN molekulari RAHSAU molekulariga nisbatan tezroq klasterlanadi. Shunga qaramay, d- π o'zaro ta'sirlar tufayli katalizator ikkala holatda ham klasterlanish tezligini pasaytiradi. Bundan tashqari, RAHSAU dimerlari DEZJUN dimerlariga nisbatan barqarorroq ekanligi aniqlandi. Ushbu natijalar organik molekularning klasterlanishi uchun katalizatorlarni tanlashda muhim ahamiyatga ega bo'lib, notekis perilen asosidagi kristallarning nukleatsiyaoldi bosqichini yaxshiroq tushunishga yordam beradi.

Tashakkurnoma. Tadqiqot O'zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasi Arifov nomidagi Ion-plazma va lazer texnologiyalari instituti tomonidan ajratilgan grant hisobidan amalga oshirildi. Modellashtirish ishlari institutning superkompyuterlar klasteri yordamida amalga oshirildi. Maqolani tayyorlashda qimmatli maslahatlari uchun f.-m.f.d., k.i.x. U. B. Xalilovga minnatdorlik bildiraman.

ADABIYOTLAR:

1. Y. Sato et al., *IEEE J. of Selected Topics in Quantum Electronics*, 4.1, 40-48(1998).
2. Li, Z., et al., *Advanced Materials*, 28(15), 3110-3122 (2016).
3. L. Cheng et al., *Chemical Society Reviews*, 47(11), 3959-3984.
4. Yu, J., et al. (2020). *Energy & Environmental Science*, 13(3), 605-620 (2018).
5. H. Zollinger et al., *John Wiley & Sons*, 2003.
6. Li Rongjin et al., *Accounts of Chemical Research*, 43, 529-540 (2010)
7. O. Ostroverkhova et al., *Chemical Reviews*, 116, 13279-13412 (2016).
8. Li Q., Zhen L. *Accounts of Chemical Research*. 53, 962-973 (2020).
9. E. Vogel et al., *Angewandte Chemie International Edition*, 24(7) (1985).
10. Aderson de Farias Dias et al., *J. Chem. Soc., Perkin Trans. 1*, 2083-2089 (2000).
11. Yiding Lai et al., *Cryst. Growth Des.* 15, 1011-1016 (2015).
12. Rongjin Li et al., *Accounts of chemical research* 43, 529-540 (2010)
13. M.B. Casu et al., *Chemical Physics Letters* 479, 76-80 (2009)
14. J. Zhou et al., *Crystals*. 12, 980 (2022)
15. Zhang et al., *The Journal of Physical Chemistry B* 122.14. 4083-4092 (2018).
16. A.C.T. Van Duin et al., *Journal of Physical Chemistry A*. 105(41), 9396-9409 (2001).
17. A.P. Thompson et al., *Computational. Physical. Communications*. 271, 108171 (2022).
18. S. Nose et al., *Molecular Physics*. 52(2), 255-268 (1984).
19. P. G. Vekilov et al., *Crystal Growth & Design*. 10(12), 5007-5019 (2010).
20. Z. F. Yao et al., *Crystal Growth & Design*. 18(1), 7-15 (2018).
21. A. J. Cruz-Cabeza et al., *Chemical Communications*. 53(56), 7905-7908 (2017).

TOKNING XIMERA KASALLIGIGA QARSHI KURASHISH CHORALARI

Evatov G‘iyosjon Xamzayevich,

Toshkent kimyo-texnologiya instituti
Shahrisabz filiali assistent o‘qituvchisi
giyosjonevatov@gmail.com

To‘libayeva Xolida Ergash qizi,

Toshkent kimyo-texnologiya instituti
Shahrisabz filiali talabasi

Annotatsiya. Ushbu maqolada tok o‘simligi kasalliklaridan biri bo‘lgan ximera kasalligi keng qamrovda tahlil qilinadi. Maqola kasallikning kelib chiqishi, biologik xususiyatlari, tarqalish usullari, alomatlari va unga qarshi kurashish choralarini qamrab oladi. Ximeralar genetik kasalliklar bo‘lib barcha tok o‘stiriladigan mintaqalarida uchraydi va toklarda to‘satdan paydo bo‘ladi. Bundan tashqari, zamonaviy usullar va o‘zini oqlagan agrotexnik tadbirlar orqali bu kasallikka qarshi qanday samarali kurash olib borish mumkinligi ko‘rib chiqiladi. Maqola uzumchilik sohasi mutaxassislari va fermerlarga amaliy yordam berish maqsadida yozilgan.

Kalit so‘zlar: tok, uzum, o‘simliklar bakteriozlari, bakteriyalar, ximera kasalligi, olachipor va mozaika, fasiatsiya, viruslar askosporalar, zamburug‘lar, parazit zamburug‘lar.

МЕРЫ БОРЬБЫ С ХИМЕРНОЙ БОЛЕЗНЬЮ ВИНОГРАДА

Абстракт. В статье анализируется болезнь химера, которая является одной из болезней винограда. В статье рассмотрены происхождение заболевания, биологические особенности, пути распространения, симптомы и меры борьбы с ним. Химеры — генетические заболевания, встречающиеся во всех регионах виноградарства и возникающие на лозах внезапно. Кроме того, будут рассмотрены способы эффективной борьбы с этим заболеванием с помощью современных методов и обоснованных агротехнических мероприятий. Статья написана с целью оказания практической помощи специалистам виноградарства и фермерам.

Ключевые слова: лоза виноград, бактериозы растений, бактерии, химера, олачипор и мазаика, фациии, вирусы, аскоспоры, грибы, паразитические грибы.

MEASURES TO COMBAT CHIMERA DISEASE OF VINE

Abstract. This article provides a comprehensive analysis of chimera disease, one of the diseases of vines. The article covers the origin of the disease, biological characteristics, methods of spread, symptoms and measures to combat it. Chimeras are genetic diseases that occur in all wine-growing regions and appear suddenly on vines. In addition, it considers how to effectively combat this disease using modern methods and proven agrotechnical measures. The article is written to provide practical assistance to viticulture specialists and farmers.

Keywords: vine, grape, plant bacteriosis, bacteria, chimera disease, piebald and mosaic, fasciation, viruses, ascospores, fungi, parasitic fungi.

Kirish. Tok — uzumdoshlar oilasiga mansub ko‘p yillik daraxtsimon lianalar turkumi, rezavor meva ekini. Uzum qadim zamonlarda yetishtirilgan va, albatta, bugungi kunga kelib, bu o‘simlik shunchaki kurashish uchun zarur bo‘lgan juda ko‘p turli xil kasalliklarni to‘plagan, aks holda siz hosilni olmaysiz. Uzumda, har qanday vegetativ tarzda ko‘paytiriladigan ekinlarda bo‘lgani kabi, ximeralar, ehtimol, keng tarqalgan hodisadir. Ximeralar apikal meristema hujayrasida mutatsiyalar (keng ma‘noda: genetik, xromosoma, somatik rekombinatsiyalar va boshqalar) natijasida paydo bo‘ladi. Dermen nazariyasiga ko‘ra o‘zgartirilgan zona hujayralarning ikkita ontogenetik qatlamidan birining faqat bir qismini qamrab oladi, ularning uzumda mavjudligi Tompson va Olmo tomonidan ko‘rsatilgan. Bunday holda, meriklinal ximera deb ataladigan narsa hosil bo‘ladi. Mutatsiya faqat undan hosil bo‘lgan hujayra chizig‘i atrofdagi (normal) hujayra chizig‘lari bilan muvaffaqiyatli raqobatlasha olsagina omon qolishi mumkin. Mutatsiyaga uchragan hujayra chizig‘i oxir-oqibat o‘zi rivojlanadigan butun qatlamni egallaydi, agar apikal meristema mutatsiyaga uchragan sektor ichida to‘liq farqlangan bo‘lsa: bu meristemadan rivojlanayotgan kurtak va undan

chiqadigan har qanday novda, bu holda ikkita bir hil, lekin undan iborat. genetik jihatdan har xil ontogenetik qatlamlar hosil bo'ladi.

Ximeralar apikal meristema hujayrasida mutatsiyalar (keng ma'noda: genetik, xromosoma, somatik rekombinatsiyalar va boshqalar) natijasida paydo bo'ladi.

Ushbu kasalliklarga qarshi barcha mavjud usullardan foydalangan holda kurashish kerak. Yuqumli kasalliklarga qarshi kurash usullari orasida:

Tadqiqot maqsadi va vazifalari. Tokning ximera kasalligiga qarshi kurashishdan maqsad o'simliklar hosildorligini va sog'lom rivojlanishini ta'minlashdir. Tokning ximera kasalligi Ximeralar apikal meristema hujayrasida mutatsiyalar — asosan tok uzumzorlari uchun xavfli bo'lgan zamburug'li kasallik bo'lib, uzum barglari, novdalari va mevalariga zarar yetkazadi. Kasallikka qarshi kurashish orqali quyidagi maqsadlarga erishiladi:

***Uzum hosilini saqlab qolish** – Kasallik uzum hosilini sezilarli darajada kamaytiradi. Shu bois, zararkunandalarga qarshi kurash orqali hosildorlikni oshirish va uzumning sifatini yaxshilash muhimdir.

***Uzumzorlarni barqaror rivojlantirish** – O'z vaqtida kasallikni aniqlash va davolash uzumzorlarning uzoq muddatli barqaror rivojlanishiga ko'mak beradi.

***Sog'lom o'sish muhitini yaratish** – Ximera kasalligiga qarshi kurashish orqali tokning sog'lom o'sish sharoitlarini yaratish, o'simliklarning immunitetini mustahkamlash maqsad qilinadi.

***Kimyoviy va ekologik nazorat** – Tokning ximera kasalligiga qarshi kurashish doirasida kimyoviy usullar bilan ishlov berish va biologik nazorat usullaridan foydalanish orqali o'simliklarni himoya qilish va zararli ta'sirlarni kamaytirish maqsad qilinadi.

Kurash choralari: Ximera kasalligini eng qulay yo'qotish bu bahor faslida o'simliklarga oltingugurt kukunini suspenziya qilib sepish va bordo suyuqligi purkash, zararlangan o'simlik qoldiqlarini yo'qotish; o'simlik poyalarini ildizi bilan yig'ib olish; yerni chuqur shudgorlash. Agro texnik choralarni kuchli qo'llash



1-rasm. Toklarda olachipor va mozaika kasalliklari

Tadqiqot predmeti va obyekt. Fiziologik ortiqcha ta'sirlar Biolletti tomonidan qayd etilgan. Uning tajribasiga ko'ra, ona uzumlarining kuch-quvvatining ta'siri ularning avlodlariga o'tgan, biroq bir necha yildan keyin yo'qolgan. Bu ta'sir Vudxem va Aleksandr o'zlarining Sultana uzumlarining naslida topilgan ba'zi farqlarni tushuntirishi mumkin. 1-rasm.

Tadqiqot obyekt sifatida turli xil tok navlaridan olingan qalamchalardan : Yevropadan keltirilgan navlardan " Cabernet Sauvignon" navi, mahalliy navlaridan "Saperavi", "Rkatsiteli", "Senso" foydalanilgan. Shu bilan birgalikda boshqa navlar asosida tadqiqot ob'ektlari sifatida olingan.

Tadqiqot predmeti bo'lib Deyarli 100 yil davomida to'plangan keng qamrovli adabiyotlar va ko'pchilik tavsiflarda etarli darajada aniqlik yo'qligi sababli ma'lum bo'lgan ximeralarning to'liq ro'yxatini tuzish mumkin emas. Shuning uchun biz o'zimizni ximeralarning kuzatilgan turlarini (ximeralar holatlari) tasniflash bilan cheklaymiz. "Abadiy mutatsiyaga uchragan" ximeralar. Bunga barqaror sektoral ximeralar kiradi, ularning kimerik tuzilishi ko'pincha barglarning kuzgi qorayishi bilan bog'liq bo'lgan rezavorlar rangida namoyon bo'ladi. Periklinal ximeralarni aniqlash usullari. Gametalar faqat ichki qavatdan hosil bo'ladi. Shunday qilib, agar ximeralarning ichki qatlami genetik jihatdan oddiy xususiyat uchun mutatsiyaga uchragan bo'lsa, o'z-o'zini tutish paytida ajratish kutilganidan butunlay boshqacha bo'lishi mumkin; masalan, oq rezavorlar beradigan, lekin qizil ichki qatlamga ega bo'lgan o'simlikning naslida qizil va oq rezavorlar nisbati 3:1 bo'ladi. Ehtimol, bu testdan Vagner tomonidan taklif qilingan usulda ularning nasllarini

farqlash uchun differensial tahlil yordamida bir xil navning klonlari orasidagi genetik xilma-xillikni namoyish qilish uchun ham foydalanish mumkin.



2-rasm. Ximera kasalligini belgilari yovvoyi gulda va uzum hosilida

Barglari: bahor oxiridan boshlab barglarning yuqori yuzasida qizg'ish jigarrang va dumaloqdan burchakli dog'lar paydo bo'ladi. Dog'lar birlashganda, ular tartibsiz, sariq dog'lar hosil qiladi. Har bir bargdagi dog'lar yoki jarohatlar soni kasallikning og'irligiga qarab 2 dan 100 tagacha o'zgaradi.

Ximeralarning ushbu ikki turini darhol aniqlash mumkin, agar: 1) o'zgarish yetarlicha aniq ko'rinsa (yoki o'rganish yetarlicha puxta o'tkazilgan bo'lsa) va 2) bu tashqi qatlam o'zgaradi, chunki faqat bu fenotipni aniqlaydi o'simlik. Agar ichki qatlam mutatsiyaga uchragan bo'lsa, ximera reversiya jarayoni (qatlamlarning boshqa joylashuvi bilan o'sish nuqtasini qayta tiklash natijasida qatlamlarni qayta taqsimlash) tufayli aniqlanadi. Qaytarilishlar tabiiy ravishda sodir bo'ladi, lekin nurlanish yoki qattiq Azizillo sabab bo'lishi mumkin. Turli joylarda ekilgan bir xil klonning uzumzorlarining avlodlarini taqqoslash bo'yicha tajribamizning birinchi natijalari yig'imning birinchi yilida "kelib chiqishi" ning rezavor hosildorligiga juda kuchli ta'sirini ko'rsatdi

Tokdagi ximera fenomeni va uning ilmiy ahamiyati:

1. Ximera va hujayra ko'chirish:

o Ximera fenomeni hayvonlar (shu jumladan, tok)da genetik jihatdan birlashtirilgan hujayralar natijasida yuzaga keladi. Bu holatning ko'plab biologik tadqiqotlar uchun ahamiyati bor, chunki bu hujayra ko'chirish va organizmning genetik diversifikatsiyasini o'rganish imkonini beradi.

2. Hujayra tashish va genetik tadqiqotlar:

o Tadqiqotchilar ximera fenomenini ko'p hollarda ilmiy tadqiqotlarda, masalan, to'qimalarning yoki organlarning rivojlanishini o'rganishda qo'llaydilar. Toklarda bunday tadqiqotlar ko'pincha genetik modifikatsiya yoki hujayra ko'chirish jarayonlari orqali amalga oshiriladi.

3. Embriologiyada ximera kasalligi:

o Embriologiyada tok va boshqa hayvonlarda ximera fenomeni yosh embrionlar o'rtasida hujayra ko'chirish jarayonlarini o'rganish uchun qo'llaniladi. Ba'zan, bir organizmda ikki xil embrion materialining birlashishi tabiiy ravishda yuz beradi, va bu holat ko'p hujayralarni birlashtirishga olib keladi.

Tokning ximera kasalligining nomlari

1-jadval.

№	Kasallik nomlari	Kasalliklariga ta'rif
1	Olachipor mozaika	Eng keng tarqalgan ximera barg to'qimasida nuqta shaklda paydo bo'ladi
2	Fasiyatsiya	Ko'p uchraydi tokni har qanday joyiga paydo bo'ladi tok poyasida yapaloq shaklda bo'lib qoladi

BIOLOGY

3	Jovdigar supurgusi	Judda kam uchraydigan kasallik hisoblanadi
4	Nom berilmagan ximera	Kasallik kam uchraydi barglarni o'smay qolishi rangi o'zgarishiga olib keladi

Tokda ishlatiladigan preparatlar ko'rsatgichlari

2-jadval.

T/r	Ishlatiladigan preparat nomi	Sarf me'yori	Mavsumda qo'llanishlar soni	Bir gektardagi sarfi
1	Bordo suyuqligi	1%	2	250 litr
2	Mis kupyurasi	1%	2	250 litr
3	Bordo suyuqligi	3%	1	60 litr
4	Oltingugurt dioksidi	2%	1	100 litr

Xulosa. Xulosa qilib shuni ta'kidlash kerakki, vegetativ ko'payish klonal navlarda har qanday turdagi o'zgarishlarni to'plash uchun barcha imkoniyatlarni yaratadi. Seleksioner birinchi navbatda eng yaxshi klonlarni tanlash uchun mutatsiyalar tomonidan yaratilgan irsiy o'zgaruvchanlikdan foydalanishga qiziqqanligi sababli, u fiziologik ortiqchalikning barcha ta'sirini diqqat bilan nazorat qilishi va ularni viruslar bilan aralashtirib yubormasligi kerak deb xulosa qilamiz

ADABIYOTLAR:

1. Buriev X.Ch., Yenileyev N.Sh. va b. Mevali va rezavor mevali o'simliklar bilan tajribalar o'tkazishda hisoblar va fenologik kuzatuvlar metodikasi. – T. 2014.
2. Елашрам М.А. Биологическая и хозяйственная характеристика сортов винограда в учхозе “Коммунист”. Автореф. дисс... канд. с.-х. наук. – Харьков, 1973. – С.
3. Эльхога М.А. Изучение некоторых селекционных сортов винограда. Автореф. дисс... канд. с.-х. наук. – Тбилиси, 1972. – С.
4. Кузнецов В.В. Феноклиматическая оценка условий произрастания плодовых и винограда. – Т.: Фан, 1972. – С. 11-18.
5. Лазаревский М.А. Методы ботанического описания и агробиологического изучения сортов винограда // Ампелография СССР. – М.: Пищепромиздат, 1946. – Т.I. – С. 347-400.
6. <https://www.syngenta.ru/target/powdery-mildew-of-grapevine>
7. www.vinograd7.narod.ru.

УРОЖАЙНОСТЬ И КАЧЕСТВО ПЛОДОВ ЯБЛОНИ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ СПОСОБА И СТЕПЕНИ ОБРЕЗКИ**Юнусов Рустам,***профессор кафедры Агрономии и почвоведения
Бухарского государственного университета, к.с.х.н.***Шодиева Сурайе Ниёзовна,***менеджер ч.п. Иброхим Барака г. Бухара
s9979139@gmail.com*

Аннотация. В настоящей статье приводятся данные о том, что в засоленных и средне-засоленных почвах Бухарской области Республики Узбекистан изучались три районированных сорта яблонь, привитых на среднерослом подвое ММ-106, способы степени омолаживающей и нормирующей обрезки деревьев с 3-4 летним циклом замещения отплодоносивших ветвей, изучено влияние способа и степени обрезки деревьев яблони на освещённость листовой поверхности, продуктивность и качество плодов.

Ключевые слова: средне- засоленные почвы, интенсивные яблоневые сады, омолаживающая и нормирующая обрезки деревьев, урожайность и качество плодов.

OLMA DARAXTI MEVALARINING HOSILI VA SIFATI KESISH USULLARI VA DARAJASIGA BOG'LIQLIGI

Annotatsiya. Mazkur maqolada O'zbekiston Respublikasi, Buxoro viloyatini o'rta kuchli sho'rangan tuproqlar, intensiv olma bog'larining 3 rayonlashtirilgan navlaridan, payvantagi o'suvchi ММ-106 bo'lib, mazkur bog'da olma daraxtlarni 3-4 yillik hosil bergan shoxlarni yoshartirish tartiblari o'rganilgan. Shu bilan birgalikda olma daraxtlarini kesish usul va darajalarini tana yorug'ligi, barg sathini hajmi, mahsuldorlik va hosil sifati o'rganilgan.

Kalit so'zlar: o'rta sho'rangan tuproqlar, intensiv sermahsul olma bog'lari, yoshartiruvchi va me'yorlashtiruvchi kesish usul va darajalari, hosildorlik va uning sifati.

THE YIELD AND QUALITY OF APPLE FRUIT DEPENDS ON THE METHOD AND DEGREE OF PRUNING

Abstract. This article studies the methods of rejuvenation of 3-4-year-old fruiting branches of apple trees in Bukhara region, Republic of Uzbekistan, with moderately saline soils, intensive apple orchards of 3 zoned varieties, ММ-106, growing on the graft. At the same time, the methods and levels of pruning of apple trees, body light, leaf surface size, productivity and crop quality were studied.

Keywords: moderately saline soils, intensively productive apple orchards, rejuvenating and normalizing pruning methods and levels, yield and its quality.

Введение. Плодоводство является одной из важных отраслей сельского хозяйства республики Узбекистана, где в основном возделываются сады интенсивного типа на разных подвоях. С целью дальнейшего увеличения урожайности сельскохозяйственных культур, в том числе плодовых деревьев, необходимо расширить площади садов интенсивного типа, которые приносят в 1,5-2 раза больше урожая и прибыли.

В последние годы в республике в основном расширяются сады интенсивного типа яблони на слаборослом и среднерослом подвоях. Необходимо ускорить изучение и внедрение садов интенсивного типа, где ежегодно получают высокие урожаи с хорошими вкусовыми качествами. Но, к сожалению, в интенсивных яблоневых садах мало изучены высокоурожайные сорта плотности посадки деревьев, высокопродуктивные подвои, которые способствует увеличению урожайности за счёт применения прогрессивных способов о омолаживающей и нормирующей обрезки. В интенсивных садах необходимо получать высокий урожай плодов яблонь. В интенсивных садах Узбекистана началось успешное внедрение циклического способа и степени обрезки отплодоносивших ветвей яблони с 3-4 летним циклом замещения и с ответвлением 12-16 плодов на обрастающих ветвях.

Методами проведения исследования цель данного опыта является обеспечение высокого и последовательного повышения урожайности и качества плодов в интенсивных садах за счёт применения наиболее эффективно нормирующей и омолаживающей обрезки отплодоносивших ветвей с 3-4 летним циклом замещения, а также изучения уровней продуктивности отплодоносивших ветвей с целью дальнейшего получения высокого и стабильного урожая деревьев с хорошими вкусовыми качествами плодов яблони.

Объект исследования. Исследования проведены в 2020-2023 гг. в интенсивных садах фермерского хозяйства «Амин Хаёт боги» Бухарской области Бухарского района на трёх ведущих районированных сортах яблони, привитые на среднерослом подвое ММ-106, Голден Делишес, Ренет Симиренко и Первенец Самарканда с разными биологическими признаками. Схема посадки: 5-4м, кроны сформированы по ярусной системе. Засоленные воды находятся на глубине 2,5-2,7 метров. В период вегетации проводились 4-5 поливов с нормой 3200-3500 м³ на гектар.

В течение ряда лет изучали определение уровней омолаживающей и нормирующей обрезки, отплодоносивших ветвей с 3-4 летним циклом. Замечания в контрольном варианте обрезки в садоводческих хозяйствах Бухарской области в основном проводятся санитарные обрезки, где в основном удаляются сухие, больные и загустевшие кроны ветви. На фоне контрольного варианта, применяемого в производственных условиях, проводили способы и степени обрезки с 3-4 летним циклом замещения и нормирующих отплодоносивших ветвей. В процессе омолаживания отплодоносивших ветвей яблони, необходимо оставить нужное количество плодовых почек на плодоносящих ветвях 4-8, 8-12, 12-16 плодовых почек, в контрольном варианте ветви не укорачиваются. Во всех изучаемых вариантах опыта обрезки ветвей, они укорачиваются до высоты 3,0-3,3 м. Этот показатель сохранялся на той же высоте дальнейшей обрезкой.

Методика проведения опыта. Фотометрические показатели деревьев яблони, световой режим, продуктивность фотосинтеза, урожай и качественные показатели изучались по методике, разработанной в Всесоюзном НИИ садоводства. (1976).

Распределение солнечного света по частям кроны ветвей измеряли люксметром Ю-16 в июне с 8:00 по 18:00. Продуктивность фотосинтеза определяли по методике А.С.Овсянникова (1965). Динамику формирования урожая изучали по методике сортоизучения (ВНИИС1976)

Результаты исследования. Одним из условий повышения продуктивности плодовых деревьев является интенсивное использование солнечной радиации и увеличение листовой поверхности. Рост и развитие растительного организма, в том числе полезной хозяйственной биомассы урожая, является продуктом фотосинтеза. Все листья работают с разной производительностью, и это зависит от того, как они расположены на ветке ствола дерева и как обеспечены солнечным светом, а, значит, соответственно будет меняться и продуктивность фотосинтеза. Эффективность деятельности листа и продуктивность фотосинтеза зависят от расположения ветвей, величины листовой поверхности, строения, возраста (3,4,8).

Проведённые исследования показали, что интенсивность фотосинтеза также определяется влиянием окружающей среды и внешних факторов. Они зависят от освещённости, температуры, концентрации воздуха, влажности и количества элементов минерального питания и засоленности почвы. Все листья могут быть плодородными в зависимости от того, где они расположены на ветке и в какой степени освещены и как распределены питательные вещества. Практические различия производительности работы на листовой поверхности очень велики.

Проведённые исследования показали, что в период роста и развития пятнадцатилетних деревьев яблони площадь листовой поверхности достигала приемлемого уровня, и этот показатель составлял от 20,0 м²/га до 24 м²/га в вариантах опыта. Одним из основных показателей продуктивности яблони является распределение и освещённость солнечного излучения по всей кроне деревьев. От того, насколько дерево освещено солнечными лучами, зависит прибавка плодов яблони, улучшение качества урожая, а также определяется активность фотосинтеза.

В результате исследований установлено, что за 3-4 года изучения у 3-х ранних сортов яблони количество цветков в вариантах, оставленных для плодоношения без укорачивания ветвей, составило у сорта Голден Делишес-12,3% у сорта Ренет Симиренко-11,8%, а у сорта Первенец Самарканда составило 13,0%. На ветвях, укороченных с оставлением 4-8-ми, 8-12-ти, 12-16-ти плодовых почек, урожайность по сортам яблони составила: на 11,5-12,8% больше контрольного варианта. Необходимо отметить, что урожайность плодовых деревьев в саду зависит от способа и степени обрезки и расположения кроны ветвей на стволе деревьев. У плодоносящих деревьев яблони в зависимости от способа и степени омолаживающей обрезки улучшается состояние деревьев и уменьшается

BIOLOGY

количество цветковых почек и, в конечном счёте, увеличивается урожайность деревьев, и заметно улучшаются и вкусовые качества плодов (5, 6, 7).

Влияние способа и степени омолаживающей и нормирующей обрезки на урожайность деревьев яблони(2018-2021)

Способ омолаживающей обрезки на оставленной плодоносящей ветви	Количество плодовых образований на плодоносящей ветке	Урожайность, ц/га				
		2018	2019	2020	2021	В среднем
Сорт Голден Делишес						
Контроль летней циклической обрезки 3-х	Без укорачивания	13,0	14,5	15,0	16,7	15,2
	4-8	15,9	17,5	19,3	20,5	18,3
	8-12	16,8	18,7	20,1	21,2	19,1
	12-16	14,7	15,9	16,4	17,5	17,4
Контроль летней циклической обрезки 4=х	Без укорачивания	14,6	15,4	17,0	18,2	16,4
	4-8	15,0	15,9	18,5	19,2	17,1
	8-12	15,4	16,7	19,2	20,5	18,0
	12-16	13,9	14,2	15,8	16,8	15,2
Сорт Ренет Симиренко						
Контроль летней циклической обрезки 3-х	Без укорачивания	12,0	3,2	14,0	5,0	8,3
	4-8	14,9	6,0	17,8	8,5	11,8
	8-12	15,3	7,2	18,5	9,0	11,7
	12-16	13,0	4,8	15,2	7,0	10,0
Контроль летней циклической обрезки 4=х	Без укорачивания	13,1	4,6	16,2	7,4	10,2
	4-8	14,0	5,3	16,6	8,0	11,0
	8-12	14,6	6,5	17,2	8,6	11,7
	12-16	12,8	4,0	15,0	6,2	9,5
Сорт Первенец Самарканда						
Контроль летней циклической обрезки 3-х	Без укорачивания	12,7	14,0	14,6	15,7	14,2
	4-8	15,0	15,5	17,8	18,5	16,7
	8-12	15,6	16,0	18,3	19,0	17,6
	12-16	13,5	15,0	15,8	16,6	15,2
Контроль летней циклической обрезки 4=х	Без укорачивания	14,2	15,0	16,2	17,2	15,6
	4-8	14,8	15,2	17,0	18,0	16,2

BIOLOGY

	8-12	13,4	16,0	18,1	18,7	16,8
	12-16	13,2	14,8	15,8	16,2	15,0
НСР 095		1,5	1,7	1,9	2,0	1,8
P, %		3,0	3,2	3,6	4,0	4,2

В результате применения способов и степеней омолаживающей и нормирующей обрезки у плодовых деревьев яблони, положительно влияющих на их рост и развитие, успешно осуществляются все физиологические процессы: обмен веществ, интенсивность и продуктивность фотосинтеза, процессы транспирации, в результате чего появляется возможность повысить урожайность и её качество.

Если лишние ветки плодовых деревьев обрезать в период молодости, они начнут давать урожай. Плодовые деревья будут плодоносить до определенного периода, а затем, когда они достигнут определённой стадии роста и развития, они будут непрерывно плодоносить, порядок плодоношения нарушается. В период созревания вместе с образованием почек, плодоносящих в этот год, обеспечивается образование на ветви цветочных почек на следующий год. Периодичность плодоношения начинается у сортов яблони при большой нагрузке, оставшейся на их ветвях, при снижении роста и развития. В результате они мельчают, ухудшается внешний вид и снижается качество плодов яблони.

Заключение. В проведённых опытах установлено, что применение способа и степени омолаживающей и нормирующей обрезки ветвей с 3-4 летним циклом оказало положительное влияние на показатели плодоношения деревьев. Таким образом, в годы проведённых исследований средняя урожайность плодоносящих ветвей у сорта Голден Делишес при омолаживании ветвей по 3-4 летнему циклу с оставлением 4-16-ти почек, получена дополнительная урожайность 0,1-4,0 ц/га, у сорта Ренет Симиренко 0,9-3,5ц/га, а у сорта Первенец Самарканда 0,6-3,1 ц/га по сравнению с контрольным вариантом. В целом, наилучшие результаты получены на вариантах, оставивших 8-16 почек на плодоносящих ветвях на фоне 3-4 летнего омоложения плодоносящих ветвей.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Гегеченко Б.Г., Кладь А.А. Формирование площади листовой поверхности яблони в зависимости от подвоя и площади питания// Садоводство и виноградарство. 2002. №1. С.8-9
2. Гонгорьева Л.В. Факторы повышения продуктивности яблоневых насаждений//Садоводство и виноградарство. 2002. №4. С.3-5.
3. Исламов С.Я. Совершенствование технологии выращивания саженцев из клоновых подвоев в центральной зоне Узбекистана: автореф.дисс.канд.с.х.наук. Ташкент, 2009. С.20.
4. Кудрявец Р.П. Обрезки деревьев. М.Агробиоиздат. 1984. С.144.
5. Babuk V.I. Yunusov R. Productivity and quality of apple fruits depending on tree pruning in intensive orchards\\ Horticulture, viticulture and winemaking. Moldova, 1985-No 2. Pp18-20/

MEVA VA SABZAVOTLAR ISTE'MOLINING SALOMATLIKKA TA'SIRI TADQIQI

*Egamberdiyeva Marjona Xusniddin qizi,
Toshkent kimyo-texnologiya institutining
Shahrisabz filiali katta o'qituvchisi*

Annotatsiya. Jahon sog'liqni saqlash tashkiloti (JSST) ma'lumotlariga ko'ra, sog'lom turmush tarzini yaxshilash va kardiometabolik kasalliklar xavfini kamaytirish uchun kuniga to'rt yuz grammdan ortiq (meva va sabzavot) iste'mol qilish tavsiya etiladi. Ularning past glikemik indeksi (GI) qondagi shakar miqdorining keskin ko'tarilishini oldini olishga va ochlikni nazorat qilishga yordam beradi. Bizning tadqiqotimiz meva va sabzavotlarni iste'mol qilishning inson organizmiga ta'sirini o'rganishga yordam beradi.

Kalit so'zlar: semizlik, yurak-qon kasalliklar, tana massasi indeksi (bmi), metabolik sindrom, glyukoza darajasi, qondagi shakar darajasi, meva, sabzavot, parhez.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПИТАНИЯ ФРУКТОВ И ОВОЩЕЙ НА ЗДОРОВЬЕ

Аннотация. По данным Всемирной организации здравоохранения (ВОЗ), для улучшения здорового образа жизни и снижения риска кардиометаболических заболеваний рекомендуется употреблять более четырёхсот граммов (фруктов и овощей) в день. Их низкий гликемический индекс (ГИ) помогает предотвратить резкое повышение уровня сахара в крови и контролировать голод. Наше исследование помогает изучить влияние употребления фруктов и овощей на организм человека.

Ключевые слова: ожирение, сердечно-сосудистые заболевания, индекс массы тела (ИМТ), метаболический синдром, уровень глюкозы, уровень сахара в крови, фрукты, овощи, диета

STUDY OF THE INFLUENCE OF FRUIT AND VEGETABLE CONSUMPTION ON HEALTH

Abstract. According to the World Health Organization (WHO), it is recommended to consume more than four hundred grams (fruits and vegetables) per day to improve a healthy lifestyle and reduce the risk of cardiometabolic diseases. Their low glycemic index (GI) helps prevent a sharp increase in blood sugar and control hunger. Our research focused on studying the impact of fruit and vegetable consumption on the human body.

Keywords: obesity, cardiovascular disease, body mass index (BMI), metabolic syndrome, glucose level, blood sugar level, fruits, vegetables, diet.

Kirish. So'nggi o'n yilliklarda jahonda semizlik ko'rsatkichlarining sezilarli darajada o'sishi kuzatildi, bu esa qandli diabet va yurak xuruji va insult kabi yurak-qon tomir kasalliklarining ortishiga olib keldi. Tana massasining yuqori indeksi kardioga xavf soladigan bir qator metabolik buzilishlarni keltirib chiqaradi. Bu xavflar orasida och qoringa glyukoza buzilishi, dislipidemiya, gipertenziya, qorin bo'shlig'ida yog' bosishi kabilar ham mavjud. Bugungi kunda dunyoda yurak-qon tomir kasalliklari yetakchi o'rinni egallamoqda. Hayot tarzi omillari, shu jumladan, ovqatlanish kardiometabolik salomatlikka sezilarli ta'sir ko'rsatadi. Bunda salomatlikni saqlash uchun sog'lom ovqatlanish, sabzavotlar va mevalarni ko'p iste'mol qilishni talab qilinadi. Bu katta yoshlilarda yurak va metabolik buzilishlar iste'mol miqdorini pasaytirishi isbotlangan. Boshqa tomondan, pediatriyada ko'plab tadqiqotlar natijasida nomuvofiqlik va munozarali ma'lumotlar olingan. Shuning uchun parhezning afzalliklari hozirgacha bolalikda munozarali bo'lib qolmoqda. Ko'p olib borilgan tadqiqotlar natijasida meva va sabzavotlarning nonushta qilish istagi, tetiklik, aqliy salohiyat rivojlanishidagi profilaktik roli muhimdir. Sabzavotlarni iste'mol qilish yurak-qon tomir tizimini yaxshilashning asosiy elementi sifatida tavsiya etamiz. Tadqiqotchilarning izlanishlarini o'rganish natijasida shuni aytishimiz zarurki, sabzavotlarni ko'p iste'mol qilish yuqoridagi kasalliklardan himoya qiladi.

Mevalarni iste'mol qilish ko'plab surunkali kasalliklar xavfini kamaytirishda ham foydali ta'sir ko'rsatadi. Biroq uning metabolik sindromga ta'siri sabzavotlarga nisbatan kam bo'lib qolmoqda. Ayrim mevalarning glikemik yuklamasi yuqori va shuning uchun semirishning rivojlanishida himoya bo'la olmaydi, balki yuqori ko'rsatkichda yordam beradi deb hisoblangan.

Usullar. Ishtirokchilar OTM ko'ngilli talabalari va Qashqadaryo viloyati davolanish maskanlarida ko'ngillilardan tanlab olinib, ilmiy-tadqiqotlar davolanish maskanlarining ovqatlanish bo'limlarida olib borildi. Jami 9 nafar katta bemorlar va bolalar ishtirok etdilar. Tana vazni indeksi kilogrammdagi vazni kvadratga bo'lish orqali hisoblandi. Meva va sabzavotlarni parhez bilan iste'mol qilish to'g'risida. Iste'mol qilish iste'mol miqdori kunlik, haftalik iste'mol qilishi nazorat qilindi.

Barcha ishtirokchilar sabzavotlarni iste'mol qilish iste'mol miqdorini aniqlash uchun so'rovnomalar to'plamiga javob berishdi. Boshqa tomondan shu bilan birga, semiz insonlarda sabzavotlarni haftalik iste'mol qilish odatdagidan ko'ra ko'proq uchragan

Mevalarga kelsak, kunlik iste'mol qilish semiz odamlarda ko'proq kuzatilgan 25 (58,1%) (27,9% kuniga bir marta, 30,2% kuniga 2-3 marta iste'mol qilingan) va nazorat guruhida kamroq uchragan 20 (43,5%) (23,9% bir marta) 19,6% kuniga (2-3 marta). Nazorat guruhidagi 20 nafar bola meva iste'mol qilgan haftada bir marta, 13 nafar semiz bolalar esa haftada bir marta meva iste'mol qilishgan.

Mevalarni iste'mol qilish holatlari nazoratga nisbatan Meva-sabzavotlarni iste'mol qilish iste'mol miqdoriga ko'ra, holatlar va nazoratlar bo'lindi.

Bundan tashqari, 2 ta asosiy guruhga bo'lindi: har kuni meva va sabzavot iste'mol qiladigan guruh va boshqa guruh vaqti-vaqti bilan iste'mol qilingan meva va sabzavotlar iste'mol qiladigan guruhlariga.

Semizlikda meva va sabzavotlarni iste'mol qilish iste'mol miqdori o'rtasida sezilarli farq yo'q edi va nazorat guruhi. Sabzavot iste'mol qilish iste'mol miqdoriga kelsak, nazorat guruhi orasida kunlik sabzavot iste'mol qilish foizi yuqori (71,7%), (43,5% kuniga bir marta iste'mol qilingan, 28,3% 2-3 marta) semizlik guruhiga nisbatan (61,4%), (36,4% kuniga bir marta va 25% 2-3 marta iste'mol qilgan kuniga). Aksincha, mevalarni iste'mol qilish iste'mol miqdoriga kelsak, bizning tadqiqotimiz shuni ko'rsatdiki, mevalarni iste'mol qilish foizi semizlik guruhida esa, kuniga ko'proq meva iste'mol qilganlar 58,1% (27,9% kuniga bir marta 2-3 marta iste'mol qilganlar kuniga bir marta) nazorat guruhiga nisbatan 43,5% (23,9% kuniga bir marta va 19,6% kuniga 2-3 marta) yuqori bo'ldi. Shuningdek, sezilarli farqsiz sabzavot va mevalarni iste'mol qilish iste'mol miqdori bo'yicha holatlar va nazorat o'rtasidagi taqqoslash quyida keltirilgan.

Sabzavot iste'mol qilish iste'mol miqdorining ta'siriga kelsak, sezilarli farqlar kuzatilmadi ikkala guruh o'rtasida, garchi har kuni sabzavot iste'mol qilganlar och qoringa qondagi qand miqdori past bo'lsa-da, umumiy xolesterin nisbati va triglitseridlar nisbati vaqti-vaqti bilan iste'mol qilinganlarga qaraganda yaxshilanib bordi. Har kuni sabzavot iste'mol qilgan guruhda och qoringa qondagi o'rtacha qand miqdori $85,59 \pm 12,62$ ni tashkil etdi

Sabzavotlarni vaqti-vaqti bilan iste'mol qiladigan guruhga nisbatan $87,00 \pm 8,00$ o'rtacha umumiy xolesterin darajasi aniqlandi. Har kuni sabzavot iste'mol qiladigan guruhda $161,74 \pm 34,52$ darajasi aniqlandi. Vaqti-vaqti bilan undan yuqori bo'lgan 168 darajasi aniqlandi. $59 \pm 31,09$ ni, triglitseridlarning o'rtacha miqdori esa $81,56 \pm 42,20$ ni tashkil etdi. Har kuni sabzavot iste'mol qilgan guruhda esa vaqti-vaqti bilan sabzavot iste'mol qilgan guruhda $74,00 \pm 30,24$ ni tashkil etgan bo'lsa, kuniga sabzavot iste'mol qilgan guruhda o'rtacha $38,59 \pm 8,20$ ni tashkil etdi sabzavotlarni vaqti-vaqti bilan iste'mol qilish $40,24 \pm 10,08$ ni, o'rtacha $107,07 \pm 10,08$ ni tashkil etdi.

Bizning tadqiqotimizda mevalarni iste'mol qilish iste'mol miqdori bo'yicha ikkala guruh o'rtasida sezilarli farqlar aniqlanmadi va sabzavotlarni iste'mol qilish foydali deb topildi. Meva va sabzavotlarni iste'mol qilish va tana vazni indeksi o'rtasidagi muhim bog'liqlik, ortiqcha ovqatlanish yoki jismoniy faollik kabi boshqa sog'lom xatti-harakatlar tufayli uchraydigan kasalliklarni oldini olish mumkindir deb topildi.

Shuni takidlaymizki kuniga 3 porsiyadan ortiq meva va sabzavotlarni iste'mol qilish markaziy semirishni kamaytiradi.

Sabzavotlar ortiqcha vazn yoki semizlik, giperglikemiya, xolesterin xavfini sezilarli darajada kamaytirdi.

Jismoniy mashqlar kabi turmush tarzi omillari kardiometabolik xavf omillariga ko'proq ta'sir ko'rsatadi. Kardiometabolik xavf omillariga turli sabzavot va meva turlarining ta'sirini o'rganish tavsiya etiladi.

Ushbu tadqiqot shuni ko'rsatdiki, mevalar iste'moli miqdori va ular o'rtasida sezilarli bog'liqlik yo'q edi. Sabzavot iste'moli va semirish, giperglikemiya yoki giperlipidemiya, parhezli sabzavot va mevalar semirishda asosiy emas, balki tavsiya etiladi.

So'nggi o'n yilliklarda semizlik darajasini oshirishning global sog'ligida muhim muammo bo'lib, qandli diabet, yurak-qon tomir kasalliklari va insult kabi og'ir kasalliklarni orttirmoqda. Bu o'zgarishlar tana massasi indeksi orqali qayta tiklanish jarayonlari bilan bog'liq bo'lib, och qoringa glyukozaning jarayoni, dislipidemiya, gipertenziya va qorin bo'shlig'ida yog' to'planishi kabilar tadqiqot sohasi ko'rsatkichlari bo'ldi. Kundalik qo'shimcha yordam iste'moli qondagi qand va lipid ko'rsatkichlarini yaxshilash orqali yurak-qon tomir tizimini qo'llab-quvvatlashi aniqlandi. Meva iste'moli esa metabolik sindromga qarshi

himoya kuchiga ega bo'lsada, nisbatan ta'siri pastroq. Shu bilan birga, jismoniy faollik kardiometabolik kasalliklarni minimallashtirishda muhim o'rin tutadi. Laboratoriya yurak-qon tomir va metabolik hosil qilish profilaktikasida meva va sabzavotlar yordamni iste'mol qilishni tasdiqlaydi.

Mevalar va sabzavotlarni saqlash — ho'l va sersuv mahsulotlarni iste'mol etish yoki qayta ishlashga qadar saqlanishiga yordam beradigan tadbirlar majmuyi. Yetishtirilgan mahsulotni nest-nobud qilmasdan va sifatini pasaytirmasdan saqlash va undan foydalanish qadimdan inson ehtiyojlaridan biri bo'lgan. Saqlashni to'g'ri tashkil etish mahsulot sifatining uzoq, vaqt buzilmasligini va nobudgarchilikning oldini olishni ta'minlaydi. O'zbekistonda meva va sabzavotlarni saqlashning eng qadimgi usullari ko'mib yoki ilib saqlash, qoqi qilib quritish kabilar keng qo'llangan. Mevalar va sabzavotlarni saqlashdagi asosiy vazifa ularning fizik va kimyoviy tarkibini, rangi, ta'mi, oziqlik qiymati va boshqa xususiyatlarini saqlab qolishdan iborat. Mevalar va sabzavotlarni saqlashni sakutshdagi asosiy qiyinchilik bu mahsulotlar tarkibida erkin holatdagi suvning ko'pligi bilan bog'liq. Harorat yuqori bo'lgan sharoitlarda bu narsa hujayra va to'qimalarning nafas olish, pishib yetilish va qarish jarayonlarini faollashtiradi, bug'lanishni va patogen mikroflora rivojlanishini kuchaytiradi. Meva va sabzavot omborlari, sovuqxonalar yangi hosil joylashidan oldin formalin yoki oltingugurt gazi bilan yuqumsizlantiriladi, yangi so'ndirilgan ohak bilan oqlanadi, quritiladi, mahsulotlar saqlanadigan haroratga qadar sovitiladi. Olma, nok, asosan, ostiga qog'oz yozib (noklarni qog'ozga o'rab) joylangan yashiklarda —0,5, —0 °C da va nisbiy namligi 90—95% da saqlanadi. Kartoshka xonalarda yerga qazilgan o'ralarda, faol shamollatiladigan omborlarda devorli xirmonlarda 3,5-5 m balandlikda, karam uyumlarda, xandaqlarda va turli doimiy omborlarda, yashiklarda saqlanadi. Harorat —3 °C; havo namligi 70—75% dan oshmasligi kerak. Qovun-tarvuzlarni xashakka joylab yoki osib +3 °C da 4 oyga yaqin saqlash mumkin.



Ba'zida sog'liqdagi muammolarni bartaraf etish uchun ko'proq yangi sabzavot va mevalarni iste'mol qilish kerak. Ularni kuniga, taxminan, besh dona qabul qilish tavsiya etiladi. Ammo oz miqdordagi odamlargina bunga rioya qiladi. Ko'pchilik esa kuniga bir-ikki dona bilan cheklanadi. Demak, salomatlik uchun ratsionni qaytadan ko'rib chiqish zarur. Shuningdek, meva-sabzavotli ratsionda rux moddasi, yod, kalsiy, fosfor, magniy singari muhim mikroelementlar yetishmaydi.

Bunday taomnomadagi tanqislikda C-reaktiv oqsili, shuningdek, omega-3 va omega-6 aminokislotalari va boshqa bir qator moddalar qabul qilish buyuriladi. Temir moddasining yetishmasligi vegetarianlar ratsionidagi eng katta muammolardan hisoblanadi. Bu hujayralarning kislorod bilan ta'minlanishi yomonlashishiga olib keladi, oqibatda immunitet susayib, infeksiyon kasalliklarni rivojlanish xavfi ortadi. O'tkir respirator va oshqozon kasalliklari ehtimoli 1,5-2 karra ortadi. Teri va shilliq qavatlar bilan bog'liq muammo yuzaga kelib, energiya yetishmasligi va kuchsizlanish kuzatiladi.

Meva va sabzavotlarda hech qanday xolesterin, hatto foydalisi ham mujassam bo'lmaydi. Xolesterin gormonlar va o't suyuqligining ishlab chiqarilishida, moddalar almashinuvi, D vitamini sintezida ishtirok etadi. Foydali yog'lar bo'lmasa, teri ham, soch va tirnoqlar ham sog'lom bo'lmaydi. Qolaversa, miyadagi jarayonlar yomonlashib, metabolizm sekinlashadi.

BIOLOGY

Xulosa. Bunday parhezga amal qilganda eng avvalo foydali moddalar bilan bogʻliq muammo keyin esa gormonlar va qalqonsimon bez faoliyatida oʻzgarish, anemiya kuzatiladi. Bundan tashqari meva va sabzavotlarning oʻzidan iborat parhez oshqozon-ichak kasalliklaridan aziyat chekadiganlarga tavsiya qilinmaydi. Oshqozon bilan muammo boʻlmagan taqdirda ham kutilgandek tez vazn tashlanmaydi. Negaki bunday ratsiondagi mahsulotlar qorinni uzoq vaqt toʻq tutmaydi va ochlik hissi bezovta qilaveradi. Bu doimiy ravishda tamaddi qilishni istashga olib kelishi mumkin. Qolaversa, odatiy ratsionga oʻtilganidan keyin organizm ancha vaqt mahrum boʻlgan oqsil va yogʻlarni zaxira qilishi hisobiga ozish kuzatilmaydi. Shu sabab ham eng asosiysi balansli ovqatlanish va sogʻlom boʻlish kerak.

ADABIYOTLAR:

1. Chalutz, E. & Wilson, Charles. (1990). *Biological Control of Postharvest Diseases of Fruits and Vegetables Through Manipulation of Epiphytic Plant Microflora*. 10.1016/B978-0-409-90260-0.50022-1.
2. Selikhova, A. & Ospanova, A. & Kanibolotskaya, Y. (2021). *General characteristics and taxonomic composition of epiphytic microflora of plants*. *Bulletin of the Innovative University of Eurasia*. 82. 103-110. 10.37788/2021-2/103-110.
3. Zhao, Jie & Tao, Xuxiong & Chen, Sifan & Li, Junfeng & Shao, Tao. (2021). *Separating the effects of chemical and microbial factors on fermentation quality and bacterial community of Napier grass silage by using gamma-ray irradiation and epiphytic microbiota transplantation*. *Animal Feed Science and Technology*. 280. 115082. 10.1016/j.anifeedsci.2021.115082.
4. Lin, C & Bolsen, K.K. & Brent, B.E. & Hart, R.A. & Dickerson, J.T. & Feyerherm, A.M. & Aimutis, W.R.. (1992). *Epiphytic Microflora on Alfalfa and Whole-Plant Corn*. *Journal of dairy science*. 75. 2484-93. 10.3168/jds.S0022-0302(92)78010-2.
5. Weyman-Kaczmarkowa, Wanda & Pędziwilk, Zofia. (2001). *Epiphytic microflora of poplar clones susceptible and resistant to infection by *Dothichiza populea**. *Microbiological research*. 156. 83-6. 10.1078/0944-5013-00074.

АВТОМАТИЗАЦИЯ ДИСПЕТЧЕРСКОГО УПРАВЛЕНИЯ НА
ВОДОРАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫХ СООРУЖЕНИЯХ

Усмонов Фазлиддинхон Сапохон угли,
ассистент Шахрисабзского филиала
Ташкентского химико-технологического института
г. Шахрисабз, Кашкадарьинская область
usmonov9524@gmail.com

Аннотация. В данной статье рассмотрены вопросы автоматизации управления водораспределительными объектами, совершенствования работы диспетчерского центра в них, автоматизации и выбора программных средств. Также упомянуты процедуры и этапы определения оптимальных режимов и параметров управления в гидротехнических сооружениях, реализации проекта автоматизации на практике. Подробно описана технико-экономическая эффективность автоматизации диспетчерского управления.

Ключевые слова: диспетчерский центр, управление затворов, учёт воды, энергосбережение, экономическая эффективность, проект автоматизации, датчики расхода, датчики уровня, управляющий компьютер, программируемые логические контроллеры, анализ и мониторинг.

SUV TAQSIMLASH INSHOOTLARIDA DISPETCHERLIK BOSHQARUVINI
AVTOMATLASHTIRISH

Annotatsiya. Ushbu maqolada suv taqsimlash inshootlarini boshqarishni avtomatlashtirish, ulardagi dispetcherlik punkti ishini takomillashtirish, avtomatlashtirish va dasturiy ta'minotni tanlash masalalari muhokama qilinadi. Gidrotexnika inshootlarida optimal boshqarish rejimlari va parametrlarini aniqlash va avtomatlashtirish loyihasini amaliyotda amalga oshirish tartibi va bosqichlari ham aytib o'tilgan. Dispetcherlik boshqaruvini avtomatlashtirishning texnik va iqtisodiy samaradorligi batafsil tavsiflangan.

Kalit so'zlar: dispetcherlik markazi, zatvorlar boshqaruvi, suvni o'lchash, energiya tejash, iqtisodiy samaradorlik, avtomatlashtirish loyihasi, oqim sensorlari, darajadagi sensorlar, boshqaruv kompyuteri, dasturlashtiriladigan mantiqiy kontrollerlar, tahlil va monitoring.

AUTOMATION OF DISPATCH CONTROL AT WATER DISTRIBUTION STRUCTURES

Abstract. This article discusses the issues of automating the management of water distribution facilities, improving the work of the dispatching point in them, automation and software selection. The procedure and stages of determining the optimal control modes and parameters in hydraulic structures and implementing the automation project in practice are also described. The technical and economic efficiency of dispatching control automation is described in detail.

Keywords: control center, valve control, water metering, energy saving, economic efficiency, automation project, flow sensors, level sensors, control computer, programmable logic controllers, analysis and monitoring.

Введение. Автоматизация диспетчерского управления водоканалов предполагает внедрение системы, которая позволяет автоматизировать процессы управления и контроля над работой системы водоснабжения и канализации. Система автоматизации и диспетчеризации водоканала представляет собой устройства мониторинга и управления, которые обеспечивают наблюдение за состоянием агрегата в режиме реального времени и принятие оперативных мер при возникновении аварийных ситуаций. Операторы диспетчерской могут отслеживать выполнение задач и параметров работы насосной станции и приборов, уровень напора и расход воды абонента, состав и другие важные показатели. Это позволяет оперативно реагировать на возникающие проблемы, предотвращать аварии и обеспечивать стабильное водоснабжение.

Основная часть. Все данные хранятся на сервере и базе данных.

Система имеет трёхуровневую архитектуру:

1. Супервизорный (верхний) уровень — центральный диспетчерский пункт (ЦДП). На этом уровне осуществляется наблюдение за оборудованием всех объектов водоканала и показателями их

функционирования, архивация и документация информации, координация действий по согласованной работе подсистем и учёт общего потребления электроэнергии по всем контролируемым объектам.

2. Диспетчерский уровень подсистем водоканала. На этом уровне ведётся наблюдение за оборудованием локальных АСУ ТП конкретной подсистемы и показателями их функционирования, архивация и документация информации для управления локальными АСУ ТП в зависимости от текущих условий и заданных параметров, учёт потребления электроэнергии по каждому объекту.

3. Нижний уровень. На этом уровне происходит сбор и передача данных о состоянии и работе оборудования на объектах водоканала на диспетчерский уровень, а также локальное управление оборудованием на объектах водоканала в соответствии с программами и алгоритмами, заданными на диспетчерском уровне или в ручном режиме.

Назначение. Система предназначена для автоматизации процессов сбора и обработки информации о работе объектов водоканала, программно-логического управления объектами, диспетчерского контроля и централизованного управления, а также для решения задач технического и коммерческого учёта гидроресурсов, потребления тепла и электроэнергии.

Цели и задачи. Повышение эффективности работы водоканалов за счет:

- Уменьшение количества перебоев с подачей воды
- Повышение качества питьевой воды
- Обеспечение высокого уровня владения информацией о положении дел на местах и постоянного контроля территориально удаленных объектов
- Обеспечение оперативности в оценке состояния оборудования и текущих режимов его работы
- Прогнозирование восстановительных работ
- Снижение количества ремонтов и увеличения сроков службы технологического оборудования.

Объект диспетчеризации. Система водоснабжения и водоотведения города – сложный многофункциональный комплекс, работающий 24 часа в сутки, 365 дней в году. Можно выделить подсистемы водозабора, водоподготовки, распределения водоснабжения, водоотведения и очистки стоков.

Архитектура и выполняемые функции. Система строится с использованием программно-логических контроллеров и в общем случае имеет трёхуровневую структуру:

На супервизорном уровне реализуются:

- контроль за оборудованием всех объектов водоканала и показателями их работы
- архивирование и документирование всей необходимой информации
- координация действий по совместной работе подсистем и ведение оптимальной безаварийной работы всей системы городского водохозяйства
- учёт суммарной потребляемой электроэнергии по всем контролируемым объектам.

На диспетчерском уровне реализуются:

- контроль над оборудованием локальных АСУ ТП конкретной подсистемы и показателями их работы
- архивирование и документирование всей необходимой информации
- координация действий по слаженной работе локальных АСУ ТП конкретной подсистемы и ведение их оптимальной безаварийной работы
- учёт суммарной потребляемой электроэнергии по всем контролируемым объектам подсистемы

- расчёт статистически обобщённых данных по всем контролируемым объектам подсистемы
- дистанционное управление оборудованием.

На уровне локальных АСУ ТП реализуются:

- программно-логическое управление насосными агрегатами и запорной арматурой, в том числе частотными приводами
- блокировки и противоаварийные защиты
- учёт потребляемой электроэнергии
- алгоритмы равномерного использования агрегатов по заданной наработке
- контроль качества воды
- учёт воды, отпускаемой потребителям.

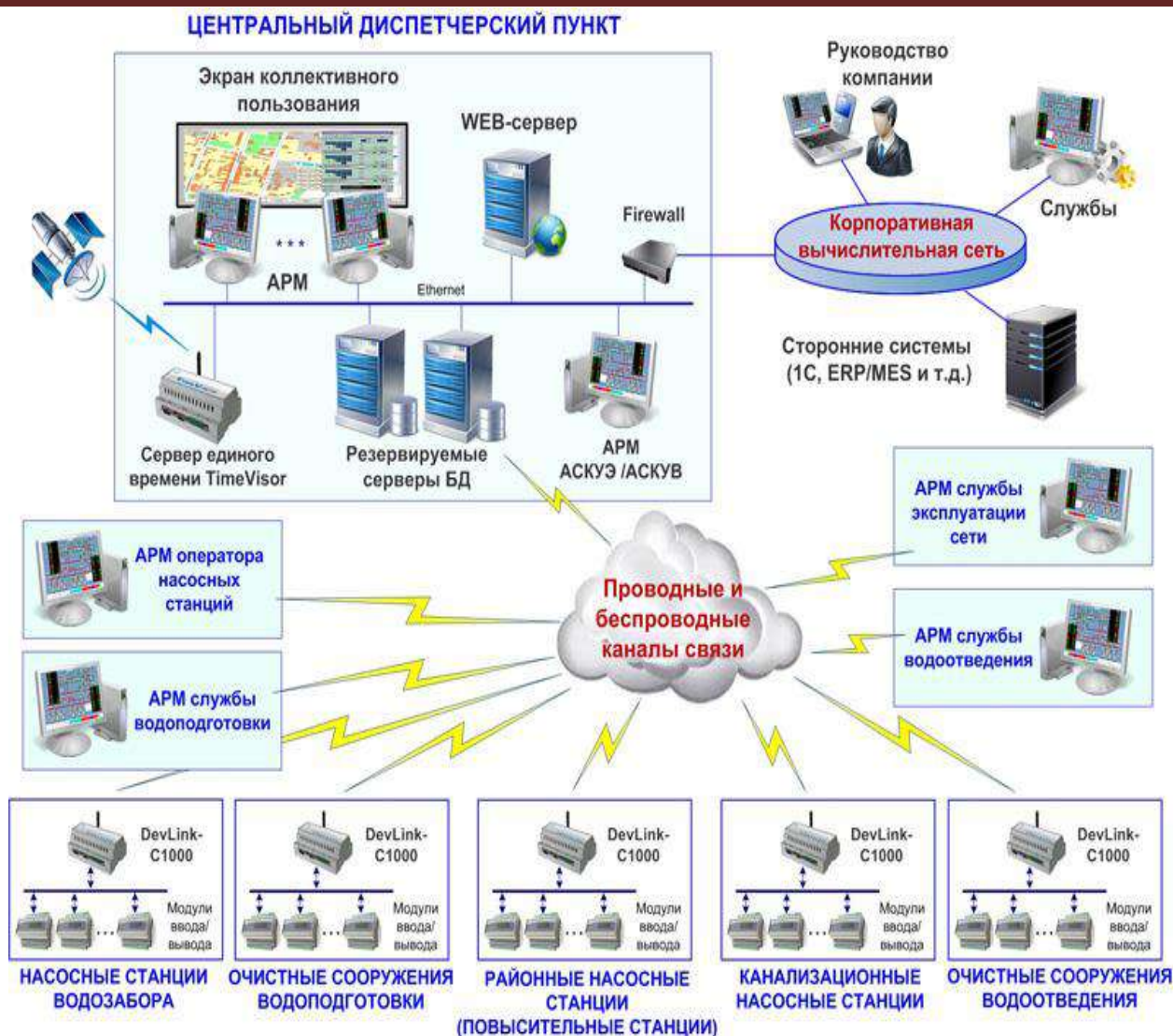


Рисунок 1. Система диспетчеризации водоканала

Локальные АСУ ТП могут работать в двух режимах: автоматическом и дистанционном. В автоматическом режиме поддерживаются заданные величины параметров. В дистанционном режиме управление исполнительными механизмами (насосами, задвижками) осуществляется оператором диспетчерского уровня. При отсутствии связи с диспетчерским уровнем контроллер переключается в автоматический режим работы и работает как локальная станция управления. При возникновении нештатной ситуации контроллер нижнего уровня осуществляет посылку данных автоматически, независимо от установленного периода связи.

Встроенные функции контроллеров, применяемых в локальных АСУТП, позволяют вести архивы внутри контроллера и передавать их на «верхние» уровни системы диспетчеризации. Обмен информацией может происходить как по инициативе «сверху» и «снизу», так и по расписанию. Контроллеры могут передавать информацию на «верхний» уровень с использованием протоколов OPC DA и HDA. При работе в комплексе со SCADA обмен информацией осуществляется по «закрытому» внутрифирменному протоколу, позволяющему работать по медленным и неустойчивым каналам связи. При восстановлении связи после её пропадания вся информация, включая архивы параметров и протокол событий, «поднимается» в SCADA-систему.

Обмен информацией с контроллерами может осуществляться как по Ethernet, по линиям телефонной модемной связи, так и по GSM-каналам. Для этого опционально в составе контроллеров предусмотрены встроенные модули GSM с поддержкой двух SIM-карт. Каналы связи могут быть зарезервированы. Поддерживается работа как с «белыми», так и с «серыми» IP-адресами. Обмен данными с диспетчерскими пунктами может быть реализован и с использованием радиоканала. При работе в открытых сетях применяются механизмы защиты от «внешнего» воздействия и перехвата информации.



Рисунок 2. Визуальный вид диспетчерского управления водоканала

Для защиты от вмешательства извне при работе в «открытых» сетях в контроллере предусмотрен программный firewall. При передаче информации между контроллером и SCADA КРУГ-2000 применяются механизмы шифрования.

Система управления включает в себя два иерархически связанных уровня, верхний уровень – оперативно-производственной службы (ОПС), и нижний – система автоматического управления (САУ).

Некоторые преимущества автоматизации диспетчерского управления водоканалов:

- сокращение количества сбоев с подачей воды;
- повышение качества питьевой воды;
- обеспечение полного доступа к информации о ситуации на местах и постоянного контроля за территориально отдалёнными объектами;
- оперативность в оценке технического состояния оборудования и текущих режимов его функционирования;
- прогнозирование ремонтных работ;
- снижение количества поломок и увеличение сроков службы технологического оборудования.

Экономическая эффективность комплексной автоматизации водоканала

- Экономия электроэнергии за счет работы оборудования в оптимальном режиме (непрерывный контроль) – до 15-20%
- Экономия гидроресурсов – до 10% за счет:
- Сведение к минимуму небалансов
- Сокращение аварийных ситуаций за счет контроля над техническим состоянием оборудования и, как следствие, – увеличение надежности работы объектов
- Увеличение межремонтных сроков за счет эксплуатации всего оборудования в оптимальных режимах
- Уменьшение эксплуатационных затрат (уменьшение количества эксплуатационного персонала, минимизация затрат на собственные нужды)
- Снижение затрат на ФОТ (фонд оплаты труда).

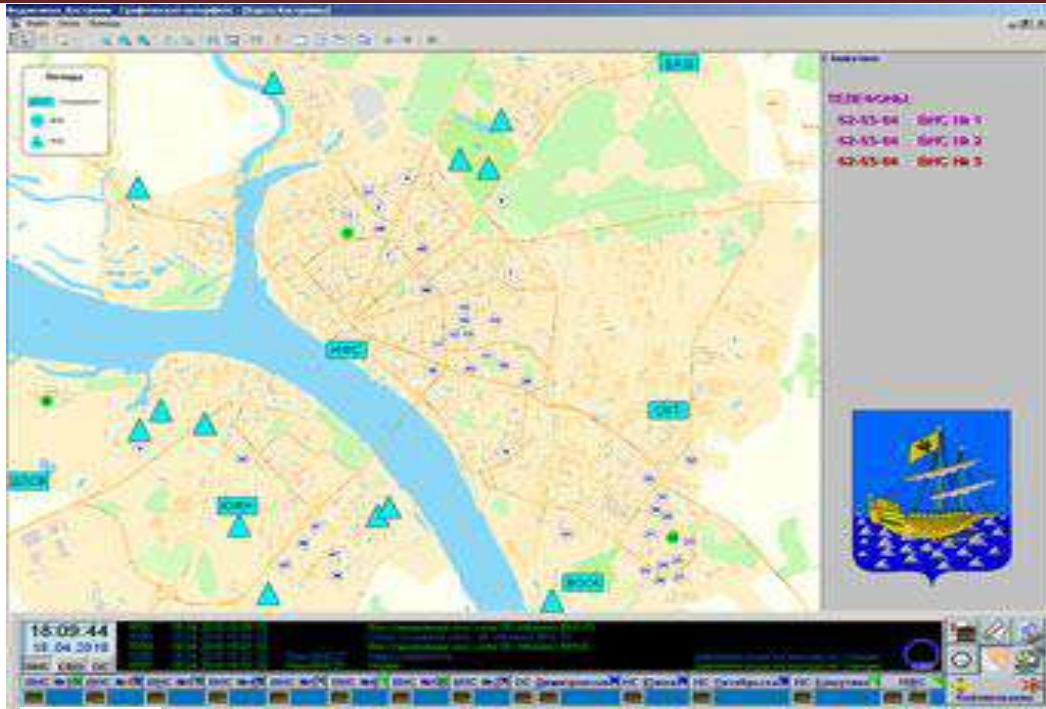


Рисунок 3. Общий вид гидросооружения в ЭВМ диспетчерского управления

Выводы. Система предоставляет руководству и специалистам единую картину деятельности водоканала, что особенно актуально для эксплуатации территориально распределённых технологических процессов и оборудования. Мониторинг и управление технологическими параметрами, состояниями насосных агрегатов и емкостей в автоматическом режиме позволяет снизить расход электроэнергии, а также расход воды за счет стабилизации давления в водопроводной сети, сокращения утечки и непроизводительного использования воды; обеспечить, в целом, надёжную работу технологического оборудования. Контроль температуры, уровня концентрации аммиака и метана в помещении КНС с автоматической выдачей сигнала на включение вентиляционных насосов поддерживает стабильную и безопасную работу насосных станций. Ведение журнала тревог, использование охранной сигнализации обеспечивает локализацию и быстрое устранение нештатных ситуаций, сокращение количества аварий на водопроводных сетях. Доступность и сохранение множества важных показателей позволяет сделать ретроспективный анализ работы системы и повысить за счёт этого её эффективность.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Бакиев М.Р., Носиров Б., Р.Хўжақулов – Гидротехника иншоотлари. Т: 2007
2. Ли М.А., Карлиханов О.К., Иманалиев Т.К., Бакбергенев Н.Н., Понкратьев Д.М., Жакашов А.М. Управление процессами водораспределения на оросительных системах помощью современных технологий (2017).
3. Бегимов И. Система ССАДА на водохозяйственных объектах Центральной Азии. Т: 2010
4. Мирзаев Н.Н. Управление водой на ирригационных системах. Т: 2015.
5. Журба М. Г. Водоснабжение. Проектирование систем и сооружений. –М.: Издательство Ассоциации строительных вузов, Т: 2004.
6. Рувльнов А. А., Евсафьев К. Ю. Автоматизация систем водоснабжения и водоотведения. –М.: ИНФРА-М, 2008.

ПРИМЕНЕНИЕ НАСОСОВ В ПИЩЕВОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

Тўйчиев Ахрор Жовли угли,
ассистент Шахрисабзского филиала
Ташкентского химико-технологического института,
Кашкадарьинская область, г. Шахрисабз
tuychiyevahrer1@gmail.com
Султонов Завкиддин Ниязович,
студент Шахрисабзского филиала
Ташкентского химико-технологического института,
Кашкадарьинская область, г. Шахрисабз
zavqidinsultonov1995@gmail.com

Аннотация. В данной статье рассматривается порядок, важность и преимущества использования насосов в пищевой промышленности для перекачивания, всасывания и распыления жидкостей и смесей. Отдельно рассматриваются насосы, используемые в пищевой промышленности, их типы, конструктивные решения и области применения. Кроме того, кратко представлены процедуры и виды размещения насосов при перекачке сырья и готовой продукции.

Ключевые слова: перекачка жидкостей, пищевая промышленность, насосы, пищевые насосы, пищевые центробежные насосы, мембранные пневматические пищевые насосы, винтовое насосное оборудование, винтовые бочковые насосы, импеллерные насосные агрегаты, структурная схема насосов, монтаж насосов.

OZIQ-OVQAT SANOATIDA NASOSLARNING QO'LLANILISHI

Annotatsiya. Ushbu maqolada oziq-ovqat sanoatida suyuqlik va aralashmalarni nasos, assimilyatsiya qilish va purkash uchun nasoslardan foydalanish tartibi, ahamiyati va afzalliklari muhokama qilinadi. Oziq-ovqat sanoatida qo'llaniladigan nasoslar, ularning turlari, konstruktiv yechimlari va qo'llash sohalari alohida ko'rib chiqiladi. Bundan tashqari, xomashyo va tayyor mahsulotlarni quyish uchun nasoslarni joylashtirish tartibi va turlari qisqacha ko'rsatilgan.

Kalit so'zlar: suvliklarni uzatish, oziq-ovqat sanoati, nasoslar, sanoat markazdan qochma sanoat nasoslari, membranali pnevmatik sanoat nasoslari, vintli nasos qurilmalari, vintli sig'imli nasoslar, pervanel nasos agregatlari.

APPLICATION OF PUMPS IN THE FOOD INDUSTRY

Abstract. This article discusses the order, importance and advantages of using pumps in the food industry for pumping, suction and spraying liquids and mixtures. Pumps used in the food industry, their types, design solutions and areas of application are considered separately. In addition, the procedures and types of pump placement when pumping raw materials and finished products are briefly presented.

Keywords: liquid transfer, food industry, pumps, food pumps, food centrifugal pumps, diaphragm pneumatic food pumps, screw pumping equipment, screw barrel pumps, impeller pump units, structural diagram of pumps, installation of pumps.

Введение. Насосы — важнейший вид технологического оборудования на предприятиях, производящих пищевые продукты. Расширение ассортимента выпускаемой продукции вызывает необходимость совершенствования конструкции насосов. От работы насосного оборудования в значительной степени зависит ход технологического процесса, а самое главное — в условиях большой конкуренции среди предприятий, производящих продукты питания, — качество конечного продукта.

Для перекачивания пищевых продуктов требуются определённые насосы. Их отличают материалы, конструкция, соединения, разрешительная документация.

Основная часть. Насосы для пищевой промышленности предназначены для перекачивания имеющих различную плотность и консистенцию пищевых продуктов, сырья. В зависимости от модели, они могут работать с горячими и холодными, жидкими, пастообразными, вязкими веществами, а также средами чувствительными к перемешиванию и пенообразованию. Насосы для пищевой промышленности разработаны с учётом того, что органические продукты быстро портятся и их накопление на стенках оборудования не допустимо. Корпус проточной части имеет гладкую поверхность, на которой не задерживаются перекачиваемые вещества и её легко очищать. Внутренняя структура проточной части проектируется таким образом, чтобы исключить или минимизировать места, где продукты могут застаиваться и приводить к размножению вредных микроорганизмов. Большой радиус кривизны внутренних поверхностей и использование в конструкции моющихся уплотнений позволяют промывать и дезинфицировать оборудование, не разбирая его. Во многих моделях предусмотрена возможность подключения автоматических линий очистки и промывки.

Пищевые насосы надёжны: устойчивы к воздействию моющих веществ, обладают высокой производительностью и экологической безопасностью. Пищевые насосы спроектированы в соответствии с жёсткими санитарно-эпидемиологическими и гигиеническими нормами. Пищевые насосы имеют простую конструкцию. Они легко и быстро разбираются, предоставляя возможность без проблем отремонтировать оборудование, заменить детали, провести технический осмотр, очистку внутренних поверхностей и в кратчайшие сроки вернуть агрегат в работу.

В зависимости от применяемых на производстве типов подключения всасывающей и напорной линий, насосы могут быть выполнены в следующих вариантах:

- резьбовое соединение с использованием “молочной муфты”;
- быстроразъёмное соединение типа tri-clamp.

Обе версии позволяют быстро соединять оборудование с элементами системы трубопроводов, обеспечивая герметичность и защиту перекачиваемого продукта от контакта с внешней средой, гигиеничность самого соединения.

Выпускают различные типы насосы для пищевой промышленности, которые различаются по конструкции, техническим характеристикам и назначению. Это связано с тем, что рабочая среда отличается по вязкости, температуре, наличию твёрдых включений, в некоторых случаях требуется сохранить консистенцию перекачиваемого продукта, целостность включений. Поэтому в каждом конкретном случае, в зависимости от условий, выбирается определённый вид пищевого насоса. При этом учитывается необходимый напор, производительность и другие параметры.

Существуют следующие типы насосов для пищевой промышленности:

- Пищевой центробежный
- мембранные пневматические;
- винтовые (горизонтальные);
- бочковые винтовые и шнековые (вертикальные);
- импеллерные.

Пищевой центробежный насос — динамический насос, разработанный для применения в пищевой промышленности. Насосы, используемые для производства продуктов питания и напитков, не должны способствовать размножению бактерий. В зависимости от перекачиваемой жидкости, к центробежным пищевым насосам предъявляются различные требования, которые касаются качества обработки поверхности (полировки), конструкции без застойных зон, максимальной температуры, лёгкости разборки и сборки, способности перекачивать продукты, склонные к кристаллизации и другие особые требования. Наш ассортимент центробежных насосов содержит достаточное количество товаров для решения всех известных задач в пищевой отрасли.

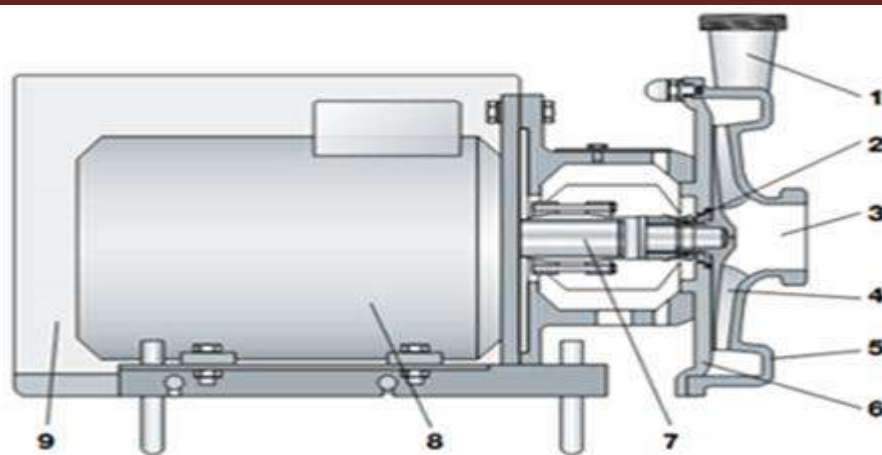


Рисунок 1. Структура устройство центробежного насоса

1- напорный патрубок, 2-уплотнение вала, 3-всасывающий патрубок, 4-импеллер, 5- корпус насоса, 6-задняя стенка, 6-вал мотора, 7-мотор, 8-кожух мотора, 9- основание насоса.

При раскручивании рабочего колеса жидкость взаимодействует с его лопатками и начинает круговое движение. В результате в камере насоса возникают центробежные силы, и транспортируемые материалы отбрасываются к периферии. Через отверстие она попадает в нагнетающий коллектор, где создаётся избыточное давление.

У оси вращения образуется зона разрежения, в которую под действием внешних сил поступает жидкость из всасывающего коллектора. В результате насос ЦНП остаётся постоянно наполненным и сохраняется целостность потока за счёт подачи непрерывной подачи транспортируемой жидкости. При попадании в рабочую камеру воздуха перекачка среды прекращается. Для возобновления процесса необходимо произвести заполнение корпуса жидкостью.

Мембранные пневматические пищевые насосы. Данное оборудование может использоваться для перекачивания легкотекучих невязких жидкостей (например, вода, соки, вино), а также вязких или с содержанием твёрдых частиц продуктов (масла, йогурты с кусочками фруктов, соусы). Отдельные производители предлагают насос в бочковом исполнении с жёсткой всасывающей линией. Такие модели мобильны и позволяют растаривать и перекачивать продукты из ёмкостей, в которых они поставляются на производство.

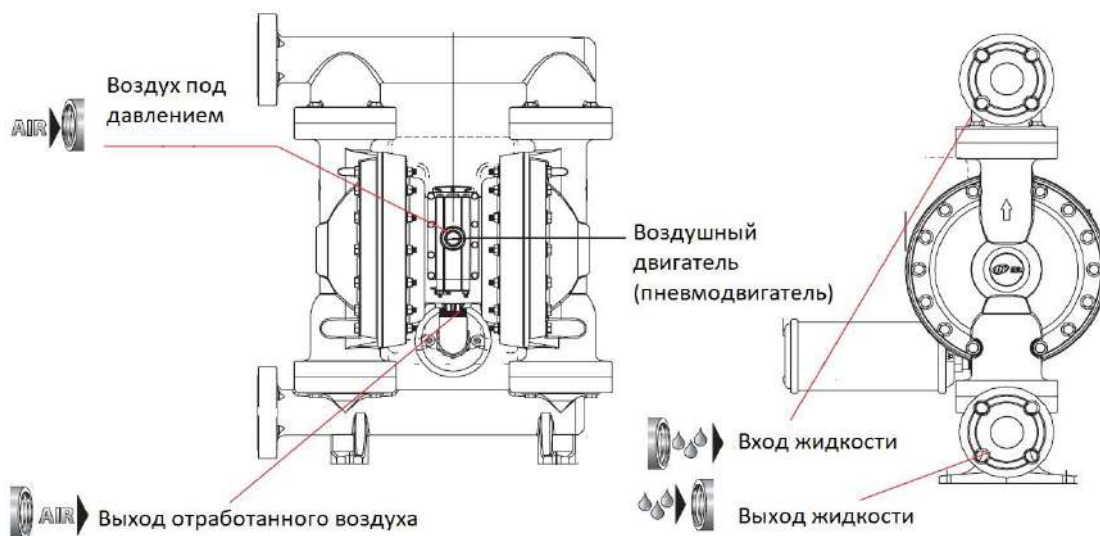


Рисунок 2. Структура устройства мембранного насоса

В конструкцию мембранного пневматического пищевого насоса входят следующие основные элементы:

- корпус;

- эластичные мембраны;
- входной и выходной патрубки с шариковыми обратными клапанами;
- распределительный пневматический механизм, проходя через который воздух от компрессора попадает в камеры насоса.

Внутреннее пространство агрегата разделено на две части. Каждая из них делится жёстко скреплённой с корпусом мембраной на рабочую и воздушную камеру. Мембраны между собой соединены штоком, поэтому их движение в горизонтальном направлении согласовано.

Насос данного типа работает следующим образом: сжатый воздух поступает в одну воздушную камеру, мембрана изгибается и проталкивает продукт к выходу. Одновременно с этим вторая мембрана прогибается в противоположном направлении, создавая область пониженного давления, что обеспечивает приток перекачиваемой среды в эту зону. Затем сжатый воздух поступает во вторую камеру, и цикл повторяется.

Производительность таких насосов зависит от объёма камеры и мощности пневматического привода.

Винтовое насосное оборудование. Винтовые пищевые насосы - это объёмные насосы, предназначенные для работы с вязкими продуктами, например, тестом, кремом, джемом, растительными маслами. Данные агрегаты могут использоваться для подачи красителей, ароматизаторов, масла для консервации и других продуктов. Однако их основное предназначение - это перекачивание вязких и высоковязких продуктов, в том числе творога, фарша, густого мёда, различного вида паст. Для слаботекучих жидкостей предусмотрены винтовые насосы с загрузочной воронкой и дополнительным питательным шнеком.

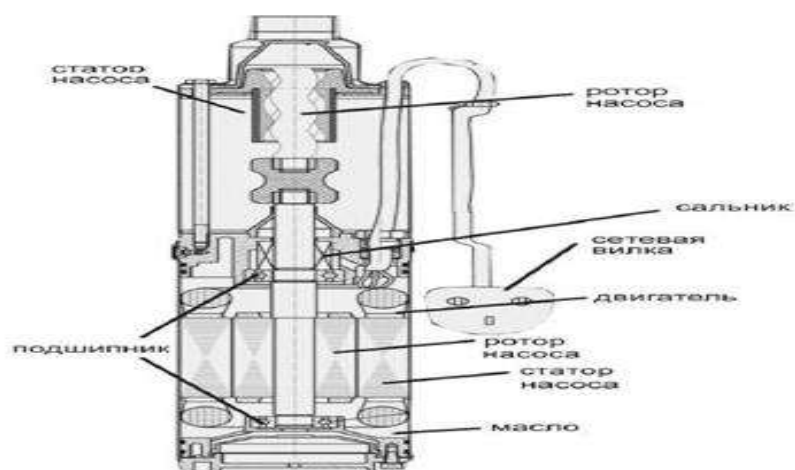


Рисунок 3. Структура устройства винтового насоса

Основная рабочая часть винтового пищевого насоса – это винтовая (героторная) пара. Она состоит из пластичного статора (обоймы) и расположенного внутри него стального червячного ротора (винта). Внутренняя полость первого также имеет винтовую форму, но с числом заходов на 1 больше, чем у последнего. Наибольшее распространение получили агрегаты с двухзаходным статором и однозаходным ротором. Эта схема считается классической и присутствует в линейке продукции практически у всех производителей насосного оборудования.

Перекачивание рабочей среды осуществляется за счёт образующихся между винтом и обоймой замкнутых “камер”, которые при вращении ротора проходят в сторону выпускного патрубка.

Основные параметры, на которые необходимо ориентироваться при выборе такого типа оборудования, – это подача и напор. Немаловажным является количество оборотов привода и параметры героторной пары – диаметр и шаг винта, начальный натяг узла «ротор-статор».

Винтовые бочковые насосы. Бочковые насосы винтового типа предназначены для перекачивания продукта из бочек, фляг и других подобных ёмкостей через узкую горловину или отверстие в крышке. Способны подавать вещества вязкой консистенции. При этом подача

выполняется плавно, без пульсаций и изменения структуры перекачиваемого продукта. Эти насосы подходят для работы, как в мобильных, так и стационарных условиях.

Данное оборудование состоит из двигателя и насосной части. Последняя представляет собой колонну из нержавеющей стали, на конце которой располагается героторная пара. Она погружается в ёмкость с перекачиваемой средой. С двигателем труба соединяется при помощи разъёмной муфты или, в отдельных моделях, жёсткого фланцевого соединения.

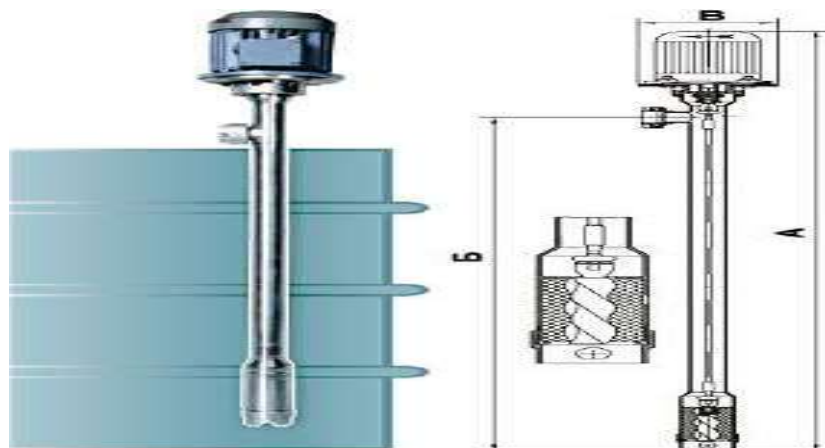


Рисунок 3. Структура устройства винтового бочкового насоса

Насосы могут быть с пневматическим и электрическим приводом. Как правило, в конструкции используется прямой привод на вал, но встречаются насосы с небольшим редуктором, который позволяет выбирать различные скоростные режимы.

Большинство моделей таких насосов позволяют выкачивать содержимое ёмкости практически без остатка. Бочковые насосы просты в эксплуатации, легко разбираются без применения специальных инструментов.

Импеллерные насосные агрегаты. Импеллерные (ламинарные) насосы с гибкой крыльчаткой предназначены для перекачивания чувствительных и средневязких жидкостей с содержанием твердых взвешенных частиц. Их конструкция исключает образование пены и разрушение структуры продукта.

Импеллерный пищевой насос состоит из корпуса с двумя патрубками и электродвигателя. Корпус проточной части выполнен в виде цилиндра неправильной, приплюснутой формы. На валу жёстко зафиксирована крыльчатка с гибкими лопастями. Насос приводится в действие электроприводом. В проточной части со стороны электродвигателя устанавливается торцевое уплотнение.

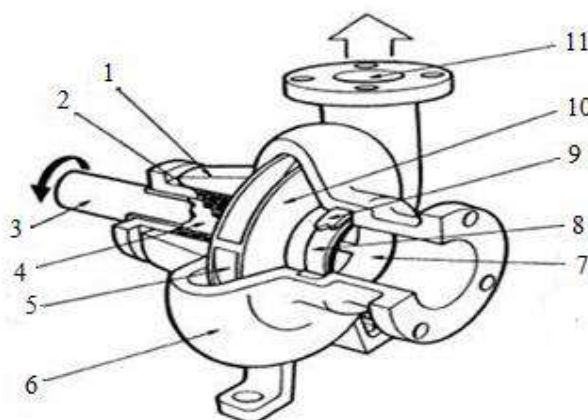
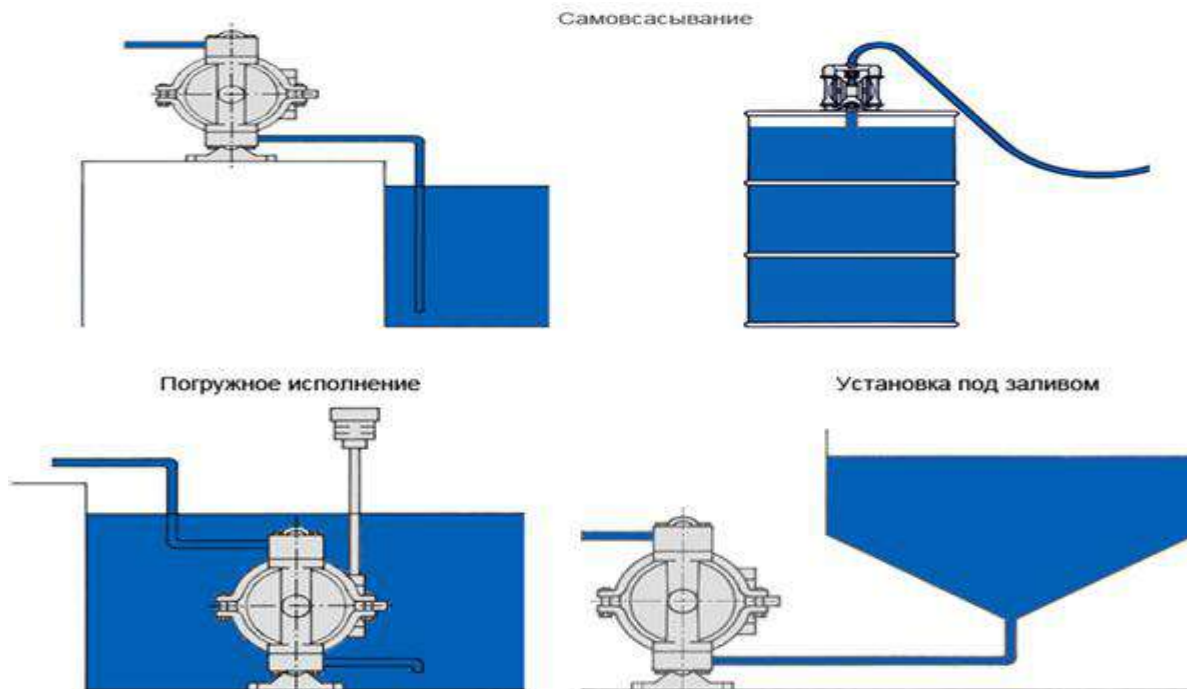


Рисунок 4. Структура устройства импеллерного насоса

1-сальниковая трубка 2-корпус, 3-вал, 4-втулка вала, 5-крыльчатка, 6-кожух, 7-проушина крыльчатки, 8-импеллер, 9-подшипник, 10-импеллер, 11-нагнетательный патрубок

Принцип работы заключается в следующем: поскольку рабочая камера имеет несимметричное сечение, то в зоне всасывания объём между лопастями крыльчатки увеличивается. В результате создаётся разрежение, и рабочая среда попадает в корпус, в промежутки между лопастями. Рабочее колесо перемещает её к нагнетательному отверстию. В области выпускного клапана лопасти попадают на утолщение и сгибаются. Пространство между ними быстро уменьшается, в результате чего рабочая среда выталкивается под давлением.

В таблице показаны варианты монтажа для пищевого насоса.



Заключение. В качестве итога всему вышесказанному перечислим основные преимущества насосов для пищевой промышленности:

- возможность работы с низкими и высокими температурами;
- совместимость с моющими веществами;
- неподверженность поражению микроорганизмами;
- стойкость к коррозии;
- гладкая поверхность соприкасающихся с перекачиваемыми продуктами деталей, которая препятствует отложению микрочастиц и способствует их очистке;
- простой доступ к элементам конструкции при проведении технических осмотров и обслуживания;
- экологическая и гигиеническая безопасность.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Димитриев Е.А., Моргунова Е.П., Комляцев Б. – *Насосы химической технологии* – М: 2013
2. Касатки А.Г. – *Основные процессы и аппараты химической технологии* – М: 2004
3. Свешников В.К. – *Насосы и гидродвигатели* – С: 2001.
4. Дитнерский Ю.И. – *Процессы и аппараты химической технологии* – М: 1992
5. Игнатович Э. – *Химическая техника* – М: 2007.
6. Антипов С.Т., Кретов И.Т., Остриков А.Н., Панфилов В.А., Ураков О.А – *Машины и аппараты пищевых производств* – М: 2019.

2030

UZBEKISTAN RESEARCH ONLINE

uzjournals.edu.uz



® digital object
identifier

Google
scholar

ROAD

DIRECTORY
OF OPEN ACCESS
SCHOLARLY
RESOURCES

ADVANCED SCIENCES INDEX

**"SCIENTIFIC REPORTS
OF BUKHARA STATE
UNIVERSITY"**

The journal was composed
in the Editorial and
Publishing Department of
Bukhara State University.

Editorial address:

Bukhara, 200117
Bukhara State University, main
building, 2nd floor, room 219.
Editorial and Publishing
Department.
[https://buxdu.uz/32-buxoro-
davlat-universiteti-ilmiy-
axboroti/131/131-buxoro-davlat-
universiteti-ilmiy-axboroti/](https://buxdu.uz/32-buxoro-davlat-universiteti-ilmiy-axboroti/131/131-buxoro-davlat-universiteti-ilmiy-axboroti/)
e-mail:
nashriyot_buxdu@buxdu.uz

Printing was permitted
30.01.2025 y. Paper format
60x84,1/8. Printed in express
printing method. Conditional
printing plate – 35,30.
Circulation 70. Order № 30.
Price is negotiable.

Published in the printing house
"BUKHARAHAMD PRINT" LLC
Address: Bukhara, Hofiz tanish
Bukhari street, 190 B-house