



# BUXORO DAVLAT UNIVERSITETI ILMIY AXBOROTI



Научный вестник Бухарского государственного университета  
Scientific reports of Bukhara State University

12/2024



12/2024

<https://buxdu.uz>

**BUXORO DAVLAT UNIVERSITETI ILMIY AXBOROTI**  
**SCIENTIFIC REPORTS OF BUKHARA STATE UNIVERSITY**  
**НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК БУХАРСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА**

**Ilmiy-nazariy jurnal**  
**2024, № 12, dekabr**

Jurnal 2003-yildan boshlab **filologiya** fanlari bo'yicha, 2015-yildan boshlab **fizika-matematika** fanlari bo'yicha, 2018-yildan boshlab **siyosiy** fanlar bo'yicha, **tarix** fanlari bo'yicha 2023-yil 29-avgustdan boshlab O'zbekiston Respublikasi Oliy ta'lim, fan va innovatsiyalar Vazirligi huzuridagi Oliy attestatsiya komissiyasining dissertatsiya ishlari natijalari yuzasidan ilmiy maqolalar chop etilishi lozim bo'lgan zaruriy nashrlar ro'yxatiga kiritilgan.

Jurnal 2000-yilda tashkil etilgan.

Jurnal 1 yilda 12 marta chiqadi.

Jurnal O'zbekiston matbuot va axborot agentligi Buxoro viloyat matbuot va axborot boshqarmasi tomonidan 2020-yil 24-avgust № 1103-sonli guvohnoma bilan ro'yxatga olingan.

**Muassis: Buxoro davlat universiteti**

**Tahririyat manzili:** 200117, O'zbekiston Respublikasi, Buxoro shahri Muhammad Iqbol ko'chasi, 11-uy.

Elektron manzil: nashriyot\_buxdu@buxdu.uz

**TAHRIR HAY'ATI:**

**Bosh muharrir:** Xamidov Obidjon Xafizovich, iqtisodiyot fanlari doktori, professor

**Bosh muharrir o'rinbosari:** Rasulov To'liqin Husenovich, fizika-matematika fanlari doktori (DSc), professor

**Mas'ul kotib:** Shirinova Mexrigiyo Shokirovna, filologiya fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD), dotsent

**Kuzmichev Nikolay Dmitriyevich**, fizika-matematika fanlari doktori (DSc), professor (N.P. Ogaryov nomidagi Mordova milliy tadqiqot davlat universiteti, Rossiya)

**Danova M.**, filologiya fanlari doktori, professor (Bolgariya)

**Margianti S.E.**, iqtisodiyot fanlari doktori, professor (Indoneziya)

**Minin V.V.**, kimyo fanlari doktori (Rossiya)

**Tashqarayev R.A.**, texnika fanlari doktori (Qozog'iston)

**Mo'minov M.E.**, fizika-matematika fanlari nomzodi (Malayziya)

**Mengliyev Baxtiyor Rajabovich**, filologiya fanlari doktori, professor

**Adizov Baxtiyor Rahmonovich**, pedagogika fanlari doktori, professor

**Abuzalova Mexriniso Kadirovna**, filologiya fanlari doktori, professor

**Amonov Muxtor Raxmatovich**, texnika fanlari doktori, professor

**Barotov Sharif Ramazonovich**, psixologiya fanlari doktori, professor, xalqaro psixologiya fanlari akademiyasining haqiqiy a'zosi (akademigi)

**Baqoyeva Muhabbat Qayumovna**, filologiya fanlari doktori, professor

**Bo'riyev Sulaymon Bo'riyevich**, biologiya fanlari doktori, professor

**Jumayev Rustam G'aniyevich**, siyosiy fanlar nomzodi, dotsent

**Djurayev Davron Raxmonovich**, fizika-matematika fanlari doktori, professor

**Durdiyev Durdimurod Qalandarovich**, fizika-matematika fanlari doktori, professor

**Olimov Shirinboy Sharofovich**, pedagogika fanlari doktori, professor

**Qahhorov Siddiq Qahhorovich**, pedagogika fanlari doktori, professor

**Umarov Baqo Bafoyevich**, kimyo fanlari doktori, professor

**Murodov G'ayrat Nekovich**, filologiya fanlari doktori, professor

**O'rayeva Darmonoy Saidjonovna**, filologiya fanlari doktori, professor

**Navro'z-zoda Baxtiyor Nigmatovich**, iqtisodiyot fanlari doktori, professor

**Hayitov Shodmon Ahmadovich**, tarix fanlari doktori, professor

**To'rayev Halim Hojiyevich**, tarix fanlari doktori, professor

**Rasulov Baxtiyor Mamajonovich**, tarix fanlari doktori, professor

**Eshtayev Alisher Abdug'aniyevich**, iqtisodiyot fanlari doktori, professor

**Quvvatova Dilrabo Habibovna**, filologiya fanlari doktori, professor

**Axmedova Shoira Nematovna**, filologiya fanlari doktori, professor

**Bekova Nazora Jo'rayevna**, filologiya fanlari doktori (DSc), professor

**Amonova Zilola Qodirovna**, filologiya fanlari doktori (DSc), dotsent

**Hamroyeva Shahlo Mirjonovna**, filologiya fanlari doktori (DSc), dotsent

**Nigmatova Lola Xamidovna**, filologiya fanlari doktori (DSc), dotsent

**Boboyev Feruz Sayfullayevich**, tarix fanlari doktori

**Jo'rayev Narzulla Qosimovich**, siyosiy fanlar doktori, professor

**Xolliyev Askar Ergashovich**, biologiya fanlari doktori, professor

**Artikova Hafiza To'ymurodovna**, biologiya fanlari doktori, professor

**Norboyeva Umida Toshtemirovna**, biologiya fanlari doktori, professor

**Hayitov Shavkat Ahmadovich**, filologiya fanlari doktori, professor

**Qurbonova Gulnoz Negmatovna**, pedagogika fanlari doktori (DSc), professor

**Ixtiyarova Gulnora Akmalovna**, kimyo fanlari doktori, professor

**Rasulov Zubaydullo Izomovich**, filologiya fanlari doktori (DSc), dotsent

**Mirzayev Shavkat Mustaqimovich**, texnika fanlari doktori, professor

**Samiyev Kamoliddin A'zamovich**, texnika fanlari doktori, dotsent

**Esanov Husniddin Qurbonovich**, biologiya fanlari doktori, dotsent

**Raupov Soyib Saidovich**, tarix fanlari nomzodi, professor

**Zaripov Gulmurot Toxirovich**, texnika fanlari nomzodi, professor

**Jumayev Jura**, fizika-matematika fanlari nomzodi, dotsent

**Klichev Qybek Abdurasulovich**, tarix fanlari doktori, dotsent

**G'aybulayeva Nafisa Izattullayevna**, filologiya fanlari doktori (DSc), professor

**MUNDARIJA \*\*\* СОДЕРЖАНИЕ \*\*\* CONTENTS**

**МАТЕМАТИКА \*\*\* MATHEMATICS \*\*\* МАТЕМАТИКА**

<b>Akhmadova M.O., Azizova M.A.</b>	Threshold effects in the spectrum of a two-particle Schrödinger operator on a lattice	3
<b>Mukhtorova Sh.N.</b>	Differential equations and their applications	9
<b>Толипов Н.И.</b>	Внутренне–краевая задача для бигармонического уравнения в полуограниченном цилиндре	14
<b>Дусматов О.М., Касимова Ф.У.</b>	Кўндаланг кесими ўзгарувчан эластик стерженнинг чизиқлимас тасодифий тебранишлари	21
<b>Akhmadova M.O., Akhmatova Sh.B.</b>	Number and position of bound states of a two-boson system hamiltonian on a lattice	26
<b>Madatova F.A.</b>	On the eigenvalues of discrete Schrödinger operators with two delta potentials	33
<b>Asrorova Ch.B., Muxtorova Sh.N.</b>	Matematik modellash tirish sohasida chiziqli algebraik tenglamalarning o' rni	39
<b>Холбеков Ж.А.</b>	Об одной задаче для нагруженного параболического уравнения третьего порядка с тремя линиями изменения типа	43
<b>Бегимкулов Ф.Х.</b>	Об одной краевой задаче для уравнения смешанного типа с двумя перпендикулярными линиями вырождения	50
<b>Seytov Sh.J., Okhunova M.O.</b>	Numerical approximation of periodic points for some quadratic mappings	61
<b>FIZIKA *** PHYSICS *** ФИЗИКА</b>		
<b>Abdiraxmonov U.Sh., Axmedjanov F.R.</b>	Langasit kristallaridagi akusto-optik o' zaro ta' sir anizotropiyasini o' rganish	69
<b>Maxmudov B.M.</b>	Mexatronik tizim yordamida boshqariladigan konveyerli pilla quritish uskunasi	75
<b>Samiyev S.S., Kengboyev S.A.</b>	Detallarga kimyoviy-termik ishlov berishda issiqlik kuchlanishining tadqiqi	81
<b>Йулдошев М.А.</b>	Оптические свойства и чувствительность кристаллов ниобата лития с примесью железа	86
<b>Samiyev S.S., Kengboyev S.A.</b>	Po' lat yuzasiga plazma nitridini ta' sir ettirish natijasida uning ishqalanishga bardoshligini oshirish va parametrlarini asoslash	91
<b>Djurayev D.R., Nasirova N.G., Fayziyev Sh.Sh.</b>	Kuchsiz ferromagnetikning domenli tuzilmasi haqida	95
<b>Ahadov A.A.</b>	Relationship between the critical temperature of superconductivity and external pressure in elementary semiconductors	101
<b>Ergashev K.E.</b>	Sayyoraviy mudofaa tajribasi doirasidagi optik kuzatuvlar tahlili	105
<b>Sharibayev N.Y., Maxmudov B.M.</b>	Mavjud quyosh konsentratorlari tahlili va ularga innovatsion yechimlar qo' llash	112
<b>Temirov O.F.</b>	Investigation of catalysts associated with high-temperature solar systems for hydrogen fuel production	118

<b>Yo'ldoshev M.A.</b>	Turli konsentratsiyada temir ionlari bilan legirlangan niobat litiy kristallarining golografik xususiyatlari	122
<b>Умаров С.Х., Нарзуллаева З.М., Халлоков Ф.К.</b>	Влияние температуры на тензорезистивные свойства кристаллов $\text{TlInSe}_2$ легированных элементов IV группы	127
<b>Temirov O.F.</b>	Develop methods for direct and indirect effective utilization of high-temperature solar systems in hydrogen fuel production	132
<b>Turimov B.V., Karshiboev Sh.E., Hayitov Sh.A.</b>	Scalar perturbation due to geodesic motion in the Schwarzschild spacetime	136
<b>Xujaqulov J.O., Xoldorov O.N., Tolibjanov T.X., Buriyev S.B., Mardiyev I.R.</b>	Collision of circular orbits and particles with a magnetic dipole	141
<b>KIMYO *** CHEMISTRY *** ХИМИЯ</b>		
<b>Xudaynazarov J.O., Tillayev S.U.</b>	Oksikislotalar asosidagi biodegradatsiyalanuvchan materiallarning fizik-kimyoviy xususiyatlariga kompatibilizator ta'sirini baholash	145
<b>Tilavov H.Sh., Boboqulova F.Sh.</b>	Geterosikl birikmalar sintezi va ularning neft va gaz sanoatida ingibitor sifatida qo'llanilishi	150
<b>BIOLOGIYA *** BIOLOGY *** БИОЛОГИЯ</b>		
<b>Mirzayev J.D., Sadullayev S.X., Xoliqov D.H.</b>	Dorivor o'simliklarning oziq-ovqat sanoatida qo'llanilishi	155
<b>Ashurov M.M., Tursunboyev A.Q.</b>	Tuya terisidan jelatin olinishi va tavsifi	159
<b>Sharipov S.S., Xayrullayev M.F.</b>	Bedaning xavfli zararkunandalari biologiyasi hamda ularga qarshi kurashishda agrotexnik tadbirlarning ahamiyati	165
<b>Ibragimov A.K., Pardayev Z.T., Bozorov Sh.I.</b>	Qattiq va yumshoq bug'doy donlari sifati, asosiy ko'rsatkichlari va ularni aniqlash usullari	171
<b>Evatov G'.X., Qobilova Y.O.</b>	Tokning qorason kasalligiga qarshi kurashish choralari	175
<b>INFORMATIKA *** INFORMATICS *** ИНФОРМАТИКА</b>		
<b>Jumayeva D.B.</b>	Punktuatsion xatolarning kompyuter dasturini yaratish texnologiyasi va uning o'ziga xosliklari	179
<b>TEHNIKA *** TECHNIQUE *** ТЕХНИКА</b>		
<b>Мадрахимов Д.У., Эсанов А.А., Абдугаппарова Ш.Н.</b>	Элита уруғчилик хўжаликларида уруғлик пахта авлодларини етиштиришдаги муаммолар таҳлили	183

THRESHOLD EFFECTS IN THE SPECTRUM OF A TWO-PARTICLE SCHRÖDINGER OPERATOR ON A LATTICE

Akhmadova Mukhayyo Olimjon qizi,  
PhD Teacher at Samarkand State University  
1993\_muxayyo@mail.ru

Azizova Mukammal Amridin qizi,  
Doctoral student at Samarkand State University  
amukammal@mail.ru

**Abstract.** We study the family  $H_{\gamma\lambda\mu}(K)$ ,  $K \in \mathbb{T}^2$ , of discrete Schrödinger operators, associated to the Hamiltonian of a system of two identical bosons on the two-dimensional lattice  $\mathbb{Z}^2$ , interacting through on one site, nearest-neighbour sites and next-nearest-neighbour sites with interaction magnitudes  $\gamma, \lambda$  and  $\mu$ , respectively. We prove there existence an invariant subspace of the operator  $H_{\gamma\lambda\mu}(0)$  that its restriction on this subspace has only one simple eigenvalue, which lay below or above of its essential spectrum depending on the interaction magnitude  $\mu \in \mathbb{R}$ . Moreover, we prove there existence of lower threshold eigenvalue of the operator  $H_{\gamma\lambda\mu}(0)$ .

**Keywords:** Two-particle system, discrete Schrödinger operator, essential spectrum, bound states, the Lippmann-Schwinger operator, threshold eigenvalue.

PANJARADAGI IKKI ZARRACHALI SHREDINGER OPERATORI SPEKTRIDAGI BO'SAG'A EFFEKTLARI

**Annotatsiya.** Biz ikkita bir xil bozonlar sistemasining Hamiltonianiga mos ikki o'lchamli  $\mathbb{Z}^2$  panjarada o'zaro nuqtada, birinchi, ikkinchi eng yaqin qo'shni tugunlarda mos ravishda  $\gamma \in \mathbb{R}, \lambda \in \mathbb{R}$  va  $\mu \in \mathbb{R}$  o'zaro ta'sir sonlari orqali ta'sirlashuvchi  $H_{\gamma\lambda\mu}(K)$ ,  $K \in \mathbb{T}^2$  Shredinger operatorlar oilasini o'rganamiz.  $H_{\gamma\lambda\mu}(0)$  operatorning muhim invariant qism fazosi mavjudligi va  $H_{\gamma\lambda\mu}(0)$  operatorning ushbu qism fazodagi qismi ko'pi bilan bitta xos qiymatga ega bo'lishini  $\mu \in \mathbb{R}$  o'zaro ta'sir parametriga bog'liq ravishda isbotlaymiz. Shuningdek,  $H_{\gamma\lambda\mu}(0)$  operatorning quyi bo'sag'a xos qiymati mavjudligini isbotlaymiz.

**Kalit so'zlar:** ikki zarrachali sistema, diskret Shredinger operatori, muhim spektr, bog'langan holatlar, Lippman-Shwinger operatori, bo'sag'a xos qiymati.

ПОРОГОВЫЕ ЭФФЕКТЫ В СПЕКТРЕ ДВУХЧАСТИЧНОГО ОПЕРАТОРА ШРЁДИНГЕРА НА РЕШЁТКЕ

**Аннотация.** В статье изучается семейство  $H_{\gamma\lambda\mu}(K)$ ,  $K \in \mathbb{T}^2$ , дискретных операторов Шрёдингера, ассоциированных с гамильтонианом системы двух одинаковых бозонов на двумерной решётке  $\mathbb{Z}^2$ , взаимодействующих через один узел, ближайшего соседа сайты и сайты следующих ближайших соседей с величинами взаимодействия  $\gamma, \lambda$  и  $\mu$ , соответственно. Доказано существование инвариантного подпространства оператора  $H_{\gamma\lambda\mu}(0)$ , что его сужение на это подпространство имеет только одно простое собственное значение, лежащее ниже или выше его существенного спектра в зависимости от величины взаимодействия  $\mu \in \mathbb{R}$ . Более того, мы доказываем существование нижнего порогового собственного значения оператора  $H_{\gamma\lambda\mu}(0)$ .

**Ключевые слова:** двухчастичная система, дискретный оператор Шрёдингера, существенный спектр, связанные состояния, оператор Липмана-Швингера, пороговое собственное значение.

**Introduction.** Spectral properties of the discrete Schrödinger operators have attracted considerable attention for both combinatorial Laplacians and quantum grahs (for recent summaries see [15], [2],[3],[5], [6], [7], [8] and the references therein). Particularly, eigenvalue behavior of Schrödinger operators on the

lattice was considered in [9], [10], [11], [12], [17] and was briefly discussed in [13] and [14], provided the potential is the Dirac delta function.

In [18], it was established a family of discrete Schrödinger operators  $H_{\gamma\lambda\mu}$ , in the  $d, (d \geq 3)$ -dimensional lattice with a wide class of dispersion relation and potential constructed by a combination of the Kronicker delta function and shift operator, depending on two parameters. The existence of eigenvalues, threshold eigenvalues and threshold resonances and their dependence on the parameters of the operator and dimension of the lattice are explicitly derived.

In this work, we study the fiber Hamiltonians  $H(K), K \in \mathbb{T}^2$  acting in the Hilbert space  $L^{2,e}(\mathbb{T}^2)$  and having the form

$$H_{\gamma\lambda\mu}(K) := H_0(K) + V_{\gamma\lambda\mu},$$

Where  $H_0(K)$  is the fiber kinetic-energy operator,

$$(H_0(K)f)(p) = \mathcal{E}_K(p)f(p),$$

with

$$\mathcal{E}_K(p) := 2 \sum_{i=1}^2 \left( 1 - \cos \frac{K_i}{2} \cos p_i \right)$$

The interaction operator  $V_{\gamma\lambda\mu}$  is given by the interaction potential  $v_{\gamma\lambda\mu}$  and does not depend on  $K$  at all. The parametres  $\gamma, \lambda$  and  $\mu$ , called coupling constants, describe interactions between the particles which are located on one site, on nearest-neighboring-sites and on next-nearest-neighboring-sites of lattice, respectively.

The first purpose of this work it to find the exact number and location of the eigenvalue of the operator  $H_{\mu}^{oos}(\mathbf{0})$  lying outside the essential spectrum and to prove there existence of a lower threshold eigenvalue.

The paper is organized as follows. In Sec. 2 we introduce the discrete Schrödinger operators in (quasi)momentum representations, Sec. 3 contains statements of our main results. The proofs are presented in Sec. 4.

a. 2. The discrete Schrödinger operators and its essential spectrum

The self-adjoint operator  $H_{\gamma\lambda\mu}(K), K \in \mathbb{T}^2$  acts in  $L^{2,e}(\mathbb{T}^2)$  as

$$H_{\gamma\lambda\mu}(K) := H_0(K) + V_{\gamma\lambda\mu},$$

where operator  $H_0(K)$  acts as the multiplication operator by the continuous even function

$$\mathcal{E}_K(p) := 2 \sum_{i=1}^2 \left( 1 - \cos \frac{K_i}{2} \cos p_i \right)$$

and  $V_{\gamma\lambda\mu}$  is the i(partial) ntegral operator

$$\begin{aligned} V_{\gamma\lambda\mu}f(p) &= \frac{\gamma}{4\pi^2} \int_{\mathbb{T}^2} f(q) dq + \frac{\lambda}{4\pi^2} \cos p_1 \int_{\mathbb{T}^2} \cos q_1 f(q) dq + \frac{\lambda}{4\pi^2} \cos p_2 \int_{\mathbb{T}^2} \cos q_2 f(q) dq \\ &+ \frac{\mu}{4\pi^2} \cos 2p_1 \int_{\mathbb{T}^2} \cos 2q_1 f(q) dq + \frac{\mu}{4\pi^2} \cos 2p_2 \int_{\mathbb{T}^2} \cos 2q_2 f(q) dq \quad (2.3) \\ &+ \frac{\mu}{2\pi^2} \cos p_1 \cos p_2 \int_{\mathbb{T}^2} \cos q_1 \cos q_2 f(q) dq + \frac{\mu}{2\pi^2} \sin p_1 \sin p_2 \int_{\mathbb{T}^2} \sin q_1 \sin q_2 f(q) dq. \end{aligned}$$

The rank of  $V_{\gamma\lambda\mu}$  varies depending on  $\gamma, \lambda, \mu \in \mathbb{R}$ , but never exceeds seven. Then the classical Weyl theorem gives that the following relations hold:

$$\sigma_{\text{ess}}(H_{\gamma\lambda\mu}(K)) = \sigma(H_0(K)) = [\mathcal{E}_{\min}(K), \mathcal{E}_{\max}(K)],$$

where

$$\mathcal{E}_{\min}(K) := \min_{p \in \mathbb{T}^2} \mathcal{E}_K(p) = 2 \sum_{i=1}^2 \left( 1 - \cos \frac{K_i}{2} \right) \geq \mathcal{E}_{\min}(0) = 0,$$

$$\mathcal{E}_{\max}(K) := \max_{p \in \mathbb{T}^2} \mathcal{E}_K(p) = 2 \sum_{i=1}^2 \left( 1 + \cos \frac{K_i}{2} \right) \leq \mathcal{E}_{\max}(0) = 8.$$

b. 3. The main results of the work.

Let we introduce the following subspaces of  $L^{2,e}(\mathbb{T}^2)$ :

$$L^{2,oos}(\mathbb{T}^2) = \{f \in L^{2,e}(\mathbb{T}^2) : f(p_1, p_2) = f(p_2, p_1) = -f(-p_1, p_2) \text{ for any } p_1, p_2 \in \mathbb{T}\}$$

$$L^{2,ees}(\mathbb{T}^2) = \{f \in L^{2,e}(\mathbb{T}^2) : f(p_1, p_2) = f(p_2, p_1) = f(-p_1, p_2), \text{ for any } p_1, p_2 \in \mathbb{T}\}$$

$$L^{2,ea}(\mathbb{T}^2) = \{f \in L^{2,e}(\mathbb{T}^2) : f(p_1, p_2) = -f(p_2, p_1) \text{ for any } p_1, p_2 \in \mathbb{T}\}.$$

It is easy to show that  $L^{2,00s}(\mathbb{T}^2)$ ,  $L^{2,ees}(\mathbb{T}^2)$  and  $L^{2,ea}(\mathbb{T}^2)$  are invariant subspaces of the operator  $H_{\gamma\lambda\mu}(0)$  and  $L^{2,e}(\mathbb{T}^2) = L^{2,00s}(\mathbb{T}^2) \oplus L^{2,ees}(\mathbb{T}^2) \oplus L^{2,ea}(\mathbb{T}^2)$ . It implies that

$$\sigma(H_{\gamma\lambda\mu}(0)) = \sigma(H_{\gamma\lambda\mu}(0)|_{L^{2,ees}(\mathbb{T}^2)}) \cup \sigma(H_{\gamma\lambda\mu}(0)|_{L^{2,00s}(\mathbb{T}^2)}) \cup \sigma(H_{\gamma\lambda\mu}(0)|_{L^{2,ea}(\mathbb{T}^2)}).$$

Let  $V_{\mu}^{00s}$  resp.  $H_{\mu}^{00s}(0)$  be the respective part of the operator  $V_{\gamma\lambda\mu}$  resp.  $H_{\mu}(0)$  onto the subspace  $L^{2,00s}(\mathbb{T}^2)$ . From the representation (2.3) of the  $V_{\gamma\lambda\mu}$  we can easily find that

$$V_{\mu}^{00s}f(p) = \frac{\mu}{2\pi^2} \sin p_1 \sin p_2 \int_{\mathbb{T}^2} \sin q_1 \sin q_2 f(q) dq$$

and  $H_{\mu}^{00s}(0) = H_0 + V_{\mu}^{00s}$ .

**Remark 3.1** Recall that the main aim of this paper is to investigate the number and location of the eigenvalues of the operator  $H_{\mu}^{00s}(0)$  lying outside the essential spectrum and to prove there existence of a (lower) threshold eigenvalue.

**Theorem 3.2** Let  $\mu \in \mathbb{R}$ .

- i) If  $\mu < -\frac{3\pi}{3\pi-8}$  then  $H_{\mu}^{00s}(0)$  has exactly one eigenvalue in  $(-\infty, 0)$ .
- ii) If  $-\frac{3\pi}{3\pi-8} \leq \mu \leq \frac{3\pi}{3\pi-8}$ , then  $H_{\mu}^{00s}(0)$  has no eigenvalues in  $\mathbb{R} \setminus [0, 8]$ .
- iii) If  $\mu > \frac{3\pi}{3\pi-8}$  then  $H_{\mu}^{00s}(0)$  has exactly one eigenvalue in  $(8, +\infty)$ .

**Definition 3.3** Let  $f$  be a solution of equation  $H_{\mu}^{00s}(0)f = \mathcal{E}_{\min}(0)f$ . If  $f \in L^{2,00s}(\mathbb{T}^2)$  then  $\mathcal{E}_{\min}(0)$  is a (lower) threshold eigenvalue of  $H_{\mu}^{00s}$ .

Let we define  $\mu_0$  by the number

$$\mu_0 = -\frac{3\pi}{3\pi-8}$$

**Theorem 3.4.**  $\mathcal{E}_{\min}(0)$  is a lower threshold eigenvalue of  $H_{\mu_0}^{00s}(0)$  with the associated function

$$f_v(p_1, p_2) = \frac{\sin p_1 \sin p_2}{\mathcal{E}_0(p)}.$$

c.

d. 4 Proof of main results

i. **4.1 .The Lipmann–Schwinger operator.**

ii. Let

iii.  $\alpha(p) = \frac{\sin p_1 \sin p_2}{\pi}$ .

iv. Then

v.  $V_{\mu}^{00s}f = \frac{\mu}{2}(f, \alpha)\alpha,$  (4.1)

vi. where  $(\cdot, \cdot)$  is the inner product in  $L^{2,00s}(\mathbb{T}^2)$ . For each  $z \in \mathbb{C} \setminus [0, 8]$  the Lippmann-Schwinger operator defines (see., e.g., [1]) as

$$B_{\mu}^{00s}(0, z) = V_{\mu}^{00s}R_0(0, z),$$

where the operator  $R_0(0, z) := [H_0(0) - zI]^{-1}$ ,  $z \in \mathbb{C} \setminus [0, 8]$ , is the resolvent operator for the operator  $H_0(0)$ .

**Lemma 4.1** Let  $\mu$  be an arbitrary real number. Then the number  $z \in \mathbb{C} \setminus [0, 8]$  is an eigenvalue of the operator  $H_{\mu}^{00s}(0)$  if and only if the number  $1$  is an eigenvalue for Lippmann-Schwinger operator  $B_{\mu}^{00s}(0, z)$ .

The proof of this Lemma is given in [1].

The representation (4.1) of the operator  $V_{\mu}^{00s}$  leads that the following Lippmann-Schwinger equation

$$B_{\mu}^{00s}(0, z)\varphi = \varphi, \quad \varphi \in L^{2,00s}$$

is equivalent to the following equation in  $x := (\varphi, \alpha^{00s})$ :

$$(1 + \mu a(z))x = 0,$$

where

$$a(z) = \frac{1}{2\pi^2} \int_{\mathbb{T}^2} \frac{(\sin p_1 \sin p_2)^2 dp}{\varepsilon_0(p) - z}.$$

Let

$$\Delta_\mu(z) := \det[I - B_\mu^{\text{oss}}(0, z)] = 1 + \mu a(z), \quad z \in \mathbb{C} \setminus [0, 8]. \quad (4.4)$$

**Lemma 4.2** A number  $z \in \mathbb{C} \setminus [0, 8]$  is an eigenvalue of the operator  $H_\mu^{\text{oss}}(0)$  if and only if  $\Delta_\mu(z) = 0$ .

The proof of this lemma is given in [16].

**Proposition 4.3** The real valued analytic functions  $a(z)$  and  $\Delta_\mu^{\text{oss}}(z)$  (defined in  $\mathbb{R} \setminus [0, 8]$ ) has the following properties:

- i) The function  $a(z)$  is strictly increasing in  $\mathbb{R} \setminus [0, 8]$ , negative in  $(8, +\infty)$  and positive in  $(-\infty, 0)$ .
- ii) The function  $a(z)$  has the following asymptotics:

$$\begin{aligned} \lim_{z \rightarrow \pm\infty} a(z) &= 0, \\ a(z) &= \begin{cases} \frac{3\pi-8}{3\pi} + \frac{1}{8\pi} (-z) \ln(-z) + o(-z), & \text{as } z \nearrow 0, \\ -\frac{3\pi-8}{3\pi} - \frac{1}{8\pi} (z-8) \ln(z-8) + o(-z), & \text{as } z \searrow 8. \end{cases} \end{aligned} \quad (4.6)$$

- iii) The function  $\Delta_\mu^{\text{oss}}(z)$  has the following asymptotics:

$$\begin{aligned} \lim_{z \rightarrow \pm\infty} \Delta_\mu^{\text{oss}}(z) &= 1, \\ \Delta_\mu^{\text{oss}}(z) &= \begin{cases} 1 + \frac{3\pi-8}{3\pi} \mu + \frac{\mu}{8\pi} (-z) \ln(-z) + o(-z), & \text{as } z \nearrow 0, \\ 1 - \frac{3\pi-8}{3\pi} \mu - \frac{\mu}{8\pi} (z-8) \ln(z-8) + o(-z), & \text{as } z \searrow 8. \end{cases} \end{aligned}$$

Proposition 4.3 can be proven as Corollary 1 in [20].

*Proof of Theorem 3.2.* Recall that the map  $z \mapsto a(z)$  strictly increases in both connected components of  $\mathbb{R} \setminus [0, 8]$ . Hence, the equation  $\Delta_\mu^{\text{oss}}(z) = 0$  has at most one zero in  $\mathbb{R} \setminus [0, 8]$ . Moreover,

$$\lim_{z \rightarrow \pm\infty} \Delta_\mu^{\text{oss}}(z) = 1 \quad (4.10)$$

and by Proposition 4.3

$$\begin{aligned} \lim_{z \nearrow 0} \Delta_\mu^{\text{oss}}(z) &= 1 + \frac{3\pi-8}{3\pi} \mu + \frac{\mu}{8\pi} (-z) \ln(-z) + o(-z), \\ \lim_{z \searrow 8} \Delta_\mu^{\text{oss}}(z) &= 1 - \frac{3\pi-8}{3\pi} \mu - \frac{\mu}{8\pi} (z-8) \ln(z-8) + o(-z). \end{aligned} \quad (4.11)$$

Now the assertion of the lemma follows from the strict monotonicity and continuity of the function  $z \mapsto \Delta_\mu^{\text{oss}}(z)$ , Lemma 4.2 and relations (4.10)-(4.11).

*Proof of Theorem 3.4.* We prove that,  $\varepsilon_{\min}(0)$  is a lower threshold eigenvalue of  $H_{\mu_0}^{\text{oss}}(0)$ . Let

$$v(p_1, p_2) = \sin p_1 \sin p_2$$

and

$$f_v(p_1, p_2) = \frac{\sin p_1 \sin p_2}{\varepsilon_0(p)}.$$

Note that  $v(p_1, p_2)$  behaves like  $\sqrt{p_1^2 + p_2^2}$  and  $\varepsilon_0(p) = 2 - \cos p_1 - \cos p_2$  behaves like  $(p_1^2 + p_2^2)$  near the origin, therefore

$$\int_{\mathbb{T}^2} |f_v(p_1, p_2)|^2 dp = \lim_{z \rightarrow 0} \int_{\mathbb{T}^2} \left| \frac{\sin p_1 \sin p_2}{\varepsilon_0(p) - z} \right|^2 dp < +\infty$$

and hence  $f_v \in L^2(\mathbb{T}^2)$ .

We observe that



$$\begin{aligned} [(H_0 + V_{\mu_0}^{\text{oss}})f](p_1, p_2) &= \varepsilon_0(p)f(p) + \frac{\mu_0}{2\pi^2} \sin p_1 \sin p_2 \int_{\mathbb{T}^2} \sin q_1 \sin q_2 f(q) dq \\ &= \sin p_1 \sin p_2 + \frac{\mu_0}{2\pi^2} \sin p_1 \sin p_2 \int_{\mathbb{T}^2} \frac{\sin^2 q_1 \sin^2 q_2 dq}{\varepsilon_0(q)} \\ &= \sin p_1 \sin p_2 + \frac{\mu_0 \sin p_1 \sin p_2}{2\pi^2} \lim_{z \rightarrow 0} \left( \int_{\mathbb{T}^2} \frac{\sin^2 q_1 \sin^2 q_2 dq}{\varepsilon_0(q) - z} \right). \end{aligned}$$

By Proposition 4.3

$$\lim_{z \rightarrow 0} \left( \frac{\mu_0}{2\pi^2} \int_{\mathbb{T}^2} \frac{\sin^2 q_1 \sin^2 q_2 dq}{\varepsilon_0(q) - z} \right) = -1.$$

It gives that

$$[(H_0 + V_{\mu_0}^{\text{oss}})f](p_1, p_2) = 0$$

I.e., the nonzero function

$$f_v(p_1, p_2) = \frac{\sin p_1 \sin p_2}{\varepsilon_0(p)} = \frac{\sin p_1 \sin p_2}{2 - \cos p_1 - \cos p_2}$$

solves the equation

$$H_{\mu_0}^{\text{oss}}(0)f = \varepsilon_{\min}(0)f.$$

Thus,  $\varepsilon_{\min}(0)$  is a lower threshold eigenvalue of  $H_{\mu_0}^{\text{oss}}(0)$ . ■

**REFERENCES:**

1. Albeverio S., Gesztesy F., Khoegh-Kron R., and Holden H.: *Solvable Models in Quantum Mechanics*, Springer, New York (1988).
2. Grigoryan A.: *Heat kernels on manifolds, graphs and fractals*, in: *European Congress of Mathematics, Barcelona, July 10-14, 2000, Progress in Mathematics 201*, Birkhäuser, 393-406 (2001).
3. Berkolaiko G., Carlson R., Fulling S.A. and Kuchment P.A. (eds.): *Quantum Graphs and Their Applications*, *Contemp. Math.* 415 (2006)
4. Damanik D., Hundertmark D., Killip R., Simon B. *Variational estimates for discrete Schrödinger operators with potentials of indefinite sign.* *Comm. Math. Phys.* Vol. 238, 545-562 (2003)
5. Exner P., Keating J.P., Kuchment P.A., Sunada T. and Teplyaev A. (eds.): *Analysis on Graphs and Its Applications*, *Proc. Symp. Pure Math.*, vol. 77, AMS Providence, 2008
6. Berkolaiko G. and Kuchment P.A.: *Introduction to Quantum Graphs*, *AMS Mathematical Surveys and Monographs*, 186, 2012
7. O. Post: *Spectral Analysis on Graph-Like Spaces*, *Lecture Notes in Mathematics* 2039, Springer, 2012
8. Korotyaev E. and Saburova N.: *Schrödinger operators on periodic discrete graphs*, *arXiv:1307.1841* (2013)
9. Albeverio S., Lakaev S. N., Makarov K. A., Muminov Z. I.: *The Threshold Effects for the Two-particle Hamiltonians on Lattices*, *Comm. Math. Phys.* 262 (2006), 91–115.
10. Exner P., Kuchment P.A. and Winn B.: *On the location of spectral edges in Z-periodic media*, *J. Phys. A* 43, 474022 (2010).
11. Bellissard J. and Schulz-Baldes H.: *Scattering theory for lattice operators in dimension  $d \geq 3$* , *Reviews in Mathematical Physics*, 24(8), 1250020 (2012).
12. Hiroshima F., Sasaki I. Shirai T. and Suzuki A.: *Note on the spectrum of discrete Schrödinger operators*, *J. Math for Industry* 4 105-108, (2012)
13. Faria da Veiga P.A., Ioriatti L., and O'Carroll M.: *Energy -momentum spectrum of some two-particle lattice Schrödinger Hamiltonians.* *Phys. Rev. E* (3) 66, 016130, 9 pp. (2002).
14. Lakaev S.N., Bozorov I.N.: *The number of bound states of one particle Hamiltonian on a three-dimensional lattice.* *Theoretical and Mathematical physics*, 158(3):360-376 (2009).
15. Chung F.: *Spectral Graph Theory*, *CBMS Regional Conf. Series Math.*, Washington DC (1997).
16. Lakaev S.N., Kholmatov Sh. Yu., Khamidov Sh. I.: *Bose-Hubbard model with on-site and nearest-neighbor interactions; exactly solvable case.* *J. Phys. A: Math. Theor.* 54 (2021), 245201 [22 pages].
17. Hiroshima F., Muminov Z., Kuljanov U.: *Threshold of discrete Schrödinger operators with delta potentials on N-dimensional lattice.* *Linear and Multilinear Algebra.* (2020) ISSN: 0308-1087 (Print) 1563-5139 (Online).

## MATHEMATICS

---

18. Muminov Z., Lakaev Sh.: *On spectrum and threshold analysis for discrete Schrödinger operator*. *AIP Conference Proceedings* 2365, 050011(2021).
19. Lakaev S.N.: *Bound states and resonances of the N-particles discrete Schrödinger operator*. *Theoretical and Mathematical physics*. 91,1,51-65,(1992).
20. Lakaev, S.N., Sharipova, S.F. *Bound States of a Lattice Two-Boson System with Interactions up to the Next Neighboring Sites*. *Lobachevskii J Math* 45, 3323–3332 (2024).

DIFFERENTIAL EQUATIONS AND THEIR APPLICATIONS

*Mukhtorova Shohida Negmat qizi,*

*Teacher of Shahrizabz of branch Tashkent Institute of Chemistry and Technology, Uzbekistan  
muxtorovashohida1998@gmail.com*

**Abstract.** Various processes occurring in nature (car movement, planetary flight, physical, chemical and biological processes, etc.) have their own laws of motion. Some processes may occur according to the same law, which makes it easier to study them. But it is not always possible to directly find the laws describing these processes. It is naturally easy to find the relation between characteristic quantities and their derivatives or differentials. In this case, a relation is formed in which the unknown function or vector-function is taken under the sign of derivative or differential.

**Keywords:** differential equation, differential equations with eigenvalues, Laplace's equation, Poisson's equation, function, theorem, variable, solution.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

**Аннотация.** Различные процессы, происходящие в природе (движение автомобилей, полёт планет, физические, химические и биологические процессы и т.д.), имеют свои законы движения. Некоторые процессы могут происходить по одному и тому же закону, что облегчает их изучение. Но не всегда удаётся непосредственно найти законы, описывающие эти процессы. Естественно, легко найти связь между характеристическими величинами и их производными или дифференциалами. В этом случае создаётся связь, в которой участвует неизвестная функция или вектор-функции под знаком производной или дифференциала.

**Ключевые слова:** дифференциальное уравнение, дифференциальные уравнения с собственными значениями, уравнение Лапласа, уравнение Пуассона, функция, теорема, переменная, решение.

DIFFERENSIAL TENGLAMALAR VA ULARNING TATBIQLARI

**Annotatsiya.** Tabiatda uchraydigan turli jarayonlar (avtomobil harakati, sayyoraning uchishi, fizik, kimyoviy va biologik jarayonlar va h.k) o'z harakat qonunlariga ega. Ba'zi jarayonlar bir xil qonun bo'yicha sodir bo'lishi mumkin, bu hol esa ularni o'rganish ishini osonlashtiradi. Ammo bu jarayonlarni tavsiflaydigan qonunlarni to'g'ridan-to'g'ri topish har doim ham mumkin bo'lavermaydi. Xarakterli miqdorlar va ularning hosilalari yoki differensiallari orasidagi munosabatni topish tabiatan oson bo'ladi. Bunda noma'lum funksiya yoki vektor-funksiya hosila yoki differensial ishorasi ostida qatnashgan munosabat hosil bo'ladi.

**Kalit so'zlar:** differensial tenglama, xususiy hosilali differensial tenglamalar, Laplas tenglamasi, Puasson tenglamasi, funksiya, teorema, o'zgaruvchi, yechim.

**Introduction.**  $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$  is called a first-order ordinary differential equation.  $F(x, y, y') = 0$  – is an unsolved ordinary differential equation with respect to the first-order derivative,  $y^{(n)} = f(x, y, y', \dots, y^{(n-1)})$   $F(x, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0$  –  $n$  – is called an ordinary differential equation of order.  $y^{(n)} = f(x, y, y', \dots, y^{(n-1)})$  –  $n$  – is called an ordinary differential equation solved with respect to a higher-order derivative.

If  $f(x, y, y', \dots, y^{(n-1)})$  or  $F(x, y, y', \dots, y^{(n)})$ s  $y, y', \dots, y^{(n-1)}$  and  $y^{(n)}$  are linear functions with respect to the arguments, the corresponding differential equation is said to be linear. In the above differential equations, the unknown function is considered as one-argument. In fact, there are often cases where the unknown function has many arguments. In this case, the differential equation is called a partial differential equation. The following

$$F\left(u, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}\right) = 0$$

equation from first-order partial differential equations,

$$\Phi\left(u, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) = 0$$

and the equation consists of second-order differential equations with eigenvalues. The following

$$\frac{\partial u}{\partial x} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (\text{heat transfer equation})$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad (\text{Laplace equation})$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = f(x, y) \quad (\text{Poisson's equation})$$

equations are important special cases of second-order partial differential equations in which the unknown function has two arguments.

**Main part.**

**1. First-order partial differential equations. Basic concepts and definitions**

$n$  ta  $x_1, x_2, \dots, x_n$  This is the differential equation with independent variable

$$F\left(x_1, x_2, \dots, x_n, u, \frac{\partial u}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial u}{\partial x_n}, \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2}, \frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_2}, \dots, \frac{\partial^m u}{\partial x_n^m}, \dots\right) = 0 \quad (1.1.1)$$

can be written as In this  $F$  – is a given function of its arguments. The highest order of the derivative of the unknown function involved in the equation (1.1.1) is called the order of this equation. (1.1.1) as the solution of the equation,  $x_1, x_2, \dots, x_n$  s entered into the equation in a field of change, determined by its derivatives and turning the equation into a  $u = a(x_1, x_2, \dots, x_n)$  function is called.

This

$$F\left(x_1, x_2, \dots, x_n, u, \frac{\partial u}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial u}{\partial x_n}\right) = 0$$

(1.1.2)

an equation of the form is called a first-order partial differential equation with  $n$  variables.

This is often abbreviated for first-order special derivatives

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} = p_1, \quad \frac{\partial u}{\partial x_2} = p_2, \quad \dots, \quad \frac{\partial u}{\partial x_n} = p_n$$

using notations, with the help of which the equation (1.2) is written as follows:

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n, u, p_1, \dots, p_n) = 0$$

(1.1.2')

The number of free variables is two  $x$  and  $y$ , the unknown function  $z$ , and derivatives

$\frac{\partial z}{\partial x} = p, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = q$  by specifying the equation

$$F(x, y, z, p, q) = 0$$

(1.1.3)

is written in the form

In a differential equation, the highest order of particular derivatives of an unknown function is called the order of this equation.

If  $u = a(x_1, x_2, \dots, x_n)$  if the function is defined in a field  $D$ , is continuous and has continuous derivatives participating in the equation, and satisfies the equation in this field, i.e. turns it into reality, then this function is called a solution of the equation. And  $D$  is the domain of equation (1.1.1).

It is known that  $n$  – an ordinary differential equation of order has infinitely many solutions. Since the number of independent variables in differential equations with particular derivatives is more than one, it can be seen that such equations also have infinitely many solutions.

Examples.1. Unknown  $z(x, y)$  for the function

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 0$$

of the equation  $z(x, y)$ .  $x$  shows that it does not depend on  $x$ . So,

$$z = \varphi(y).$$

in this  $\varphi(y) - y$  is an arbitrary function of  $y$ .

2. This

$$\frac{\partial z(x, y)}{\partial x} = \frac{\partial z(x, y)}{\partial y}.$$

The differential equation of the independent variables

$$x + y = \xi, \quad x - y = \eta$$

as a result of substitution using formulas

$$2 \frac{\partial v(\xi, \eta)}{\partial \eta}.$$

appears, in which  $z(x, y) = v(\xi, \eta)$

From the last equation  $v(\xi, \eta)$  it follows that the function does not depend on  $\eta$  that is why  $\eta$

$$v(\xi, \eta) = \varphi(\xi)$$

can be written as  $\varphi(\xi) - \xi$  is an arbitrary function of  $\xi$ .

So,  $z(x, y) = \varphi(x + y)$ . Similarly,  $\alpha$  va  $\beta$  are fixed real numbers,

$$\alpha \frac{\partial z}{\partial x} + \beta \frac{\partial z}{\partial y} = 0$$

for the solution of Eq  $z(x, y) = \varphi(\beta x + \alpha y)$ , where is an arbitrary function.  $\varphi(\beta x + \alpha y) -$

3. This

$$\frac{\partial^2 z(x, y)}{\partial x \partial y} = 0 \quad \text{yoki} \quad \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial z}{\partial y} \right) = 0$$

we see Eq. Him  $x$  by integrating over

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \varphi(y)$$

we form the equation, where  $y$  is an arbitrary function of  $\varphi(y)$ . Now  $y$  by integrating over

$$z(x, y) = \int \varphi(y) dy + \varphi_1(x)$$

we form the equality, in which  $x$  is an arbitrary function of  $\varphi_1(x)$ .

$$\int \varphi(y) dy = \varphi_2(y)$$

as a result

$$\int \varphi(y) dy = \varphi_2(y)$$

we get the formula where  $\varphi(y)$  as it is optional  $\varphi_2(y)$  too  $y$  is an arbitrary differentiable function of  $y$ .

The examples given above are the formula of all solutions of the first-order partial differential equation, that is, the general solution to one arbitrary function, the second-order one to two arbitrary functions,  $m$  – general solution of the ordered equation  $m$  leads to the idea that it must depend on an arbitrary function. Although this idea is correct, we need to define it. For this purpose, we present CB Kovalevskaya's theorem on the existence and uniqueness of solutions of partial differential equations. Private  $m$  – this is solved with respect to one of the higher derivatives of order

$$\frac{\partial^m u}{\partial x_1^m} = f \left( x_1, x_2, \dots, x_n, u, \frac{\partial u}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial^{m-1} u}{\partial x_1^{m-1}}, \frac{\partial u}{\partial x_2}, \frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_2}, \dots, \frac{\partial^m u}{\partial x_n^m} \right) \quad (1.1.4)$$

we see Eq. For equation (1.4), similar to ordinary differential equations, the problem of finding a solution that satisfies certain conditions, for example, initial conditions, can be posed. The initial conditions for equation (1.1.4) are as follows:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= x_1^0 \text{ at} \\
 u &= \varphi_0(x_1, x_2, \dots, x_n), \\
 \frac{\partial u}{\partial x_1} &= \varphi_1(x_2, \dots, x_n), \dots \\
 \frac{\partial^{m-1} u}{\partial x_1^{m-1}} &= \varphi_{m-1}(x_2, \dots, x_n)
 \end{aligned} \tag{1.1.5}$$

in this  $\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_{m-1}$  – given functions. Finding a solution of the equation (1.1.4) that satisfies the conditions (1.1.5) is called the Cauchy problem.

**Kovalevskaya theorem.** If (1.1.5) is given in the initial condition  $\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_{m-1}$  – functions are initial  $(x_2^0, \dots, x_n^0)$  analytic function around a point,  $f$  and the function these initial values of its arguments

$$\begin{aligned}
 &x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0. \\
 u &= \varphi_0(x_2^0, \dots, x_n^0), \left( \frac{\partial u}{\partial x_1} \right)_0 = \varphi_1(x_2^0, \dots, x_n^0), \dots, \\
 &\left( \frac{\partial^m u}{\partial x_n^m} \right)_0 = \left( \frac{\partial^m \varphi}{\partial x_n^m} \right) \Bigg|_{\substack{x_1=x_1^0 \\ \dots \\ x_n=x_n^0}}
 \end{aligned}$$

is analytic around, then equation (1.1.4)  $(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$  has only one unique solution that is analytic around a point.

Thus, according to Kovalevskaya's theorem

(1.1.4), (1.1.5) is the initial solution of the problem  $\varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_{n-1}$  determined using functions.

The proof of the given theorem is based on the theory of analytic functions because we do not bring it.

We note that the problem (1.1.4), (1.1.5) is in the subdomain, i.e.  $(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$  is placed in a sufficiently small neighborhood of the point, and has a unique solution in this neighborhood.

**Geometric interpretation of the Cauchy problem.** The problem of integrating the differential equation of the first order with two independent variables and the Cauchy problem have a very simple geometric interpretation. This is solved with respect to the first-order equation (1.1.3) or one of the special derivatives

$$p = f(x, y, z, q)$$

(1.1.3')

we check the equation.

Finding the solution of equation (1.1.3) or (1.1.3').

$$z = \Phi(x, y) \tag{1.1.6}$$

means finding a function.

(1.1.6) function  $(x, y, z)$  represents a surface in the space of variables, this surface is usually called the integral surface of equation (1.1.3) or (1.1.3'). Therefore, the problem of finding the solutions of the partial differential equation consists of the problem of finding integral surfaces.

If we consider (1.1.6) as an equation defining a surface, then to this surface  $(x, y, z)$  test plane at the point

$$Z - z = \frac{\partial \Phi}{\partial x}(X - x) + \frac{\partial \Phi}{\partial y}(Y - y)$$

or

$$Z - z = p(X - x) + q(Y - y)$$

It is expressed by the equation, where  $X, Y, Z$  variable coordinates,  $p$  va  $q$  are the angle coefficients of the test plane.

Thus, the given special derivative equation (1.1.3) of the sought surface point  $(x, y, z)$  The angular coefficients of the trial plane at this point with the coordinates of this surface  $p$  va  $q$  represents the relationship between The Cauchy problem for equation (1.1.3') also has a simple interpretation. The Cauchy

problem for the equation (1.1.3') is set as follows: find a solution of the equation (1.1.3') such that  $y$  solution  $x$  at a given initial value of the variable  $y$  be equal to the given function of the variable ie

$$x = x_0, \quad z = \varphi(y)$$

(1.1.7)

Equation (1.1.7) represents a curve in space. So, the Cauchy problem consists in finding an integral surface passing through the given curve (1.1.7). (1.1.7) curve has a special appearance:  $y$   $YOZ$  parallel to the plane  $x = x_0$  consists of a flat curve lying in a plane. Such inequality of variables in equation (1.1.3).  $x$  It appears that the variable is playing a special role. If the equation is given in the form (1.1.3), the Cauchy problem can be put in such a way that none of the variables play a special role. Such a generalized problem of Cauchy is put as follows: Given equation (1.1.3).

$$x = \varphi(t), \quad y = \psi(t), \quad z = \chi(t)$$

find the integral surface passing through the curve. We remind you that the geometric terms used for the two-variable differential equation can be used with a large number of variables.  $x_1, x_2, \dots, x_n, u$  array of numeric values of variables  $(n+1)$  point of dimensional space, in this space (1.1.2) this equation

$$u = \Phi(x_1, x_2, \dots, x_n)'$$

and the solution in the form of  $n$  dimensional integral is called hypersurface or surface. Initial Cauchy surfaces, e.g.  $(n-1)$  measured

$$(x_1 = x_1^0 \text{ da}) \quad u = \varphi(x_2, \dots, x_n)$$

consists of a hypersurface through which the integral hypersurface sought must pass.

Based on the above-mentioned Kovalevskaya theorem, if the functions involved in the initial conditions in the equation are analytic, it is possible to create a set of analytical solutions of this equation depending on arbitrary functions, that is, a general solution.

First-order equations with one unknown function with particular derivatives have two simple properties. First, they have a general solution that depends on a single arbitrary function. Second, the private derivative is of first order. The problem of integrating an equation comes down to integrating a system of ordinary differential equations.

**Conclusion.** Differential equations with particular derivatives, like ordinary differential equations, have infinitely many particular solutions that satisfy the given equation in most cases. The sum of these forms the general solution of the considered equation. There is a big difference between the general solution of an ordinary differential equation and the general solution of a partial differential equation.

Due to the close connection between these equations, the theory of first-order differential equations is presented in a course on the theory of ordinary differential equations.

#### **REFERENCES:**

1. Зикиров О.С. Хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар.
2. Ландай Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. VI. Гидродинамика. М.: Наука, 1988.
3. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1977.
4. Салохитдинов М.С., Насритдинов Ф.Н. Оддий дифференциал тенгламалар. Тошкент "Ўзбекистон". 1194. 374 с.
5. Гоудинов С.К. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1979.

**ВНУТРЕННЕ–КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ БИГАРМОНИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ В ПОЛУОГРАНИЧЕННОМ ЦИЛИНДРЕ**

*Толипов Нодиржон Исакович,*

*докторант Ферганского государственного университета  
nodirjontolipov23098@gmail.com*

**Аннотация.** В данной статье исследуется внутренняя краевая задача для бигармонического уравнения в полуограниченном цилиндре. Рассматривается некорректность поставленной задачи, приводится анализ устойчивости её решений, и предлагается метод регуляризации, основанный на использовании линейных операторов. Применение подходов функционального анализа и спектрального разложения позволяет получить приближённые решения задачи и оценить их погрешность. Показано, что предложенная методика обеспечивает устойчивое решение для некорректно поставленных задач, что подтверждается теоретическими доказательствами и выводами.

**Ключевые слова:** некорректная задача, бигармоническое уравнение, внутренняя краевая задача, регуляризация, устойчивость решений, функциональный анализ, спектральное разложение, полуограниченный цилиндр.

**INTERNAL BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR A BIHARMONIC EQUATION IN A SEMI-BOUNDED CYLINDER**

**Abstract.** This paper studies an interior boundary value problem for a biharmonic equation in a semi-bounded cylinder. The ill-posedness of the problem is considered, the stability of its solutions is analyzed, and a regularization method based on the use of linear operators is proposed. The application of functional analysis and spectral decomposition approaches allows us to obtain approximate solutions to the problem and estimate their error. It is shown that the proposed technique provides a stable solution for ill-posed problems, which is confirmed by theoretical proofs and conclusions.

**Keywords:** ill-posed problem, biharmonic equation, interior boundary value problem, regularization, stability of solutions, functional analysis, spectral decomposition, semi-bounded cylinder.

**YARIM CHEKLANGAN SILINDRDA BIGARMONIK TENGLAMA UCHUN ICHKI CHEGARAVIY MASALA**

**Annotatsiya.** Ushbu maqolada yarim cheklangan silindr uchun bigarmonik tenglamaning ichki chegaraviy masalasi o'rganiladi. Masalaning nokorrekt qo'yilganligi ko'rib chiqilib, uning yechimlarining turg'unligi tahlil qilinadi va chiziqli operatorlardan foydalanishga asoslangan regularizatsiya usuli taklif etiladi. Funktsional analiz va spektral ajratish usullarini qo'llash orqali masalaning taqribiy yechimlari olinadi va ularning xatoliklari baholanadi. Taklif etilgan metodikaning nokorrekt qo'yilgan masalalar uchun turg'un yechimni ta'minlashi nazariy dalillar va xulosalar bilan tasdiqlangan.

**Kalit so'zlar:** noto'g'ri qo'yilgan masala, bigarmoniy tenglama, ichki chegara masalasi, regularizatsiya, yechimlarning barqarorligi, funktsional analiz, spektral ajratish, yarim cheklangan silindr.

**Введение.** Некорректные задачи математической физики, особенно, связанные с уравнениями в частных производных, привлекают значительное внимание исследователей, поскольку они часто возникают в физике, инженерии и других областях науки. В данной работе рассматривается внутренняя краевая задача для бигармонического уравнения в полуограниченном цилиндре, что представляет собой типичный пример некорректной задачи, решение которой требует использования специальных методов. Основной целью статьи является исследование условий устойчивости решений и разработка регуляризирующего подхода для достижения корректного и стабильного решения. Представленные результаты подтверждаются теоретическими выводами, что делает предложенный метод эффективным инструментом для исследования некорректных задач этого типа.

**Методика исследования.**

**Постановка задачи.**



Требуется найти функцию  $u(r, z)$  в  $D = \{(r, z); 0 \leq r < R, 0 < z < +\infty\}$ , удовлетворяющую условиям:

$$\Delta^2 u(r, z) = 0, \quad (r, z) \in D \tag{1}$$

$$u(R, z) = \Delta u(R, z) = 0, \quad 0 < z < +\infty \tag{2}$$

$$\frac{\partial u(r, b)}{\partial z} = f(r), \quad \Delta u(r, 0) = 0, \quad 0 < r < R, \tag{3}$$

$$\lim_{z \rightarrow +\infty} \frac{\partial u(r, z)}{\partial z} = 0, \quad \lim_{z \rightarrow +\infty} \Delta u(r, z) = 0, \quad 0 < r < R, \tag{4}$$

где  $0 < b < +\infty$ ,  $f(r)$  - заданная функция,  $\Delta$  - оператор Лапласа [1].

**Некорректность задачи.**

Сначала рассмотрим некорректность задачи (1)-(4).

Если  $f(r) = \sqrt{\frac{2R}{\pi\mu_m^{(0)}r}} J_0\left(\frac{\mu_m^{(0)}}{R}r\right)$ , тогда функция

$$u_m(r, z) = \sqrt{\frac{2R}{\pi\mu_m^{(0)}r}} e^{-\frac{\mu_m^{(0)}}{R}(z-b)} J_0\left(\frac{\mu_m^{(0)}}{R}r\right)(z-b) \tag{5}$$

является решением (1)-(4). Здесь  $J_0(x)$  - функция Бесселя нулевого порядка [15],  $\mu_m^{(0)}$  ( $m=1,2,\dots$ )- корни уравнения  $J_0(\mu) = 0$ .

Из (5) следует, что для любых констант  $0 < \varepsilon < 1$ ,  $c > 0$  и любых переменных  $r \in (0, R)$ ,  $z \in (0, b)$  можно подобрать такие,  $\varepsilon$  и  $m$ , чтобы имели место неравенства:

$$\left| \frac{\partial u_m(r, b)}{\partial z} \right| = |f(r)| = \left| \frac{2R}{\pi\mu_m^{(0)}r} \cos\left(\frac{\mu_m^{(0)}}{R}r - \frac{\pi}{4}\right) \right| < \varepsilon,$$

$$|u_m(r, z)| > C > 0$$

Отсюда заключаем, что исследуемая задача поставлена некорректно в классическом смысле.

**2.3 Оценка устойчивости.**

Пусть множество корректности задачи (1)-(4) определяется неравенством:

$$\|u(r, 0)\|_{L_2(0, R)} \leq M$$

Справедлива следующая теорема, характеризующая устойчивость решения задачи (1)-(4) теорема.

**Теорема:** Если функция  $u(r, z)$  удовлетворяет соотношениям:

$$\|u(r, 0)\|_{L_2(0, R)} \leq M \tag{6}$$

$$\left\| \frac{\partial u(r, b)}{\partial r} \right\|_{L_2(0, R)} \leq \varepsilon \tag{7}$$

то выполняется неравенство:

$$\|u(r, z)\|_{L_2(0, R)} \leq \left(\frac{M}{b}\right)^{1-\frac{z}{b}} \varepsilon^{\frac{z}{b}} |z-b| \tag{8}$$

**Доказательство.** Предположим, что решение задачи (1) - (4) существует и принадлежит множеству корректности.

Тогда решение задачи (1) - (4) методом Фурье можно записать в виде ряда:

$$u(r, z) = (z-b) \sum_{m=1}^{\infty} a_m e^{-\frac{\mu_m^{(0)}}{R}(z-b)} J_0\left(\frac{\mu_m^{(0)}}{R}r\right) \tag{9}$$

Из (9) согласно определению нормы получаем:

$$\|u(r, z)\|_{L_2(0, R)}^2 = \frac{2}{R^2 J_1^2(\mu_m^{(0)})} \int_0^R u^2(r, z) r dr = (z-b)^2 \sum_{m=1}^{\infty} a_m^2 e^{-\frac{2\mu_m^{(0)}}{R}(z-b)} \tag{10}$$

где  $J_1(\mu_m^{(0)})$  - функция Бесселя 1-порядка.

Отсюда из условия (6) имеем:

$$\sum_{m=1}^{\infty} a_m^2 e^{\frac{2\mu_m^{(0)}}{R}-b} \leq \left(\frac{M}{b}\right)^2 \quad (11)$$

Из условия (7) получаем:

$$\sum_{m=1}^{\infty} a_k^2 \leq \varepsilon^2 \quad (12)$$

Теперь исследуем функционал (10) на условный максимум при условии (11) и (12). Для этого составим функцию Лагранжа:

$$L(a_m, \lambda, \mu) = (z-b)^2 \sum_{m=1}^{\infty} a_m^2 e^{-\frac{2\mu_m^{(0)}}{R}(z-b)} + \lambda \left[ \sum_{m=1}^{\infty} a_m^2 e^{\frac{2\mu_m^{(0)}}{R}-b} - M^2 \right] + \mu \left[ \sum_{m=1}^{\infty} a_m^2 - \varepsilon^2 \right]$$

Вычисляя частные производные от функции Лагранжа по  $a_m$ ,  $\lambda$ ,  $\mu$  получаем:

$$\frac{\partial L}{\partial a_m} = 2a_m \left( (z-b)^2 e^{\frac{2\mu_m^{(0)}}{R}(z-b)} + \lambda e^{\frac{2\mu_m^{(0)}}{R}-b} + \mu \right) = 0, \quad m = 1, 2, \dots$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = \sum_{m=1}^{\infty} a_m^2 e^{\frac{2\mu_m^{(0)}}{R}-b} - \left(\frac{M}{b}\right)^2 = 0,$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mu} = \sum_{m=1}^{\infty} a_m^2 - \varepsilon^2 = 0.$$

Из последних равенств следует, что функционал (10) достигает условный максимум при выполнении трёх условий:

- 1)  $a_m^2 = 0$ ,  $k \neq p, q$  ( $p < q$ ),
- 2)  $a_p^2 \neq 0$ ,  $a_q^2 = 0$ ,
- 3)  $a_q^2 \neq 0$ ,  $a_p^2 = 0$ .

Пусть выполняется первое условие. Тогда получаем систему относительно  $a_p^2$  и  $a_q^2$ :

$$\left. \begin{aligned} a_p^2 + a_q^2 &= \varepsilon^2 \\ a_p^2 e^{\frac{2\mu_p^{(0)}}{R}-b} + a_q^2 e^{\frac{2\mu_q^{(0)}}{R}-b} &= \left(\frac{M}{b}\right)^2 \end{aligned} \right\}$$

$$a_p^2 = \frac{\varepsilon^2 e^{\frac{2\mu_q^{(0)}}{R}-b} - \left(\frac{M}{b}\right)^2}{e^{\frac{2\mu_q^{(0)}}{R}-b} - e^{\frac{2\mu_p^{(0)}}{R}-b}} \geq 0$$

$$a_q^2 = \frac{\left(\frac{M}{b}\right)^2 - \varepsilon^2 e^{\frac{2\mu_p^{(0)}}{R}-b}}{e^{\frac{2\mu_q^{(0)}}{R}-b} - e^{\frac{2\mu_p^{(0)}}{R}-b}} \geq 0, \text{ где } p < q, e^{\frac{2\mu_q^{(0)}}{R}-b} - e^{\frac{2\mu_p^{(0)}}{R}-b} > 0$$

Отсюда из  $p < q$  и  $a_p^2 \geq 0$ ,  $a_q^2 \geq 0$  следует, что

$$\varepsilon^2 e^{\frac{2\mu_q^{(0)}}{R}-b} - \left(\frac{M}{b}\right)^2 \geq 0,$$

$$\left(\frac{M}{b}\right)^2 - \varepsilon^2 e^{\frac{2\mu_p^{(0)}}{R}-b} \geq 0$$

Из последних неравенств получаем:

$$e^{\frac{2\mu_p^{(0)}}{R}-b} \leq \frac{M}{\varepsilon b} \leq e^{\frac{2\mu_q^{(0)}}{R}-b}$$

Теперь подставляя найденные выражения  $a_p^2$  и  $a_q^2$  в (10) при

$$\mu_p^{(0)}, \mu_q^{(0)} \rightarrow \lambda(\varepsilon) = \frac{R}{b} \ln\left(\frac{M}{\varepsilon}\right)$$

имеем:

$$\begin{aligned} \|u(r, z)\|_{L_2(0,R)}^2 &= (z-b)^2 \left[ a_p^2 e^{-\frac{2\mu_p^{(0)}}{R}(z-b)} + a_q^2 e^{-\frac{2\mu_q^{(0)}}{R}(z-b)} \right] \leq \\ &\leq (z-b)^2 \lim_{\mu_p^{(0)}, \mu_q^{(0)} \rightarrow \lambda(\varepsilon)} \left\{ a_p^2 e^{-\frac{2\mu_p^{(0)}}{R}(z-b)} + a_q^2 e^{-\frac{2\mu_q^{(0)}}{R}(z-b)} \right\} = (z-b)^2 \left(\frac{M}{b}\right)^{2\left(1-\frac{b}{z}\right)} \varepsilon^{\frac{2z}{b}} \end{aligned}$$

Отсюда получаем неравенство:

$$\|u(r, z)\|_{L_2(0,b)} \leq |z-b| \left(\frac{M}{b}\right)^{\left(1-\frac{b}{z}\right)} \varepsilon^{\frac{z}{b}}$$

Пусть выполняется второе условие  $a_p \neq 0$ ,  $a_q = 0$ .

Отсюда согласно (11) имеем:

$$\left. \begin{aligned} a_p^2 &= \varepsilon^2 \\ a_p^2 e^{-\frac{2\mu_p^{(0)}}{R}b} &= \left(\frac{M}{b}\right)^2 \end{aligned} \right\}$$

Отсюда найдём  $a_p^2$

$$a_p^2 = \frac{\left(\frac{M}{b}\right)^2}{e^{\frac{2\mu_p^{(0)}}{R}b}} \geq 0;$$

здесь  $e^{\frac{2\mu_p^{(0)}}{R}b} > 0$

Отсюда согласно  $a_p^2 \geq 0$  имеем:

$$M^2 > 0, \quad M^2 - \varepsilon^2 e^{\frac{2\mu_p^{(0)}}{R}b} \geq 0$$

Таким образом, получаем неравенство:

$$e^{\frac{\mu_p^{(0)}}{R}b} \leq \frac{M}{\varepsilon b}$$

Отсюда подставляя найденное выражение  $a_p^2$  в (10), при  $\mu_p^{(0)} \rightarrow \lambda(\varepsilon)$  получаем неравенство:

$$\|u(r, z)\|_{L_2(0,R)}^2 \leq (z-b)^2 \left(\frac{M}{b}\right)^{2\left(1-\frac{b}{z}\right)} \varepsilon^{\frac{2z}{b}}$$

Отсюда следует, что

$$\|u(r, z)\|_{L_2(0,R)} \leq |z-b| \left(\frac{M}{b}\right)^{1-\frac{z}{b}} \varepsilon^{\frac{z}{b}}.$$

При выполнении третьего условия справедливость последнего неравенства доказывается аналогично. Теорема доказана.

Из этой теоремы о множестве корректности (6) следует единственность решения задачи (1)-(4).

### Результаты и их обсуждение.

#### Построение приближённого решения.

Рассмотрим семейство линейных операторов  $B_n$ , зависящих от целочисленного параметра, определяемых следующим образом:

$$B_n f(r) = (z-b) \sum_{m=1}^n a_m e^{-\frac{\mu_m^{(0)}}{R}(z-b)} J_0\left(\frac{\mu_m^{(0)}}{R} r\right) \quad (13)$$

где

$$a_m = \frac{2}{R^2 J_1^2(\mu_m^{(0)})} \int_0^R f(r) J_0\left(\frac{\mu_m^{(0)}}{R} r\right) r dr,$$

$a_m$  – коэффициенты Фурье функции  $f(r)$

Нетрудно убедиться, что семейство операторов  $B_n$  будет регуляризирующим семейством по отношению к нашей задаче (1)-(4), если рассматривать данные  $f(r)$  и решение  $u(r, z)$  как элементы гильбертовых пространств  $L_2(0, R)$  [11].

Пусть множество корректности задачи (1)-(4) определяется неравенством:

$$\|u(r, 0)\|_{L_2(0, R)} \leq M$$

Пусть функция  $f(r)$  задана с точностью до  $\delta$ , т.е. известна функция  $f_\delta(r)$  :

$$\|f(r) - f_\delta(r)\|_{L_2(0, R)} \leq \delta \quad (14)$$

Возьмём в качестве приближённого решения задачи (1)-(4) функцию:

$$u_{n\delta}(r, z) = B_n f_\delta(r) = (z-b) \sum_{m=1}^n \bar{a}_m e^{-\frac{\mu_m^{(0)}}{R}(z-b)} J_0\left(\frac{\mu_m^{(0)}}{R} r\right) \quad (15)$$

здесь

$$\bar{a}_m = \frac{2}{R^2 J_1^2(\mu_m^{(0)})} \int_0^R f_\delta(r) I_0\left(\frac{\mu_m^{(0)}}{R} r\right) r dr,$$

$\bar{a}_m$  - коэффициенты Фурье функции  $f_\delta(r)$ .

Оценим разность между  $u(r, z)$  и  $u_{n\delta}(r, z)$  :

$$\begin{aligned} \|u(r, z) - u_{n\delta}(r, z)\|_{L_2(0, R)} &= \|B_n f_\delta(r) - u(r, z)\|_{L_2(0, R)} = \\ &= \|B_n f_\delta(r) - u(r, z) + B_n f(r) - B_n f(r)\|_{L_2(0, R)} \leq \|B_n [f_\delta(r) - f(r)]\|_{L_2(0, R)} + \\ &+ \|B_n f(r) - u(r, z)\|_{L_2(0, R)} \leq \|B_n\|_{L_2(0, R)} \delta + \|B_n f(r) - u(r, z)\|_{L_2(0, R)} \end{aligned} \quad (16)$$

где

$$u(r, z) = (z-b) \sum_{m=1}^{\infty} a_m e^{-\frac{\mu_m^{(0)}}{R}(z-b)} J_0\left(\frac{\mu_m^{(0)}}{R} r\right) \quad (17)$$

точное решение задачи (1)-(4) .

Из равенства (13),(15) получаем:

$$\|B_n\|_{L_2(0, R)} = e^{-\frac{2\mu_n^{(0)}}{R}(z-b)} |z-b| \quad (18)$$

$$\|B_n f(z) - u(r, z)\|_{L_2(0, R)}^2 = (z-b)^2 \sum_{m=n+1}^{\infty} a_m^2 e^{-\frac{2\mu_m^{(0)}}{R}(z-b)} \quad (19)$$

Теперь исследуем функционал (18) на условный максимум при условии:

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k^2 e^{-\frac{2\mu_k^{(0)}}{R} b} \leq \left(\frac{M}{b}\right)^2 \quad (20)$$

Для этого составим функцию Лагранжа:

$$\bar{L}(a_m, \lambda, \mu) = (z-b)^2 \sum_{m=1}^{\infty} a_m^2 e^{-\frac{2\mu_m^{(0)}}{R}(z-b)} + \lambda \left[ \sum_{m=1}^{\infty} a_m^2 e^{-\frac{2\mu_m^{(0)}}{R} b} - \left(\frac{M}{b}\right)^2 \right] + \mu \left[ \sum_{m=1}^{\infty} a_m^2 - \varepsilon^2 \right]$$

Вычисляя частные производные по  $a_m$ ,  $\lambda$  получаем:

$$\frac{\partial \bar{L}}{\partial a_m} = 2a_m (z-b)^2 e^{\frac{2\mu_m^{(0)}}{R} - b} = 0, \quad m = \overline{1..n}$$

$$\frac{\partial \bar{L}}{\partial a_m} = 2a_m \left( (z-b)^2 e^{-\frac{2\mu_m^{(0)}}{R}(z-b)} + \lambda e^{\frac{2\mu_m^{(0)}}{R} - b} \right) = 0, \quad m = n+1, \infty$$

$$\frac{\partial \bar{L}}{\partial \lambda} = \sum_{m=1}^{\infty} a_m^2 e^{\frac{2\mu_m^{(0)}}{R} - b} - \left( \frac{M}{b} \right)^2 = 0$$

Из последних равенств следует, что функционал (19) достигает условного максимума при  $a_m = 0, \quad m \neq n+1, \quad a_{n+1} = \frac{M}{b} e^{-\frac{\mu_{n+1}^{(0)}}{R} z}$

Значит,

$$\|B_n f(z) - u(\rho, z)\|_{L_2(0,a)} \leq |z-b| \frac{M}{b} e^{-\frac{\mu_{n+1}^{(0)}}{R} z} \quad (21)$$

Из соотношений (16), (18), (21) следует, что

$$\|u(\rho, z) - u_{n\delta}(\rho, z)\|_{L_2(0,a)} \leq \omega(n, M, \delta) \quad (22)$$

здесь

$$\omega(n, M, \delta) = \left[ e^{-\frac{\mu_n^{(0)}}{R}(z-b)} \delta + \frac{M}{b} e^{-\frac{\mu_{n+1}^{(0)}}{R} b} \right] |z-b| \quad (23)$$

В качестве значения параметра регуляризации  $n$  можно взять  $n = [n(\delta)] + 1$ , где  $n(\delta) = \inf_n \omega(n, M, \delta)$

Таким образом, задача (1) - (4) исследована в  $L_2(0, R)$ .

**Выводы.** В данной работе была исследована внутренняя краевая задача для бигармонического уравнения в полуограниченном цилиндре, которая является некорректной задачей, требующей применения специальных методов для получения устойчивого решения. Предложенный метод регуляризации, основанный на использовании линейных операторов, позволяет найти приближённые решения задачи и оценить их погрешность с помощью функционального анализа и спектрального разложения. Полученные результаты подтверждают эффективность предложенной методики в обеспечении устойчивых решений для некорректных задач. Таким образом, представленный подход является полезным инструментом для решения задач математической физики и может быть применён для исследования других некорректных задач в будущем.

**ЛИТЕРАТУРА:**

1. Isaqovich, Tolipov Nodirjon. "Chorak doira tashqarisida bigarmonik tenglama uchun nokorrekt qo'yilgan masala" // Talqin va tadqiqotlar ilmiy-uslubiy jurnali. 1.18 (2023): 73-83 b.
2. Tolipov, N., Isaxonov, X., & Zunnunov, M. (2023). Shar tashqarisidagi soha uchun garmonik davom ettirish masalasi. // Research and implementation.
3. Tolipov, N., Xudoynazarov, Q., & Munavarjonov, S. (2023). Ob odnoy nekorrektnoy zadache dlya bigarmonicheskogo uravneniya v polushare. // Research and implementation.
4. Толипов, Н. И., Насриддинов, О. У., & Бозоркулов, А. А. (2023). Об одной некорректной задаче для бигармонического уравнения вне кругового сектора. // Prospects and main trends in modern science, 1(5), 90-93.
5. Tojiboyev, I., & Tolipov, N. (2024). Hususiy hosilali differentsial tenglamalarning bir sinfi uchun yoyish formulalariga misol: Hususiy hosilali differentsial tenglamalarning bir sinfi uchun yoyish formulalariga misol. // Modern problems and prospects of applied mathematics, 1(01).
6. Isaqovich, T. N., & Muxammadjon o'g'li, N. R. (2023). To 'g' 'ri to 'rtburchakda laplas tenglamasi uchun shartli korrekt qo'yilgan masala. // Imras, 6(6), 90-94.
7. Атаходжаев М.А. Некорректный задачи для бигармонического уравнения. Т. 1986 г.
8. Ахмедов З.А. О некоторых некорректных задачах для бигармонического уравнения. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физ-мат. наук. Т., 1983г.

## MATHEMATICS

---

9. Бицадзе А.В. *Некоторые классы уравнений в частных производных.* М. Наука, 1981.
10. Лаврентьев М.М. *О некоторых некорректных задачах математической физики.* Новосибирск. 1962г.
11. Лаврентьев М.М. *Некорректные задачи для дифференциальных уравнений.* Новосибирск. 1981г.
12. Салоҳиддинов М.Х. *Математик физика тенгламалари.* - Тошкент: Ўзбекистон, 2002.
13. Тихонов А.Н., Самарский А.А. *Уравнения математической физики.* М. Наука. 1974г.
14. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. *Методы решения некорректных задач.* М. Наука. 1979г.

КЎНДАЛАНГ КЕСИМИ ЎЗГАРУВЧАН ЭЛАСТИК СТЕРЖЕННИНГ ЧИЗИҚЛИМАС  
ТАСОДИФИЙ ТЕБРАНИШЛАРИ

*Дусматов Олимжон Мусурмонович,*

*Самарқанд давлат университети*

*Назарий ва амалий механика кафедраси профессори*

*физика – математика фанлари доктори*

*dusmatovb2@bk.ru*

*Касимова Фируза Улугбековна,*

*Самарқанд давлат университети*

*Назарий ва амалий механика кафедраси докторанти*

*fkasimova.samdu@mail.ru*

**Аннотация.** Ушбу ишда кўндаланг кесими ўзгарувчан эластик стерженнинг чизиқлимас тасодифий тебранишлари масаласи ўрганилган. Стержень материалнинг гистерезис типдаги эластик диссипатив хоссаларини ифодаловчи чизиқлимас бир қийматли бўлмаган функция статистик линеаризация усули ёрдамида чизиқлилаштириши натижасида тенгламада ҳисобга олинган. Тасодифий жараёнларни турли кўринишдаги спектрал зичликларда стержень динамикасини ва устуворлигини текшириши мақсадида стержень абсолют тезланишининг ўрта квадратик қийматлари ифодаси аниқланган.

**Калит сўзлар:** эластик, кўндаланг кесими ўзгарувчан стержень, диссипатив, гистерезис, тасодифий тебраниш, ўрта квадратик қиймат.

НЕЛИНЕЙНЫЕ СЛУЧАЙНЫЕ КОЛЕБАНИЯ УПРУГОГО СТЕРЖНЯ ПЕРЕМЕННОГО  
ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ

**Аннотация.** В данной работе рассмотрена задача о нелинейных случайных колебаниях упругого стержня переменного поперечного сечения. В уравнении неоднозначная нелинейная функция, характеризующая упругодиссипативную характеристику материала стержня гистерезисного типа, учитывается с помощью метода статистической линеаризации в линейной форме. С целью исследования динамики и устойчивости стержня при различных видах спектральной плотности случайных процессов определено выражение среднего квадратического значения абсолютного ускорения стержня.

**Ключевые слова:** упругий, стержень переменного поперечного сечения, диссипативный, гистерезис, случайное колебание, среднее квадратическое значение.

NONLINEAR RANDOM OSCILLATIONS OF AN ELASTIC STRING WITH CHANGING  
CROSS SECTION

**Abstract.** In this paper, the problem of nonlinear random oscillations of an elastic rod of variable cross-section is considered. In the equation, the ambiguous nonlinear function characterizing the elastic-dissipative characteristic of the rod material of the hysteresis type is taken into account using the method of statistical linearization in linear form. In order to study the dynamics and stability of the rod for various types of spectral density of random processes, an expression for the root mean square value of the absolute acceleration of the rod is determined.

**Keywords:** elastic, variable cross-section string, dissipative, hysteresis, random oscillation, root mean square value.

**Кириш.** Техника ва технологиялар ва қурилиш соҳаларида стерженлар ва балкалар типдаги конструкцияларни лойиҳалашда эластиклик ва диссипативлик хоссаларини ҳисобга олиб математик моделлаштириб, аниқ ҳисоблашлар натижасида конструктив параметрларини тўғри танлаш муҳим аҳамиятга эга. Турли жараёнларда эластик стерженларнинг кўндаланг кесими ўзгарувчан ҳолда тебранма ҳаракатларини баҳолаш, хусусий частоталарини, динамик характеристикаларини аниқлаш, устуворлигини текшириш масалалари долзарб ҳисобланади.

Кўндаланг кесими ўзгарувчан стерженлар ва балкаларнинг бўйлама, кўндаланг, буралма ва бошқа турдаги тебранишларини турли ташқи таъсирлар ва чегаравий шартларда ўрганиш, хусусий частоталарини ва динамик характеристикаларини аниқлаш масалалари кўплаб илмий татқиқотларда, жумладан, [1-5] ишларда қаралган, аналитик ва сонли усулларда текшириш методикалари ишлаб чиқилган, таҳлил қилинган ва тавсиялар берилган.

[6] ишда кинематик кўзғалишлар таъсиридаги кўндаланг кесими ўзгарувчан, гистерезис типидagi эластик диссипатив характеристикали стерженнинг кўндаланг тебранишлари масаласи қаралган. Гармоник линеаризация усулидан фойдаланиб, стержень материалининг диссипативлик хоссаларини ифодаловчи чизиқлимас функция чизиқли функция орқали ифодаланиб, аналитик кўринишдаги ечимлари олинган ҳамда стерженнинг узатувчи функцияси аниқланган.

Ушбу ишда материалларнинг диссипатив демпферлаш хоссалари гистерезис типидagi, кўндаланг кесими ўзгарувчан стерженнинг тасодифий чизиқлимас тебранишларини ўрганишга бағишланган.

**Масаланинг қўйилиши.** Кўндаланг кесими ўзгарувчан гистерезис типидagi эластик диссипатив характеристикали стерженнинг тасодифий кинематик кўзғалишлардаги кўндаланг тебранишларини қараймиз. Стерженнинг узунлиги  $l$ , қалинлиги  $h$  бўлиб, эни  $b(x)$  ўзгарувчан бўлсин.

Стержен материалининг диссипативлик хоссаларини ифодаловчи бир қийматли бўлмаган  $\bar{\Phi}(\xi_0)$  функция [7] статистик линеаризация усули ёрдамида қуйидаги чизиқли ифода билан алмаштирилади [8]:

$$H(\xi_{ot}) = (-\eta_1 + j\eta_2)\xi_{ot}, \quad (1)$$

$\eta_1, \eta_2$  – лар статистик линеаризация коэффициентлари;  $\xi_{ot}$  – нисбий деформация.

Тасодифий жараёнлар учун статистик линеаризация коэффициентлари нисбий деформация ўрта квадратик қийматлари даражалари бўйича кўпхадлар кўринишда олинади, яъни

$$\eta_1 = L_1 \sum_{i=0}^r C_i \sigma_{\xi_{ot}}^i; \quad \eta_2 = L_2 \sum_{i=0}^r C_i \sigma_{\xi_{ot}}^i. \quad (2)$$

бу ерда  $L_1, L_2 = L_{2*}sqn\omega$ - стержен материалининг диссипативлик хоссаларини ифодаловчи чизиқлимас функционалдан аниқланувчи коэффициентлар;  $\sigma_{\xi_{ot}}$  -стержен нисбий деформациясининг ўрта квадратик қиймати;

Стерженнинг кинематик тасодифий кўзғалишлардаги кўндаланг тебранишлари ҳаракат дифференциал тенгламасини қуйидагича ёзамиз:

$$\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + m_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = -m_0 W_0; \quad (3)$$

бу ерда  $M$ -эгувчи момент;  $W$  - стерженнинг эгилиш функцияси;  $m_0 = m_0(x)$  – стержен узунлигининг бирлик ўзгарувчан массаси;  $W_0$  - асосни тезланиши.

Кўндаланг кесими ўзгарувчан стерженнинг эгувчи моментини қуйидагича ёзамиз [6]:

$$M = 2b(x) \int_0^{h/2} \sigma_n z dz,$$

(4)

бу ерда  $\sigma_n$  – нормал кучланиш.

Стержен учун нормал кучланиш ва нисбий деформация ўртасидаги боғланиш

$$\sigma_n = E[1 - L_1 + jL_2(C_0 + f(\sigma_{ot}))] \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} z, \quad (5)$$

кўринишда бўлади. Бунда ерда  $E$  - стержен материалининг эластиклик модули;

$$f(\sigma_{ot}) = \sum_{i=1}^r C_i \sigma_{\xi_{ot}}^i, \quad (6)$$

бу ерда  $C_0, C_1, \dots, C_r$  – стержен материалининг демпферлаш хоссаларига боғлиқ бўлган, тажрибадан аниқланадиган гистерезис контури коэффициентлари [7].

(5) ва (6) ифодаларни (4) эгувчи момент ифодасига қўйиб, ҳосил қиламиз



$$\begin{aligned}
 M &= 2b(x) \int_0^{h/2} \sigma_n z dz = 2b(x) E \frac{h^3}{24} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} (1 + C_0(-L_1 + jL_2)) + \\
 &+ 2b(x) E (-L_1 + jL_2) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \int_0^{h/2} f(\sigma_{\xi_{or}}) z^2 dz = EI \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} (1 + C_0(-L_1 + jL_2)) \right] + \\
 &+ EI \left[ \frac{24}{h^3} (-L_1 + jL_2) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \int_0^{h/2} f(\sigma_{\xi_{or}}) z^2 dz \right],
 \end{aligned} \tag{7}$$

бу ерда  $I = I(x) = \frac{b(x)h^3}{12}$  – стерженнинг ўзгарувчан кўндаланг кесим инерция моменти.

Энди (7) ифодани (3) стерженнинг дифференциал тенгламасига қўйсақ, эга бўламиз

$$\begin{aligned}
 EI \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left\{ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \left( 1 + C_0(-L_1 + jL_2) + \frac{24}{h^3} (-L_1 + jL_2) \int_0^{h/2} f(\sigma_{\xi_{or}}) z^2 dz \right) \right\} + \\
 + 2E \frac{\partial I}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \left( 1 + C_0(-L_1 + jL_2) + \frac{24}{h^3} (-L_1 + jL_2) \int_0^{h/2} f(\sigma_{\xi_{or}}) z^2 dz \right) \right\} + \\
 + E \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \left\{ \left( 1 + C_0(-L_1 + jL_2) + \frac{24}{h^3} (-L_1 + jL_2) \int_0^{h/2} f(\sigma_{\xi_{or}}) z^2 dz \right) \right\} + \\
 + m_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = -m_0 W_0;
 \end{aligned} \tag{8}$$

**Ечиш методикаси.** Келтирилган (8) тенгламанинг ечимини топиш учун стерженнинг эгилиш функциясини хусусий формалари бўйича қаторга ёямиз, яъни

$$w(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} U_k(x) T_k(t),$$

(9)

бу ерда  $T_k(t)$  - вақтнинг функцияси;  $U_k(x)$  - функциялар стержень тебранишларининг хусусий формаси бўлиб, ортогоналлик шартини қаноатлантиради.

Натижада бир ҳадли аппроксимация билан чегараланиб, баъзи алмаштиришлардан кейин қўйидаги дифференциал тенгламага эга бўламиз:

$$\begin{aligned}
 \ddot{T}_k + \left\{ (1 + C_0(-L_1 + jL_2)) \omega_k^2 + \frac{3EI}{m_0 d_{2k}} (-L_1 + jL_2) \sum_{i=1}^r C_i T_{ka}^i \frac{h^i}{2^i(i+3)} \times \right. \\
 \times \int_0^l U_k \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left| \frac{\partial^2 U_k}{\partial x^2} \right|^i \right) dx + \frac{E}{m_0} \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} \int_0^l U_k \frac{\partial^2 U_k}{\partial x^2} [1 + C_0(-L_1 + jL_2) + \\
 \left. + 3(-L_1 + jL_2) \sum_{i=1}^r C_i T_{ka}^i \frac{h^i}{2^i(i+3)} \left| \frac{\partial^2 U_k}{\partial x^2} \right|^i \right] dx \right\} T_k = -d_k W_0;
 \end{aligned} \tag{10}$$

бунда  $d_k = \frac{d_{1k}}{d_{2k}}$ ;  $d_{1k} = \int_0^l U_k dx$ ;  $d_{2k} = \int_0^l U_k^2 dx$ ;  $U_k = U_k(x)$ ;  $\omega_k$  – стерженнинг хусусий частоталари.

Кўндаланг кесими ўзгарувчан эластик стерженнинг узатиш функциясини топиш мақсадида (10) дифференциал тенгламани  $s = \frac{d}{dt}$  дифференциал оператор орқали алгебраик тенгламага келтирамиз,

яъни

$$\left\{ s^2 + \left(1 + C_0(-L_1 + jL_2)\right)\omega_k^2 + \frac{3EI}{m_0 d_{2k}}(-L_1 + jL_2) \sum_{i=1}^r C_i T_{ka}^i \frac{h^i}{2^i(i+3)} \times \right. \\ \times \int_0^l U_k \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left| \frac{\partial^2 U_k}{\partial x^2} \right|^i \right) dx + \frac{E}{m_0} \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} \int_0^l U_k \frac{\partial^2 U_k}{\partial x^2} [1 + C_0(-L_1 + jL_2) + \\ \left. + 3(-L_1 + jL_2) \sum_{i=1}^r C_i T_{ka}^i \frac{h^i}{2^i(i+3)} \left| \frac{\partial^2 U_k}{\partial x^2} \right|^i \right] dx \Big\} T_k = -d_k W_0; \quad (11)$$

(11) тенгламани ечиб,  $s = i\omega$  ( $i = \sqrt{-1}$ ;  $\omega$  – тебранишлар частотаси) алмаштиришни киритиб,  $T_k$  ўзгарувчиларнинг ўрта квадратик қийматлари ифодаларини қуйидагича ёзамиз:

$$\sigma_{T_k}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{d_k}{N_1(\omega) + jN_2} \right|^2 S_{W_0}(\omega) d\omega, \quad (12)$$

бу ерда

$$N_1(\omega) = -\omega^2 + \omega_k^2 - C_0 L_1 \omega_k^2 - \frac{3EI}{m_0 d_{2k}} L_1 G_i \int_0^l U_k \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left| \frac{\partial^2 U_k}{\partial x^2} \right|^i \right) dx + \\ + \frac{E}{m_0} \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} \int_0^l U_k \frac{\partial^2 U_k}{\partial x^2} dx - C_0 L_1 \frac{E}{m_0} \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} \int_0^l U_k \frac{\partial^2 U_k}{\partial x^2} dx - \\ - 3L_1 \frac{E}{m_0} \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} \int_0^l U_k \frac{\partial^2 U_k}{\partial x^2} G_i \left| \frac{\partial^2 U_k}{\partial x^2} \right|^i dx \\ N_2 = C_0 L_2 \omega_k^2 + \frac{3EI}{m_0 d_{2k}} L_2 G_i \int_0^l U_k \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left| \frac{\partial^2 U_k}{\partial x^2} \right|^i \right) dx + \\ + C_0 L_2 \frac{E}{m_0} \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} \int_0^l U_k \frac{\partial^2 U_k}{\partial x^2} dx + 3L_2 \frac{E}{m_0} \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} \int_0^l U_k \frac{\partial^2 U_k}{\partial x^2} G_i \left| \frac{\partial^2 U_k}{\partial x^2} \right|^i dx.$$

бунда  $G_i = \sum_{i=1}^r C_i T_{ka}^i \frac{h^i}{2^i(i+3)}$ ;  $S_{W_0}(\omega)$  – асос тезланишларининг спектраль зичлиги бўлиб, қўп ҳолларда умумий кўринишда қўйидагича олинади [7]:

$$S_{W_0}(\omega) = \frac{D_{W_0} \alpha \omega^3}{\pi(\omega_3^2 - \omega^2 + i\alpha\omega_3\omega)(\omega_3^2 - \omega^2 - i\alpha\omega_3\omega)}, \quad (13)$$

бу ерда  $D_{W_0}$  – асос тезланишининг дисперсияси;  $\omega_3$  – тебранишлар спектрида эҳтимоли юкори частота;  $\alpha$  – тебранишлар спектри кенглигини характерловчи параметр.

Эластик стерженинг абсолют тезланиши нисбий тезланиши ва асос тезланишларнинг йиғиндисидан иборат эканлигини ҳисобга олиб, (13) ифодадан фойдаланиб, стерженинг абсолют тезланишлари ўрта квадратик қийматларининг ифодасини оламиз

$$\sigma_{W_a}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \left| 1 - U_k \omega^2 \frac{d_k}{N_1(\omega) + jN_2} \right|^2 S_{W_0}(\omega) d\omega, \quad (14)$$

**Хулоса.** Ушбу олинган (12 ва (14) интеграл ифодалар қаралаётган кўндаланг кесими ўзгарувчан стерженинг чизиқлимас диссипатив демпферлаш хоссаларини ҳисобга олинган ҳолда тасодифий жараёнларда спектрал зичлигининг турли кўринишларида кинематик тебранишлари динамикасини ва устуворлигини текшириш имконини беради.

**АДАБИЁТЛАР:**

1. Писаренко Г.С., Богинич О.Е. *Колебания кинематически возбуждаемых механических систем с учетом диссипации энергии.* -К.: Наук. думка, 1981.-220с.

2. Корнев Б.Г., Резников Л.М. *Динамические гасители колебаний: Теория и практические приложения.* – М.: Наука, 1988. -304с.
3. Yardimoglu B., Aydin L. *Exact longitudinal vibration characteristics of rods with variable cross – sections.* *Shock and Vibration. Volume 18, 2011, Pp.555-562, DOI 10.3233/SAV-2010-0561*
4. Chaohe Ch., Yong H., Guangfan L. *Calculation of the natural frequencies of transverse vibration of complex beams using the differential-matrix equations.* // *Advanced Materials Research. Volume 243-249, 2011, Pp.284-289, <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMR.243-249.284>*
5. Павлов В.П. *Поперечные колебания стержня с переменным поперечным сечением и вычисление его собственных частот методом сплайнов// Вестник УГАТУ. 2017, Т.21.№2(76).-с.3-16.*
6. Dusmatov O.M., Kasimova F.U. *Vibration of hysteresis-type elastic dissipative characteristic of variable cross section.* *Science and innovation.* // *International scientific journal. volume 2, issue 11 November 2023 UIF-2022:8.2 |ISSN: 2181-3337| scientists.uz*
7. Павловский М.А., Рыжков Л.М., Яковенко В.Б., Дусматов О.М. *Нелинейные задачи динамики виброзащитных систем.* – К.: Техника, 1997. – С. 204.

NUMBER AND POSITION OF BOUND STATES OF A TWO-BOSON SYSTEM  
HAMILTONIAN ON A LATTICE

*Akhmadova Mukhayyo Olimjon qizi,*  
PhD, Lecturer at Samarkand State University  
mukhayyo.akhmadova@mail.ru

*Akhmatova Shakhnoza Bakhtiyorovna,*  
Doctoral student at Samarkand State University  
shakhnoza\_a1@mail.ru

*Abstract.* We investigate the family  $H_\mu(K)$ ,  $K \in \mathbb{T}^2$ , of Schrödinger operators, associated to the Hamiltonian of a two-body on the two-dimensional lattice  $\mathbb{Z}^2$ , interacting through on the next-nearest-neighbor sites with interaction magnitude  $\mu \in \mathbb{R}$ . We identify the fundamental invariant subspace of the operator  $H_\mu(0)$ , where the operators's restriction to this subspace has at most two eigenvalues, depending on the parameter  $\mu \in \mathbb{R}$ . Furthermore, we prove that for any non-zero values of  $\mu \in \mathbb{R}$  and  $K \in \mathbb{T}^2$ , the operator  $H_\mu(K)$  has an eigenvalue outside the essential spectrum.

**Keywords:** Schrödinger operator, essential spectrum, two-dimensional lattice.

PANJARADAGI IKKI BOZONLI SISTEMA GAMILTONIANINING BOG'LANGAN  
HOLATLARI SONI VA O'RNI

*Annotatsiya.* Biz ikki o'lchamli  $\mathbb{Z}^2$  panjarada keyingi eng yaqin qo'shni tugunlarda  $\mu \in \mathbb{R}$  o'zaro ta'sir soni bilan ta'sirlashuvchi ikkita bir xil bozonlar sistemasining Gamiltonianiga mos  $H_\mu(K)$ ,  $K \in \mathbb{T}^2$  diskret Shredinger operatorlar oilasini o'rganamiz.  $H_\mu(0)$  operatorning muhim invariant qismfazosi mavjudligi va  $H_\mu(0)$  operatorning ushbu qismfazodagi qismi ko'pi bilan ikkita xos qiymatga ega bo'lishini  $\mu \in \mathbb{R}$  o'zaro ta'sir parametriga bog'liq ravishda ko'rsatamiz. Bundan tashqari, istalgan  $K \in \mathbb{T}^2$  uchun  $H_\mu(K)$  operatorining xos qiymatlari mavjudligini isbotlaymiz.

**Kalit so'zlar:** Shredinger operatori, muhim spektr, ikki o'lchamli panjara.

ЧИСЛО И МЕСТОПОЛОЖЕНИЕ СВЯЗАННЫХ СОСТОЯНИЙ ГАМИЛЬТониАНА  
РЕШЁТОЧНОЙ ДВУБОЗОННОЙ СИСТЕМЫ

*Аннотация.* Изучается семейство  $H_\mu(K)$ ,  $K \in \mathbb{T}^2$ , дискретных операторов Шрёдингера, ассоциированных с гамильтонианом системы двух одинаковых бозонов на двумерной решётке  $\mathbb{Z}^2$ , взаимодействующих в следующих соседних узлах с величинами взаимодействия  $\mu \in \mathbb{R}$ . Доказано существование важного инвариантного подпространства оператора  $H_\mu(0)$  такого, что сужение оператора  $H_\mu(0)$  на это подпространство имеет не более двух собственных значений, в зависимости (только) от величины взаимодействия  $\mu \in \mathbb{R}$ . Кроме того, для любого  $K \in \mathbb{T}^2$  доказано существование собственных значений оператора  $H_\mu(K)$ .

**Ключевые слова:** оператор Шрёдингера, критический спектр, двумерная решётка.

**Introduction.**

In the current paper, we investigate the spectral properties of the fiber Hamiltonians  $H(K)$ ,  $K \in \mathbb{T}^2$  acting in the Hilbert space  $L^{2,\varepsilon}(\mathbb{T}^2)$  as

$$H_\mu(K) := H_0(K) + V_\mu, \tag{1.2}$$

where  $H_0(K)$  is the fiber kinetic-energy operator,

$$(H_0(K)f)(p) = \varepsilon_K(p)f(p),$$

with

$$\varepsilon_K(p) := 2 \sum_{i=1}^2 \left( 1 - \cos \frac{K_i}{2} \cos p_i \right) \tag{1.3}$$

and

$$\begin{aligned} (V_\mu f)(p) &= \frac{\mu}{2\pi^2} \cos 2p_1 \int_{\mathbb{T}^2} \cos 2q_1 f(q) dq + \frac{\mu}{2\pi^2} \cos 2p_2 \int_{\mathbb{T}^2} \cos 2q_2 f(q) dq \\ &+ \frac{\mu}{\pi^2} \cos p_1 \cos p_2 \int_{\mathbb{T}^2} \cos q_1 \cos q_2 f(q) dq + \frac{\mu}{\pi^2} \sin p_1 \sin p_2 \int_{\mathbb{T}^2} \sin q_1 \sin q_2 f(q) dq. \end{aligned}$$

We note that, the operators  $H_0(K)$  and  $V_\mu$ ,  $\mu \in \mathbb{R}$  are bounded and self-adjoint, moreover the operator  $V_\mu$  is of rank four and does not depend on  $K$  at all. Therefore,

$$\sigma_{\text{ess}}(H_\mu(K)) = \sigma(H_0(K)) = [\varepsilon_{\min}(K), \varepsilon_{\max}(K)],$$

where

$$\varepsilon_{\min}(K) := 2 \sum_{i=1}^2 \left( 1 - \cos \frac{K_i}{2} \right), \quad \varepsilon_{\max}(K) := 2 \sum_{i=1}^2 \left( 1 + \cos \frac{K_i}{2} \right).$$

The main purpose of this work is to find the conditions on the parameter for the operator to have at least one or two eigenvalues outside the essential spectrum. By applying this fact, it is possible to obtain sharp estimates for the number of eigenvalues of the operator  $H_{\gamma\lambda\mu}(K)$ , for all  $K \in \mathbb{T}^2$ .

In [7] and [8], it was established the discrete Schrödinger operators, related to two-boson system of two bosons with the zero-range on one site interaction ( $\lambda \in \mathbb{R}$ ) and interaction on the nearest neighbouring sites ( $\mu \in \mathbb{R}$ ).

In [7], the authors studied the number and location of the operator  $H_{\lambda\mu}(0)$ . It was proved the restriction of the operator  $H_{\lambda\mu}(0)$  onto the subspace  $L^{2,\varepsilon,\alpha}(\mathbb{T}^2)$  can have at most one eigenvalues, lying as below the essential spectrum, as well as above it.

The paper is organized as follows. Sec. 1 is an Introduction. In Sec. 2 we describe the Hamiltonian of the two-body system in the (quasi) momentum representation. The main results and their proofs are stated in Sec.3 and Sec. 4, respectively.

**1. The discret Schrödinger operator and its essential spectrum**

The operator  $H_\mu(K)$ ,  $K \in \mathbb{T}^2$ , is a self-adjoint operator on  $L^{2,\varepsilon}(\mathbb{T}^2)$  of the form

$$H_\mu(K) := H_0(K) + V_\mu,$$

where the operator  $H_0(K)$  is the operator of multiplication by the continuous function

$$\varepsilon_K(p) := 2 \sum_{i=1}^2 \left( 1 - \cos \frac{K_i}{2} \cos p_i \right),$$

and the operator  $V_\mu$  acts as

$$(V_\mu f)(p) = \frac{\mu}{2\pi^2} \cos 2p_1 \int_{\mathbb{T}^2} \cos 2q_1 f(q) dq + \frac{\mu}{2\pi^2} \cos 2p_2 \int_{\mathbb{T}^2} \cos 2q_2 f(q) dq \\ + \frac{\mu}{\pi^2} \cos p_1 \cos p_2 \int_{\mathbb{T}^2} \cos q_1 \cos q_2 f(q) dq + \frac{\mu}{\pi^2} \sin p_1 \sin p_2 \int_{\mathbb{T}^2} \sin q_1 \sin q_2 f(q) dq. \quad (1)$$

The representation (1) shows that, depending on  $\mu \in \mathbb{R}$  the rank of  $V_\mu$  varies but never exceeds four. The classical Weyl theorem implies that for any  $K \in \mathbb{T}^2$ , the essential spectrum  $\sigma_{\text{ess}}(H_\mu(K))$  of  $H_\mu(K)$  coincides with the spectrum of  $H_0(K)$ :

$$\sigma_{\text{ess}}(H_\mu(K)) = \sigma(H_0(K)) = [\mathcal{E}_{\min}(K), \mathcal{E}_{\max}(K)], \quad (2)$$

where

$$\mathcal{E}_{\min}(K) := \min_{p \in \mathbb{T}^2} \mathcal{E}_K(p) = 2 \sum_{i=1}^2 (1 - \cos \frac{K_i}{2}) \geq \mathcal{E}_{\min}(0) = 0, \\ \mathcal{E}_{\max}(K) := \max_{p \in \mathbb{T}^2} \mathcal{E}_K(p) = 2 \sum_{i=1}^2 (1 + \cos \frac{K_i}{2}) \leq \mathcal{E}_{\max}(0) = 8.$$

**Theorem 2.1** *Let  $\mu \in \mathbb{R}$ . Then the following assertions hold:*

- i) *If the operator  $H_\mu(0)$  has  $\alpha$  eigenvalues lying below the essential spectrum then, for any  $K \in \mathbb{T}^2$ , the fiber Hamiltonian  $H_\mu(K)$  has at least  $\alpha$  eigenvalues lying below the essential spectrum.*
- ii) *If the operator  $H_\mu(0)$  has  $\beta$  eigenvalues lying above the essential spectrum then, for any  $K \in \mathbb{T}^2$ , the fiber Hamiltonian  $H_\mu(K)$  has at least  $\beta$  lying eigenvalues above the essential spectrum.*

The above result shows that the number of discrete eigenvalues of the operator  $H_\mu(0)$  provides the sharp lower bound (over all  $K \in \mathbb{T}^2$ ) for the number of discrete eigenvalues of the operator  $H_\mu(K)$ ,  $K \in \mathbb{T}^2$ .

**vii. 2.1 Reducing subspaces of the fiber Schrödinger operators**

Let us introduce the following subspaces of  $L^{2,\varepsilon}(\mathbb{T}^2)$ :

$$L^{2,\text{ees}}(\mathbb{T}^2) = \{f \in L^{2,\varepsilon}(\mathbb{T}^2) : f(p_1, p_2) = f(p_2, p_1) = f(-p_1, p_2), \forall p_1, p_2 \in \mathbb{T}\} \quad (3)$$

$$L^{2,\text{oos}}(\mathbb{T}^2) = \{f \in L^{2,\varepsilon}(\mathbb{T}^2) : f(p_1, p_2) = f(p_2, p_1) = -f(-p_1, p_2), \forall p_1, p_2 \in \mathbb{T}\}$$

$$L^{2,\text{ea}}(\mathbb{T}^2) = \{f \in L^{2,\varepsilon}(\mathbb{T}^2) : f(p_1, p_2) = -f(p_2, p_1), \forall p_1, p_2 \in \mathbb{T}\}.$$

Note that, the subspaces  $L^{2,\text{ees}}(\mathbb{T}^2)$ ,  $L^{2,\text{oos}}(\mathbb{T}^2)$  and  $L^{2,\text{ea}}(\mathbb{T}^2)$  mutually orthogonal and

$$L^{2,\varepsilon}(\mathbb{T}^2) = L^{2,\text{ees}}(\mathbb{T}^2) \oplus L^{2,\text{oos}}(\mathbb{T}^2) \oplus L^{2,\text{ea}}(\mathbb{T}^2); \quad (4)$$

Moreover, the subspaces  $L^{2,\text{ees}}(\mathbb{T}^2)$ ,  $L^{2,\text{oos}}(\mathbb{T}^2)$  and  $L^{2,\text{ea}}(\mathbb{T}^2)$  are invariant for self-adjoint operator  $H_{\gamma\lambda\mu}(0)$ . Therefore, the subspaces  $L^{2,\text{ees}}(\mathbb{T}^2)$ ,  $L^{2,\text{oos}}(\mathbb{T}^2)$  and  $L^{2,\text{ea}}(\mathbb{T}^2)$  are reducing for  $H_{\gamma\lambda\mu}(0)$ . It leads that

$$\sigma(H_{\gamma\lambda\mu}(0)) = \bigcup_{\theta \in \{\text{ees}, \text{oos}, \text{ea}\}} \sigma(H_{\gamma\lambda\mu}(0)|_{L^{2,\theta}(\mathbb{T}^2)}), \quad (5)$$

where we denote by  $A|_{\mathcal{K}}$  the restriction of the operator  $A$  on its invariant subspace  $\mathcal{K}$ .

Let us denote by  $V_\mu^{\text{ees}}$  the restriction of the operator  $V_\mu$  in the reducing subspace  $L^{2,\text{ees}}(\mathbb{T}^2)$ . The representation (1) of  $V_\mu$  implies that

$$(V_\mu^{\text{ees}} f)(p) = \frac{\mu}{4\pi^2} (\cos 2p_1 + \cos 2p_2) \int_{\mathbb{T}^2} (\cos 2q_1 + \cos 2q_2) f(q) dq \\ + \frac{\mu}{\pi^2} \cos p_1 \cos p_2 \int_{\mathbb{T}^2} \cos q_1 \cos q_2 f(q) dq. \quad (6)$$

Analogously, we introduce the restriction of the operator  $V_\mu$  in the respective reducing subspaces  $L^{2,\text{oos}}(\mathbb{T}^2)$  and  $L^{2,\text{ea}}(\mathbb{T}^2)$ ,  $V_\mu^{\text{oos}}$  and  $V_\mu^{\text{ea}}$

$$(V_\mu^{\text{oos}} f)(p) = \frac{\mu}{2\pi^2} \sin p_1 \sin p_2 \int_{\mathbb{T}^2} \sin q_1 \sin q_2 f(q) dq,$$

and

$$(V_\mu^{\text{ea}} f)(p) = \frac{\mu}{4\pi^2} (\cos 2p_1 - \cos 2p_2) \int_{\mathbb{T}^2} (\cos 2q_1 - \cos 2q_2) f(q) \, dq.$$

We also introduce notations for the parts of  $H_\mu^{\text{ees}}(0)$  in its reducing subspaces defined in Eq. (3),

$$\begin{aligned} H_\mu^{\text{ees}}(0) &:= H_\mu(0)|_{L^{2,\text{ees}}(\mathbb{T}^2)} = H_0(0) + V_\mu^{\text{ees}}, \\ H_\mu^{\text{oos}}(0) &:= H_\mu(0)|_{L^{2,\text{oos}}(\mathbb{T}^2)} = H_0(0) + V_\mu^{\text{oos}}, \\ H_\mu^{\text{ea}}(0) &:= H_\mu(0)|_{L^{2,\text{ea}}(\mathbb{T}^2)} = H_0(0) + V_\mu^{\text{ea}}. \end{aligned} \tag{7}$$

viii.

### 2.2 The discrete spectrum of $H_\mu^{\text{ees}}$

Let the operator  $H_\mu^{\text{ees}}$  is given by (7), where the perturbation  $V_\mu^{\text{ees}}$  is of the form (6).

**Remark 2.3** Notice that, the main aim of this paper is to investigate the number and location of the eigenvalues of the operator  $H_\mu^{\text{ees}}(0)$  lying outside the essential spectrum.

**Theorem 2.4** Let  $\mu \in \mathbb{R}$ . Then the following statements true:

- i) if  $\mu \in (-\infty, -\frac{\pi}{3(16-5\pi)})$  then the operator  $H_\mu^{\text{ees}}(0)$  has exactly two eigenvalues in  $(-\infty, 0)$ , and it has no eigenvalues in  $(8, +\infty)$ .
- ii) if  $\mu \in [-\frac{\pi}{3(16-5\pi)}, 0)$  then the operator  $H_\mu^{\text{ees}}(0)$  has exactly one eigenvalue in  $(-\infty, 0)$ , and it has no eigenvalues in  $(8, +\infty)$ .
- iii) if  $\mu \in (0, \frac{\pi}{3(16-5\pi)})$  then the operator  $H_\mu^{\text{ees}}(0)$  has no eigenvalues in  $(-\infty, 0)$ , and it has exactly one eigenvalue in  $(8, +\infty)$ .
- iv) if  $\mu \in [\frac{\pi}{3(16-5\pi)}, +\infty)$  then the operator  $H_\mu^{\text{ees}}(0)$  has no eigenvalues in  $(-\infty, 0)$ , and it has exactly two eigenvalues in  $(8, +\infty)$ .

Next theorem states a sharp estimates for the number of eigenvalues of the operator  $H_\mu(K)$ , over all  $K \in \mathbb{T}^2$  depending only parameter  $\mu \in \mathbb{R}$ .

**Theorem 2.5** Let  $K \in \mathbb{T}^2$  and  $\mu \in \mathbb{R}$ . Then the following statements hold:

- (i) if  $\mu \leq -\frac{\pi}{3(16-5\pi)}$  then  $H_\mu(K)$  has at least two eigenvalues in  $(-\infty, 0)$ .
- (ii) if  $-\frac{\pi}{3(16-5\pi)} \leq \mu < 0$  then  $H_\mu(K)$  has at least one eigenvalue in  $(-\infty, 0)$ .
- (iii) if  $0 \leq \mu < \frac{\pi}{3(16-5\pi)}$  then  $H_\mu(K)$  has at least one eigenvalue in  $(8, +\infty)$ .
- (iv) if  $\mu \geq \frac{\pi}{3(16-5\pi)}$  then  $H_\mu(K)$  has at least two eigenvalues in  $(8, +\infty)$ .

e. 3. Proof of main results

#### i. 3.1 The Lippmann–Schwinger operator

By using the following orthonormal vectors

$$\left\{ \alpha_1^{\text{ees}}(p) = \frac{\cos 2p_1 + \cos 2p_2}{2\pi}, \quad \alpha_2^{\text{ees}}(p) = \frac{\cos p_1 \cos p_2}{\pi} \right\} \tag{8}$$

in  $L^{2,\text{ees}}(\mathbb{T}^2)$  we rewrite the operator  $V_\mu^{\text{ees}}$  as

$$V_\mu^{\text{ees}} f = \mu(f, \alpha_1^{\text{ees}}) \alpha_2^{\text{ees}} + \mu(f, \alpha_2^{\text{ees}}) \alpha_1^{\text{ees}} \tag{9}$$

where  $(\cdot, \cdot)$  is the inner product in  $L^{2,\text{ees}}(\mathbb{T}^2)$ . For any  $z \in \mathbb{C} \setminus [0, 8]$  we define the Lippmann-Schwinger operator (see., e.g., [24]) as

$$B_\mu^{\text{ees}}(0, z) = -V_\mu^{\text{ees}} R_0(0, z),$$

where  $R_0(0, z) := [H_0(0) - zI]^{-1}$ ,  $z \in \mathbb{C} \setminus [0, 8]$ , is the resolvent operator of the operator  $H_0(0)$ .

**Lemma 3.1** Let  $\mu \in \mathbb{R}$ . Then the number  $z \in \mathbb{C} \setminus [0, 8]$  is an eigenvalue of the operator  $H_\mu^{\text{ees}}(0)$  if and only if the number  $1$  is an eigenvalue for the Lippmann-Schwinger operator  $B_\mu^{\text{ees}}(0, z)$ .

The proof of this lemma is given in [25]. Therefore, we skip it.

We observe that, the representation (9) guarantees that, the Lippmann-Schwinger equation

$$B_\mu^{\text{ees}}(0, z)\varphi = \varphi, \quad \varphi \in L^{2,\text{ees}}(\mathbb{T}^2)$$

is equivalent to the following algebraic linear system:

$$\begin{cases} [1 + \mu a_{11}(z)]x_1 + \mu a_{12}(z)x_2 = 0, \\ \mu a_{12}(z)x_1 + [1 + \mu a_{22}(z)]x_2 = 0 \end{cases}$$

where

$$a_{ij}(z) := \int_{\mathbb{T}^2} \frac{\alpha_i^{\text{ees}}(p)\alpha_j^{\text{ees}}(p)dp}{\varepsilon_0(p)-z}, \quad i, j = 1, 2. \tag{10}$$

$$x_i := (\varphi, \alpha_i^{\text{ees}}), \quad i = 1, 2:$$

Let

$$\Delta_\mu^{\text{ees}}(z) := \det[I - B_\mu^{\text{ees}}(0, z)] = \begin{vmatrix} 1 + \mu a_{11}(z) & \mu a_{12}(z) \\ \mu a_{12}(z) & 1 + \mu a_{22}(z) \end{vmatrix},$$

where  $z \in \mathbb{C} \setminus [0, 8]$ .

The next lemma describes a one-to-one relations between the operator  $H_\mu^{\text{ees}}(0)$  and the function  $\Delta_\mu^{\text{ees}}(\cdot)$ .

**Lemma 3.2** *Let  $\mu \in \mathbb{R}$ . Then the number  $z \in \mathbb{R} \setminus [0, 8]$  is discrete eigenvalue of the operator  $H_\mu^{\text{ees}}(0)$  if and only if it is a zero of  $\Delta_\mu^{\text{ees}}(\cdot)$ . Furthermore, the function  $\Delta_\mu^{\text{ees}}(\cdot)$  has at most two zeros in  $\mathbb{R} \setminus [0, 8]$ .*

The proof of this statement is rather standard (cf e.g. [22, 23]) and we skip it.

The properties of the functions defined in Eq. (10) and their asymptotics behaviour as  $z \nearrow 0$  or  $z \searrow 8$  are described in the following Proposition.

**Proposition 3.3** *The functions  $a_{ij}(z)$  ( $i, j = 1, 2$ ) are real-valued and strictly increasing in  $z \in \mathbb{R} \setminus [0, 8]$ . Moreover, it is positive in  $(-\infty, 0)$  and negative in  $(8, +\infty)$ . In addition, the following asymptotics are valid:*

$$a_{11}(z) = \begin{cases} -\frac{1}{\pi} \ln(-z) + \frac{5\ln 2 - 20\pi + \frac{176}{8}}{\pi} + o(1), & \text{as } z \nearrow 0 \\ \frac{1}{\pi} \ln(z - 8) - \frac{5\ln 2 - 20\pi + \frac{176}{8}}{\pi} + o(1), & \text{as } z \searrow 8 \end{cases}$$

$$a_{12}(z) = \begin{cases} -\frac{1}{\pi} \ln(-z) + \frac{5\ln 2 + 4\pi - \frac{52}{8}}{\pi} + o(1), & \text{as } z \nearrow 0 \\ \frac{1}{\pi} \ln(z - 8) - \frac{5\ln 2 + 4\pi - \frac{52}{8}}{\pi} + o(1), & \text{as } z \searrow 8 \end{cases}$$

$$a_{22}(z) = \begin{cases} -\frac{1}{\pi} \ln(-z) + \frac{5\ln 2 - 2\pi + \frac{8}{8}}{\pi} + o(1), & \text{as } z \nearrow 0 \\ \frac{1}{\pi} \ln(z - 8) - \frac{5\ln 2 - 2\pi + \frac{8}{8}}{\pi} + o(1), & \text{as } z \searrow 8, \end{cases}$$

where  $\ln(-z)$  and  $\ln(z - 8)$  stands for the branches of the corresponding analytic functions that are real for  $-z > 0$  and  $z > 8$ , respectively.

Proposition 3.3 can be proved as Proposition 4.2 in [23].

**Lemma 3.4** *The real valued function  $\Delta_\mu^{\text{ees}}(z)$  is well-defined in  $\mathbb{R} \setminus [0, 8]$ . Furthermore, it has the following asymptotics:*

- (i).  $\lim_{z \rightarrow \pm\infty} \Delta_\mu^{\text{ees}}(z) = 1,$
- (ii).  $\Delta_\mu^{\text{ees}}(z) = -\frac{1}{\pi} Q_1^-(\mu) \ln(-z) + Q_0^-(\mu) + o(1), z \nearrow 0;$
- (iii).  $\Delta_\mu^{\text{ees}}(z) = -\frac{1}{\pi} Q_1^+(\mu) \ln(z - 8) + Q_0^+(\mu) + o(1), z \searrow 8,$

where

$$Q_1^\pm(\mu) = \frac{6(16-5\pi)}{\pi} \mu \left( \mu \mp \frac{\pi}{3(16-5\pi)} \right).$$

*Proof.* The Lebesgue dominated convergence theorem yields the first assertion. The two remaining assertions can be proved using Proposition 3.3.

*Proof of Theorem 2.4 (i).* Assume that  $\mu < -\frac{\pi}{3(16-5\pi)} < 0$ . Observe that the function



$$\delta(z) := 1 + \mu a_{11}(z),$$

with  $a_{11}(z)$  given in (10) and strictly decreasing in  $z \in (-\infty, 0)$ . From the explicit definition of the function  $a_{11}(z)$  in (13) it follows that

$$\lim_{z \rightarrow -\infty} \delta(z) = 1.$$

Therefore, the function  $\delta(z) = 1 + \mu a_{11}(z)$  has exactly one zero  $z_{11}$  in  $(-\infty, 0)$ .

Notice that the equality  $1 + \mu a_{11}(z_{11}) = 0$  implies that

$$\Delta_{\mu}^{\text{ees}}(z_{11}) = (1 + \mu a_{22}(z_{11}))(1 + \mu a_{11}(z_{11})) - \mu^2 (a_{12}(z_{11}))^2 = -\mu^2 (a_{12}(z_{11}))^2 < 0 \quad (11)$$

Meanwhile, for  $\mu < -\frac{\pi}{3(16-5\pi)} (< 0)$  we have

$$Q^-(\mu) = \frac{6(16-5\pi)}{\pi} \mu \left[ \mu + \frac{\pi}{3(16-5\pi)} \right] > 0. \quad (12)$$

The inequality (12) and Lemma 3.4 (ii) yield that

$$\lim_{z \rightarrow 0} \Delta_{\mu}^{\text{ees}}(z) = +\infty. \quad (13)$$

Lemma 3.4 (i) gives that

$$\lim_{z \rightarrow +\infty} \Delta_{\mu}^{\text{ees}}(z) = 1 \quad (14)$$

Then the relations (14), (11) and (13) imply that

$$\lim_{z \rightarrow -\infty} \Delta_{\mu}^{\text{ees}}(z) = 1, \quad \Delta_{\mu}^{\text{ees}}(z_{11}) < 0 \quad \text{and} \quad \lim_{z \rightarrow 0} \Delta_{\mu}^{\text{ees}}(z) = +\infty.$$

It follows there existence of real numbers  $z_{21}$  and  $z_{22}$  such that

$$z_{21} < z_{11} < z_{22} < 0$$

and

$$\Delta_{\mu}^{\text{ees}}(z_{21}) = \Delta_{\mu}^{\text{ees}}(z_{22}) = 0.$$

Lemma 3.2 leads that, the operator  $H_{\mu}^{\text{ees}}(0)$  can have at most two eigenvalues in  $\mathbb{R} \setminus [0, 8]$ . Therefore, it has no eigenvalues in  $(8, +\infty)$  when  $\mu < -\frac{\pi}{3(16-5\pi)}$ .

(ii). Assume that  $-\frac{\pi}{3(16-5\pi)} \leq \mu < 0$ . Then

$$Q_1^-(\mu) = \frac{6(6-5\pi)}{\pi} \mu \left[ \mu + \frac{\pi}{3(16-5\pi)} \right] < 0 \quad (15)$$

and

$$Q_1^+(\mu) = \frac{6(6-5\pi)}{\pi} \mu \left[ \mu - \frac{\pi}{3(16-5\pi)} \right] > 0. \quad (16)$$

The inequality (15) and Lemma 3.4 (ii) yield that

$$\lim_{z \rightarrow -\infty} \Delta_{\mu}^{\text{ees}}(z) = 1 \quad \text{and} \quad \lim_{z \rightarrow 0} \Delta_{\mu}^{\text{ees}}(z) = -\infty. \quad (17)$$

Similarly, the inequality (16) and Lemma 3.4 (iii) obey that

$$\lim_{z \rightarrow +\infty} \Delta_{\mu}^{\text{ees}}(z) = 1 \quad \text{and} \quad \lim_{z \rightarrow 8} \Delta_{\mu}^{\text{ees}}(z) = +\infty. \quad (18)$$

The relation (17) guarantees that the continuous function  $\Delta_{\mu}^{\text{ees}}(z)$  has at least one zeros in  $(-\infty, 0)$ . The function  $\Delta_{\mu}^{\text{ees}}(z)$  has exactly one zero in  $(-\infty, 0)$ . To demonstrate this, let we assume that the equation  $\Delta_{\mu}^{\text{ees}}(z) = 0$  has at least two zeros. Then this function  $\Delta_{\mu}^{\text{ees}}(z)$  should have at least three zeros since it has different signs at the endpoints of  $(-\infty, 0)$  (see Eq. (17)). In other hand, Lemma 3.2. states that the function  $\Delta_{\mu}^{\text{ees}}(z)$  has at most two zeros. This contradiction shows that the function  $\Delta_{\mu}^{\text{ees}}(z)$  has exactly one zero below the essential spectrum.

Analogously, the relations

$$\lim_{z \rightarrow +\infty} \Delta_{\mu}^{\text{ees}}(z) = 1 \quad \text{and} \quad \lim_{z \rightarrow 8} \Delta_{\mu}^{\text{ees}}(z) = +\infty$$

in Eqs.(18) leads that the function  $\Delta_{\mu}^{\text{ees}}(z)$  has no zeros in  $(8, +\infty)$ . To prove this, we assume that this function  $\Delta_{\mu}^{\text{ees}}(z)$  has at least one zero in  $(8, +\infty)$ . Since it has same signs at the endpoints of  $(8, +\infty)$  (see Eq. (18)) the function  $\Delta_{\mu}^{\text{ees}}(z)$  should have at least two zeros. In other hands, the function  $\Delta_{\mu}^{\text{ees}}(z)$  has exactly one zero below the essential spectrum. Then, the function  $\Delta_{\mu}^{\text{ees}}(z)$  should have at least three zeros outside the essential spectrum. This contradictions demonstrate that the function  $\Delta_{\mu}^{\text{ees}}(z)$  has no zeros in  $(8, +\infty)$ .

It is worth noting that the third and fourth items can be demonstrated similarly to the second and first items, respectively. ■

Theorem 2.5 can be proved using Theorem 2.1, Theorem 2.4 and decomposition (5).

**REFERENCES:**

1. S. Albeverio, S. N. Lakaev, Z. I. Muminov: *Schrödinger operators on lattices. The Efimov effect and discrete spectrum asymptotics*, *Ann. Henri Poincaré*. 5 (2004), 743-772.
2. S. Albeverio, S. N. Lakaev, K. A. Makarov, Z. I. Muminov: *The Threshold Effects for the Two-particle Hamiltonians on Lattices*, *Comm. Math. Phys.* 262 (2006), 91–115.
3. S. Albeverio, S. N. Lakaev, A. M. Khalkhujaev: *Number of Eigenvalues of the Three-Particle Schrödinger Operators on Lattices*, *Markov Process. Relat. Fields*. 18 (2012), 387-420.
4. V. Bach, W. de Siqueira Pedra, S.N. Lakaev: *Bounds on the discrete spectrum of lattice Schrödinger operators*. *J. Math. Phys.* 59:2 (2017), 022109.
5. L.D. Faddeev, S.P. Merkuriev, *Quantum Scattering Theory for Several Particle Systems (Doderecht: Kluwer Academic Publishers, 1993)*.
6. Sh.Yu. Kholmatov, S.N. Lakaev, F. Almuratov: *Bound states of discrete Schrödinger operators on one and two dimensional lattices*, // *J. Math. Anal. Appl.* 503:1 (2021), 125280.
7. S.N.Lakaev, Sh.Yu.Kholmatov, Sh.I.Khamidov: *Bose-Hubbard model with on-site and nearest-neighbor interactions; exactly solvable case*. // *J. Phys. A: Math. Theor.* 54 (2021), 245201 [22 pages].
8. S.N. Lakaev, E. Özdemir: *The existence and location of eigenvalues of the one particle Hamiltonians on lattices*. // *Hacettepe J. Math. Stat.* 45 (2016), 1693–1703.
9. S.N.Lakaev. *Some spectral properties of the generalized Friedrichs model*, *J// urnal of Soviet Mathematics*, 45(6) (1989), 1540–1563.
10. S.N.Lakaev, Sh.S. Lakaev: *The existence of bound states in a system of three particles in an optical lattice*. *J.Phys. A: Math. Theor.* 50 (2017) 335202 [17 pages].
11. A. Mogilner: *Hamiltonians in solid-state physics as multiparticle discrete Schrödinger operators: Problems and results*. *Advances in Societ Math.* 5 (1991), 139–194.
12. D. Mattis: *The few-body problem on a lattice*. *Rev. Mod. Phys.* 58 (1986), 361–379.
13. D. Jaksch, C. Bruder, J. Cirac, C.W. Gardiner, P. Zoller: *Cold bosonic atoms in optical lattices*. // *Phys. Rev. Lett.* 81 (1998), 3108–3111.
14. D. Jaksch, P. Zoller: *The cold atom Hubbard toolbox*. // *Ann. Phys.* 315 (2005), 52–79.
15. M. Klaus: *On the bound state of Schrödinger operators in one dimension*. // *Ann. Phys.* 108 (1977), 288-300.
16. M. Klaus, B. Simon: *Coupling constant thresholds in non-relativistic quantum mechanics. I. Short range two body case*. // *Ann. Phys.* 130 (1980), 251–281.
17. Sh.Yu. Kholmatov, S.N. Lakaev, F.M. Almuratov: *On the spectrum of Schodinger-type operators on two dimensional lattices*, // *J. Math. Anal. Appl.* 504:2 (2022), 126363
18. Sh.Yu. Kholmatov, S.N. Lakaev, F. Almuratov: *Bound states of discrete Schrödinger operators on one and two dimensional lattices*, // *J. Math. Anal. Appl.* 503:1 (2021), 125280.
19. S.N. Lakaev: *The Efimov's effect of the three identical quantum particle on a lattice*. // *Funct. Anal. Appl.* 27 (1993), 15–28
20. S.N. Lakaev, S.Kh. Abdukhakimov: *Threshold effects in a two-fermion system on an optical lattice*. // *Theoret. and Math. Phys.* 203:2 (2020), 251–268
21. S.N.Lakaev, A.Boltaev,F.Almuratov: *On the discrete spectra of Schrödinger-type operators on one dimensional lattices*. // *Lob. J. Math.* 43-3(2022),770–783.
22. S.N. Lakaev, I.N. Bozorov: <https://doi.org/10.1007/s11232-009-0030-6>*The number of bound states of a one-particle Hamiltonian on a three-dimensional lattice*. // *Theoret. and Math. Phys.* 158 (2009), 360–376.
23. S.N.Lakaev, Sh.Yu.Kholmatov, Sh.I.Khamidov: *Bose-Hubbard model with on-site and nearest-neighbor interactions; exactly solvable case*. // *J. Phys. A: Math. Theor.* 54 (2021), 245201 [22 pages].
24. B.A. Lippmann and J. Schwinger: *Variational principles for scattering processes*. // *J. Phys. Rev.* 79, 469 (1950), 361–379.
25. S. Albeverio, F. Gesztesy, R. Hfëegh-Krohn, H. Holden: *Solvable Models in Quantum Mechanics*, Springer 1988.

ON THE EIGENVALUES OF DISCRETE SCHRÖDINGER OPERATORS WITH TWO DELTA POTENTIALS

Madatova Fotima Abdiraximovna,  
National University of Uzbekistan, Tashkent

**Abstract.** We consider Schrödinger operator defined on a one-dimensional lattice perturbed by two delta interactions, of strength  $\lambda$ , centered at the origin with distance  $k$ . We show that the Schrödinger operator may have two eigenvalues depending on the parameters of the model, that is to say both the aforementioned strength  $\lambda$  and the separation distance  $k$ . We investigate in detail the existence of these two eigenvalues on the two parameters  $\lambda$  and  $k$ .

**Keywords:** discrete Laplacian, discrete Schrödinger operator, eigenvalues, Fredholm determinant.

IKKI DELTA POTENSIALGA EGA DISKRET SHREDINGER OPERATORLARINING XOS QIYMATLARI HAQIDA

**Annotatsiya.** Bir o'Ichamli panjarada  $\lambda$  massali 0 ga nisbatan o'zora  $k$  masofada joylashgan ikkita delta potentsiallar yordamida qo'zg'atilgan Shredinger operatorini qaraymiz. Model parametrlari  $\lambda$ -massa va  $k$  –masafolarning qiymatiga bog'liq holda Shredinger operatori ikkita xos qiymatga ega bo'lishi mumkinligini ko'rsatamiz. Ushbu ikkita xos qiymatning mavjud bo'lishi holatlarini ikki  $\lambda$  va  $k$  parametrlarga bog'liqligini batafsil o'rganamiz.

**Kalit so'zlar:** diskret Laplasian, diskret Shredinger operator, xos qiymatlar, Fredgolv determinanti.

ОБ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЯХ ДИСКРЕТНЫХ ОПЕРАТОРОВ ШРЁДИНГЕРА С ДВУМЯ ДЕЛЬТА-ПОТЕНЦИАЛАМИ

**Аннотация.** Мы рассматриваем оператор Шрёдингера, определённый на одномерной решётке, возмущённой двумя дельта-взаимодействиями с силой  $\lambda$ , сосредоточенными в начале координат с расстоянием  $k$ . Мы показываем, что оператор Шрёдингера может иметь два собственных значения, зависящих от параметров модели, то есть как от вышеупомянутой силы, так и от расстояния разделения  $k$ . Мы подробно исследуем существование этих двух собственных значений при двух параметрах  $\lambda$  и  $k$ .

**Ключевые слова:** дискретный лапласиан, дискретный оператор Шрёдингера, собственные значения, определитель Фредгольма.

**Introduction.** The family of continuous Schrödinger operators  $H(\lambda) = -\Delta + \lambda V, \lambda > 0$ , associated to a system of two quantum mechanical particles on  $\mathbb{R}^d, d \geq 1$  was considered in [1]. In this study, the existence of a negative eigenvalue  $e(\lambda)$  and its asymptotic behavior as  $\lambda \rightarrow 0$  were studied.

The authors of the work [2] explored the family  $\tilde{H}_\mu$  one- and two- dimensional discrete Schrödinger-type operators, where  $\mu > 0$  is a coupling constant. Using the methods from [3], the authors prove the finiteness of the discrete spectrum of  $\tilde{H}_\mu$ , establish sufficient conditions for the existence of eigenvalues, analyze the existence or non-existence of eigenvalues for small  $\mu > 0$ , and find the expansions of the largest and smallest eigenvalues of  $\tilde{H}_\mu$  near  $\mu = 0$ .

In [4] an explicit example of a  $\tilde{H}_{\lambda\mu} = -\Delta - \hat{V}_{\lambda\mu}$ , on the three-dimensional lattice  $\mathbb{Z}^3$ , which possesses both a threshold resonance and a threshold eigenvalue is considered, where  $-\Delta$  stands for the standard discrete Laplacian in  $\ell^2(\mathbb{Z}^n)$  and  $V$  is a multiplication operator by the function

$$\hat{V}_{\lambda\mu}(x) = \mu\delta_{x0} + \frac{\lambda}{2}\sum_{|s|=1}\delta_{xs}, \quad \lambda \geq 0, \mu \geq 0, \tag{1}$$

where  $\delta_{xs}$  is the Kronecker delta.

The authors of [6] considered the restriction of this operator to the Hilbert space of all even functions in  $\ell^2(\mathbb{Z}^3)$ . In case  $\lambda = 0$ , Hiroshima et.al. [5] studied an appearance of its eigenvalue depending on the potential energy and the dimension of the lattice. Eigenvalue behaviors, lower threshold eigenvalue and lower threshold resonance and lower super-threshold resonance of Schrödinger operator defined on  $n$ -dimensional lattice with a potential of type (1) were studied in [7].

In this paper, we consider the spectrum of  $h_{\lambda,k} = \Delta - \hat{V}_{\lambda,k}$ , with the potential

$$\hat{V}_{\lambda,k}(x) = \lambda\delta_{k,x} + \lambda\delta_{-k,x}, \quad x, k \in \mathbb{Z}, \lambda \in \mathbb{R}, \quad (2)$$

where  $\lambda$  and  $k$  are parameters. We study the eigenvalues of the operator depending on the parameters  $k \in \mathbb{Z}$  and

$\lambda \in \mathbb{R}$  and we investigate the eigenvalue behavior of this operator as  $k$  approaches infinity.

The paper is organized as follows. In Section 2 and Section 3, a discrete Schrödinger operator in the coordinate and momentum representation is described. The essential spectrum of the operator is investigated in Section 4. Section 5 is devoted to showing main results, Theorem 5.

**The discrete Schrödinger operator in the position representation.**

The standard discrete Laplacian  $\Delta$  on the one dimensional lattice  $\mathbb{Z}$ , is defined with the following self-adjoint (bounded) Toeplitz-type operator on the Hilbert space  $\ell^2(\mathbb{Z})$  ([8]) as

$$\Delta = \frac{1}{2} \sum_{x \in \mathbb{Z}, |x|=1} (T(x) - T(0)),$$

where  $T(y)$ ,  $y \in \mathbb{Z}$ , is the shift operator

$$(T(y)\hat{f})(x) = \hat{f}(x + y), \quad \hat{f} \in \ell^2(\mathbb{Z}), \quad x \in \mathbb{Z}.$$

Let the discrete Schrödinger operator be defined in the Hilbert space  $l^2(\mathbb{Z})$  as follows

$$\hat{h}_{\lambda,k} = -\Delta - \hat{V}_{\lambda,k}$$

where the potential operator  $\hat{V}_{\lambda,k}$  depending on the parameters  $\lambda \in \mathbb{R}$  and  $k \in \mathbb{N}$  is defined by

$$(\hat{V}_{\lambda,k}\hat{f})(x) = \begin{cases} \lambda\hat{f}(x), & \text{if } x = k \\ \lambda\hat{f}(x), & \text{if } x = -k \end{cases}, \quad \hat{f} \in \ell^2(\mathbb{Z}), \quad x \in \mathbb{Z}.$$

$$(\hat{V}_{\lambda,k}\hat{f})(x) = \begin{cases} \lambda\hat{f}(x), & \text{if } x = k \\ \lambda\hat{f}(x), & \text{if } x = -k, \\ 0, & \text{if } x \neq k, -k \end{cases}, \quad \hat{f} \in l^2(\mathbb{Z}), x \in \mathbb{Z}$$

**The discrete Schrödinger operator in the momentum representation.**

The standard Fourier transform

$$\mathcal{F}: L^2(\mathbb{T}) \rightarrow \ell^2(\mathbb{Z}), \quad (\mathcal{F}f)(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\mathbb{T}} f(t)e^{ixt} dt, \quad f \in L^2(\mathbb{T}), \quad x \in \mathbb{Z},$$

with the inverse

$$\mathcal{F}^{-1}: \ell^2(\mathbb{Z}) \rightarrow L^2(\mathbb{T}), \quad (\mathcal{F}^{-1}\hat{f})(p) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{x \in \mathbb{Z}} \hat{f}(x)e^{-ixp}, \quad \hat{f} \in \ell^2(\mathbb{Z}), \quad p \in \mathbb{T},$$

provides the momentum representation of the Hamiltonian  $h_{\lambda,k} = \mathcal{F}^{-1}\hat{h}_{\lambda,k}\mathcal{F}$  acting on  $L^2(\mathbb{T})$  as

$$h_{\lambda,k} = h_0 - V_{\lambda,k},$$

where the non-perturbed operator  $h_0 = -\mathcal{F}^{-1}\Delta\mathcal{F}$  is defined on  $L^2(\mathbb{T})$  as a multiplication operator by the function

$e(\cdot)$ :

$$(h_0f)(p) = e(p)f(p), \quad f \in L^2(\mathbb{T}), \quad p \in \mathbb{T}, \quad (3)$$

where

$$e(p) = 1 - \cos p, \quad p \in \mathbb{T},$$

The perturbation  $V_{\lambda,k} = \mathcal{F}^{-1}\hat{V}_{\lambda,k}\mathcal{F}$  is the two-dimensional integral operator:

$$(V_{\lambda,k}f)(p) = \frac{\lambda}{2\pi} \int_{\mathbb{T}} e^{ik(p-q)}f(q)dq + \frac{\lambda}{2\pi} \int_{\mathbb{T}} e^{-ik(p-q)}f(q)dq, \quad f \in L^2(\mathbb{T}), \quad p \in \mathbb{T}.$$

It isn't difficult to see that  $h_{\lambda,k}$  is a self-joint operator.

**The essential spectrum.** The perturbation  $V_{\lambda,k}$  of  $h_0$  is the operator of rank two and in accordance with Weyl theorem on the stability of the essential spectrum the equality  $\sigma_{\text{ess}}(h_{\lambda,k}) = \sigma_{\text{ess}}(h_0)$  holds the essential spectrum of the operator  $h_{\lambda,k}$  consists of the following segment on the real axis:

$$\sigma_{\text{ess}}(h_{\lambda,k}) = [e_{\min}, e_{\max}],$$

where

$$e_{\min} = 0, \quad e_{\max} = 2.$$

**Birman-Schwinger operator and Fredholm determinant of the operator  $h_{\lambda,k}$ .**

**The Birman-Schwinger operator.**

We introduce the Birman-Schwinger operator  $T(z)$ , as a two-dimensional matrix operator, in the following form

$$T(z) = \begin{bmatrix} \lambda a(z) & \lambda b(z) \\ \lambda b(z) & \lambda a(z) \end{bmatrix}, \quad T(z): \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2, \quad z \in \mathbb{C} \setminus [0,2], \quad (4)$$

where

$$a(z) = M_1^* R_0(z) M_1 = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{T}} \frac{1}{e(q) - z} dq,$$

$$b(z) = M_1^* R_0(z) M_2 = M_2^* R_0(z) M_1 = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{T}} \frac{e^{2ikq}}{e(q) - z} dq = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{T}} \frac{\cos 2(k,q)}{e(q) - z} dq$$

**Fredholm determinant of the operator  $h_{\lambda,k}$ .**

For any  $\lambda \in \mathbb{C}$ , we define Fredholm determinant associated with the matrix  $I - T(z)$  as a analytic function in

$z \in \mathbb{C} \setminus [e_{\min}, e_{\max}]$  as

$$D(\lambda; z) = 1 - 2\lambda a(z) + \lambda^2 (a^2(z) - b^2(z)), \quad (5)$$

**Lemma 1 (Birman-Schwinger principle for  $z \in \mathbb{C} \setminus [e_{\min}, e_{\max}]$ )**

(1) The number  $z \in \mathbb{C} \setminus [e_{\min}, e_{\max}]$  is an eigenvalue of  $h_{\lambda,k}$  if only if  $1 \in \sigma(T(z))$ .

(2) The number  $z \in \mathbb{C} \setminus [e_{\min}, e_{\max}]$  is an eigenvalue of  $h_{\lambda,k}$  if only if  $\det(T(z) - I) = 0$ , that is  $D(\lambda; z) = 0$ .

Moreover, the vector  $\omega = (\omega_1, \omega_2)^T \in \mathbb{C}^2$  is an eigenvector of  $T(z)$  associated with eigenvalue 1 if and only if

$f = R_0(z) M_\alpha \omega$ , i.e.

$$f = \frac{1}{e(p) - z} (\lambda \omega_1 e^{-ikp} + \lambda \omega_2 e^{ikp}) \quad (6)$$

is an eigenfunction of  $h_{\lambda,k}$  associated eigenvalue  $z$ .

*Proof.* (1) It can be seen that

$$h_{\lambda,k} f = z f, \quad z \in \mathbb{C} \setminus [0,2]$$

if only if

$$f = R_0(z) M_\alpha M_b f,$$

since  $V = M_\alpha M_b$ , where  $f$  is a corresponding eigenfunction.

Here vector valued linear operators  $M_\alpha$  and  $M_b$  are defined by

$$M_\alpha: \mathbb{C}^2 \rightarrow L^2(\mathbb{T}), \quad M_\alpha = [M_1, M_2],$$

$$M_b: L^2(\mathbb{T}) \rightarrow \mathbb{C}^2, \quad M_b = [\lambda M_1^* \lambda M_2^*]^T.$$

where

$$M_j: \mathbb{C} \rightarrow L^2(\mathbb{T}), \quad (M_j w)(p) = w \varphi_j(p), \quad w \in \mathbb{C},$$

$$M_j^*: L^2(\mathbb{T}) \rightarrow \mathbb{C}, \quad M_j^*(f) = \langle f, \varphi_j \rangle, \quad f \in L^2(\mathbb{T}), \quad j = 1,2,$$

where  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  is the scalar multiplication in the Hilbert space  $L^2(\mathbb{T})$  and

$$\varphi_1(p) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-ikp}, \quad \varphi_2(p) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{ikp} \quad p \in \mathbb{T}$$

We introduce the Birman-Schwinger operator

$$T(z) = M_b R_0(z) M_\alpha,$$

where operator  $R_0(z) = (h_0 - z)^{-1}$  is a resolvent of operator  $h_0$ .

Due to the facts that  $\sigma(R_0(z)M_\alpha M_b) \setminus \{0\} = \sigma(M_b R_0(z)M_\alpha) \setminus \{0\}$  and  $T(z) = M_b R_0(z)M_\alpha$ , the number  $z$  is an eigenvalue of  $h_{\lambda,k}$  if and only if  $1$  is an eigenvalue of  $T(z)$ .

(2) Since the number  $z \in \mathbb{C} \setminus [e_{\min}, e_{\max}]$  is an eigenvalue of  $h_{\lambda,k}$  if only if  $1 \in \sigma(T(z))$ , that is  $z \in \sigma_d(h_{\lambda,k})$  if and only if  $D(\lambda; z) = 0$ . We can also see that  $T(z)\omega = \omega$ , i.e.  $M_b R_0(z)M_\alpha \omega = \omega$  if and only if  $f = R_0(z)M_\alpha \omega$  satisfies that  $f = R_0(z)M_\alpha M_b f$ , i.e.  $(h_0 - z)f = V_{\lambda,k}f$ . The last equality provides the function  $f$  coincides with (6) and is eigenfunction of  $h_{\lambda,k}$  associated eigenvalue  $z \in \mathbb{C} \setminus [e_{\min}, e_{\max}]$ .

**Properties of the Fredholm determinant.**

In the following lemma we calculate the values of the coefficients  $a(z)$  and  $b(z)$ .

**Lemma 2** (a) *The following equalities are valid for  $a(z)$  and  $b(z)$*

$$a(z) = \frac{1}{\sqrt{-z}\sqrt{2-z}}, \quad z \in (-\infty, 0) \cup (2, +\infty),$$

and

$$b(z) = \frac{(1 - z - \sqrt{z^2 - 2z})^{2k}}{\sqrt{-z}\sqrt{2-z}}, \quad z \in (-\infty, 0) \cup (2, +\infty).$$

(b) The following inequalities are satisfied for  $a(z)$  and  $b(z)$

$$a(z) > b(z)$$

and

$$a'(z) > b'(z)$$

*Proof.* (a) In the calculation of the integrals  $a(z)$  and  $b(z)$ , we use the special case of the formula of the theory of residues

$$\int_{|\zeta|=1} \frac{f(\zeta)}{g(\zeta)} d\zeta = 2\pi i \frac{f(\zeta_0)}{g'(\zeta_0)}, \tag{7}$$

where a function  $f(\zeta)$  is the analytic in the set  $\{z \in \mathbb{C}: |z| < 1\}$ , and  $\zeta_0$  is a only zero of the function  $g(\zeta)$  in  $\{\zeta: |\zeta| < 1\}$ .

$$\begin{aligned} b(z) &= \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{T}} \frac{e^{2ikq}}{e(q) - z} dq = \left| \begin{array}{l} e^{iq} = \eta \quad e^{-iq} = \frac{1}{\eta} \\ ie^{iq} dq = d\eta, \quad dq = \frac{d\eta}{i\eta} \end{array} \right| \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{|\eta|=1} \frac{2\eta^{2k}}{\left[2 - 2z - \left(\eta + \frac{1}{\eta}\right)\right] i\eta} \frac{d\eta}{i\eta} = \frac{i}{\pi} \int_{|\eta|=1} \frac{\eta^{2k} d\eta}{\eta^2 - (2 - 2z)\eta + 1} \\ &= \frac{i}{\pi} 2\pi i \frac{(1 - z - \sqrt{z^2 - 2z})^{2k}}{2(1 - z - \sqrt{z^2 - 2z}) - 2 + 2z} = \frac{(1 - z - \sqrt{z^2 - 2z})^{2k}}{\sqrt{-z}\sqrt{2-z}} \end{aligned}$$

In particular, the relation

$$a(z) = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{T}} \frac{dq}{e(q) - z} = \frac{1}{\sqrt{-z}\sqrt{2-z}}$$

is derived from the equation  $a(z) = b(z)$ , when  $k = 0$ .

(b) The proof of this statement follows from

$$\frac{d^{(n)} a(z)}{dz^n} = \frac{n!}{2\pi} \int_{\mathbb{T}} \frac{dq}{(e(q) - z)^{n+1}}$$

and

$$\frac{d^{(n)} b(z)}{dz^n} = \frac{n!}{2\pi} \int_{\mathbb{T}} \frac{e^{2ikq}}{(e(q) - z)^{n+1}} dq \quad \text{for any } n \in \mathbb{N}$$

In order to discuss the zeros of the Fredholm determinant (5), we describe it as follows

$$D(\lambda; z) = D_1(\lambda; z)D_2(\lambda; z) \tag{8}$$

where

$$D_1(\lambda; z) = 1 - \lambda(a(z) + b(z))$$

and

$$D_2(\lambda; z) = 1 - \lambda(a(z) - b(z)), \quad z \in \mathbb{C} \setminus [e_{\min}, e_{\max}]$$

Let

$$\lambda_0 = \lim_{z \rightarrow 0^-} \frac{1}{a(z) - b(z)} = \left( \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{T}} \frac{1 - \cos(2kq)}{1 - \cos q} dq \right)^{-1} = \frac{1}{2k}$$

**Lemma 3** a) For  $\lambda > 0$ , the functions  $D_1(\lambda; z)$  and  $D_2(\lambda; z)$  are decreasing in the interval  $(-\infty, 0)$ .

b) For  $\lambda > 0$ , function  $D_1(\lambda; z)$  has a unique zero  $z_1(\lambda, k)$  in the interval  $(-\infty, 0)$ .

c) If  $\lambda > \lambda_0$ , the function  $D_2(\lambda; z)$  has a unique zero  $z_2(\lambda, k)$  in the interval  $(-\infty, 0)$ .

Moreover  $z_1(\lambda, k) < z_2(\lambda, k) < 0$ .

d) If  $0 < \lambda \leq \lambda_0$ , the function  $D_2(\lambda; z)$  has no zero in the interval  $(-\infty, 0)$ .

*Proof.* a) It is clear that are  $a(z) > b(z) > 0$ ,  $a'(z) > b'(z) > 0$ . Then

$$\frac{\partial D_1}{\partial z} = -\lambda(a'(z) + b'(z)) = -\frac{\lambda}{2\pi} \int_{\mathbb{T}} \frac{1 + \cos(2kq)}{1 - \cos q - z} dq < 0,$$

$$\frac{\partial D_2}{\partial z} = -\lambda(a'(z) - b'(z)) = -\frac{\lambda}{2\pi} \int_{\mathbb{T}} \frac{1 - \cos(2kq)}{1 - \cos q - z} dq < 0,$$

that the functions  $D_1(\lambda; z)$  and  $D_2(\lambda; z)$  are decreasing in the interval  $(-\infty, 0)$  when  $\lambda > 0$ .

b) For any fixed  $\lambda > 0$  and  $k \in \mathbb{N}$ , the function  $D_1(\lambda; z)$  is continuous in the interval  $(-\infty, 0)$  and it has the limits

$$\lim_{z \rightarrow -\infty} D_1(\lambda; z) = 1$$

and

$$\lim_{z \rightarrow 0^-} D_1(\lambda; z) = 1 - \lambda \lim_{z \rightarrow 0^-} \frac{1 + (1 - z - \sqrt{z^2 - 2z})^{2k}}{\sqrt{z^2 - 2z}} = -\infty.$$

Intermediate value theorem and monotonicity imply that there exists a unique zero  $z_1(\lambda, k) \in (-\infty, 0)$  of the function  $D_1(\lambda; z_1(\lambda, k))$  that is

$$D_1(\lambda; z_1(\lambda, k)) = 0.$$

c) Let  $\lambda > \lambda_0$ . Then

$$\frac{\partial D_2}{\partial z} = -\lambda(a'(z) - b'(z)) < 0$$

that the function  $D_2(\lambda; z)$  is monotonically decreasing in the interval  $(-\infty, 0)$ . For  $\lambda > \lambda_0$ ,  $D_2(\lambda; z)$  is continuous and it has the limits

$$\lim_{z \rightarrow -\infty} D_2(\lambda; z) = 1$$

and

$$\lim_{z \rightarrow 0^-} D_2(\lambda; z) = 1 - \lambda \lim_{z \rightarrow 0^-} (a(z) - b(z)) = 1 - \lambda/\lambda_0.$$

If  $\lambda > \lambda_0$ , then  $\lim_{z \rightarrow 0^-} D_2(\lambda; z) < 0$ , then the intermediate value theorem and monotony imply that there exists a unique zero  $z_2(\lambda, k) \in (-\infty, 0)$  of the function  $D_2(\lambda; z_2(\lambda, k))$  that is

$$D_2(\lambda; z_2(\lambda, k)) = 0.$$

The last equality gives  $\lambda = (a(z_2) - b(z_2))^{-1}$  and hence

$$D_1(\lambda; z_2(\lambda, k)) = -\frac{2b(z_2)}{a(z_2) - b(z_2)} < 0$$

So the intermediate value theorem implies that  $z_1(\lambda, k)$  lies in the interval  $(-\infty, z_2(\lambda, k))$ .

d) Let  $0 < \lambda \leq \lambda_0$ . Then  $\lim_{z \rightarrow 0^-} D_2(\lambda; z) = 1 - \lambda/\lambda_0 > 0$ , and as  $D_2(\lambda; z)$  is monotonic increasing on  $(-\infty, 0)$  we get

$$D_2(\lambda; z) > \lim_{z \rightarrow 0^-} D_2(\lambda; z) = 1 - \lambda/\lambda_0 > 0,$$

which proves that the function  $D_2(\lambda; z)$  has no zero in the interval  $(-\infty, 0)$ .

The equivalence relation

$$h_{\lambda, k} = 2 - UH_{-\lambda, k} U^*,$$

where

$$(Uf)(p) = f(p - \pi), \quad f \in L^2(\mathbb{T}),$$

and the lemma 5.3 provide a proof of the following lemma, which is an analog of the lemma 5.3 for the operator  $h_{\lambda,k}$  on the interval  $(2, \infty)$ .

**Lemma 4** a) For  $\lambda < 0$ , the functions  $D_1(\lambda; z)$  and  $D_2(\lambda; z)$  are increasing in the interval  $(2; +\infty)$ .

b) For  $\lambda < 0$ , the function  $D_1(\lambda; z)$  has a unique zero  $z_1(\lambda, k)$  in the interval  $(2; +\infty)$ .

c) If  $\lambda < -\lambda_0$ , the function  $D_2(\lambda; z)$  has a unique zero  $z_2(\lambda, k)$  in the interval  $(2; +\infty)$ . Moreover,  $z_1(\lambda, k) > z_2(\lambda, k) > 2$ .

d) If  $-\lambda_0 \leq \lambda < 0$ , the function  $D_2(\lambda; z)$  has no zero in the interval  $(2; +\infty)$ .

Now we can state the main result.

**Theorem 5** Assume  $\lambda \neq 0$ .

a) If  $\lambda < -\lambda_0$ , then the operator  $h_{\lambda,k}$  has two eigenvalues  $z_1(\lambda, k)$  and  $z_2(\lambda, k)$ , and so  $z_1(\lambda, k) > z_2(\lambda, k) > 2$ .

b) If  $-\lambda_0 \leq \lambda < 0$ , then the operator  $h_{\lambda,k}$  has a unique eigenvalue  $z_1(\lambda, k), > 2$ .

c) If  $0 < \lambda < \lambda_0$ , then the operator  $h_{\lambda,k}$  has a unique eigenvalue  $z_1(\lambda, k) < 0$ .

d) If  $\lambda < \lambda_0$ , then the operator  $h_{\lambda,k}$  has two eigenvalues  $z_1(\lambda, k)$  and  $z_2(\lambda, k)$ , and so  $z_1(\lambda, k) < z_2(\lambda, k) < 0$ .

*Proof.* The proof of the theorem follows from Lemmas (5.1), (5.3) and (5.4).

#### **REFERENCES:**

1. M. Klaus and B. Simon, "Coupling constant thresholds in nonrelativistic Quantum Mechanics. I. Short-range two-body case" // *Ann. Phys.*, 130 (2), 251–281 (1980).
2. Kholmatov Sh., Lakaev S. and Almuratov F., "Bound states of Schrödinger-type operators on one and two dimensional lattices" // *J. Math. Anal. Appl.*, 503 (1), 125280-1–33 (2021).
3. Klaus M. "On the bound states of Schrödinger operators in one dimension," *Ann. Phys.*, 108 (2), 288–300 (1977).
4. Albeverio S., Lakaev S. N., Makarov K. A., Muminov Z. I.: *The Threshold Effects for the Two-particle Hamiltonians on Lattices*, // *Comm.Math.Phys.* 262 , 91–115 (2006)
5. Hiroshima F., Sasaki I., Shirai T. and Suzuki A.: *Note on the spectrum of discrete Schrödinger operators*, // *J. Math-for-Industry* 4 105-108, (2012)
6. Lakaev S.N., Bozorov I.N.: *The number of bound states of one particle Hamiltonian on a three-dimensional lattice*. // *Theoretical and Mathematical physics*, 158(3): 360-376 (2009)
7. Hiroshima F., Muminov Z., Kuljanov U., "Threshold of discrete Schrödinger operators with delta potentials on N-dimensional lattice" // *Linear and Multilinear Algebra*. 0308-1087 (Print) 1563-5139 (Online), 1-36 (2020).
8. Yafaev D. R.: *Scattering theory: Some old and new problems*, *Lecture Notes in Mathematics*, 1735. Springer-Verlag, Berlin, (2000), 169 pp.



**MATEMATIK MODELLASHTIRISH SOHASIDA CHIZIQLI ALGEBRAIK  
TENGLAMALARNING O'RNI**

*Asrorova Charos Baxtiyor qizi,*  
"TIQXMMI" Milliy tadqiqot universitetining  
Qarshi Irrigatsiya va Agrotexnologiyalar instituti assistenti  
asrorovacharos10@gmail.com

*Muxtorova Shohida Negmat qizi,*  
Toshkent kimyo-texnologiya instituti Shahrisabz filiali assistenti  
muxtorovashohida1998@gmail.com

**Annotatsiya.** Matematik modellashtirish sohasida chiziqli algebraik tenglamalar insoniyatning murakkab muammolarini ifodalash va yechish uchun muhim vazifani bajaradi. Ular o'zgaruvchilar o'rtasidagi munosabatlarni modellashtirish uchun tizimli asosni taqdim etadi va optimal yechimlarni topish imkonini beradi. Ushbu maqolada chiziqli algebraik tenglamalarning matematik modellashtirishdagi ahamiyati, muhandislik, iqtisodiyot va ma'lumotlar tahlili kabi sohalaridagi turli dasturlar muhokama qilinadi. Shuningdek, ushbu tenglamalarni samarali yechishning ahamiyati va hisoblash usullarining modellashtirish aniqroq bo'lishiga ta'siri ham yuritiladi.

**Kalit so'zlar:** matematik modellashtirish, chiziqli algebraik tenglamalar, matematik model, modellashtirish jarayoni, chiziqli tenglamalar, sistemalar nazariyasi, optimal yechimlar, algoritmlar, soniya modellashtirish, chiziqli bo'lmagan tenglamalar, nazorat va optimallashtirish, dasturlash usullari, muhandislik modellar, hisoblash metodlari, statistik modellashtirish.

**О РОЛИ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ В ОБЛАСТИ  
МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ**

**Аннотация.** В области математического моделирования линейные алгебраические уравнения играют ключевую роль в представлении и решении сложных реальных задач. Они обеспечивают систематическую основу для моделирования взаимосвязей между переменными и позволяют находить оптимальные решения. В данной статье рассматривается значимость линейных алгебраических уравнений в математическом моделировании, обсуждаются различные приложения в таких дисциплинах, как инженерия, экономика и анализ данных. Также будет рассмотрена важность эффективного решения этих уравнений и влияние вычислительных методов на точность моделирования.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, линейные алгебраические уравнения, математическая модель, процесс моделирования, линейные уравнения, теория систем, оптимальные решения, алгоритмы, вторичное моделирование, нелинейные уравнения, управление и оптимизация, методы программирования, инженерные модели, вычислительные методы, статистическое моделирование.

**ON THE ROLE OF LINEAR ALGEBRAIC EQUATIONS IN THE FIELD OF  
MATHEMATICAL MODELING**

**Abstract.** In the field of mathematical modeling, linear algebraic equations play a crucial role in representing and solving complex real-world problems. They provide a systematic framework for modeling relationships among variables and enable the derivation of optimal solutions. This article explores the significance of linear algebraic equations in mathematical modeling, discussing various applications across disciplines such as engineering, economics, and data analysis. The importance of solving these equations efficiently and the impact of computational methods on modeling accuracy will also be addressed.

**Keywords:** mathematical modelling, linear algebraic equations, mathematical model, modelling process, linear equations, systems theory, optimal solutions, algorithms, secondary modelling, nonlinear equations, control and optimization, programming methods, engineering models, computational methods, statistical modelling.

Matematik modellashtirish — real hayotdagi muammolarni matematik ifodalash va yechish jarayonidir. Bu jarayon ko'plab sohalarda, masalan, fizika, muhandislik, iqtisodiyot va tabiiy fanlarda keng qo'llaniladi. Chiziqli algebraik tenglamalar bu modellashtirish jarayonida muhim rol o'ynaydi, chunki ular murakkab tizimlarni oddiy va aniq ko'rinishda ifodalash imkoniyatini beradi. Chiziqli algebraik tenglamalar matematik modellashtirish va hisoblash usullarining asosiy qismlaridan biridir. Ular ko'plab ilmiy sohalarda, jumladan, iqtisodiy modellar, fizika, muhandislik va statistika kabi sohalarda muhim rol o'ynaydi.

Chiziqli algebraik tenglamalar.

Chiziqli algebraik tenglamalar quyidagi umumiy ko'rinishda ifodalanadi:

$$Ax = b$$

Bu yerda:

- $A$  —  $n \times m$  o'lchamdagi koeffitsientlar matritsasi,
- $x$  — noma'lumlar vektori ( $x_1, x_2, \dots, x_n$ ),
- $b$  — natijalar vektori ( $b_1, b_2, \dots, b_m$ ).

Chiziqli tenglamalar tizimining umumiy ko'rinishi  $A_1x_1 + A_2x_2 + \dots + A_nx_n = b$  qilib ifodalanadi.

Matematik modellashtirishda chiziqli algebraik tenglamalarning o'rni

Matematik modellashtirishda chiziqli algebraik tenglamalar quyidagi sohalarda qo'llaniladi:

1. Muhandislik.

Muhandislikda chiziqli tenglamalar ko'plab tizimlarni, masalan, elektr tarmoqlarini, mexanik tizimlarni va materiallar kuchlanishini modellashtirishda ishlatiladi.

2. Iqtisodiyot.

Iqtisodiy modellashtirishda chiziqli tenglamalar talab va taklifni, resurslarni taqsimlash va iqtisodiy o'sishni tahlil qilish uchun qo'llaniladi.

3. Fizika.

Fizikadagi ko'plab omillarning bir-biriga ta'siri chiziqli algebraik tenglamalar yordamida modellashtiriladi. Masalan, kuchlar muvozanati yoki elektr zanjirlaridagi oqim hisob-kitoblari.

4. Statistika va ma'lumotlarni tahlil qilish.

Statistika sohasida chiziqli regressiya tahlilini o'tkazishda chiziqli tenglamalar ishlatiladi. Bu yordamida o'zgaruvchilar orasidagi bog'liqlik aniqlanadi.

Modellashda ahamiyati: Chiziqli algebraik tenglamalar muammolarni model qilishda va ularni yechishda qulaylik yaratadi. Bunday tenglamalar yordamida ko'p o'zgaruvchan tizimlar, resurslarni taqsimlash va optimallashtirish masalalari yechiladi.

Chiziqli algebraik tenglamalarni yechish usullari. Chiziqli algebraik tenglamalarni yechish uchun bir qancha usullar mavjud:

1. Gauss eliminatsiyasi.

Bu usul chiziqli tenglamalar tizimini yechishning eng ommabop usullaridan biridir. U, koeffitsientlar matritsasini bosqichma-bosqich pastga o'girish orqali yechim topishga yordam beradi.

2. Matrix inverteri.

Agar matritsa  $A$  ga teskari (invertible) matritsa mavjud bo'lsa, unda yechim quyidagi formula yordamida topiladi:

$$x = A^{-1} \times b$$

3. Kran Methodi.

Bu usul tenglamalar tizimini yechishda fanning va vaqtning axborotimizdan foydalanishi orqali barcha nomalar vektorlarining o'zaro ta'sirini inobatga oladi.

4. Numerik Metodlar.

Katta tizimlarni yechish uchun, ko'pincha, sonli metodlar (masalan, iteratsion metodlar) qo'llaniladi, bu esa kompyuter yordamida hisob-kitoblar orqali amalga oshiriladi.

Chiziqli algebraik tenglamalar turli xil yechim turlariga ega bo'lib, bu yechimlar tenglama tizimlarining koeffitsiyentlari va ularning bog'liqliklariga bog'liq. Quyida chiziqli algebraik tenglamalar uchun mavjud bo'lgan yechim turlarini bayon etamiz.

1. Yagona yechim:

Agar chiziqli algebraik tenglama tizimida har bir o'zgaruvchi uchun noyob yechim mavjud bo'lsa, bu tizim "yagona yechim"ga ega deb ataladi. Bu holatda, tenglama tizimlarining determinantining qiymati nolga teng emas.

Misol:

$$2x = 5$$

$$x = 2.5$$

Bu tizimning yechimi yagona bo'ladi.

3. Yechim mavjud bo'lmilik:

Agar tenglama tizimida mantiqiy qarama-qarshilik mavjud bo'lsa va yechim topish imkoni bo'lmasa, bu tizim "yechnimas" deb ataladi. Bunday holat, masalan, sessiz parallellik yoki mantiqiy qarama-qarshilik bo'lganda yuz beradi.

Misol:

$$\frac{2}{x} = 0$$

Ushbu tenglama tizimi yechimi mavjud emas, chunki bir xil o'zgaruvchilar uchun turli xil natijalar mavjud.

Mexanik masalalar tahlili

Mexanik masalalarni yechishda quyidagi jarayonlarni amalga oshirish mumkin:

1. Masalani shakllantirish:

Qancha kuchlar yoki ta'sirlar mavjudligini aniqlab, ularni kuchlar va tayanchlar (o'zgaruvchilar) sifatida ifodalaymiz.

2. Tenglamalarni yozish:

Har bir kuch uchun Statik tenglamalar, masalan, bir xil kuchlar muvozanati yoki dinamik tenglamalarni yozamiz. Ushbu tenglamalar chiziqli algebraik tenglamalar sistemasi sifatida ifodalanishi mumkin.

3. Tenglamalarni yechish:

Yozilgan chiziqli tenglamalarni yechish uchun Gauss usuli, Cramer qoidasi yoki matritsalar yordamida yechish mumkin.

Chiziqli algebraik tenglamalar mexanika sohasidagi muammolarni yechishda samarali vositadir. Ular yordamida kuzatish va matematik modellashtirish jarayonida murakkab masalalarni oson, aniq va tez yechish imkoniyatini beradi. Ushbu maqola orqali chiziqli algebraik tenglamalarning mexanikada qanday ko'p qo'llanilishi, tartiblash va yechish jarayonlari ko'rsatildi.

Iqtisodiyot sohasida chiziqli tenglamalar ko'plab masalalarni yechishda qo'llaniladi. Ushbu maqolada chiziqli tenglamalarning asosiy konseptlarini va ularni iqtisodiy masalalar, masalan, talab va taklifni muvozanatlash va resurslar taqsimotidagi muammolarni hal qilishda qanday foydalanilishini ko'rib chiqamiz.

1. Chiziqli tenglamalar: asosiy tamoyillar.

Chiziqli tenglama iqtisodiy masalalarda ko'rinishi quyidagicha bo'ladi:

$$ax + by = c$$

bu yerda:

- x va y - o'zgaruvchilar,
- a va b - koeffitsientlar,
- c - erishilmoqchi bo'lgan natija.

2. Talab va taklif modeli.

Iqtisodiyotda talab va taklif o'rtasidagi munosabat chiziqli tenglamalar yordamida tasvirlanishi mumkin. Misol uchun:

- Talab tenglamasi:

$$Q_d = a - bP$$

- Taklif tenglamasi:

$$Q_s = c + dP$$

Bu yerda P - narx, Q<sub>d</sub> - talab qilinayotgan miqdor va Q<sub>s</sub> - taklif etilayotgan miqdor hisoblanadi.

3. Muvozanatni topish

Talab va taklif tenglamalarini yechish orqali muvozanat narxini va muvozanat miqdorini topish mumkin. Buning uchun talab va taklif tenglamalarini tenglashtiramiz:

$$a - bP = c + dP$$

Bu tenglamani yechish orqali narx va miqdorni aniqlaymiz.

4. Resurslar taqsimoti

Chiziqli tenglamalar, shuningdek, resurslarni taqsimlash masalalarida ham qo'llaniladi. Masalan, ishlab chiqarish uchun resurslarning optimal taqsimoti qachon amalga oshirishini aniqlash uchun quyidagi tenglama yaratilishi mumkin:

$$x_1 + x_2 = R$$

Bu yerda R - mavjud resurslar,  $x_1$  va  $x_2$  - resurslarning turli turlari.

Chiziqli tenglamalar iqtisodiyot sohasida muhim rol o'ynaydi, chunki ular iqtisodiy modellarda keng qo'llaniladi. Ular yordamida talab va taklifni muvozanatlash, resurslarni optimal taqsimlash kabi masalalarni hal qilish mumkin. Ushbu yondoshuv iqtisodiyotdagi kompleks masalalarni tushunishga yordam beradi.

**Xulosa.** Chiziqli algebraik tenglamalar matematik modellashtirishda muhim rol o'ynaydi. Ular turli sohalarda murakkab tizimlarni tushunish va tahlil qilishga yordam beradi. Ushbu tenglamalar yordamida biz real muammolarni aniq va tushunarli ravishda ifodalash imkoniyatiga ega bo'lamiz. Ularni yechish uchun turli xil usullar mavjud bo'lib, bu usullar matematik modellashtirish jarayonini yanada samarali va qulay qilishga xizmat qiladi.

Mexanika - jism va kuchlar, ularning harakati va muvozanati haqida ta'lim beruvchi fizik fan. Ushbu sohada ko'plab masalalarni yechishda chiziqli algebraik tenglamalar samarali vosita bo'lishi mumkin. Ular yordamida jismning kuchlar ta'sirida muvozanat shartlari, deformatsiyalar va harakat dinamikasi bo'yicha masalalar yechish mumkin.

### ADABIYOTLAR:

1. Ahmedov, A. (2020). *Chiziqli algebra: nazariyasi va misollar*. Toshkent: Fan va texnologiya.
2. Sattorov, A. (2019). *Matematika va uning amaliyotda qo'llanilishi*. Toshkent: O'qituvchi.
3. Qosimov, N. (2021). *Chiziqli algebra va uning qo'llanilishi*. TDTU nashr.
4. Mirzaev, A. (2018). *Matematik modellashtirish: nazariy asoslar va amaliy misollar*. Toshkent: Ma'naviyat.
5. Rakhimberdiev, S. (2022). *Chiziqli tenglamalar nazariyasi va usullari*. O'zbekiston Respublikasi Fanlar Akademiyasi.
6. Abdulloev, R. (2017). *Matematik modellashtirish va chiziqli algebra*. Samarqand: Samarqand davlat universiteti nashri.
7. Tadjiev, U. (2020). *Chiziqli algebra va statistik modellashtirish*. TDTU nashri.
8. Davronov, D. (2021). *Matematik modellashtirishda algebraik strukturalar*. Nukus: Qoraqalpoq Davlat Universiteti nashri.
9. Umarov, B. (2019). *Kompyuter yordamida matematika va uning amaliyotda qo'llanilishi*. Toshkent: Fan va texnologiya.
10. Yuldashev, K. (2023). *Chiziqli algebra va uning amaliyotda qo'llanilishi*. Buxoro: Buxoro Davlat Universiteti.
11. Stewart, J. (2016). *Calculus: Early Transcendentals*. Cengage Learning.
12. Lay, D. C. (2012). *Linear Algebra and Its Applications*. Cengage Learning.
13. Meyer, C. (2000). *Matrix Analysis and Applied Linear Algebra*. SIAM.
14. Strang, G. (2016). *Linear Algebra and Its Applications*. Cengage Learning.
15. Harville, D. A. (1997). *Matrix Algebra From a Statistician's Perspective*. Springer.
16. Wilks, S. S. (1962). *Mathematical Statistics*. John Wiley & Sons.
17. Golub, G. H., & Van Loan, C. F. (2012). *Matrix Computations*. Johns Hopkins University Press.
18. "Mekhanika uchun algebraik tenglamalar" - R.J. Smith, 2020.
19. "Chiziqli Algebra" - K. G. McGregor, 2019.

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ НАГРУЖЕННОГО ПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО  
УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА С ТРЕМЯ ЛИНИЯМИ ИЗМЕНЕНИЯ ТИПА

Холбеков Журъат Абдинабиевич,

Ташкентский государственный технический университет им. И.Каримова  
juratxolbekov@gmail.com

**Аннотация.** Многие задачи математической биологии, медицины и генетики сводятся к краевым задачам для нагруженных дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений с частными производными второго и третьего порядка с одной линией изменения типа.

Заметим, что краевые задачи для нагруженных уравнений смешанного типа третьего порядка с тремя линиями изменения типа ранее не были изучены. Это связано, прежде всего, с отсутствием представления общего решения для таких уравнений, с другой стороны, такие задачи сводятся к малоизученным интегральным уравнениям со сдвигом.

В данной работе исследуется краевая задача для нагруженного уравнения параболо-гиперболического типа третьего порядка с тремя линиями изменения типа, которое можно применять для решения многих весьма важных задач математической физики и биологии, особенно к задачам долгосрочного прогнозирования и регулирования грунтовых вод, также к задачам теплопереноса с конечной скоростью, движения мало-сжимаемой жидкости, окружённой пористой средой. Доказано существование и единственность решения поставленной задачи.

**Ключевые слова:** нагруженное уравнение, уравнение третьего порядка, локальная задача, интегральное уравнение Вольтерра второго рода, функция Грина, граничная задача, с тремя линиями изменения типа, регулярное решение.

УЧТА ТИП ЎЗГАРИШ ЧИЗИФИГА ЭГА БЎЛГАН УЧИНЧИ ТАРТИБИ ЮКЛАНГАН  
ПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИК ТЕНГЛАМА УЧУН БИТТА МАСАЛА ҲАҚИДА

**Annotatsiya.** Matematik biologiya, tibbiyot, sinergetika va genetikaning ko'plab masalalari bir tip o'zgarish chizig'iga ega bo'lgan ikkinchi va uchinchi tartibli yuklangan differensial va integro-differensial tenglamalar uchun chegaraviy masalalarga keltiriladi.

Shuni ta'kidlash lozimki, uchta tip o'zgarish chizig'iga ega bo'lgan yuklangan uchinchi tartibli aralash tipdagi tenglamalar uchun chegaraviy masalalar oldin o'rganilmagan. Bu, birinchi navbatda, bunday tenglamalar uchun umumiy yechim ko'rinishi yo'qligi bilan bog'liq, boshqa tomondan esa, bunday masalalar kam o'rganilgan siljishli integral tenglamalarga keltirilishidir.

Ushbu maqolada uchta tip o'zgarish chizig'iga ega bo'lgan yuklangan uchinchi tartibli parabolik-giperbolik tipdagi tenglama uchun chegaraviy masala o'rganilgan, bu yechilgan masalani matematik fizika va biologiyaning ko'plab masalalarini o'rganishda qo'lanishi muhimdir, jumladan, er osti suvlarini uzoq muddatli prognozlash va tartibga solish hamda issiqlik va massa almashinuvi cheklangan tezlikda, kam siqiladigan suyuqlik harakati, g'ovakli muhit bilan o'ralgan masalalarda qo'laniladi. Qo'yilgan masala yechimini mavjudligi va yagonaligi isbotlangan.

**Kalit so'zlar:** yuklangan tenglama, lokal masala, ikkinchi tur Volterra integral tenglamasi, Grin funksiyasi. chegaraviy masala, tip o'zgarishi chizig'i, regular yechim, Volterra integral tenglamasi, energiya integrallari usuli.

ABOUT ONE PROBLEM FOR A LOADED THIRD ORDER PARABOLO-HYPERBOLIC  
EQUATION WITH THREE LINES OF TYPE CHANGE

**Abstract.** Many problems of mathematical biology, medicine, synergetics and genetics are reduced to boundary value problems for loaded differential and integro-differential partial differential equations of the second and third order with one line of type change. It should be noted that boundary value problems for loaded third-order mixed-type equations with three lines of type change have not been studied previously. This is due, first of all, to the lack of representation of a general solution for such equations; on the other hand, such problems are reduced to little-studied integral equations with a shift.

In this paper, we study a boundary value problem for a loaded third-order parabolic-hyperbolic equation with three lines of change in type, which can be applied to solve many very important problems of

*mathematical physics and biology, especially to problems of long-term forecasting and regulation of groundwater, also to problems of heat and mass transfer with finite speed of movement of a low-compressible fluid surrounded by a porous medium. The existence and uniqueness of the solution to the problem posed is proven.*

**Keywords:** loaded equation, third-order equation, local problem, Volterra integral equation of the second kind, Green's function, boundary value problem, with three lines of type change, regular solution.

**Введение.** В 1969 году А.М. Нахушев [1] предложил ряд задач нового типа, вошедших в математическую литературу под названием краевых задач со смещением, которые, как оказалось, тесно связаны с нагруженными дифференциальными уравнениями.

Выяснили, что многие весьма важные задачи математической физики и биологии, особенно задачи долгосрочного прогнозирования и регулирования грунтовых вод, задачи теплопереноса с конечной скоростью, движения мало-сжимаемой жидкости, окружённой пористой средой, приводят к краевым задачам для нагруженных дифференциальных уравнений [2-6].

Следует отметить, что фрактальные объекты, основанные на нелокальных математических моделях физических и биологических процессов, содержат нагруженные уравнения с дробными производными. В свою очередь, краевые задачи со смещением для дифференциальных уравнений с частными производными сводятся к нагруженным дифференциальным уравнениям с интегро-дифференциальными операторами целого или дробного порядка. Отметим работы [7-13]. В процессе исследования уравнений смешанного типа с нагрузкой, существующие принципы экстремума и теоремы существования, а также методы классической теории не могут быть применены напрямую. Локальные и нелокальные задачи для нагруженных уравнений смешанного типа второго порядка с тремя линиями изменения типа изучены в работах [14-15].

Настоящая работа посвящена постановке и изучению локальной краевой задачи для нагруженного парабола-гиперболического уравнения третьего порядка с тремя линиями изменения типа, содержащего в себе след искомой функции.

**Постановка задачи**  $AT_{\mu}$ . Рассмотрим уравнение

$$\frac{\partial}{\partial y}(Lu) = 0, \tag{1}$$

где

$$Lu \equiv \begin{cases} u_y - u_{xx} & (x,y) \in \Omega_0, \\ u_{yy} - u_{xx} - \mu_j \operatorname{sign} y H_j(x,y), & (x,y) \in \Omega_j, (j=\overline{1,3}), \end{cases} \tag{2}$$

здесь  $\Omega_0$  – область, ограниченная отрезками  $AB, BC, CD, DA$  прямых  $y=0, x=1, y=1, x=0$  соответственно;  $\Omega_1$  – характеристический треугольник, ограниченный отрезком  $AB$  оси  $Ox$  и двумя характеристиками  $AN: x+y=0, BN: x-y=1$  уравнения (1), выходящими из точек  $A(0;0)$  и  $B(1;0)$ , пересекающимися в точке  $N(0,5;-0,5)$ ;  $\Omega_2$  – характеристический треугольник, ограниченный отрезком  $AD$  оси  $Oy$  и двумя характеристиками  $AK: x+y=0, DK: y-x=1$  уравнения (1), выходящими из точек  $A(0;0)$  и  $D(0;1)$ , пересекающимися в точке  $K(-0,5;0,5)$ ;  $\Omega_3$  – характеристический треугольник, ограниченный отрезком  $BC$  и двумя характеристиками  $CM: x+y=2, BM: x-y=1$  уравнения (1), выходящими из точек  $B(1,0)$  и  $C(1,1)$ , пересекающимися в точке  $M(1,5;0,5)$ , где  $H_1(x,y)=u(x,0), H_2(x,y)=u(0,\xi), H_3(x,y)=u(1,\eta), \xi=x+y, \eta=x-y, \Omega=\Omega_1 \cup \Omega_2 \cup \Omega_3 \cup AB \cup BC \cup DA$ . В уравнении (1)  $\mu_j (j=\overline{1,3})$  – заданные действительные числа, причём:

$$\mu_1 \leq 0, \mu_k \geq 0, \quad (k=2,3). \tag{3}$$

Введём обозначения  $J_1 = \{(x,y): 0 < x < 1, y=0\}, J_2 = \{(x,y): x=0, 0 < y < 1\},$

$$J_3 = \{(x,y): x=1, 0 < y < 1\}, \Delta_1 = \Omega_1 \cup J_1 \cup \Omega_0, \Delta_2 = \Omega_2 \cup J_2 \cup \Omega_0 \cup J_3 \cup \Omega_3,$$

$$\Delta_3 = \Omega_1 \cup \Omega_2 \cup \Omega_3, \Delta_4 = \Omega_0 \cup \Omega_1 \cup \Omega_2 \cup \Omega_3, \Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2 \cup \Omega_3 \cup J_1 \cup J_2 \cup J_3.$$

**Определение 1.** Через  $C_{\theta}^k(M)$  обозначим класс функций, непрерывных вместе со своими частными производными по  $\theta$  до  $k$ -го порядка включительно в области  $M$ .

**Определение 2.** Если функция  $u \in C_y^2(\Omega_0) \cap C_y^3(\Delta_3)$ ,  $u_{xy} \in C(\Delta_4)$  и удовлетворяет уравнению (1) в областях  $\Omega_0$  и  $\Omega_j (j=\overline{1,3})$ , то функция  $u(x, y)$  называется регулярным решением уравнения (1).

**Задача  $AT_{\mu}$ .** Найти функцию  $u(x, y)$  такую что: 1)  $u(x, y) \in C(\overline{\Omega}) \cap C^1(\Omega \cup \overline{AN} \cup \overline{BN} \cup \overline{AK} \cup \overline{BM})$ ;

2)  $u(x, y)$  является регулярным решением уравнения (1) в областях  $\Omega_0$  и  $\Omega_j (j=\overline{1,3})$ ;

3)  $u(x, y)$  удовлетворяет условиям:

$$u(x, y)|_{BN} = \varphi_1(x), \quad x \in \left[\frac{1}{2}; 1\right], \quad (4)$$

$$\frac{\partial u(x, y)}{\partial n} \Big|_{BN} = \varphi_2(x), \quad x \in \left[\frac{1}{2}; 1\right], \quad \frac{\partial u(x, y)}{\partial n} \Big|_{AN} = \varphi_3(x), \quad x \in \left[0, \frac{1}{2}\right], \quad (5)$$

$$u(x, y)|_{AK} = \varphi_4(y), \quad \frac{\partial u(x, y)}{\partial n} \Big|_{AK} = \varphi_5(y), \quad y \in \left[0; \frac{1}{2}\right], \quad (6)$$

$$u(x, y)|_{BM} = \varphi_6(y), \quad \frac{\partial u(x, y)}{\partial n} \Big|_{BM} = \varphi_7(y), \quad y \in \left[0; \frac{1}{2}\right], \quad (7)$$

4) на линиях изменения типа  $J_j (j=\overline{1,3})$  выполняется условие склеивания

$$u_y(x, +0) = u_y(x, -0), \quad (x, 0) \in J_1, \quad (8)$$

$$u_x(+0, y) = u_x(-0, y), \quad (0, y) \in J_2 \quad u_x(1+0, y) = u_x(1-0, y), \quad (0, y) \in J_3, \quad (9)$$

где  $n$  – внутренняя нормаль, а  $\varphi_j(x) (j=\overline{1,7})$  – заданные функции, причём

$$\varphi_2' \left(\frac{1}{2}\right) = -\varphi_3' \left(\frac{1}{2}\right), \quad \varphi_1(1) = \varphi_6(0), \quad \varphi_3(0) = \varphi_5(0), \quad \varphi_2(1) = \varphi_7(0), \quad (10)$$

$$\varphi_2(x) \in C\left[\frac{1}{2}; 1\right] \cap C^2\left(\frac{1}{2}; 1\right), \quad \varphi_3(x) \in C\left[0; \frac{1}{2}\right] \cap C^2\left(0; \frac{1}{2}\right), \quad (11)$$

$$\varphi_1(x) \in C^1\left[\frac{1}{2}; 1\right] \cap C^2\left(\frac{1}{2}; 1\right), \quad \varphi_4(y), \varphi_6(y) \in C^1\left[0; \frac{1}{2}\right] \cap C^3\left(0; \frac{1}{2}\right), \quad (12)$$

$$\varphi_5(y), \quad \varphi_7(y) \in C\left[0; \frac{1}{2}\right] \cap C^2\left(0; \frac{1}{2}\right). \quad (13)$$

**Исследование задачи  $AT_{\mu}$ .** Любые решения уравнения (1) представимы в виде [16]:

$$u(x, y) = v(x, y) + \omega(x), \quad (14)$$

где  $v(x, y)$  – регулярное решение уравнения  $Lv = 0$ , в областях  $\Omega_0$  и  $\Omega_j (j=\overline{1,3})$   $\omega_i(x) (i=\overline{1,3})$  – произвольные дважды непрерывно дифференцируемые функции, причём без ограничения общности можем полагать, что

$$\omega_1(0) = \omega_1(1) = 0, \quad \omega_2(0) = \omega_2'(0) = 0, \quad \omega_3(1) = \omega_3'(0) = 0. \quad (15)$$

**Теперь переходим к исследованию задачи  $AT_{\mu}$ .** Любое регулярное решение уравнения (1) в области  $\Omega_1$  имеет вид:

$$u(x, y) = F_1(x+y) + F_2(x-y) + \frac{\mu_1}{4} \int_{x-y}^{x+y} d\xi \int_{\xi}^{x-y} \tau_1\left(\frac{\xi+\eta}{2}\right) d\eta + \omega_1(x), \quad (16)$$

где  $\tau_1(x) = u(x, 0)$ ,  $(x, 0) \in J_1$ , а  $F_1(x+y)$ ,  $F_2(x-y)$  и  $\omega_1(x)$  – произвольные дважды непрерывно дифференцируемые функции.

Подставляя (16) в условия (4) и (5), находим:

$$F_2(x) = \varphi_1\left(\frac{x}{2}\right) - \omega_1\left(\frac{x}{2}\right) + \frac{\mu_1}{4} \int_0^x d\xi \int_{\xi}^x \tau_1\left(\frac{\xi + \eta}{2}\right) d\eta - F_1(0), \quad (17)$$

$$\omega_1(x) = \sqrt{2} \int_0^x \varphi_2(t) dt - \mu_1 \int_0^x (x-t) \tau_1(t) dt - c_1 x, \quad 0 \leq x \leq \frac{1}{2}, \quad (18)$$

$$\omega_1(x) = \sqrt{2} \int_x^1 \varphi_3(t) dt - \mu_1 \int_x^1 (t-x) \tau_1(t) dt + c_2(1-x), \quad \frac{1}{2} \leq x \leq 1, \quad (19)$$

где  $C_j$  ( $j=1,2$ ) – произвольные постоянные.

Функция  $\omega_1(x)$  должна быть дважды непрерывно дифференцируемой при  $0 < x < 1$ . Этим требованием полностью определяются постоянные  $C_1$  и  $C_2$ :

$$C_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \varphi_2\left(\frac{1}{2}\right) + \varphi_3\left(\frac{1}{2}\right) \right] + \sqrt{2} \left[ \int_0^{1/2} \varphi_2(t) dt - \int_{1/2}^0 \varphi_3(t) dt \right] - \mu_1 \int_0^1 (1-t) \tau_1(t) dt,$$

$$C_2 = -\frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \varphi_2\left(\frac{1}{2}\right) + \varphi_3\left(\frac{1}{2}\right) \right] + \sqrt{2} \left[ \int_0^{1/2} \varphi_2(t) dt - \int_{1/2}^0 \varphi_3(t) dt \right] - \mu_1 \int_0^1 t \tau_1(t) dt.$$

Подставляя значения  $C_j$  ( $j=1,2$ ) в (18) и (19) полностью определим функцию  $\omega_1(x)$ :

$$\omega_1(x) = \sqrt{2} \int_0^x \varphi_2(t) dt - \mu_1 \int_0^x (x-t) \tau_1(t) dt - \frac{x}{\sqrt{2}} \left[ \varphi_2\left(\frac{1}{2}\right) + \varphi_3\left(\frac{1}{2}\right) \right] +$$

$$+ \sqrt{2} x \left[ \int_0^{1/2} \varphi_2(t) dt - \int_{1/2}^0 \varphi_3(t) dt \right] - \mu_1 x \int_0^1 (1-t) \tau_1(t) dt, \quad 0 \leq x \leq \frac{1}{2}, \quad (20_1)$$

$$\omega_1(x) = \sqrt{2} \int_x^1 \varphi_3(t) dt - \mu_1 \int_x^1 (t-x) \tau_1(t) dt - \frac{1-x}{\sqrt{2}} \left[ \varphi_2\left(\frac{1}{2}\right) + \varphi_3\left(\frac{1}{2}\right) \right] +$$

$$+ \sqrt{2} (1-x) \left[ \int_0^{1/2} \varphi_2(t) dt - \int_{1/2}^0 \varphi_3(t) dt \right] - \mu_1 (1-x) \int_0^1 (1-t) \tau_1(t) dt, \quad \frac{1}{2} \leq x \leq 1. \quad (20_2)$$

Итак, решение уравнения (1), удовлетворяющее условиям (4), имеет вид:

$$u(x, y) = F_1(x+y) + \varphi_1\left(\frac{x-y}{2}\right) + \frac{\mu_1}{4} \int_0^{x-y} dt \int_t^{x-y} \tau_1\left(\frac{t+z}{2}\right) dz -$$

$$- F_1(0) - \omega_1\left(\frac{x-y}{2}\right) + \omega_1(x), \quad (21)$$

здесь  $\omega_1(x)$  – определяется из (20<sub>1</sub>) и (20<sub>2</sub>).

В силу условия 1) задачи  $AT_\mu$  и (8) из (21) находим функциональное соотношение между  $\tau_1(x)$  и  $v_1(x) = u_y(x, 0)$ ,  $(x, 0) \in J_1$ , принесённое из области  $\Omega_1$  на  $J_1$ :

$$\tau_1'(x) - v_1(x) = \varphi_1'\left(\frac{x}{2}\right) + \mu_1 \int_{x/2}^x \tau_1(t) dt - \omega_1'\left(\frac{x}{2}\right) + \omega_1'(x). \quad (22)$$

Принимая во внимание условия 1) задачи  $AT_\mu$  из (14) и (1) с учётом (8), получим функциональное соотношение между  $\tau_1'(x)$  и  $v_1^+(x)$ , принесённое из области  $\Omega_0$  на  $J_1$ :

$$\tau_1'(x) = \tau_1'(0) + \int_0^x v_1^+(t) dt + \omega_1'(x) - \omega_1'(0), \quad (23)$$

где  $\omega_1(x)$  – определяется из (20<sub>1</sub>) и (20<sub>2</sub>), а  $\tau_1'(0)$  – неизвестная константа, подлежащая определению.



Исключив  $v_1(x)$  из соотношений (22) и (23), после некоторых вычислений получим интегральное уравнение относительно  $\tau_1'(x)$ :

$$\tau_1'(x) - \int_0^x K_1(x,t)\tau_1'(t) dt = \tau_1'(0) + \Phi_1(x), \quad 0 < x < 1, \quad (24)$$

где

$$K_1(x,t) = 1 - \frac{\mu_1}{2}(x-t)^2, \quad \Phi_1(x) = 2\varphi_1\left(\frac{x}{2}\right) + 2\omega_1\left(\frac{x}{2}\right) + \omega_1'(x) - \omega_1(x) - 2\varphi_1(0) - \omega_1'(0). \quad (25)$$

**Лемма 1.** Если выполнены условия (3), (10) и (12), то ядра и правую часть интегрального уравнения (24) принадлежит классу:

$$K_1(x,t) \in C([0,1] \times [0,1]), \quad \Phi_1(x) \in C(\bar{J}_1) \cap C^2(J_1) \quad (26)$$

и допускает оценку

$$|K_1(x,t)| \leq c_1, \quad |\Phi_1(x)| \leq c_2, \quad (27)$$

кроме того

$$K_1(x,t) \geq 0 \text{ при любых } 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq t \leq 1. \quad (28)$$

Доказательство леммы 1 следует из (25).

В силу (26) и (27) уравнение (24) является интегральным уравнением Вольтерра второго рода. Согласно теории интегральных уравнений Вольтерра [17] заключаем, что интегральное уравнение (24) однозначно разрешимо в классе  $C(\bar{J}_1) \cap C^2(J_1)$  и его решение даётся формулой:

$$\tau_1'(x) = \left[ 1 + \int_0^x K_1^*(x,t) dt \right] \tau_1'(0) + \Phi_1(x) + \int_0^x K_1^*(x,t)\Phi_1(t) dt, \quad (x,0) \in \bar{J}_1, \quad (29)$$

где  $K_1^*(x,t)$  – резольвента ядра  $K_1(x,t)$ .

Интегрируя (29) от 0 до  $x$  с учётом  $\tau_1(0) = \varphi_1(0)$ , имеем:

$$\begin{aligned} \tau_1(x) = & \left[ x + \int_0^x dt \int_0^t K_1^*(t,z) dz \right] \tau_1'(0) + \\ & + \int_0^x \left[ \int_0^t \Phi_1(z) dz + \int_0^t dz \int_0^z K_1^*(z,s)\Phi_1(s) ds \right] dt + \varphi_1(0), \quad (x,0) \in \bar{J}_1, \end{aligned} \quad (30)$$

В силу леммы 1 из (30) и (22) заключаем, что

$$\tau_1(x) \in C^1(\bar{J}_1) \cap C^2(J_1), \quad v_1(x) \in C(\bar{J}_1) \cap C^1(J_1).$$

Теперь положив в (30)  $x=1$  с учётом  $\tau_1(1) = \varphi_6(0)$  находим неизвестную константу  $\tau_1'(0)$ :

$$\tau_1'(0) = \frac{\varphi_6(0) - \varphi_1(0) - \int_0^1 (1-t)\Phi_1(t) dt - \int_0^1 \Phi_1(t) dt \int_t^1 dz \int_t^z K_1^*(z,t) dz}{1 + \int_0^1 dt \int_t^1 K_1^*(t,z) dz}. \quad (31)$$

В силу (28) следует, что резольвента ядра  $K_1(x,t)$  также положительна, т.е.  $K_1^*(x,t) \geq 0, \quad \forall x,t \in [0,1]$ . Значит, знаменатель формулы (31) для любых  $0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq t \leq 1$  не обращается в нуль, т.е.  $1 + \int_0^1 dt \int_t^1 K_1^*(t,z) dz > 0$ .

Аналогичным образом, используя решение задачи Коши [15] с начальными данными

$$u(-0,y) = \tau_2(y), \quad (0,y) \in \bar{J}_2, \quad u_x(-0,y) = v_2^-(y), \quad (0,y) \in J_2, \quad (32)$$

$$(u(1-0,y) = \tau_3(y), \quad (1,y) \in \bar{J}_3, \quad u_x(1-0,y) = v_3^-(y), \quad (1,y) \in J_3,) \quad (33)$$

для уравнения (1) в области  $\Omega_2(\Omega_3)$  с учётом (6) и (7), получаем функциональное соотношение между  $\tau_2(y)(\tau_3(y))$  и  $v_2(y)(v_3(y))$ , принесённое из области  $\Omega_2(\Omega_3)$  на  $J_2(J_3)$ :

$$\tau_2'(y) - \nu_2^-(y) + \frac{\mu_2}{2} \int_0^y \tau_2(t) dt = \varphi_4'\left(\frac{y}{2}\right) + 2\omega_2'(-y), \quad (34)$$

$$\left( \tau_3'(y) + \nu_3^-(y) + \frac{\mu_3}{2} \int_0^y \tau_3(t) dt = \varphi_6'\left(\frac{y}{2}\right) - 2\omega_3'(y+1) \right). \quad (35)$$

Принимая во внимание второе условие (6) и (7) с учётом (15) из решения задачи Коши [15] для уравнения (1) в областях  $\Omega_{j+1}$  ( $j=1,2$ ), находим неизвестные функции  $\omega_{j+1}(y)$  ( $j=1,2$ ):

$$\omega_{j+1}(y+j-1) = (-1)^{j-1} \left[ \sqrt{2} \int_0^y \varphi_{2j+3}((-1)^j t) dt - \sqrt{2} \varphi_{2j+3}(0)y - \frac{\mu_{j+1}}{2} \varphi_{2j+2}(0)y^2 \right]. \quad (36)$$

В силу (14), (15) из решения первой краевой задачи с условиями (32), (33) и  $u(x,0) = \tau_1(x)$ ,  $(x,0) \in \bar{J}_1$  для уравнения (1) в области  $\Omega_0$ , получаем функциональное соотношение между  $\tau_2(y)$  ( $\tau_3(y)$ ) и  $\nu_2(y)$  ( $\nu_3(y)$ ), принесённое из области  $\Omega_0$  на  $J_2$  ( $J_3$ ) [14], [16]:

$$\nu_2^+(y) = -\frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^y \frac{\tau_2'(\eta)}{\sqrt{y-\eta}} d\eta - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^y \frac{K_2(y,\eta)}{\sqrt{y-\eta}} \tau_2'(\eta) d\eta + F_2(y, \tau_3', \tau_1, \omega_1), \quad (36)$$

$$\left( \nu_3^+(y) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^y \frac{\tau_3'(\eta)}{\sqrt{y-\eta}} d\eta + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^y \frac{K_3(y,\eta)}{\sqrt{y-\eta}} \tau_3'(\eta) d\eta + F_3(y, \tau_2', \tau_1, \omega_1) \right), \quad (37)$$

где  $K_2(y,\eta)$ ,  $K_3(y,\eta)$ ,  $F_2(y, \tau_3', \tau_1, \omega_1)$ ,  $F_3(y, \tau_2', \tau_1, \omega_1)$  – известные функции.

Исключив  $\nu_j^-(y)$  и  $\nu_j^+(y)$  из соотношений (34), (35) и (36), (37) с учётом (9), получим системы интегральных уравнений относительно  $\tau_k'(y)$  ( $k=2,3$ ):

$$\tau_2'(y) - \int_0^y M_2(y,t) \tau_2'(t) dt = \int_0^y N_2(y,t) \tau_3'(t) dt + \Phi_2(y, \tau_1, \omega_1), \quad 0 \leq y \leq 1, \quad (38)$$

$$\tau_3'(y) - \int_0^y M_3(y,t) \tau_3'(t) dt = \int_0^y N_3(y,t) \tau_2'(t) dt + \Phi_3(y, \tau_1, \omega_1), \quad 0 \leq y \leq 1, \quad (39)$$

где  $M_k(y,t)$ ,  $N_k(y,t)$ ,  $\Phi_k(y, \tau_1, \omega_1)$  ( $k=2,3$ ) – известные функции.

**Лемма 2.** Если выполнены условия (3), (10)- (13), (31), то ядра и правая часть интегрального уравнения (38) и (39) принадлежат классу:

$$M_k(y,t) \in C(0 \leq t < y \leq 1), \quad N_j(y,t) \in C([0,1] \times [0,1]), \quad (40)$$

$$\Phi_k(y, \tau_1, \omega_1) \in C[0,1] \cap C^2(0,1), \quad (k=2,3)$$

и допускает оценку:

$$|M_k(y,t)| \leq c_3(y-t)^{-\frac{1}{2}}, \quad |N_k(y,t)| \leq c_3, \quad |\Phi_k(y, \tau_1, \omega_1)| \leq c_4. \quad (41)$$

Лемма 2 доказывается точно также как леммы 1.

Таким образом, в силу (40) и (41) заключаем, что интегральные уравнения (38) и (39) являются интегральными уравнениями Вольтерра второго рода со слабой особенностью.

Согласно теории интегральных уравнений Вольтерра второго рода заключаем, что интегральное уравнение (38) и (39) однозначно разрешимо в классе  $C[0,1] \cap C^2(0,1)$  и его решение даётся формулой:

$$\tau_2(y) = \int_0^y \left\{ \Phi_2(t, \tau_1, \omega_1) + \int_0^t N_2(t,z) \Phi(z, \tau_1) dz + \int_0^t M_2^*(t,z) \left[ \Phi_2(z, \tau_1, \omega_1) + \int_0^z N_2(z,s) \Phi(s, \tau_1) ds \right] dz \right\} dt, \quad (0,y) \in \bar{J}_2, \quad (42)$$

$$\tau_3(y) = \int_0^y \Phi(t, \tau_1) dt, \quad (0, y) \in \bar{J}_3, \quad (43)$$

где  $\Phi(t, \tau_1)$  – известная функция.

Поставляя (42), (43) в (36) и (37), определим функцию  $v_j^-(y)$  и  $v_j^+(y)$  из класса  $v_k^-(y), v_k^+(y) \in C[0, 1] \cap C^1(0, 1)$ ,  $(k = 2, 3)$ .

Таким образом, решение задачи  $AT_\mu$  можно восстановить в области  $\Omega_0$  как решение первой краевой задачи для уравнения (1) [16], а в областях  $\Omega_j$  ( $j = \overline{1, 3}$ ) как решение задачи Коши для уравнения (1). Следовательно, задача  $AT_\mu$  однозначно разрешима.

Этим завершается исследование задачи  $AT_\mu$ .

### ЛИТЕРАТУРА:

1. Нахушев А.М. Задачи со смещением для уравнений в частных производных. М.: Наука. 2006.
2. Wiener J. and Debnath L. A survey of partial differential equations with piecewise continuous arguments. // *Internet J. Math. and Math. Scz.* 1995. 18(2). P. 209-228.
3. Исломов Б., Курьязов Д.М. Об одной краевой задаче для нагруженного уравнения второго порядка. // *ДАН РУз.* 1996. № 1-2. С. 3-6.
4. Дженалиев М.Т. О нагруженных уравнениях с периодическими граничными условиями. // *Дифференц. уравнения.* 2001. 37(1). С. 48-54.
5. Baltaeva U.I. The loaded parabolic-hyperbolic equation and its relation to non-local problems. // *Nanosystems physics, chemistry, math.* 2017. 8(4). P. 413-419.
6. Сабитов К. Б. Начально-граничная задача для параболо-гиперболического уравнения с нагруженными слагаемыми. // *Изв. вузов. Матем.* 2015. № 6. С. 31–42.
7. Исломов Б., Балтаева У.И. Краевые задачи для нагруженных дифференциальных уравнений гиперболического и смешанного типов третьего порядка. // *«Уфимский мат. журнал».* 2011. 3(3). С.15-25.
8. Kishin B.S., Abdullaev O.Kh. About a Problem for Loaded Parabolic-Hyperbolic Type Equation with Fractional Derivatives. // *International Journal of Differential Equations.* 2016. Vol. Article ID 9815796. 6 p.
9. Attaev A.Kh. The Cauchy problem for the Mc Kendrick-Von Foerster loaded equation. // *International Journal of Pure and Applied Mathematics,* 2017. 113(4). P. 569-574.
10. Хубиев К.Ю. Краевая задача для нагруженного уравнения гипербола-параболического типа с вырождением порядка в области гиперболичности. // *Итоги науки и техн. Совер. Мат. прилож. Темат. Обзоры.* 2018. 149. 113–117.
11. Dzhamalov S.Z., Ashurov R.R. On a nonlocal boundary-value problem for second kind second-order mixed type loaded equation in a rectangle. // *Uzbek Mathematical Journal.* 2018. № 3. P. 63-72.
12. Isломov, B. I.; Yuldashev, T. K.; Alikulov, E. K. Boundary-value problems for loaded third-order parabolic-hyperbolic equations in infinite three-dimensional domains. // *Lobachevskii J. Math.* 2020. 41(5). P. 926-944.
13. Isломov, B.I.; Abdullaev, O.Kh. On non-local problems for third order equation with Caputo operator and non-linear loaded part. // *Ufa Mathematical Journal.* 2021. 13(3). P. 44-56.
14. Исломов Б., Холбеков Ж.А. Исследование краевой задачи для нагруженного параболо-гиперболического уравнения с тремя линиями изменения типа. // *ДАН РУз. Математика.* 2015. № 6. С.11-14.
15. Исломов Б. И., Холбеков Ж. А. Об одной нелокальной краевой задаче для нагруженного параболо-гиперболического уравнения с тремя линиями изменения типа. // *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки.* 2021. 25(3). С. 407–422.
16. Джурсаев Т.Д. Краевые задачи для уравнений смешанного и смешанно-составного типа. // *Ташкент: ФАН.* 1979. 240 с.
17. Михлин С.Г. Лекции по линейным интегральным уравнениям. М.: Физматгиз. 1959. 232 с.

ОБ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА С ДВУМЯ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫМИ ЛИНИЯМИ ВЫРОЖДЕНИЯ

*Бегимкулов Фозил Хидирович,*  
*преподаватель кафедры цифровых технологий*  
*Tashkent Perfect University, г. Ташкент, Узбекистан*  
*begimkulovfkh@gmail.com*

*Аннотация.* В настоящей статье исследовано существование и единственность решения аналога задачи Франкля для вырожденного уравнения эллиптического-гиперболического типа. Единственность решения исследуемой задачи доказывается принципом экстремума, а существование решения - методом интегральных уравнений.

*Ключевые слова:* краевая задача, уравнение смешанного типа, задача Франкля, вырождающийся уравнение, сингулярное интегральное уравнение, интегро-дифференциальные операторы, принцип экстремума.

IKKI PERPENDIKULYAR BUZULISH CHIZIG'IGA EGA ARALASH TIPDAGI  
 TENGLAMA UCHUN CHEGARAVIY MASALA HAQIDA

*Annotatsiya.* Ushbu maqolada buzulgan elliptic-giperbolik tipdagi tenglama uchun, Frankl masalasiga o'xshash masala yechimining mavjudligi va yagonaligi o'rganilgan. Qo'yilgan masala yechimining yagonaligi ekstremum prinsipi yordamida, mavjudligi esa integral tenglamalar usuli bilan isbotlangan.

*Kalit so'zlar:* chegarviy masala, aralash tenglama, buzulgan uchun Frankl masalasi, singulyar integral tenglam, integral-differensial operator, ekstremum prinsipi.

ABOUT ONE BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR AN EQUATION OF A MIXED TYPE  
 WITH TWO PERPENDICULAR LINES OF DEGENERATION

*Abstract.* The paper investigates the existence and uniqueness of a solution to the analog of Frankl's problem for the degenerated equation of the elliptic-hyperbolic type. The uniqueness of a solution to the investigated problem is proved with an extremum principle and the existence of a solution with a method of integral equations.

*Keywords:* boundary value problem, a mixed type equation, the Frankl problem, degenerating equation, singular integral equation, integro-differential operators, an extremum principle.

**Введение.** Теория вырождающихся эллиптических и гиперболических уравнений, а также уравнений смешанного типа является одним из важнейших разделов современной теории дифференциальных уравнений с частными производными. В математической литературе имеются многочисленные работы авторов, в которых ставятся и исследуются краевые задачи для уравнений смешанного типа.

Большинство из этих работ посвящено изучению краевых задач для линейных уравнений второго порядка смешанного типа с одной линией параболического вырождения, т.е. изучению краевых задач в смешанных областях, состоящих из двух частей, в одной из которых уравнение принадлежит эллиптическому типу, в другой гиперболическому типу, а на общей границе этих частей – параболический вырождается. Основными задачами таких уравнений являются задача Трикоми, задачи Геллерстедта, общая смешанная задача А. В. Бицадзе, задача Франкля. Изложение этих результатов со ссылками на оригинальную литературу содержится в монографии А. В. Бицадзе [2]. Краевые задачи с условием Франкля для невырождающегося уравнения смешанного типа изучено в работе [5], а для уравнения эллиптического-гиперболического типа с одной линией вырождения исследованы в работах [2], [3]. В работах [4] впервые исследованы краевые задачи типа задачи Трикоми для уравнений смешанного типа с двумя перпендикулярными линиями вырождения  $u_{xx} + xu_{yy} = 0$  и  $u_{xx} + \text{sgn}(xy)u_{yy} = 0$ .

Уравнение смешанного типа с негладкой линией, но с одинаковым порядком вырождения  $|y|^n u_{xx} + \text{sgn}(xy)|x|^n u_{yy} = 0, n > 0$  рассмотрено в работе [6], в которой, также как и в работах [4], доказана корректность задачи типа задачи Трикоми с непрерывными условиями склеивания. Задачи Трикоми с локальными и нелокальными краевыми условиями в конечной области для уравнения смешанного типа с различным порядком вырождения исследованы в [7, 8]. Начиная с работы [9] учёные стали усиленно заниматься с исследованием общих линейных уравнений с двумя линиями и различными порядками вырождения, а именно исследованием краевых задач с условиями смещения и условиями типа Бицадзе-Самарского для уравнений смешанного эллипτικο-гиперболического типа с двумя линиями и различными порядками вырождения. Отметим также работы [12]-[14], где исследуются аналогичные задачи. Локальные краевые задачи с условием Франкля для уравнений параболо-гиперболического типа с двумя линиями вырождения, исследованы в работах [15]-[17].

Настоящая работа посвящена исследованию задачи типа задачи Трикоми для уравнения с одинаковым порядком вырождения, но с разрывными условиями склеивания. Для доказательства единственности решения рассматриваемой задачи применяется принцип экстремума, а для существования – методы теории интегральных уравнений.

**1. Постановка задачи FF.** Пусть  $\Omega_0$  - конечная односвязная область в плоскости переменных  $x, y$ , ограниченная при  $x > 0, y > 0$  нормальной кривой  $\sigma: x^{2p} + y^{2p} = 1$  с концами в точках  $A(1,0)$  и  $B(0,1)$ , а  $\Omega_1(\Omega_2)$ - область, ограниченная отрезком  $x=0$  ( $-1 < y < 0$ ) [ $y=0(-1 \leq x \leq 0)$ ] и характеристиками  $AD: x^p + (-y)^p = 1$  [ $BC: y^p + (-x)^p = 1$ ] при  $x > 0, y < 0$  [ $(x < 0, y > 0)$ ].

Введём обозначения:

$$J_1 = \{(x, y): 0 < x < 1, y = 0\}, J_2 = \{(x, y): 0 < y < 1, x = 0\}, \Omega = \Omega_0 \cup J_1 \cup \Omega_1 \cup J_2 \cup \Omega_2,$$

$$\Omega_{11} = \Omega_1 \cap \{(x, y): x + y > 0\}, \Omega_{12} = \Omega_1 \cap \{(x, y): x + y < 0\}, \Omega_{21} = \Omega_2 \cap \{(x, y): x + y > 0\},$$

$$\Omega_{22} = \Omega_2 \cap \{(x, y): x + y < 0\}, \Omega^* = \Omega_0 \cup \Omega_{11} \cup J_1, \Omega^{**} = \Omega_0 \cup \Omega_{21} \cup J_2, \Delta = \Omega_0 \cup \Omega_{11} \cup \Omega_{21}$$

$$OD_1: x^p - (-y)^p = 0, OC_1: y^p - (-x)^p = 0, D_1(2^{-1/p}; -2^{-1/p}), C_1(-2^{-1/p}; 2^{-1/p}), C(-1, 0), D(0, -1).$$

Рассмотрим уравнение:

$$0 \equiv \begin{cases} y^n u_{xx} + x^n u_{yy}, & \text{в } \Omega_0 \\ (-y)^n u_{xx} - x^n u_{yy}, & \text{в } \Omega_1 \\ y^n u_{xx} - (-x)^n u_{yy}, & \text{в } \Omega_2 \end{cases} \quad (1)$$

где  $n = \text{const}, n > 0$ , здесь  $2p = n + 2$ .

**Задача FF.** Найти в области  $\Omega$  функцию  $u(x, y)$ , со следующими свойствами:

1)  $u(x, y) \in C(\bar{\Omega}) \cap C^2(\Delta \cup \Omega_{12} \cup \Omega_{22})$ ;

2)  $u(x, y)$  удовлетворяет уравнению (1) в областях  $\Omega_0, \Omega_{11}, \Omega_{12}, \Omega_{21}$  и  $\Omega_{22}$ ;

3)  $u_x \in C(\Omega^*)$  и  $u_y \in C(\Omega^{**})$  причём могут обращаться в бесконечность порядка меньше  $1 - 2\beta$

в точках  $B, A$  и ограничена в точке  $O$ , кроме того на интервале  $OA$  выполняются условия склеивания:

$$\lim_{y \rightarrow +0} u_y(x, y) = \lim_{y \rightarrow -0} u_y(x, y), (x, 0) \in J_1, \quad (2)$$

4)  $u(x, y)$  удовлетворяет краевым условиям:

$$u(x, y)|_{\sigma} = \varphi(x, y), (x, y) \in \bar{\sigma}, \quad (3)$$

$$u(x, y)|_{AD_1} = \psi_1(x), 2^{-1/p} \leq x \leq 1, \quad (4)$$

$$u(x, y)|_{BC_1} = \psi_2(y), 2^{-1/p} \leq y \leq 1, \quad (5)$$

$$u(x, 0) = \rho_1(x)u(-x, 0) + \rho_2(x), (x, 0) \in J_1, \quad (6)$$

$$u_x(0, y) = \rho_3(y)u_x(0, -y) + \rho_4(y), (0, y) \in J_2, \quad (7)$$

здесь  $\psi_1(x), \rho_1(x), \rho_2(x), \varphi(x, y), \psi_2(y), \rho_3(y)$  и  $\rho_4(y)$  - заданные функции,  $2\beta = n / (2 + n)$  причём  $0 < 2\beta < 1$

$$\varphi(1,0) = \psi_1(1), \varphi(0,1) = \psi_2(0), \quad (8)$$

$$\psi_1(x) \in C^3[2^{-1/p}, 1], \quad (9)$$

$$\rho_1(x) \neq 1, (x,0) \in \bar{J}_1, \rho_1(x), \rho_2(x) \in C(\bar{J}_1) \cap C^2(J_1), \quad (10)$$

$$\psi_2(y) \in C^3[2^{-1/p}, 1], \quad (11)$$

$$\rho_3(y) \neq 1, (0,y) \in J_2, \rho_3(y), \rho_4(y) \in C(\bar{J}_2) \cap C^2(J_2), \quad (12)$$

$$\varphi(x,y) = (xy)^{\varepsilon+1} \bar{\varphi}(x,y), \quad \bar{\varphi}(x,y) \in C(\bar{\sigma}), \varepsilon > 0. \quad (13)$$

**2. Необходимые сведения.** Гипергеометрическая функция [10]. Известно, что гипергеометрическая функция определяется как сумма гипергеометрического ряда:

$${}_2F_1(a,b,c,z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(a)_n (b)_n}{n! (c)_n} z^n = 1 + \frac{ab}{1 \cdot c} z + \frac{a(a+1)b(b+1)}{1 \cdot 2 \cdot c \cdot (c+1)} z^2 + \dots,$$

где  $|z| < 1, a, b \in \mathbb{C}, c \in \mathbb{C}, c \neq 0, -1, -2, \dots, (c)_n$  - символ Поххаммера.

Аналитическое продолжение гипергеометрической функции  $F(a,b,c,z)$  можно осуществить с помощью интеграла Эйлера:

$$F(a,b,c,z) = \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(a)\Gamma(c-a)} \int_0^1 t^{a-1} (1-t)^{c-a-1} (1-zt)^{-b} dt, \quad (0 < \operatorname{Re} a < \operatorname{Re} c, |\arg(1-z)| < \pi)$$

*Интегро-дифференциальные операторы Римана-Лиувилля дробного порядка.*

**Определение.** Пусть  $f(x)$  - произвольная функция из класса  $L(a,b), a < b < \infty$ . Операторы

$$D_{ax}^{\alpha} f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(-\alpha)} \int_a^x \frac{f(t)}{(x-t)^{1+\alpha}}, \alpha < 0 \\ \frac{d^n}{dx^n} D_{ax}^{-(n-\alpha)} f(x), n-1 < \alpha \leq n \end{cases}, \quad D_{xb}^{\alpha} f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(-\alpha)} \int_x^b \frac{f(t)}{(x-t)^{1+\alpha}}, \alpha < 0 \\ (-1)^{1+n} \frac{d^{n+1}}{dx^{n+1}} D_{xb}^{\alpha-(n+1)} f(x), n-1 < \alpha \leq n \end{cases} \quad (14)$$

называются операторами дробного интегро-дифференцирования Римана-Лиувилля,  $n \in \mathbb{N}$ .

Отметим, что по определению,  $D_{ax}^0 f(x) = f(x)$ .

Приведём некоторые свойства этих операторов [10]:

1<sup>0</sup>. Если  $f(x) \in L(a,b)$ , то при любом  $\alpha > 0$  почти для всех  $x \in (a,b)$

$$D_{ax}^{\alpha} D_{ax}^{-\alpha} f(x) = f(x). \quad (15)$$

2<sup>0</sup>. Пусть  $f(x) \in L(a,b)$ . Тогда:

1) если  $\beta \geq \alpha > 0$ , то

$$D_{ax}^{\alpha} D_{ax}^{-\beta} f(x) = D_{ax}^{-(\beta-\alpha)} f(x), \quad x \in (a,b);$$

2) если  $\alpha > \beta \geq 0$  и функция  $f(x)$  имеет производную  $D_{ax}^{\alpha-\beta} f(x)$  то

$$D_{ax}^{\alpha} D_{ax}^{-\beta} f(x) = D_{ax}^{\alpha-\beta} f(x), \quad x \in (a,b)$$

3<sup>0</sup>. Пусть  $0 < 2\beta < 1$  и  $(x-a)^{\beta-1} f(x), (b-x)^{\beta-1} f(x) \in L(a,b)$ . Тогда почти всюду на  $(a,b)$

справедливы тождества:

$$D_{ax}^{1-\beta} (x-a)^{1-2\beta} D_{ax}^{-\beta} (x-a)^{\beta-1} f(x) = (x-a)^{-\beta} D_{ax}^{1-2\beta} f(x), \quad (16)$$

$$D_{xb}^{1-\beta} (b-x)^{1-2\beta} D_{xb}^{-\beta} (x-a)^{\beta-1} f(x) = (b-x)^{-\beta} D_{xb}^{1-2\beta} f(x). \quad (17)$$

4<sup>0</sup>. Имеет место следующий принцип экстремума для операторов  $D_{ax}^{\alpha}$  и  $D_{xb}^{\alpha}$  ( $0 < \alpha < 1$ ).

Пусть положительная неубывающая функция  $\omega(t)$  и функция  $f(t)$  непрерывны на  $[a,b]$

Тогда, если на отрезке  $[a,b]$  функция  $f(t)$  достигает положительного максимума (отрицательного минимума) в точке  $t=x, a < x < b$  и в сколь угодно малой окрестности этой точки произведение  $\omega(t) \cdot f(t)$  удовлетворяет условию Гельдера с показателем  $\gamma > \alpha$ , то  $D_{ax}^{\alpha} \omega f > 0, (D_{xb}^{\alpha} \omega f < 0)$ .

**3. Получение функциональных соотношений между  $\tau_1^\pm(x), \nu_1^\pm(x)$  и  $\tau_2^\pm(y), \nu_2^\pm(y)$ .**

Сначала исследуем уравнение (1) в эллиптической части  $\Omega_0$  области  $\Omega$ . В области  $\Omega_0$  для уравнения

$$y^n u_{xx} + x^n u_{yy} = 0, \quad y > 0, x > 0 \tag{18}$$

рассмотрим следующую вспомогательную задачу:

**Задача N.** Найти в области  $\Omega_0$  регулярное решение уравнения (18), непрерывное в замкнутой области  $\bar{\Omega}_0$  и удовлетворяющее краевым условиям:

$$\begin{aligned} u|_{\sigma} &= \varphi(s), \quad 0 < s < 1, \\ \lim_{y \rightarrow +0} u_y(x, y) &= \nu_1^+(x), \quad (x, 0) \in J_1, \quad \lim_{x \rightarrow +0} u_x(x, y) = \nu_2^+(y), \quad (0, y) \in J_2. \end{aligned} \tag{19}$$

Известно, что решение задачи N для уравнения (18) в области  $\Omega_0$  имеет вид [8]:

$$\begin{aligned} u(x, y) &= - \int_0^1 \xi^n G(\xi, 0; x, y) \nu_1^+(\xi) d\xi - \int_0^1 \eta^n G(0, \eta; x, y) \nu_2^+(\eta) d\eta + \\ &+ \int_{\sigma} \varphi(\xi, \eta) \left( \xi^n G_{\eta}(\xi, \eta; x, y) d\xi - \eta^n G_{\xi}(\xi, \eta; x, y) d\eta \right). \end{aligned} \tag{20}$$

Здесь

$$G(\xi, \eta; x, y) = q_1(\xi, \eta; x, y) - (r_0^2)^{-2\beta} q_1(\xi, \eta; \bar{x}, \bar{y}),$$

где  $G(\xi, \eta; x, y)$  функция Грина задачи FF для уравнения (18) в области  $\Omega_0$ ,

$$r_1^2 = (\xi^p - x^p)^2 + (\eta^p + y^p)^2, \quad r_2^2 = (\xi^p - x^p)^2 + (\eta^p + y^p)^2, \quad r_0^2 = \xi^{2p} + \eta^{2p},$$

$$\bar{x} = x(r_0^2)^{2\beta-1}, \quad \bar{y} = y(r_0^2)^{2\beta-1}, \quad 1 - \sigma_1 = \frac{16(xy\xi\eta)^p}{r_1^2 r_2^2},$$

$$q_1(\xi, \eta; x, y) = \gamma (r_1^2 r_2^2)^{-\beta} F(\beta, \beta, 2\beta, 1 - \sigma_1)$$

- фундаментальное решение уравнения (18) в области  $\Omega_0$  и  $\nu_1^+(x)$  и  $\nu_2^+(y)$ - заданные непрерывные функции, причём  $\nu_1^+(x) \in C^2(J_1)$  и  $\nu_2^+(y) \in C^2(J_2)$  могут обращаться в бесконечность порядка меньше  $1 - 2\beta$  в точках  $B, A$  и ограничена в точке  $O$ .

Теперь в области  $\Omega_{11}$  рассмотрим уравнение:

$$(-y)^n u_{xx} - x^n u_{yy} = 0, \quad y < 0, \quad x > 0, \tag{21}$$

Как известно решение задачи Коши для уравнения (21) в области  $\Omega_{11}$  удовлетворяющее условиям:

$$\tau_1^-(x) = u(x, -0), \quad (x, 0) \in \bar{J}_1, \quad \nu_1^-(x) = u_y(x, -0), \quad (x, 0) \in J_1,$$

даётся формулой [16]:

$$u(x, y) = \gamma_1 \int_0^1 \tau_1^-(z_1^{1/2p}) z^{\beta-1} (1-z)^{\beta-1} dz - \gamma_2 xy \int_0^1 z_1^{-1/2p} \nu_1^-(z_1^{1/2p}) z^{-\beta} (1-z)^{-\beta} dz, \tag{22}$$

где

$$z_1 = x^{2p} + (-y)^{2p} + 2x^p(-y)^p(2z-1), \quad \gamma_1 = \frac{\Gamma(2\beta)}{\Gamma^2(\beta)}, \quad \gamma_2 = \frac{\Gamma(2-2\beta)}{\Gamma^2(1-\beta)}.$$

В силу условия (4), из решения (22) получим:

$$\gamma_1 \Gamma(\beta) (1-x)^{1-2\beta} D_{x1}^{-\beta} (1-x)^{\beta-1} \tilde{\tau}_1^-(x) - \gamma_2 4^{2\beta-1} \Gamma(1-\beta) D_{x1}^{\beta-1} (1-x)^{-\beta} x^{-1/p} \tilde{\nu}_1^-(x) = \tilde{\psi}_1^*(x), \tag{23}$$

где

$$\tilde{\psi}_1^*(x) = \psi_1 \left[ \left( \frac{1-\sqrt{x}}{2} \right)^{1-2\beta} \right], \quad \tilde{\tau}_1^-(x) = \tau_1^-(x^{1/2p}), \quad \tilde{\nu}_1^-(x) = \nu_1^-(x^{1/2p}).$$

Применяя к обеим частям (23) дифференциальный оператор  $D_{x_1}^{1-2\beta}$ , с учётом свойств (15)-(17) оператора  $D_{ax}^c f(x)$ , получим основное функциональное соотношение между  $\tilde{\tau}_1^-(x)$  и  $\tilde{v}_1^-(x)$ , принесённое на  $J_1$  из области  $\Omega_{11}$ :

$$\tilde{v}_1^-(x) = k_1 x^{1/2-\beta} D_{x_1}^{1-2\beta} \tilde{\tau}_1^-(x) - \tilde{\psi}_1^*(x), \quad (24)$$

здесь  $k_1 = \frac{\gamma_1 \Gamma(\beta)}{\gamma_2 \Gamma(1-\beta) 4^{2\beta-1}}$ ,

$$\tilde{\psi}_1^*(x) = \gamma_1 \Gamma(\beta) k_1 x^{1/2-\beta} D_{x_1}^{1-2\beta} (1-x)^{1-\beta} D_{x_1}^\beta (1-x)^{2\beta-1} \psi_1^*(x). \quad (25)$$

В области  $\Omega_{21}$  уравнение (1) принимает вид:

$$y^n u_{xx} - (-x)^n u_{yy} = 0, \quad x < 0, \quad y > 0. \quad (26)$$

Аналогично, используя решение задачи Коши с начальными данными:

$$\tau_2^-(y) = u(-0, y), \quad (0, y) \in \bar{J}_2, \quad v_2^-(y) = u_x(-0, y), \quad (0, y) \in J_2,$$

для уравнения (26) в области  $\Omega_{21}$ , учитывая (4), получим следующее функциональное соотношение между  $\tilde{\tau}_2^-(y)$  и  $\tilde{v}_2^-(y)$ , принесённое из области  $\Omega_{21}$  [17]:

$$\tilde{v}_2^-(y) = k_1 y^{1/2-\beta} D_{y_1}^{1-2\beta} \tilde{\tau}_2^-(y) - \tilde{\psi}_2^*(y), \quad (27)$$

где

$$\tilde{\tau}_2^-(y) = \tau_1^-(y^{1/2p}), \quad \tilde{v}_2^-(y) = v_2^-(y^{1/2p}), \quad \psi_2^*(y) = \psi_2 \left[ \left( \frac{1-\sqrt{y}}{2} \right)^{1-2\beta} \right],$$

$$\tilde{\psi}_2^*(y) = k_1 y^{1/2-\beta} D_{y_1}^{1-2\beta} (1-y)^{1-\beta} D_{y_1}^\beta (1-y)^{2\beta-1} \psi_2^*(y). \quad (28)$$

**4. О единственности решения задачи FF.** Имеет место следующий принцип экстремума:

**Лемма 1.** Пусть  $\rho_2(x) \equiv \rho_4(y) \equiv \psi_1(x) \equiv \psi_2(y) \equiv 0$  и функции  $\rho_1(x)$  и  $\rho_3(y)$  удовлетворяют условиям (10) и (12). Тогда, если решение  $u(x, y)$  задачи FF существует, то она свой положительный максимум и отрицательный минимум в замкнутой области  $\bar{\Delta}$  достигает лишь на множестве  $\bar{\sigma} \cup A(0, 0)$ .

**Доказательство.** Пусть выполняются условия леммы. Тогда, в силу принципа экстремума для эллиптических уравнений [18], решение  $u(x, y)$  уравнения (18) внутри области  $\Omega_0$  не может достигать своего положительного максимума и отрицательного минимума. Покажем, что решение  $u(x, y)$  уравнения (18) не достигает своего положительного максимума (отрицательного минимума) и на интервалах  $J_1$  и  $J_2$ . Предположим обратное. Пусть функция  $u(x, y)$  достигает свой положительный максимум (отрицательный минимум) в точке  $E(x_0, 0)$  интервала  $J_1$ . Тогда учитывая  $\tilde{\psi}_1^*(x) \equiv 0$  из (24), имеем:

$$\tilde{v}_1^-(x_0) = k_1 x_0^{1/2-\beta} D_{x_0 1}^{1-2\beta} \tilde{\tau}_1^-(x_0). \quad (29)$$

Отсюда, в силу принципа экстремума для дифференциальных операторов дробного порядка [10], в точке положительного максимума (отрицательного минимума)  $D_{x_0 1}^{1-2\beta} [\cdot]$  строго положительно (отрицательно), т.е.  $D_{x_0 1}^{1-2\beta} \tilde{\tau}_1^-(x_0) > 0$  ( $D_{x_0 1}^{1-2\beta} \tilde{\tau}_1^-(x_0) < 0$ ). Следовательно, в силу того, что  $\beta > 0$ ,  $k_1 > 0$  из (29) получим, что в точке  $E(x_0, 0)$   $\tilde{v}_1^-(x_0) > 0$  ( $\tilde{v}_1^-(x_0) < 0$ ). Далее, используя условия (4), имеем  $\tilde{v}_1^+(x_0) > 0$  ( $\tilde{v}_1^+(x_0) < 0$ ), а это неравенство противоречит известному принципу Заремба-Жиро[2]. Таким образом, решение  $u(x, y)$  уравнения (18) не достигает своего положительного максимума (отрицательного минимума) на интервале  $J_1$ . Аналогично, получим, что  $u(x, y)$  не достигает своего положительного максимума (отрицательного минимума) на интервале  $J_2$ . Таким образом,  $u(x, y)$  достигает своего положительного максимума (отрицательного минимума) только на  $\bar{\sigma} \cup O(0, 0)$ .

**Лемма 1 доказана.**

**Теорема 1.** Пусть выполнены условия леммы 1. Тогда, если решение задачи FF существует, то оно единственно.



**Доказательство.** Пусть решение задачи **FF** существует. На основании леммы 1, из (6), учитывая непрерывность функции  $u(x, y)$  в замкнутой области  $\bar{\Omega}_0$  получим, что решение задачи **N** для уравнения (18) в области  $\Omega_0$  тождественно равно нулю при  $\varphi(x, y) \equiv 0$  т.е.  $u(x, y) \equiv 0$  в  $\bar{\Omega}_0$ . Отсюда, имеем  $\tilde{\tau}_1^-(x) \equiv 0$  и в силу (24),  $\tilde{\nu}_1^-(x) \equiv 0$ , (аналогично,  $\tilde{\tau}_2^-(y) \equiv 0$  и в силу (27),  $\tilde{\nu}_2^-(y) \equiv 0$ ). Тогда, из решения задачи Коши получим  $u(x, y) \equiv 0$  в области  $\bar{\Omega}_{11}(\bar{\Omega}_{21})$ .

Далее, из (20) в области  $\Omega_0$ , с учётом (6) ((7)) получим  $u(x, 0) - \rho_1(x)u(-x, 0) \equiv 0$ . ( $u_x(0, y) - \rho_3(y)u_x(0, -y) \equiv 0$ ). Следовательно, решение задачи Коши-Гурса для уравнения (21) и (26) с нулевыми данными тождественно равно нулю в области  $\bar{\Omega}_{12}(\bar{\Omega}_{22})$  т.е.  $u(x, y) \equiv 0$  в области  $\bar{\Omega}_{12}(\bar{\Omega}_{22})$ .

Таким образом, из вышеизложенных данных получим, что  $u(x, y) \equiv 0$  в области. Тем самым, доказана единственность решения задачи **FF**. **Теорема 1 доказана.**

**5. Существование решения задачи **FF**.**

**Теорема 2.** Если выполнены условия (8)-(13), то в области  $\Omega$  решение задачи **FF** существует.

**Доказательство.** Полагая в формуле (20),  $y=0$  а затем  $x=0$ , с учётом (24) и (27), заменяя  $x^{2p}$  на  $x$  и  $y^{2p}$  на  $y$ , используя свойства дифференциальных операторов, получим основные соотношения между функциями  $\tilde{\tau}_1^+(x), \tilde{\nu}_1^+(x)$  и  $\tilde{\tau}_2^+(y), \tilde{\nu}_2^+(y)$  [6,15]:

$$\begin{cases} \tilde{\tau}_1^+(x) - \frac{\gamma}{2p} \int_0^1 t^{\beta-1/2} \left[ |t-x|^{-2\beta} - (1-xt)^{-2\beta} \right] \tilde{\nu}_1^+(t) dt = H_1(x), & (x, 0) \in J_1 \\ \tilde{\tau}_2^+(y) - \frac{\gamma}{2p} \int_0^1 t^{\beta-1/2} \left[ |t-y|^{-2\beta} - (1-yt)^{-2\beta} \right] \tilde{\nu}_2^+(t) dt = H_2(y), & (0, y) \in J_2 \end{cases}$$

где

$$H_1(x) = \gamma \int_0^{\xi^n} \xi^n \left[ (\xi^{2p} + x^{2p})^{-2\beta} - (1 + x^{2p} \xi^{2p})^{-2\beta} \right] \nu_2^+(\xi) d\xi + \tilde{\varphi}_1(x) + \tilde{\psi}_1^*(x), \quad (x, 0) \in J_1,$$

$$H_2(y) = \gamma \int_0^{\eta^n} \eta^n \left[ (\eta^{2p} + y^{2p})^{-2\beta} - (1 + y^{2p} \eta^{2p})^{-2\beta} \right] \nu_1^+(\eta) d\eta + \tilde{\varphi}_2(y) + \tilde{\psi}_2^*(y), \quad (0, y) \in J_2,$$

$$\varphi_1(x) = \int_{\sigma} \varphi(\xi, \eta) \left( \xi^n G_{\eta} \Big|_{y=0} d\xi - \eta^n G_{\xi} \Big|_{x=0} d\eta \right), \tag{30}$$

$$\varphi_2(y) = \int_{\sigma} \varphi(\xi, \eta) \left( \xi^n G_{\eta} \Big|_{x=0} d\xi - \eta^n G_{\xi} \Big|_{x=0} d\eta \right), \tag{31}$$

$$\tilde{\tau}_1^+(x) = \tau_1^+(x^{1/2p}), \quad \tilde{\nu}_1^+(x) = \nu_1^+(x^{1/2p}), \quad \tilde{\tau}_2^+(y) = \tau_2^+(y^{1/2p}), \quad \tilde{\nu}_2^+(y) = \nu_2^+(y^{1/2p}), \tag{32}$$

$$\tilde{\varphi}_1(x) = \varphi_1(x^{1/2p}), \quad \tilde{\varphi}_2(y) = \varphi_2(y^{1/2p}), \quad \tilde{\psi}_1^*(x) = \psi_1^*(x^{1/2p}), \quad \tilde{\psi}_2^*(y) = \psi_2^*(y^{1/2p}),$$

а  $\tilde{\psi}_1^*(x)$  и  $\tilde{\psi}_2^*(y)$  - определяются из (25) и (28).

Исключив  $\tilde{\tau}_1^+(x)$  и  $\tilde{\tau}_2^+(y)$  соответственно из соотношений (19), (20) в силу (24) и (27) получим следующую систему интегральных уравнений:

$$\begin{cases} \bar{\nu}_1^+(x) - \frac{\cos \beta\pi}{\pi(1 + \sin \beta\pi)} \int_0^1 \left( \frac{1-t}{1-x} \right)^{1-2\beta} \left( \frac{1}{t-x} + \frac{1}{1-xt} \right) \bar{\nu}_1^+(t) dt = \frac{D_{x1}^{1-2\beta} H_1(x)}{(1 + \sin \beta\pi)}, \\ \bar{\nu}_2^+(y) - \frac{\cos \beta\pi}{\pi(1 + \sin \beta\pi)} \int_0^1 \left( \frac{1-t}{1-y} \right)^{1-2\beta} \left( \frac{1}{t-y} + \frac{1}{1-yt} \right) \bar{\nu}_2^+(t) dt = \frac{D_{y1}^{1-2\beta} H_2(y)}{(1 + \sin \beta\pi)}, \end{cases}$$

где 
$$\gamma = \frac{\Gamma(2\beta)}{\Gamma^2\left(\beta + \frac{1}{2}\right)},$$

$$\bar{\nu}_1^+(x) = x^{\beta-1/2} \tilde{\nu}_1^+(x), \quad \bar{\nu}_2^+(y) = y^{\beta-1/2} \tilde{\nu}_2^+(y). \tag{33}$$

Принимая во внимание легко проверяемые тождества:

$$\begin{cases} \left(\frac{1-t}{1-x}\right)\left(\frac{1}{t-x} + \frac{1}{1-xt}\right) = \frac{1}{t-x} - \frac{t}{1-xt} \\ \left(\frac{1-t}{1-y}\right)\left(\frac{1}{t-y} + \frac{1}{1-yt}\right) = \frac{1}{t-y} - \frac{t}{1-yt} \end{cases},$$

данную систему нетрудно свести к виду:

$$\begin{cases} \bar{v}_1^+(x) - \frac{\cos \beta \pi}{\pi(1 + \sin \beta \pi)} \int_0^1 \left(\frac{1}{t-x} - \frac{t}{1-xt}\right) \bar{v}_1^+(t) dt = \tilde{H}_1(x) + \int_0^1 K_1(x,t) \bar{v}_1^+(t) dt \\ \bar{v}_2^+(y) - \frac{\cos \beta \pi}{\pi(1 + \sin \beta \pi)} \int_0^1 \left(\frac{1}{t-y} - \frac{t}{1-yt}\right) \bar{v}_2^+(t) dt = \tilde{H}_2(y) + \int_0^1 K_2(y,t) \bar{v}_2^+(t) dt \end{cases}, \quad (34)$$

где

$$\tilde{H}_1(x) = \frac{D_{x1}^{1-2\beta} H_1(x)}{(1 + \sin \beta \pi)}, \quad \tilde{H}_2(y) = \frac{D_{y1}^{1-2\beta} H_2(y)}{(1 + \sin \beta \pi)}, \quad (35)$$

$$\begin{cases} K_1(x,t) = \frac{\cos \alpha \pi}{\pi(1 + \sin \alpha \pi)} \left[ \left(\frac{1-t}{1-x}\right)^{-2\beta} \left( \frac{1-t^2}{(t-x)(1-xt)} - \frac{2(1-t)}{1-xt} \right) - \left( \frac{1-t^2}{(t-x)(1-xt)} \right) \right] \\ K_2(y,t) = \frac{\cos \alpha \pi}{\pi(1 + \sin \alpha \pi)} \left[ \left(\frac{1-t}{1-y}\right)^{-2\beta} \left( \frac{1-t^2}{(t-y)(1-yt)} - \frac{2(1-t)}{1-yt} \right) - \left( \frac{1-t^2}{(t-y)(1-yt)} \right) \right] \end{cases}.$$

Исследуем правую часть системы (34). Для этого введём обозначения  $\bar{\psi}_1^*(x) = D_{x1}^{1-2\beta} \tilde{\psi}_1^*(x)$  и учитывая (25) представим её в виде:

$$\begin{aligned} \bar{\psi}_1^*(x) = D_{x1}^{1-2\beta} \tilde{\psi}_1^*(x) &= \frac{\beta}{\Gamma(2\beta)\Gamma(1-\beta)} \frac{d}{dx} \int_x^1 (t-x)^{2\beta-1} dt \int_0^1 s^{-\beta} (1-s)^{2\beta-1} \psi_1^*(t+s(1-t)) ds + \\ &+ \frac{1}{\Gamma(2\beta)\Gamma(1-\beta)} \frac{d}{dx} \int_x^1 (t-x)^{2\beta-1} (1-t) dt \int_0^1 s^{-\beta} (1-s)^{2\beta-1} \psi_1^*(t+s(1-t)) ds. \end{aligned} \quad (36)$$

На основании  $0 < 2\beta < 1$  и (9), из (36) получим, что функция  $\bar{\psi}_1^*(x)$  допускает оценку:

$$|\bar{\psi}_1^*(x)| \leq \text{const} \cdot (1-x)^{2\beta-1}, \quad (37)$$

причём  $\bar{\psi}_1^*(x)$  может иметь особенность порядка меньше  $1-2\beta$  при  $x \rightarrow 1$ , а при  $x \rightarrow 0$  ограничена.

Так же обозначим:

$$\bar{\varphi}_1(x) = D_{x1}^{1-2\beta} \tilde{\varphi}_1(x)$$

и исследуем  $\bar{\varphi}_1(x)$ . В силу (13), из (30) имеем:

$$\bar{\varphi}_1(x) = D_{x1}^{1-2\beta} (1-x^2) \int_0^1 (t(1-t))^{\beta-1/2+\varepsilon} \left( (1-x)^2 - 4sx \right)^{-\beta-1} \tilde{\varphi}_1(s) ds.$$

или учитывая формулу (14), представим её в виде:

$$\bar{\varphi}_1(x) = A_0 \cdot D_{x1}^{1-2\beta} E(x),$$

где

$$A_0 = \frac{(1-p)\Gamma^2(\beta+1/2+\varepsilon)}{2p \cdot \Gamma(1-2\beta) \cdot \sin^2 \pi\beta \cdot \Gamma(2\beta+2\varepsilon+1)},$$

$$E(x) = (1+x)(1-x)^{-1-2\beta} F\left(\beta+1, \beta+1/2+\varepsilon, 2\beta+2\varepsilon+1; \frac{4x}{(1+x)^2}\right). \quad (38)$$

Воспользовавшись известной формулой автотрансформации

$$F(a, b, c; z) = (1-z)^{c-a-b} F(c-a, c-b, c; z),$$

функцию  $E(x)$  из (38) представим в виде:

$$E(x) = (1+x)^{-2\varepsilon-2\beta} (1-x)^{-1-\varepsilon} F\left(\beta+2\varepsilon, \beta+1/2+\varepsilon, 2\beta+2\varepsilon+1; \frac{4x}{(1+x)^2}\right). \quad (39)$$

и исследуем её. В силу свойств гипергеометрических функций [20], из (39) следует, что

$$|E(x)| \leq \text{const} \cdot (1-x)^{2\varepsilon-1}. \quad (40)$$

Рассмотрим функцию  $E'(x)$

$$\begin{aligned} E'(x) = & -2\varepsilon(1-x)^{2\varepsilon-1} (1+x)^{-2\varepsilon-2\beta} F\left(\beta+2\varepsilon, \beta+\varepsilon+1/2, 2\beta+2\varepsilon+1; \frac{4x}{(1+x)^2}\right) - \\ & -2(\beta+\varepsilon)(1-x)^{2\varepsilon} (1+x)^{-2\varepsilon-2\beta-1} F\left(\beta+2\varepsilon, \beta+\varepsilon+1/2, 2\beta+2\varepsilon+1; \frac{4x}{(1+x)^2}\right) - \\ & -2(\beta+2\varepsilon)(1-x)^{2\varepsilon} (1+x)^{-2\varepsilon-2\beta-4} F\left(\beta+2\varepsilon, \beta+\varepsilon+3/2, 2\beta+2\varepsilon+2; \frac{4x}{(1+x)^2}\right). \end{aligned}$$

Отсюда следует, что при  $x \rightarrow 1$  может обращаться в бесконечность порядка меньше  $1-2\varepsilon$ , а при  $x \rightarrow 0$  ограничена, т. е.

$$|\bar{\varphi}_1(x)| \leq \text{const} \cdot (1-x)^{2\varepsilon-1}, \quad (41)$$

причём  $\bar{\varphi}_1 \in C(\bar{\sigma})$ .

Рассмотрим интеграл:

$$\begin{aligned} \bar{\Phi}_1(x) = D_{x1}^{1-2\beta} \tilde{\Phi}_1(x) = D_{x1}^{1-2\beta} \int_0^1 \left(\frac{1+t}{1-x}\right)^{1-2\beta} \left(\frac{1}{t+x} - \frac{1}{1+xt}\right) \bar{v}_2^+(t) dt = \\ = (1-x)^{1-2\beta} \frac{d}{dx} \int_0^1 (1+t)^{-2\beta} \frac{1-t^2}{(t+x)(1+xt)} \bar{v}_2^+(t) dt \end{aligned} \quad (42)$$

Учитывая,  $\bar{v}_2^+(t) \in C^2(J_2)$ , отсюда получим:

$$|\bar{\Phi}_1(x)| \leq \text{const} \cdot (1-x)^{2\beta-1}. \quad (43)$$

Следовательно, в силу  $0 < 2\beta < 1$ , (8), (37), (40), (41) и (43) из (35) следует следующая оценка:

$$|\tilde{H}_1(x)| \leq \text{const} \cdot (1-x)^{2\beta-1},$$

причём  $\tilde{H}_1(x) \in (0,1)$  может иметь особенность порядка меньше  $1-2\beta$  при  $x \rightarrow 1$ , а при  $x \rightarrow 0$  ограничена.

Сделаем замену переменных

$$\frac{2x}{1+x^2} = z, \quad \frac{2t}{1+t^2} = \eta$$

и учитывая соотношение

$$\eta - z = \frac{2(t-x)(1-xt)}{(1+x^2)(1+t^2)}, \quad \frac{1}{\eta - z} = \frac{(1+x^2)(1+t^2)}{2(1-t^2)} \left(\frac{1}{t-x} - \frac{t}{1-xt}\right)$$

перепишем первое уравнение системы (34) в виде:

$$a(z)\mu_1(z) + \frac{b(z)}{\pi i} \int_0^1 \frac{\mu_1(\eta)}{\eta - z} d\eta = \int_0^1 \tilde{K}_1(z, \eta) \mu_1(\eta) d\eta + f_1(z), \quad 0 < z < 1, \quad (44)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{K}_1(z, \eta) = \frac{b(z)}{\pi i} \cdot \frac{(1+x^2)(1+t^2)}{2(1-t^2)} K_1(x, t), \quad a(z) = 1, \quad b(z) = -\frac{i \cos \beta\pi}{(1 + \sin \beta\pi)}, \\ \mu_1(z) = (1+x^2)\bar{v}_1(x), \quad f_1(z) = (1+x^2)\tilde{H}_1(x). \end{aligned}$$

Так как

$$\frac{1 + \cos^2 \beta\pi}{(1 + \sin \beta\pi)^2} \neq 0,$$

то сингулярное интегральное уравнение (44) является уравнением нормального типа относительно  $\mu_1(\eta)$ .

Теперь вычислим индекс нужного нам класса по формуле:

$$\alpha_n + i\beta_n = \pm \frac{1}{2\pi i} \ln G(c_n), (n=0,1),$$

где

$$\ln G(z) = |\ln G(z)| + i \arg G(z) + 2\pi i, k=0,1,2,\dots,$$

$$G(z) = \frac{1 + \sin \beta\pi + i \cos \beta\pi}{1 + \sin \beta\pi - i \cos \beta\pi},$$

верхний знак берётся при  $c_0 = 0$ , а нижний - при  $c_1 = 1$  [21]. Таким образом:

$$\alpha_0 + i\beta_0 = \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\cos \pi\beta}{1 + \sin \pi\beta} - k = \frac{1-2\beta}{4} - k,$$

где

$$\alpha_0 = (1-2\beta)/4 - k, \beta_0 = 0,$$

а  $\lambda_0$  выберем так, чтобы  $-1 < \alpha_0 + \lambda_0 < 0$ , следовательно,  $\lambda_0 = k$ .

Аналогичным образом получим:

$$\alpha_1 + i\beta_1 = -\frac{1-2\beta}{4} + k,$$

где

$$\alpha_1 = -\frac{(1-2\beta)}{4} + k, \beta_1 = 0,$$

а  $\lambda_1$  выберем так, чтобы  $(\alpha_1 + \lambda_1) \in J_1$ , следовательно,  $\lambda_1 = k$ .

Таким образом,

$$\chi = -\lambda_0 - \lambda_1 = -k + k = 0$$

т. е индекс уравнения (44) равно 0.

Сингулярное интегральное уравнение (44) известным методом регуляризации Карлемана-Векуа [1,8], сведётся к эквивалентному интегральному уравнению Фредгольма второго рода:

$$\mu_1(z) + \int_0^1 \bar{K}_1(z, \eta) \mu_1(\eta) d\eta = \tilde{f}_1(z), 0 < z < 1, \quad (45)$$

где

$$\bar{K}_1(z, \eta) = \tilde{a}(z) \tilde{K}_1(z, \eta) - \frac{\tilde{b}(z) \omega(z)}{\pi i} \int_0^1 \frac{\tilde{K}_1(s, \eta)}{\omega(s)(s-\eta)} ds,$$

$$\tilde{f}_1(z) = \tilde{a}(z) f_1(z) - \frac{\tilde{b}(z) \omega(z)}{\pi i} \int_0^1 \frac{f_1(s)}{\omega(s)(s-\eta)} ds,$$

$$\tilde{a}(z) = \frac{a(z)}{a^2(z) - b^2(z)}, \tilde{b}(z) = \frac{b(z)}{a^2(z) - b^2(z)}.$$

Из теории интегральных уравнений Фредгольма второго рода и единственности решения задачи **FF** следует однозначная разрешимость интегрального уравнения (45) относительно  $\mu_1(\eta)$ . Теперь решение интегрального уравнения (45) нетрудно представить в виде:

$$\bar{v}_1^+(x) = F_1(x) + \int_0^1 F_1(\eta) R_1(x, \eta) d\eta - \int_0^1 \bar{K}_1^*(x, s) \bar{v}_2^+(s) ds, \quad (46)$$

где  $F_1(x)$  - известная функция и  $R_1(z, \eta)$  - резольвента  $\tilde{K}_1(z, \eta)$ , а

$$\bar{K}_1^*(x, s) = K_1(x, s) + \int_0^1 K_1(\eta, s) R_1(x, \eta) d\eta,$$

причём

$$|\tilde{K}_1(z, \eta)| \leq const, |R_1(z, \eta)| \leq const.$$

Решая второе уравнение системы (34) аналогичным образом относительно  $\bar{v}_2^+(y)$ , получаем, что

$$\bar{v}_2^+(y) = F_2(y) + \int_0^1 F_2(\xi)R_2(y, \xi)d\xi - \int_0^1 \bar{K}_2^*(y, t)\bar{v}_1^+(t)dt, \quad (47)$$

где  $F_2(y)$ - известная функция, и  $R_2(t, \xi)$ - резольвента  $\tilde{K}_2(t, \xi)$ , а

$$\bar{K}_2^*(y, t) = K_2(y, t) + \int_0^1 K_2(\xi, t)R_2(y, \xi)d\xi,$$

причём

$$|\tilde{K}_2(t, \xi)| \leq const, \quad |R_2(t, \xi)| \leq const.$$

Далее, подставляя (47) в (46), имеем:

$$\bar{v}_1^+(x) = \bar{F}(x) + \int_0^1 \bar{K}(x, z)\bar{v}_1^+(z)dz. \quad (48)$$

где

$$\begin{aligned} \bar{K}(x, z) &= \int_0^1 \bar{K}_1^*(x, s)\bar{K}_2^*(s, z)ds, & \bar{F}(x) &= \bar{F}_1(x) - \int_0^1 \bar{K}_1^*(x, s)\bar{F}_1(s)ds, \\ \bar{F}_1(x) &= F_1(x) + \int_0^1 F_1(\eta)R_1(x, \eta)d\eta, & \bar{F}_2(y) &= F_2(y) + \int_0^1 F_2(\xi)R_2(y, \xi)d\xi, \end{aligned}$$

причём

$$|\bar{K}(x, z)| \leq const, \quad |\bar{F}(x)| \leq const.$$

Известно [1], что решение интегрального уравнения (48), имеет вид:

$$\bar{v}_1^+(x) = \bar{F}(x) + \int_0^1 \bar{F}(z)\bar{R}(x, z)dz, \quad (x, 0) \in J_1, \quad (49)$$

где  $\bar{R}(x, z)$ - резольвента  $\bar{K}(x, z)$ .

Подставляя (49) в (47), находим:

$$\bar{v}_2^+(y) = \bar{F}^*(y) - \int_0^1 \bar{K}_2^*(y, t)dt \int_0^1 \bar{F}(s)\bar{R}(t, s)ds, \quad (50)$$

где

$$\bar{F}^*(y) = \bar{F}_2(y) - \int_0^1 \bar{K}_2^*(y, t)\bar{F}_2(t)dt.$$

Таким образом, мы нашли неизвестные функции  $\bar{v}_1^+(x)$  и  $\bar{v}_2^+(y)$ . Из (32) и (33), учитывая (49) и (50) находим функции  $v_1^+(x)$  и  $v_2^+(y)$ . В силу 3) из (49) и (50) следует, что  $v_i^+(t) \in C^2(0, 1)$ ,  $i=1, 2$ , функции  $v_i^+(t)$ ,  $i=1, 2$  могут иметь особенности порядка меньше  $1-2\beta$  при  $t \rightarrow 1$ , а при  $t \rightarrow 0$  ограничены. Отсюда в силу  $0 < 2\beta < 1$ , с учётом (19) также заключаем, что  $\tau_i(t) \in C[0, 1] \cap C^2(0, 1)$ .

Теперь решение задачи **FF** в области  $\Omega_{11}(\Omega_{21})$  можно восстановить как решение задачи Коши (24) ((27)). Отсюда, в силу (6) и (7) восстанавливается решение в области  $\Omega_{12}(\Omega_{22})$  как решения задачи Коши-Гурса, удовлетворяющее условиями  $u_x(0, y) = v_2^+(y)$  и  $u(-y, y) = h_1(y)$  ( $u_y(x, 0) = v_1^+(x)$  и  $u(x, -x) = h_2(x)$ ) где  $h_1(y)$  ( $h_2(x)$ )- след на характеристике  $y = -x$  решения задачи Коши в области  $\Omega_{11}(\Omega_{21})$ . Следовательно, решение задачи **FF** в области  $\Omega_0$  - восстанавливается как решение задачи **FF** с условиями (19).

**ЛИТЕРАТУРА:**

1. Вен Г. Ч., Чен Д. Разрывные задачи Римана-Гильберта для квазилинейных вырождающихся эллиптических комплексных уравнений первого порядка. // *Complex Var. Theory Appl.*, 50(2005), № 7-11, с. 707-718.
2. Bitsadze. A. V. *Differential equations of Mixed type.* // Mac Millan.co., N. York. 1964.
3. Gou-chun Wen and H. Begehr. Existence of solutions of Frankl problem for general Lavrent'ev-Bitsadze equations. // *Revue Romaine. Math Pure Appl.* 45 (2000). P.141-160.
4. Зайнулабидов М.М. О некоторых краевых задачах для уравнений смешанного типа с двумя перпендикулярными линиями вырождения. // *Дифференциальные уравнения*, 1969, том 5, № 1, с. 91–99.
5. Псху А. В. Задача Франкля для уравнений смешанного типа. // Диссертация на соискание ученой степени канд. физ-мат. наук. НИИ ПМА КБНЦ РАН. 1999 г.-52. с.
6. Салахитдинов М.С., Менгзияев Б. Об одной краевой задаче со смещением для уравнения смешанного типа с двумя линиями вырождения. // *Дифференциальные уравнения*, 1977, том 13, № 1, с. 133–139.
7. Салахитдинов М.С., Хасанов А. Задача Трикоми для уравнения смешанного типа с негладкой линией вырождения. // *Дифференциальные уравнения*, 1983, том 19, № 1, с. 110–119.
8. Салахитдинов М. С., Исломов Б. И. Уравнения смешанного типа с двумя линиями вырождения. // *Ташкент. MUMTOZ SO'Z.* 2009 г.
9. Салахитдинов М. С., Исломов Б. И. Задача Трикоми для общего линейного уравнения смешанного типа с негладкой линией вырождения. // *ДАН СССР*, 1986, том 289, №3, с. 549–553.
10. Смирнов М. М. Уравнения смешанного типа. // М. Наука, 1985 г.
11. Рассиас Дж. М. Проблема Трикоми-Проттера  $nD$  уравнений смешанного типа. // *Int. J. Appl. Math. Stat.*, 8(2007), № M07, с. 76-86.
12. А.А. Абашкин. О задаче Келдыша для уравнения смешанного типа с двумя сингулярными линиями. // *Известия вузов. Математика*, 2022, с. 3-17.
13. M.Kh. Ruziev, N.T. Yuldasheva. On a Boundary Value Problem for a Class of Equations of Mixed Type. // *Lobachevskii Journal of Mathematics*, 2023, Vol. 44, No. 7, pp. 2916–2929.
14. M. Kh. Ruziev. Boundary Value Problem for a Mixed-Type Equation with Singular Coefficients.// *Russian Mathematics*, 2022, Vol. 66, No. 7, pp. 14–24.
15. Исломов Б. И., Бегимкулов Ф. Х. Краевая задача с условием Франкля для уравнения смешанного типа с двумя линиями вырождения. // *Узбекский математический журнал. Известия Академик наук Узбекистана. Серия физико-математических наук. Ташкент-2014. т. 12, №2, с. 78-91.*
16. Abdullayev O. Kh., Begimqulov F. Kh. About one non-local problem for the degenerating parabolic-hyperbolic type equation. // *Konuralp Journal of Mathematics Volume 2. No. 1 pp. 12/23 (2014). C. 12-23.*
17. Абдуллаев О. Х., Бегимкулов Ф.Х. Об исследовании задач типа задачи Франкля с разрывным условием склеивания для вырождающегося уравнения смешанного типа. // *Доклады Адыгской Черкесской) международной Академии наук. 2012. Том 14. №1. с. 9-21.*
18. Джохадзе О. М. Принцип экстремума для некоторых классов систем уравнений второго порядка эллиптического и параболического типов. // *Нелокальные краевые задачи и связанные с ними задачи математической биологии, информатики и физики с. 30-31. Кабардино-Балкарский Центр Российской академии наук, Нальчик, 1996.*
19. Вен Г. Ч. Смешанная краевая задача для уравнений второго порядка с вырожденной кривой на сторонах угла. // *Math. Nachr.*, 279(2006), № 13-14, с. 1602-1613.
20. Смирнов М. М. Вырождающиеся эллиптические и гиперболические уравнения. // *Москва. Наука*, 1966, -292 с.
21. Рассиас Дж. М. Лекции по уравнениям частных производных смешанного типа. // *World Scientific*, 1990, с. 1-144.

NUMERICAL APPROXIMATION OF PERIODIC POINTS FOR SOME QUADRATIC MAPPINGS

*Seytov Shavkat Jumabayevich,*  
Tashkent State University of Economics  
sh-seytov@mail.ru

*Okhunova Muxlisaxon Olimjon qizi,*  
Fergana State University, Fergana, Uzbekistan  
Andijan Machine-building Institute, Andijan, Uzbekistan  
oxunova.muxlisaxon@mail.ru

**Abstract.** The focus of this paper is on exploring the multi-dimensional case of the results of M. Feigenbaum. Specifically, we delve into the properties of Julia and Mandelbrot sets in the context of the renowned mapping from the plane to itself in two dimensions. These sets play a crucial role in determining the asymptotic behavior of trajectories for certain mappings. The primary outcomes of this investigation include the analytical solutions derived for locating fixed and periodic points. Additionally, the paper presents computational simulations aimed at describing Julia and Mandelbrot sets.

**Keywords:** Mandelbrot set, Julia set, bifurcation, fixed point, periodic point.

BA'ZI KVADRATIK AKSLANTIRISHLAR UCHUN DAVRIY NUQTALARNING SONLI YAQINLASHUVI

**Annotatsiya.** Ushbu maqolada asosiy e'tibor M. Feigenbaum natijalarining ko'p o'lchovli holatini o'rganishga qaratilgan. Xususan, biz Julia va Mandelbrot to'plamlarining xususiyatlarini ikki o'lchovda tekislikdan o'ziga qadar mashhur akslantirish kontekstida o'rganamiz. Ushbu to'plamlar ma'lum akslantirishlar uchun traektoriyalarning asimptotik harakatini aniqlashda hal qiluvchi rol o'ynaydi. Ushbu tadqiqotning asosiy natijalari doimiy va davriy nuqtalarni aniqlash uchun olingan analitik yechimlarni o'z ichiga oladi. Bundan tashqari, maqola Julia va Mandelbrot to'plamlarini tavsiflashga qaratilgan hisoblash simulyatsiyalarini taqdim etadi.

**Kalit so'zlar:** Mandelbrot to'plami, Julia to'plami, bifurkatsiya, qo'zg'almas nuqta, davriy nuqta.

ЧИСЛЕННАЯ АППРОКСИМАЦИЯ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ТОЧЕК НЕКОТОРЫХ КВАДРАТИЧНЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ

**Аннотация.** Основное внимание в данной статье уделяется исследованию многомерного случая результатов М. Фейгенбаума. В частности, мы углубляемся в свойства множеств Жюлиа и Мандельброта в контексте известного отображения плоскости в себя в двух измерениях. Эти множества играют решающую роль в определении асимптотического поведения траекторий для некоторых отображений. Основными результатами этого исследования являются аналитические решения, полученные для определения местоположения фиксированных и периодических точек. Кроме того, в статье представлены вычислительные модели, направленные на описание множеств Жюлиа и Мандельброта.

**Ключевые слова:** множество Мандельброта, множество Жюлиа, бифуркация, неподвижная точка, периодическая точка.

**Introduction.** The logistic map is

$$x_{n+1} = rx_n(1 - x_n)$$

where  $x_n$  is a number between 0 and 1, the parameter  $r$  are those in the interval  $[0,4]$  mean the condition for living in the island. After linear transformations we can consider the following as logistic mapping:

$$x_{n+1} = x_n^2 + c \tag{1}$$

but here, the parameter  $c$  changes between  $[-2;0.25]$  and the number of population  $|x_n|$ . The learning of the asymptotics of trajectories of the mapping (1) is called the problem of Von Neumann - Ulam.

Two dimensional case of the mapping (1) is

$$F_{c_1c_2} : \begin{cases} x' = y^2 + c_1, \\ y' = x^2 + c_2. \end{cases} \quad (2)$$

where  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  and  $(c_1, c_2) \in \mathbb{R}^2$ .

Our mathematical model of the population in the connected two islands is

$$F_{c_1c_2} : \begin{cases} x_{n+1} = y_n^2 + c_1, \\ y_{n+1} = x_n^2 + c_2. \end{cases} \quad (3)$$

where  $|x_0|$  is the initial number of the population of first island and  $|y_0|$  is the initial number of the population of second island in millions. For example,  $|x_0| = 0.02$  means the initial number of population of first island is 20000.  $c_1$  and  $c_2$  are the living conditions in the islands respectively.  $|x_n|$  and  $|y_n|$  are the numbers of  $n$ -th generation of populations first and second island.

To find the points where the period of mapping (2) is equal to four, it is necessary to solve the following equations

$$\begin{cases} \left( \left( \left( x^2 + c_2 \right)^2 + c_1 \right)^2 + c_2 \right) + c_1 - x = 0, \\ \left( \left( \left( y^2 + c_1 \right)^2 + c_2 \right)^2 + c_1 \right) + c_2 - y = 0. \end{cases}$$

Among the solutions of this system of equations are also points whose periods are equal to two. To separate them and leave only the equation of four points of period, we must divide the equations in the system of equations into the following two equations accordingly

$$x^4 + 2c_2x^2 - x + c_2^2 + c_1 \quad \text{Ba} \quad y^4 + 2c_1y^2 - y + c_1^2 + c_2.$$

In this case, the following system of equations is formed

$$\begin{cases} x^{12} + 6c_2x^{10} + x^9 + (15c_2^2 + 3c_1)x^8 + 4c_2x^7 + (20c_2^3 + 12c_1c_2 + 1)x^6 + \\ + (2c_1 + 6c_2^2)x^5 + (3c_1^2 + 4c_2 + 18c_1c_2^2 + 15c_2^4)x^4 + (1 + 4c_1c_2 + 4c_2^3)x^3 + \\ + (c_1 + 6c_1^2c_2 + 5c_2^2 + 12c_1c_2^3 + 6c_2^5)x^2 + (c_1^2 + 2c_2 + 2c_1c_2^2 + c_2^4)x + \\ + c_1^6 + 3c_1c_2^4 + 2c_2^3 + 3c_1^2c_2^2 + 2c_1c_2 + c_1^3 + 1 = 0, \\ y^{12} + 6c_1y^{10} + y^9 + (15c_1^2 + 3c_2)y^8 + 4c_1y^7 + (20c_1^3 + 12c_1c_2 + 1)y^6 + \\ + (2c_2 + 6c_1^2)y^5 + (3c_2^2 + 4c_1 + 18c_2c_1^2 + 15c_1^4)y^4 + (1 + 4c_1c_2 + 4c_1^3)y^3 + \\ + (c_2 + 6c_2^2c_1 + 5c_1^2 + 12c_2c_1^3 + 6c_1^5)y^2 + (c_2^2 + 2c_1 + 2c_2c_1^2 + c_1^4)y + \\ + c_2^6 + 3c_2c_1^4 + 2c_1^3 + 3c_1^2c_2^2 + 2c_1c_2 + c_2^3 + 1 = 0. \end{cases}$$

According to Abel's theorem, these equations cannot be solved analytically in the general case. Therefore, we solve it using approximate solution methods for certain values of the parameters.

For example  $c_1 = -0.98$  and  $c_2 = -0.02$  let's solve approximately.



$$\left\{ \begin{array}{l} 0.099144+0.919616x-1.09315x^2+1.07837x^3+2.79415x^4-1.9576x^5+ \\ +1.23504x^6-0.08x^7-2.934x^8+x^9-0.12x^{10}+x^{12}=0, \\ -0.0115392-1.07565y-0.417991y^2-2.68637y^3+9.57098y^4+5.7224y^5- \\ -17.5886y^6-3.92y^7+14.346y^8+y^9-5.88y^{10}+y^{12}=0. \end{array} \right.$$

The equations in this system of equations are not related to each other so we solve them separately.

a. First

$$0.099144+0.919616x-1.09315x^2+1.07837x^3+2.79415x^4-1.9576x^5+ \\ +1.23504x^6-0.08x^7-2.934x^8+x^9-0.12x^{10}+x^{12}=0$$

We solve numerical solutions of the equation using approximate methods. To do this, we find the gap where all the solutions are located.

$$A = \max \{|a_1|, |a_2|, \dots, |a_n|\} = 2.934, \quad R = 1 + \frac{A}{|a_0|} = 1 + \frac{2.934}{1} = 3.934.$$

This means that all solutions are in the interval  $(-3.934, 3.934)$ .

$$f = 0.099144+0.919616x-1.09315x^2+1.07837x^3+2.79415x^4-1.9576x^5+ \\ +1.23504x^6-0.08x^7-2.934x^8+x^9-0.12x^{10}+x^{12},$$

$$f_1 = 0.919616-2.18631x+3.2351x^2+11.1766x^3-9.788x^4+7.41024x^5- \\ -0.56x^6-23.472x^7+9x^8-1.2x^9+12x^{11},$$

$$f_2 = -0.099144-0.842981x+0.910962x^2-0.808776x^3-1.86276x^4+1.14193x^5- \\ -0.61752x^6+0.0333333x^7+0.978x^8-0.25x^9+0.02x^{10},$$

$$f_3 = -744.5-6379.66x+6323.19x^2-5530.42x^3-14446.2x^4+7439.43x^5- \\ -3945.68x^6-97.04x^7+7346x^8-1287x^9,$$

$$f_4 = 0.020562+0.181177x-0.144408x^2+0.126777x^3+0.423907x^4-0.132206x^5+ \\ +0.085444x^6+0.01774x^7-0.201121x^8,$$

$$f_5 = 5.0731-4.04273x+29.2359x^2+47.3173x^3+13.3759x^4+27.4597x^5+27.031x^6+5.8618x^7,$$

$$f_6 = 0.79745-1.00711x+4.99726x^2+6.49981x^3+0.109407x^4+4.10101x^5+3.33102x^6,$$

$$f_7 = -0.329551-0.544621x-1.2825x^2+0.140093x^3-1.28697x^4-2.87271x^5,$$

$$f_8 = -0.498182+1.88381x-3.20112x^2-5.13992x^3+0.896849x^4,$$

$$f_9 = 10.1898-35.1446x+58.6061x^2+111.845x^3,$$

$$f_{10} = -0.012912-0.0393259x-0.0202422x^2,$$

$$f_{11} = -111.409-201.795x$$

$$f_{12} = -0.00262955$$

	$f_0 = f$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$f_6$	$f_7$	$f_8$	$f_9$	$f_{10}$	$f_{11}$	$f_{12}$	
-3.934	+	-	+	+	-	-	+	+	+	-	-	+	-	7
3.934	+	+	+	+	-	+	+	-	-	+	-	-	-	5
														2

We can see that there are two real solutions to the equation.

Algorithm:

1. We divide the interval  $(-3.934, 3.934)$  into two equal parts and check which interval has a solution using the Sturm theorem for each of these intervals. If there is only one solution in each interval, we find approximate solutions using an arbitrary one of the methods of dividing the section into two equal parts, warts, and attempts to find solutions for each interval.

2. If more than one solution is in the same interval, then we apply the Sturm theorem again by dividing the interval into three equal parts. If several more solutions remain in the same interval, we will continue to use Sturm's theorem to divide the interval into four, five, six, and so on. We stop when there is only one solution or no solution in each interval.

3. Then we find the approximate solutions using the arbitrary one of the methods of dividing the section into two equal parts, warts and attempts, to separate the intervals in which there is a solution and find the solutions in each interval.

For the second equation, we use the same algorithm.

b. The second

$$-0.0115392 - 1.07565 y - 0.417991 y^2 - 2.68637 y^3 + 9.57098 y^4 + 5.7224 y^5 - 17.5886 y^6 - 3.92 y^7 + 14.346 y^8 + y^9 - 5.88 y^{10} + y^{12} = 0$$

We solve numerical solutions of the equation using approximate methods. To do this, we find the gap where all the solutions are located

$$A = \max\{|a_1|, |a_2|, \dots, |a_n|\} = 17.5886, \quad R = 1 + \frac{A}{|a_0|} = 1 + \frac{17.5886}{1} = 18.5886.$$

This means that all solutions are in the interval  $(-18.5886, 18.5886)$ .

$$g = -0.0115392 - 1.07565 y - 0.417991 y^2 - 2.68637 y^3 + 9.57098 y^4 + 5.7224 y^5 - 17.5886 y^6 - 3.92 y^7 + 14.346 y^8 + y^9 - 5.88 y^{10} + y^{12},$$

$$g_1 = -1.07565 - 0.835981 y - 8.0591 y^2 + 38.2839 y^3 + 28.612 y^4 - 105.532 y^5 - 27.44 y^6 + 114.768 y^7 + 9 y^8 - 58.8 y^9 + 12 y^{11},$$

$$g_2 = 0.0115392 + 0.986011 y + 0.348326 y^2 + 2.01478 y^3 - 6.38065 y^4 - 3.33807 y^5 + 8.79432 y^6 + 1.63333 y^7 - 4.782 y^8 - 0.25 y^9 + 0.98 y^{10},$$

$$g_3 = 1.11169 + 4.05728 y + 21.2208 y^2 - 27.7251 y^3 - 23.8725 y^4 + 16.9743 y^5 + 14.0365 y^6 - 1.98041 y^7 - 3.93753 y^8 - 0.536027 y^9,$$

$$g_4 = 15.437 + 53.3631 y + 287.127 y^2 - 426.092 y^3 - 274.673 y^4 + 282.865 y^5 + 155.229 y^6 - 54.8164 y^7 - 46.3148 y^8,$$

$$g_5 = -0.0107472 - 0.0728328 y - 0.125708 y^2 + 0.659926 y^3 - 0.648162 y^4 + 0.0203181 y^5 + 0.307983 y^6 - 0.132465 y^7,$$

$$g_6 = -28.6209 - 146.467 y - 466.802 y^2 + 1191.69 y^3 - 289.711 y^4 - 484.562 y^5 + 229.686 y^6,$$

$$g_7 = 0.00719286 + 0.0711498 y + 0.152208 y^2 - 0.242717 y^3 - 0.0750924 y^4 + 0.0865886 y^5,$$

$$g_8 = 4.9153 - 68.943 y + 153.899 y^2 + 11.987 y^3 - 106.64 y^4,$$

$$g_9 = -0.00418028 - 0.117396 y - 0.00190424 y^2 + 0.125103 y^3,$$

$$g_{10} = -5.26161 + 62.781 y - 53.9861 y^2,$$

$$g_{11} = 0.0181738 - 0.037381 y$$

$$g_{12} = -12.5005$$

## MATHEMATICS

	$g_0 = g$	$g_1$	$g_2$	$g_3$	$g_4$	$g_5$	$g_6$	$g_7$	$g_8$	$g_9$	$g_{10}$	$g_{11}$	$g_{12}$	
-18.5886	+	-	+	+	-	+	+	-	-	-	-	+	-	7
18.5886	+	+	+	-	-	-	+	+	-	+	-	-	-	5
														2

We can see that there are two real solutions to the equation.

As a result,

$$x_1 = -0.9798840171550919, \quad x_2 = -0.09607531847629341$$

$$y_1 = -0.01076953317967882, \quad y_2 = 0.9401726870760027.$$

This means that the four periods of a given mapping have four equal points.

$$(x_1, y_1) = (-0.9798840171550919, -0.01076953317967882),$$

$$(x_1, y_2) = (-0.9798840171550919, 0.9401726870760027),$$

$$(x_2, y_1) = (-0.09607531847629341, -0.01076953317967882),$$

$$(x_2, y_2) = (-0.09607531847629341, 0.9401726870760027).$$

At these points, we examine the spectra of the mapping given. That is, we find the modulus of the values of the equations in a given system of equations at points  $x$  and  $y$ , respectively. It follows that this period is attractive because the absolute values of multiplier smaller then one.

**For our mapping (2).**

$$F_{c_1 c_2} : \begin{cases} x' = y^2 + c_1, \\ y' = x^2 + c_2. \end{cases} \quad (4)$$

If  $c_1 = c_2 = -1$  then all point of out site the rectangle  $|x| \leq \frac{1}{2}(1 + \sqrt{5})$ ,  $|y| \leq \frac{1}{2}(1 + \sqrt{5})$  tend to infinity. Some inside points tend to fixed points  $(-1, 0)$  or  $(0, -1)$ . And some inside points tend to periodic points with period two  $(0, 0)$  and  $(-1, -1)$ .

For example  $x_0 = 0.776$ ,  $y_0 = -0.36$ .

$n$	$x_n$	$y_n$
$n = 1$	-0,8704	-0,397824
$n = 2$	-0,841736065024	-0,24240384
$n = 3$	-0,941240378353254	-0,291480396837912
...	...	...
$n = 10$	-0,999970282135738	-3,57147346333631E-6
$n = 11$	-0,999999999987245	-5,94348453725036E-5
$n = 12$	0,999999996467499	-2,551092670E-11
$n = 13$	-1	-7,0650016823E-9
$n = 14$	-1	0

For (32) when  $c_1 = c_2 = -1$  then filled Julia set Fig. 2.3.1.

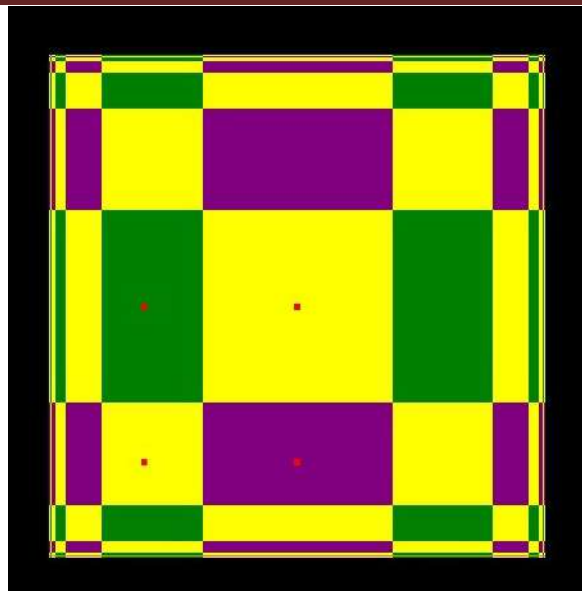


Figure 1. For  $c_1 = c_2 = -1$  the classification of Julia set

Let  $c_1 = -0.98, c_2 = -0.02$  then all point in Julia set tend to the periodic points with period four. For example  $x_0 = 0.06, y_0 = -0.36$ .

$n$	$x_n$	$y_n$
$n = 1$	-0,97973104	0,70318016
...	...	...
$n = 16$	0,0960753164810756	-0,0107895746542244
$n = 17$	-0,979883585078781	-0,0107695335630612
$n = 18$	-0,979884017146834	0,940171840306845
$n = 19$	-0,0960769106940412	0,940172687059817
$n = 20$	-0,0960753185067235	-0,0107692272314892

Let  $c_1 = -1.22, c_2 = -0.38$  then all point in Julia set tend to the periodic points with period eight but there are two cyclical points with period eight.

Classification all Cauchy problems for  $c_1 = -1.22, c_2 = -0.38$  on the Figure 2.3.2.

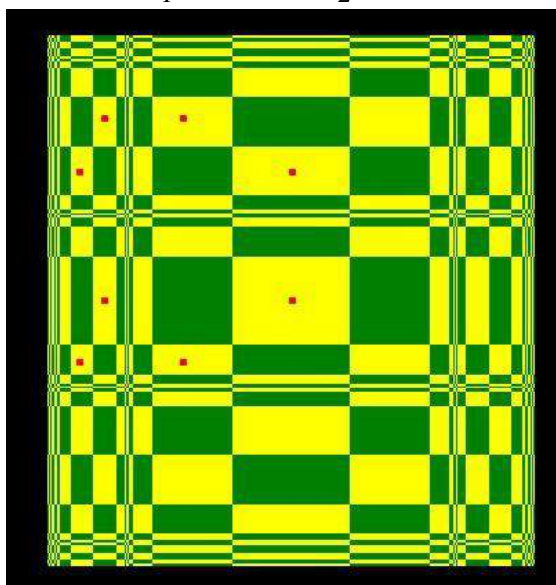
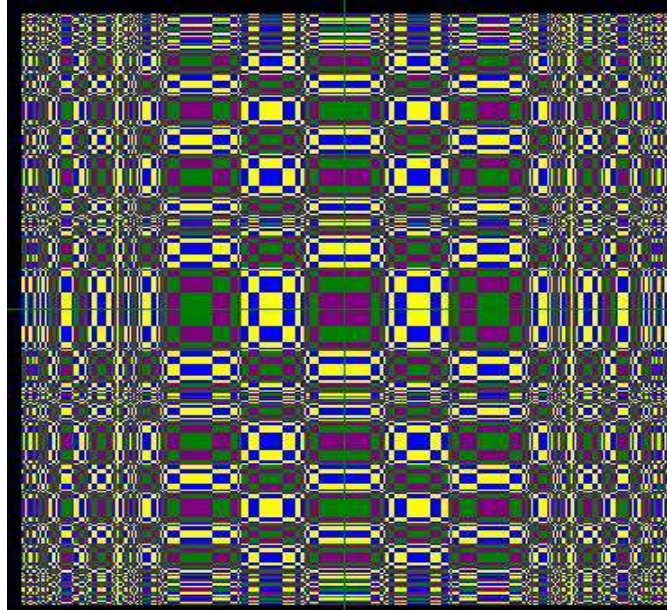


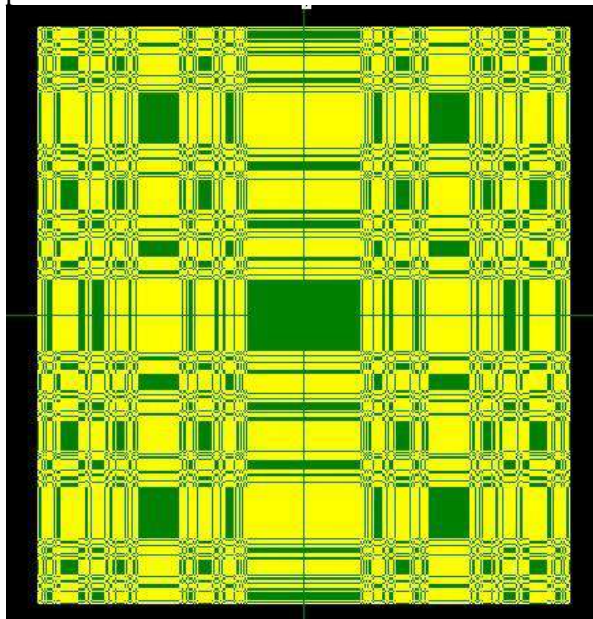
Figure 2. For  $c_1 = -1.22, c_2 = -0.38$  the classification of Julia set

Classification all Cauchy problems for  $c_1 = -1.19, c_2 = -0.44$ . period 16, we get Fig. 2.3.3.



**Figure 3.**

Classification all Cauchy problems for  $c_1 = -1.19, c_2 = -0.44$  Period 3 and 6.



**Figure 4.** For  $c_1 = -1.19, c_2 = -0.44$  the classification of Julia set.

Classification all Cauchy problems for  $c_1 = -1.31, c_2 = -0.8$ . Strange attractor.

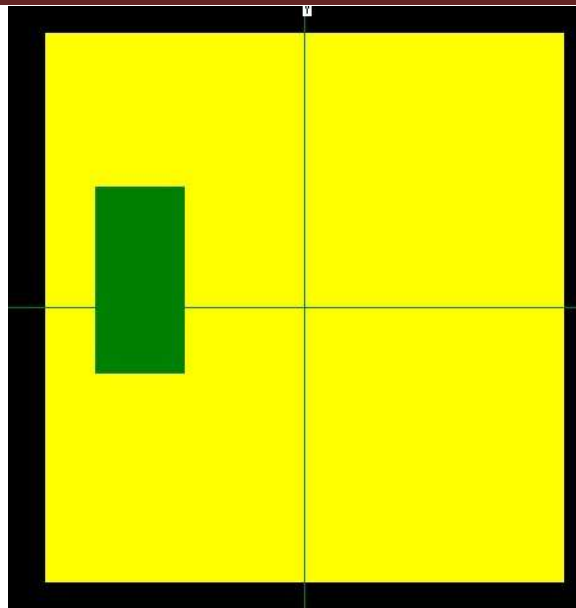


Figure 5. For  $c_1 = -1.31$ ,  $c_2 = -0.8$ . the classification of Julia set

**REFERENCES:**

1. Sharkovsky, A. N. "Coexistence of Cycles of a Continuous Map of a Line into itself." // *Ukrain. Mat. Z* 16 (1964), 61-71 (In Russian).
2. B. L. Van-der-Varden. *Algebra*. // M.: Mir, 1976. p-648
3. Devaney, R. L. *A first course in chaotic dynamical systems*. New York: Westview Press, 1992. p-321.
4. Devaney, R. L. *An introduction to chaotic dynamical systems*. New York: Westview Press, 1989. p-181.
5. Fatou, P. *Sur les Equations Fonctionelles*. // *Bull. Soc. Math. France* 48 (1920), 33-94, 208-314.
6. Feigenbaum, M.J. *Qualitative Universality for a Class of Nonlinear Transformations*. // *J. Stat. Phys.* 19 (1978), 25-52.
7. Julia, G. *Memoire sur l'Iteration des Fonctions Rationnelles* // *J. Math Pures Appl.* 4 (1918). 47-245.
8. Li, T., and Yorke, J. *Period Three imply Chaos* // *American Mathematical Monthly* 82 (1975), 985-992.
9. Richard, A.H. *A first Course in Discrete Dynamical Systems* // Springer-Verlag. 1994. P-225
10. Sh. J. Seytov, M. O. Oxunova, *An analytical description of the mandelbrot set for the some two dimensional mappings*. // *Academic Research in Educational Sciences*, 2023 (156-169).

**LANGASIT KRISTALLARIDAGI AKUSTO-OPTIK O'ZARO TA'SIR  
ANIZOTROPIYASINI O'RGANISH**

*Abdiraxmonov Ulug'bek Shavkat o'gli,*  
Navoiy davlat konchilik va texnologiyalari universiteti  
*Axmedjanov Farxod Rashidovich,*  
Arifov nomidagi Ion-plazma va lazer texnologiyalari instituti  
[ulugbekabdiraxmonov@gmail.com](mailto:ulugbekabdiraxmonov@gmail.com)

**Annotatsiya.** Langasit kristali ( $La_3Ga_5SiO_{14}$ ) turli xil akustik va akusto-optik qurilmalarda keng qo'llaniladi. Ayniqsa, bu kristallarning diffraksiyalangan yorug'lik intensivligini boshqarish uchun faol muhit sifatida qo'llanishi alohida qiziqish uyg'otadi. Ushbu maqolada akustik to'lqinlarga Bragg yorug'lik diffraksiyasi yordamida ushbu kristallarning elastik va fotoelastik konstantalari aniqlangan. Olingan qiymatlar yordamida bo'ylama akustik to'lqinlarning (100) kristallografik tekislikda tarqalish yo'nalishiga bog'liq bo'lgan akusto-optik sifat ko'rsatkichi ( $M_2$ ) aniqlangan. Eksperiment va hisob-kitoblar natijalari Bragg yorug'lik diffraksiyasining eng yuqori akusto-optik samaradorlikka ega geometrik tuzilmalari aniqlash imkonini berdi.

**Kalit so'zlar:** Langasit kristali, akusto-optik xossalar, Bragg yorug'lik diffraksiyasi, Dixon usuli, anizotropiya, akusto-optik sifat ko'rsatkichi, akusto-optik konstanta.

**ИЗУЧЕНИЕ АНИЗОТРОПИИ АКУСТООПТИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В  
КРИСТАЛЛАХ ЛАНГАСИТА**

**Аннотация.** Кристалл лангасита ( $La_3Ga_5SiO_{14}$ ) широко используется в различных акустических и акустооптических устройствах. Особый интерес представляет использование этих кристаллов в качестве активной среды для управления интенсивностью дифрагированного света. В данной статье упругие и фотоупругие константы этих кристаллов были определены методом брэгговской дифракции акустических волн. Используя полученные значения, определяли акустооптический показатель качества ( $M_2$ ), который зависит от направления распространения продольных акустических волн в кристаллографической плоскости (100). Результаты экспериментов и расчётов позволили определить геометрические структуры брэгговской дифракции света с наибольшей акустооптической эффективностью.

**Ключевые слова:** кристалл лангасита, акустооптические свойства, брэгговская дифракция света, метод Диксона, анизотропия, акустооптический показатель качества, акустооптическая константа.

**STUDY OF ANISOTROPY OF ACOUSTO-OPTICAL INTERACTION IN LANGASITE  
CRYSTALS**

**Abstract.** Langasite crystal ( $La_3Ga_5SiO_{14}$ ) is widely used in various acoustic and acousto-optic devices. Of particular interest is the use of these crystals as an active medium for controlling the intensity of diffracted light. In this article, the elastic and photoelastic constants of these crystals were determined by the Bragg diffraction of acoustic waves. Using the obtained values, the acousto-optic figure of merit ( $M_2$ ) was determined, which depends on the direction of propagation of longitudinal acoustic waves in the crystallographic plane (100). The results of experiments and calculations made it possible to determine the geometric structures of Bragg diffraction of light with the highest acousto-optic efficiency.

**Keywords:** langasite crystal, acousto-optic properties, Bragg diffraction of light, Dixon method, anisotropy, acousto-optic figure of merit, acousto-optic constant.

**Kirish.** Langasit kristalining ( $La_3Ga_5SiO_{14}$ ) akusto-optik xossalarining anizotropiyasi – bu kristallning turli yo'nalishlarda turlicha optik va akustik xususiyatlarga ega bo'lishi demakdir. Bu anizotropiya akusto-optik qurilmalarda muhim ahamiyatga ega bo'lib, materialning o'ziga xos xususiyatlarini hisobga olgan holda, samarali ishlashini ta'minlash imkonini beradi.

Langasit kristalining ( $La_3Ga_5SiO_{14}$ ) turli akustik va akusto-optik qurilmalarda keng qo'llaniladi. Ayniqsa, ushbu kristallar diffraksiyalangan yorug'lik intensivligini boshqarish uchun faol muhit sifatida foydalanish alohida qiziqish uyg'otadi. Ushbu ishda Bragg yorug'lik diffraksiyasi va akustik to'lqinlar

yordamida ushbu kristallarning elastik va fotoelastik konstantalari aniqlangan. Olingan qiymatlar (001) kristallografik tekislikda bo'ylama akustik to'liqlarning tarqalish yo'nalishiga bog'liq holda akusto-optik sifat ko'rsatkichi ( $M_2$ ) ning bog'liqligini aniqlash uchun ishlatilgan. Eksperimentlar va hisob-kitoblar natijalari Bragg yorug'lik diffraksiyasining eng yuqori akusto-optik samaradorlikka ega geometrik tuzilmalarini aniqlash imkonini berdi.

Dixon tomonidan ta'riflangan  $M_2$  akusto-optik sifat koeffitsiyenti materialdagi diffraksiyalangan yorug'likning intensivligini, piezoelektrik konvertor hajmiga va akustik to'liq kuchiga bog'liq bo'lmagan holda belgilaydi. Bu quyidagi formula orqali ifodalanadi:

$$M_2 = \frac{n_1^3 n_2^3 p_{eff}^2}{\rho v^3} \quad (1)$$

Bu yerda:

- $n_1$  va  $n_2$  — mos ravishda tushayotgan va diffraksiyalangan yorug'likning sinish ko'rsatkichlari;
- $\rho$  — kristalning zichligi;
- $v$  — akustik to'liq tezligi.

(1) Formulada joylashgan  $p_{eff}$  (fotoelastik koeffitsiyent) fotoelastiklik tensorining komponentlari qiymatlarining yig'indisidan iborat bo'lib, quyidagicha ifodalanadi:

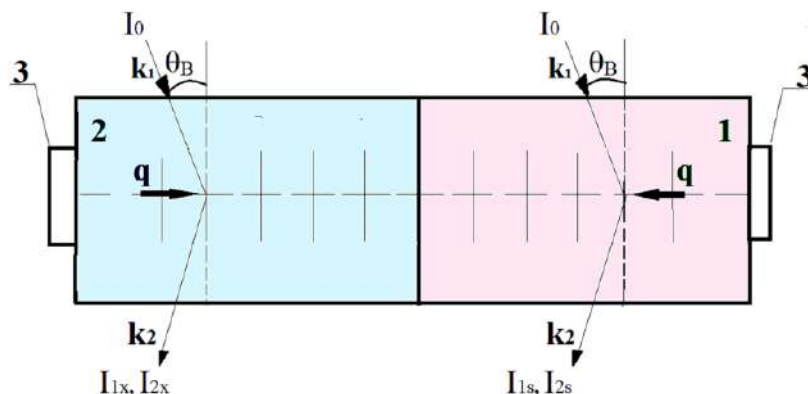
$$p_{eff} = p_{ijkl} \alpha_i \beta_j \gamma_k \kappa_l \quad (2)$$

Bu yerda  $\alpha_i$  va  $\beta_j$  mos ravishda tushayotgan va diffraksiyalangan yorug'likning polarizatsiya yo'nalishlarini ifodalaydi,  $\gamma_k$  va  $\kappa_l$  esa akustik to'liqlarning polarizatsiya va to'liq vektorining yo'nalish kosiinuslarini ko'rsatadi. Shunday qilib, kristalning akusto-optik sifat ko'rsatkichi anizotropiyasi fotoelastik koeffitsiyentning yorug'lik diffraksiyasi va akustik to'liqlar o'zaro ta'sirining geometrik holatiga bog'liq bo'ladi. Akustik to'liqning yo'nalishi va polarizatsiyasi kristalning akusto-optik sifat ko'rsatkichi anizotropiyasida muhim rol o'ynashi mumkin.

**Namunalari va eksperimental usullar.** Langasit namunalarning [100], [010], va [001] kristallografik o'qlar bo'yicha orientatsiyaga ega bo'lgan paralelepiped shaklida kesilgan va tayyorlangan. Har bir orientatsiya bir daraja aniqlikda o'lchangan. O'lchovlar xona haroratida, 400 dan 1200 MHz gacha bo'lgan chastotali akustik to'liqlar bilan Bragg yorug'lik diffraksiyasi usuli yordamida amalga oshirilgan. Bo'ylama va ko'ndalang akustik to'liqlarni uyg'otish uchun tegishli ravishda X-kesim yoki Y-kesimli kvarts piezoelektrik datchiklari ishlatilgan, ularning rezonans chastotalari 30 yoki 40 MHz bo'lgan yupqa plastinkalar shaklida tayyorlangan.

Yorug'lik manbai sifatida geliy-neon lazerni ( $\lambda_0 = 632,8$  nm) ishlatildi. Namunaga tushayotgan yorug'lik nuri bilan akustik to'liqning to'liq vektori va polarizatsiya yo'nalishi o'rtasidagi bog'liqlik polarizatsiya analizatori yordamida aniqlangan.

Yuqori chastotali akustik to'liqlar bilan tajriba qilishdagi asosiy qiyinchilik elektromagnit tebranishlarni elastik tebranishlarga aylantirishdagi past samaradorlikdir. Ayniqsa, rezonans chastotasi past bo'lgan piezoelektrik plastinkalar ishlatilganda, asosan asosiy chastotaning toq harmonikalari bilan ishlash zarurati tug'iladi. Bizning tajribalarimizda, 1200 MHz gacha bo'lgan chastotalarda o'lchovlar piezoelektrik plastinkaning 31-garmonikasidan yuqori harmonikalarda akustik to'liqlarni uyg'otish orqali amalga oshirildi. Buning uchun sozlanadigan chorak to'liqli koaksial rezonator ishlatildi, bu rezonator ichiga o'rganilayotgan namuna va piezoelektrik datchik joylashtirilgan edi.



1-rasm. Dixon usuli yordamida fotoelastik konstantalarni aniqlash sxemasi

Samarali fotoelastik konstantalar modifikatsiyalangan Dixon-Cohen usuli bilan aniqlandi. Bu usulda akustik to'liqlar piezoelektrik datchiklar yordamida ham etalon namuna, ham o'rganilayotgan namunadan



uyg'otildi. Avvaliga, akustik to'liqlar etalon namunadan uyg'otilib, diffraksiyalangan yorug'lik intensivligi ham etalon namunada ( $I_{1S}$ ), ham o'rganilayotgan namunada ( $I_{1X}$ ) o'lchangan. Keyin akustik to'liqlar o'rganilayotgan namunadan uyg'otilib, yana diffraksiyalangan yorug'lik intensivligi o'rganilayotgan namunada ( $I_{2X}$ ) va etalon namunada ( $I_{2S}$ ) o'lchangan.

Dixon usulida akustik to'liqlarni uyg'otish va diffraksiyalangan yorug'likni kuzatish sxemasi 1-rasmda ko'rsatilgan. Ushbu rasmda quyidagi belgilanishlar ishlatilgan: 1 – etalon namuna, 2 – o'rganilayotgan namuna, 3 – piezoelektrik datchik,  $q$  – akustik to'liq vektori,  $k_1$  va  $k_2$  – mos ravishda tushayotgan va diffraksiyalangan yorug'lik to'liq vektorlari,  $I_0$  – tushayotgan yorug'lik intensivligi,  $\theta_B$  – Braggning tashqi diffraksiya burchagi,  $u$  o'rganilayotgan namuna va etalon namunasi uchun har xil bo'ladi. Ushbu burchak goniometr yordamida o'lchangan, bunda o'rganilayotgan va etalon namunasi qo'shilgan murakkab namuna aylanadigan stolga joylashtirilgan.

Bragg yorug'lik diffraksiyasining har bir geometriyasi uchun samarali fotoelastik konstantaning qiymati quyidagi tenglama orqali aniqlangan:

$$\left[ \frac{p_{eff}^2 n^6}{\rho V^2 (n+1)^4} \right]_X = \left[ \frac{p_{eff}^2 n^6}{\rho V^2 (n+1)^4} \right]_S \left( \frac{I_{1X} I_{2X}}{I_{1S} I_{2S}} \right)^{1/2} \quad (3)$$

Bu tenglamada “S” va “X” belgilari mos ravishda etalon va o'rganilayotgan namunalarning xususiyatlarini ko'rsatadi. Samarali fotoelastik konstantalarni aniqlash aniqligi taxminan 20 % bo'lgan.

Akustik to'liqlarning [100] va [001] kristallografik o'qlari bo'yicha tezligi Bragg yorug'lik diffraksiya burchagidan aniqlangan:

$$V = \frac{\lambda_0 v}{2 \sin \theta_B} \quad (4)$$

Bu yerda  $v$  – akustik to'liqning chiziqli chastotasi va  $\theta_B$  – Bragg diffraksiya burchagi. Akustik to'liq tezligini aniqlash aniqligi taxminan 0,2 % ni tashkil qilgan.

O'lchangan akustik to'liq tezliklari va turli yo'nalishlar bo'yicha (xususan, [100], [001] va [110] yo'nalishlarida) diffraksiyalangan yorug'lik intensivliklariga asoslanib, 3-formuladan foydalanib, Langasit kristallarida ushbu yo'nalishlar uchun samarali fotoelastik konstantalar aniqlanadi. Keyin 1-formulaga va akustik to'liqlar tezligining eksperimental qiymatlari hamda zichlik va sinish ko'rsatkichlari haqidagi ma'lumotlardan foydalanib, o'rganilgan Bragg diffraksiyasi geometriyalari uchun akusto-optik sifat ko'rsatkichi  $M^2$  qiymatlarini hisoblash mumkin.

Ba'zi oddiy Bragg yorug'lik diffraksiyasi geometriyalari uchun samarali fotoelastik konstantalar fotoelastiklik tensorining komponentlariga teng kelishini ta'kidlash kerak. Masalan, yorug'likning bo'ylama yoki ko'ndalang akustik to'liqlar tomonidan [100] yo'nalishida tarqalishi orqali diffraksiyasini o'rganish orqali darhol fotoelastiklik tensorining  $p_{33}$ ,  $p_{13}$  yoki  $p_{44}$  komponentlarini aniqlash mumkin.

Langasit kristallaridagi akusto-optik sifat ko'rsatkichi  $M_2$  ning anizotropiyasini aniqlash uchun, avvalo, umumiy holatda to'liq vektoridan og'ishadigan bo'ylama akustik to'liqlarning polarizatsiya vektori komponentlarini topish kerak. Bu masalani hal qilish uchun (100) tekislikda tarqalayotgan akustik to'liqda energiyaning dissipatsiyasini hisobga olmagan holda to'liq tenglamasidan foydalanish mumkin:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = c_{ijkl} \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_j \partial x_l} \quad (5)$$

Bu tenglama akustik to'liqlarning yo'nalishi va polarizatsiyasini hisoblash uchun ishlatiladi.

Bu yerda,  $u_i$  – zarrachalarning o'zgarish vektori komponentalari,  $u_k$  – deformatsiya tensorining komponentalari  $x_j$  – koordinatalar,  $c_{ijkl}$  – elastik konstantalar tensorining komponentalari, va  $\rho$  – kristalning zichligini ifodalaydi. Tenglama (5) odatda akustik to'liqlar tarqalishining energiya yo'qotilishsiz holatida sodir bo'lishini ko'rsatadi. To'liqlar tenglamasi komponentlari quyidagi shaklda yozilishi mumkin

$$u_i = u_{0i} \exp[i(\omega t - q_k x_k)] \quad (6)$$

:Bu yerda  $u_{0i}$  – to'liq amplitudasi,  $q_k$  – to'liq vektori komponentalari, va  $\omega$  – akustik to'liqning aylana chastotasi.

Natijada, Green–Christoffel tenglamalarining tizimi olinadi:

$$[\Gamma_{ik} - \delta_{ik}\rho V^2]y_k = 0 \quad (7)$$

Bu yerda  $\Gamma_{ik}$  – Green-Christoffel tensorining komponentalari,  $\delta_{ik}$  – Kronecker tensorining komponentalari.

Green-Christoffel tensorining komponentalari, birlik to‘lqin normalining yo‘nalish kosinuslari bo‘yicha material tensorining elastik konstantalarini konvolvyutsiyalash orqali aniqlanadi:

$$\Gamma_{ik} = c_{ijkl}\kappa_j\kappa_l \quad (8)$$

**Tadqiqot va natijalar tahlili.** Kristallarning 32 sinf simmetriya guruhi elastik xossalarini tavsiflash uchun yetti elastik konstantalar qiymatini bilish kifoya. Bu konstantalarni matritsa shaklida quyidagicha yozish mumkin:  $c_{11}, c_{12}, c_{13}, c_{16}, c_{33}, c_{44}$ , va  $c_{66}$  (001) tekisligida, to‘rtinchi daraja simmetriya o‘qi bo‘ylab, akustik to‘lqin tarqalish yo‘nalishi bilan [100] o‘qi o‘rtasida burchak  $\phi$  bo‘lganda, yo‘nalish kosinuslari quyidagicha aniqlanadi:  $\kappa_1 = \cos\phi$ ,  $\kappa_2 = \sin\phi$ ,  $\kappa_3 = 0$ . Green-Christoffel tensorining komponentalari quyidagicha ifodalanadi: [12]

$$\Gamma_{11} = c_{66}\cos^2\phi + c_{44}\sin^2\phi + c_{14}\sin 2\phi \quad (9)$$

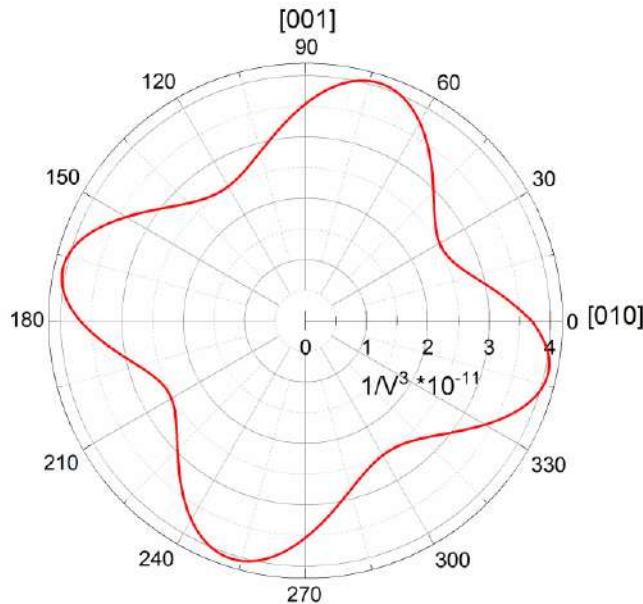
$$\Gamma_{22} = c_{11}\cos^2\phi + c_{44}\sin^2\phi - c_{14}\sin 2\phi \quad (10)$$

$$\Gamma_{33} = c_{44}\cos^2\phi + c_{33}\sin^2\phi \quad (11)$$

$$\Gamma_{23} = \Gamma_{32} = (c_{13} + c_{44})\cos\phi\sin\phi - c_{14}\phi \quad (12)$$

$$\Gamma_{12} = \Gamma_{21} = \Gamma_{13} = \Gamma_{31} = 0 \quad (13)$$

Langasit kristallaridagi bo‘ylama akustik to‘lqinlarning faza tezligi to‘lqin vektorining (100) tekisligidagi yo‘nalishiga bog‘liqligini (9) va (7) tenglamalaridan foydalangan holda aniqlash mumkin.. Hisob-kitoblarda quyidagi elastik konstantalar qiymatlari ishlatilgan:  $c_{11} = 18,8 \cdot 10^{10}$  N/m<sup>2</sup>,  $c_{33} = 26,2 \cdot 10^{10}$  N/m<sup>2</sup>,  $c_{44} = 5,37 \cdot 10^{10}$  N/m<sup>2</sup>,  $c_{66} = 4,21 \cdot 10^{10}$  N/m<sup>2</sup>,  $c_{13} = 9,69 \cdot 10^{10}$  N/m<sup>2</sup>,  $c_{14} = 1,41 \cdot 10^{10}$  N/m<sup>2</sup>. Ushbu konstantalarni aniqlash uchun bo‘ylama va ko‘ndalang to‘lqinlarning turli yo‘nalishlardagi tezliklari va  $\rho$  zichligi (6) dan foydalanilgan. Olingan barcha qiymatlar adabiyotdagi qiymatlar bilan yaxshi mos keladi.



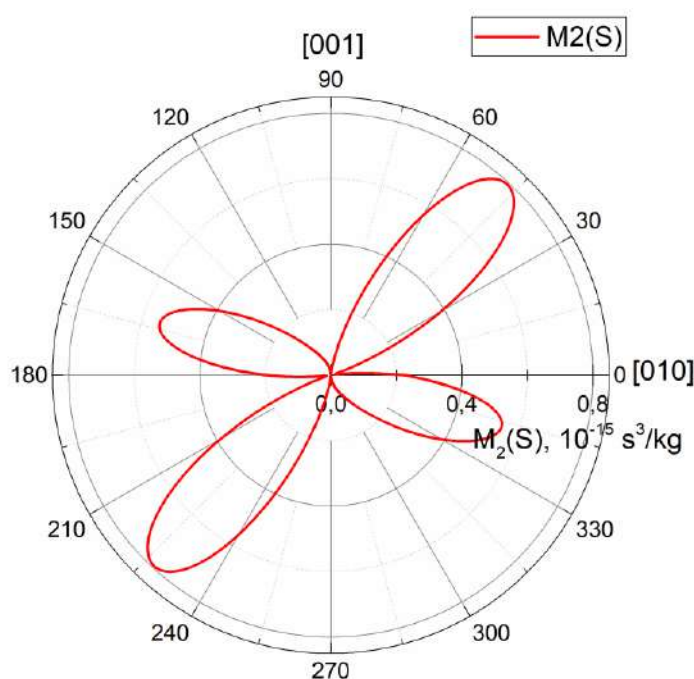
2-rasm. Teskari tezlik kubining (100) tekislikdagi ko‘ndalang akustik to‘lqinlar vektorining yo‘nalishiga bog‘liqligi

Hisob-kitob natijalari 2-rasmda ko'ndalang to'lqinlar uchun faza tezligining kubning teskari qiymatining kesmasi sifatida ko'rsatilgan.  $(1/V^3)$  qiymati  $10^{-11} \text{ s}^3/\text{m}^3$  ni birlik sifatida qabul qilingan. Rasmdan ko'rinib turibdiki, ushbu akustik xususiyatdagi o'zgarish sezilarli (30% gacha) bo'lib, shuning uchun uning  $M_2$  koeffitsiyentining anizotropiyasiga qo'shgan hissasi ham muhim.[13]

Olingan barcha ma'lumotlar asosida Langasit kristallari uchun quyidagi mustaqil fotoelastik konstantalar olingan:  $p_{11} = 0.014$ ;  $p_{12} = 0.027$ ;  $p_{13} = 0.071$ ;  $p_{14} = 0.013$ ;  $p_{31} = 0.078$ ;  $p_{33} = -0.181$ ;  $p_{41} = 0.033$ ;  $p_{44} = 0.028$  [3].

Ushbu fotoelastik konstantalar akusto-optik sifat ko'rsatkichi  $M_2$  ning (100) tekisligida bo'ylama akustik to'lqinlar yo'nalishiga bog'liqligini hisoblash uchun ishlatilgan. Hisob-kitoblar ikki holat uchun bajarildi: birinchisida, kristalga tushayotgan yorug'likning polarizatsiyasi akustik to'lqin vektori bilan parallel bo'lsa, ikkinchisida esa perpendikulyar bo'lgan.[14]

$\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$  kristallarida (100) tekislikda tarqaluvchi bo'ylama akustik to'lqinlar orqali yorug'lik diffraksiyasi natijasida akusto-optik sifat ko'rsatkichi  $M_2$  ning yo'nalish bo'yicha bog'liqligi hisoblangan. 3-rasmdan ko'rinib turibdiki, eng katta anizotropiya yorug'likning akustik to'lqin vektoriga perpendikulyar bo'lgan holatda kuzatiladi. Ushbu holatda, eng katta va eng kichik  $M_2$  koeffitsiyent qiymatlari sof bo'ylama to'lqinlar yo'nalishlari uchun kuzatiladi.



Xususan, (100) tekislikda,  $M_2$  koeffitsiyentining maksimal qiymati  $4.7 \cdot 10^{-15} \text{ s}^3/\text{kg}$  bo'lib, bu  $[010]$  o'qiga nisbatan  $45^\circ$  va  $225^\circ$  burchaklar ostida joylashgan yo'nalishlar uchun kuzatiladi. Bu qiymat akusto-optik qurilmalarda qo'llaniladigan kristallardagi eng katta qiymatlardan biridir va UV spektral mintaqasi uchun AO modulyatorlarida sezgir elementlar sifatida foydalanish mumkin, chunki  $M_2$  ning bu qiymatlari akusto-optik qurilmalarda ishlatiladigan kvarts kristallari uchun  $M_2$  qiymatidan ikki baravar ko'p.

**Xulosa.** Bragg yorug'lik diffraksiyasi va Dixon usuli yordamida Langasit kristallarida akusto-optik o'zaro ta'sir anizotropiyasi xona haroratida o'rganildi. Turli yo'nalishlarda akustik to'lqinlar va yorug'lik tarqalishining elastik va fotoelastik konstantalari o'lehandi. Simmetriya tekisligida bo'ylama akustik to'lqinlar uchun  $M_2$  koeffitsiyentining yo'nalishga bog'liq o'zgarishi batafsil o'rganildi. Sof bo'ylama to'lqinlar holatida  $M_2$  koeffitsiyentining eng katta va eng kichik qiymatlari kuzatilishi ko'rsatildi. Umuman olganda, olingan natijalar Langasit kristallaridan akusto-optik qurilmalar uchun eng foydali geometriyalarda foydalanish imkonini beradi.

**ADABIYOTLAR:**

1. T.S. Narasimhamurty, *Photoelastic and electro-optic properties of crystals*, Springer Science & Business Media (2012) 544.
2. E. Dieulesaint, D. Royer, *Elastic Waves in Solids*. Masson & Cie, Paris (1974). Distributed by Wiley, New York, (1980) 511 pp.
3. O. Buryy, N. M. Demyanyshyn, B.G. Mytsyk, A. S. Andrushchak, and D. Sugak, O. Sakharuk, *Acousto-optic interaction in LGS and CTGS crystals*, *Optics Continuum*. Vol. 1, No. 6 / 15 Jun 2022 /pp 1314-1323. <https://doi.org/10.1364/OPTCON.450576>.
4. A. Erba, R. Dovesi, *Photoelasticity of crystals from theoretical simulations*, *Phys. Rev.* 88 (2013), 045121.
5. V.T. Gabrielyan, V.V. Kludzin, S.V. Kulakov, B.P. Razzhivin, *Elastic and photoelastic properties of lead molybdate monocrystals*, *Phys. Solid State* 17 (1975) 603–605.
6. G.A. Coquin, D.A. Pinnow, A.W. Warner, *Physical properties of lead molybdate relevant to acoustooptic device applications*, *Appl. Phys.* 42 (1971) 2162–2168.
7. Y. Pepe, M. Isik, A. Karatay, N. Gasanly, A. Elmali, *Nonlinear optical absorption characteristics of PbMoO<sub>4</sub> single crystal for optical limiter applications*, *Opt. Mater.* 133 (2022), 112963.
8. F.R. Akhmedzhanov, J.O. Kurbanov, A.F. Boltabaev, *Attenuation of acoustic waves in single-domain and polydomain LiTaO<sub>3</sub> crystals*, *Sensors & Transducers* 246 (7) (2020) 43–47.
9. R.W. Dixon, M.G. Cohen, *A new technique for measuring magnitudes of photoelastic tensors and its application to lithium niobate*, *Appl. Phys. Letter* 8 (1966) 205–207.
10. V.M. Kotov, S.V. Averin, A.I. Voronko, E.V. Kotov, S.A. Tikhomirov, *Triple Bragg diffraction in paratellurite crystal*, *Tech. Phys.* 62 (7) (2017) 1093–1096.
11. N. Uchida, Y. Ohmachi, *Elastic and photoelastic properties of TeO<sub>2</sub> single crystal*, *J. Appl. Phys.* 40 (1969) 4692–4695.
12. V.I. Balakshy, A.S. Voloshin, V.Y. Molchanov, *Influence of acoustic energy walk-off on acousto-optic diffraction characteristics*, *Ultrasonics* 59 (2015) 102–108.
13. Farkhad Akhmedzhanov, Temur Mustafaev and Jamoliddin Nazarov. *Anisotropy of Attenuation of Acoustic Waves in Lanthanum Gallosilicate Crystals*. *Sensors & Transducers*, Vol. 254, Issue 7, December 2021, pp. 38-42.
14. Abdirakhmonov Ulugbek Shavkat o'g'li, Akhmedzhanov Farkhad Rashidovich. *Acoustic and acoustooptical properties of langasite crystals*. *Buxoro davlat universiteti ilmiy axboroti*. 2024, № 6, iyun. Pp 115-118.

**MEXATRONIK TIZIM YORDAMIDA BOSHQARILADIGAN KONVEYERLI  
PILLA QURITISH USKUNASI**

*Maxmudov Bekzod Mirzaaxmad o‘g‘li,  
Namangan muhandislik-texnologiya instituti dotsenti,  
texnika fanlari bo‘yicha falsafa doktori(PhD)  
maxmudov.bekzod.94@gmail.com*

***Annotatsiya.** Ushbu maqolada pilla va qishloq xo‘jaligi mahsulotlariga dastlabki ishlov berish, xususan, mahsulot quritish uskunalari va ularni mexatronik boshqarish borasida ilmiy ishlar natijalari ko‘rsatilgan. Pilla quritish uchun qo‘llaniladigan qurilmalarga mexatronik tizim qo‘llash orqali energiya samaradorlikka erishilgani va quritish vaqtini birmuncha qisqargani hamda ipak sifat ko‘rsatkichlari bo‘yicha quritish parametrlari nazorat qilingani haqida ma‘lumotlar keltirilgan. Ilmiy izlanishlar olib borish maqsadida quritish uskunasi yaratilgan va o‘xshash qurilmalar bilan solishtirish orqali afzalliklari ko‘rsatilgan.*

***Kalit so‘zlar:** mexatronika, mexatronik tizim, quritish kamerasi, namlik, harorat, quritish vaqti, pilla, pilla quritish, ipak sifat ko‘rsatkichlari, quritish, quyosh energiyasi, absolyut qora jism, energiya samaradorlik, issiqlik energiyasi, konveyer.*

**КОНВЕЙЕРНОЕ ОБОРУДОВАНИЕ ДЛЯ СУШКИ ШЁЛКА, УПРАВЛЯЕМОЕ  
МЕХАТРОННОЙ СИСТЕМОЙ**

***Аннотация.** В данной статье представлены результаты научных исследований по первичной обработке шёлка и сельскохозяйственной продукции, в частности, по сушильным устройствам и их мехатронному управлению. Применение мехатронной системы для сушильных устройств для шёлка позволило достичь энергоэффективности и сократить время сушки, а также контролировать параметры сушки в соответствии с показателями качества шёлка. Для проведения научных изысканий было создано сушильное оборудование, и его преимущества были продемонстрированы по сравнению с аналогичными устройствами.*

***Ключевые слова:** мехатроника, мехатронная система, сушильная камера, влажность, температура, время сушки, шёлк, сушка шёлка, показатели качества шёлка, сушка, солнечная энергия, абсолютный чёрный корпус, энергоэффективность, тепловая энергия, конвейер.*

**CONVEYOR COCOON DRYING EQUIPMENT CONTROLLED BY  
A MECHATRONIC SYSTEM**

***Abstract.** This article presents the results of scientific research on the preliminary processing of silk and agricultural products, specifically regarding drying equipment and their mechatronic control. The application of a mechatronic system for silk drying devices has achieved energy efficiency and significantly reduced drying times, as well as allowed for the control of drying parameters based on silk quality indicators. A drying device was developed for scientific research, and its advantages were demonstrated through comparison with similar devices.*

***Keywords:** mechatronics, mechatronic system, drying chamber, humidity, temperature, drying time, silk, silk drying, silk quality indicators, drying, solar energy, black body, energy efficiency, thermal energy, conveyor.*

***Kirish.** Bugungi kunda pilla mahsulotlarini quritish, ularning sifatini oshirish va energiya samarador texnologiyalarni ipak sanoatiga tadbqiq etish dolzarb masalalardandir. Ushbu jarayonni amalga oshirishda qayta tiklanuvchi energiya manbalaridan foydalanish va mahsulotni to‘liq quritish masalasi o‘ta muhimdir. Bu, o‘z navbatida, quritishga sarflanadigan vaqt va energiya miqdorini kamaytirishga olib keladi. Quritish jarayonida har tomonlama issiqlik ishlovi berish va quyosh energiyasi hamda qisman elektr energiyasidan foydalanish ilmiy ishning asosiy mohiyati hisoblanadi [1].*

*Bundan tashqari bugungi kunda sanoat jarayonlarida avtomatlashtirish va boshqaruv tizimlarining ahamiyati ortib bormoqda. Xususan, oziq-ovqat sanoatida, masalan, konveyerli pilla quritish jarayonida, yuqori sifat va samaradorlikni ta‘minlash muhim ahamiyatga ega. Mexatronik tizimlar esa mexanik, elektr va*

kompyuter tizimlarini birlashtirib, jarayonlarni avtomatlashtirishga yordam beradi. Ushbu maqolada mexatronik tizim yordamida boshqariladigan konveyerli pilla quritish uskunasi haqida batafsil ma'lumot beriladi, uning ishlash printsipi, afzalliklari va sanoatdagi o'rnini ko'rib chiqiladi. Bu tizimlar nafaqat jarayon samaradorligini oshiradi, balki energiya tejash va resurslarni optimal ishlatishga ham imkon yaratadi [2].

Taklif etilgan qurilmaning vazifasi avvalgi qurilmalardan farqli o'laroq, mahsulotni quritishda kam vaqt va energiya sarflanadigan holda, butun hajmi bo'yicha qisman muqobil, qisman esa elektr energiyasi hisobiga quritishdir. Ushbu jarayonda, quritilayotgan pilla mahsulotlarining sifat ko'rsatkichlarini saqlash masalasi ham muhim ahamiyatga ega. Bu maqsadga erishish uchun, qo'llaniladigan konveyerlar soni birga oshirilib, quyosh-havo kollektoridan foydalanish orqali optimallashtirilgan.

Ipakning sifat ko'rsatkichlari, qo'llanilgan mexatronik tizimning quritish parametrlarini optimal nazorat qilish orqali erishilgan. Konveyerlar va quyosh-havo kollektorining joylashishi chizmalarda batafsil tavsiflanadi. Konveyerlar ketma-ket joylashtirilgan bo'lib, undagi quritilayotgan mahsulot birinchi konveyerdan ikkinchi konveyerga o'tganda, to'ntarilish jarayonida mahsulot ikki tomondan quyosh va elektr energiyasi orqali issiqlik ishlov beriladi. Agar quyosh radiatsiyasi yetarli bo'lsa, energiya tejash maqsadida elektr energiyasi avtomatik tarzda o'chiriladi.

Shu bilan birga, ishlab chiqilgan qurilmaning energiya samaradorligini oshirish va quritish jarayonini soddalashtirish uchun ilg'or texnologiyalarni joriy etish zarurligi ahamiyatli hisoblanadi. Bularning barchasi pilla mahsulotlarining sifatini saqlab qolish va iste'molchilar uchun raqobatbardosh narxlarda yuqori sifatli ipakni taqdim etish imkonini beradi. Shu sababli, ushbu ilmiy ish, pilla quritish jarayonini zamonaviy texnologiyalar bilan boyitish va innovatsion yondashuvlarni qo'llash orqali sog'lom va barqaror ishlab chiqarish tizimini yaratishga qaratilgan [3].

Kelgusida, taklif etilayotgan texnologiyaning joriy etilishi, pilla ishlab chiqarish jarayonida energiya sarfini sezilarli darajada kamaytirish, ekologik toza mahsulotlarni ishlab chiqarish imkonini beradi hamda ipak sanoatining kelajagi uchun yangi imkoniyatlarni ochadi.

**Adabiyotlar tahlili.** Mexatronik tizimlar, mexanika, elektronika va dasturiy ta'minotning integratsiyasi orqali murakkab jarayonlarni avtomatlashtirish imkonini beradigan texnologiyalar majmui sifatida pilla ishlab chiqarishda muhim ahamiyatga ega. Ushbu tizimlar pilla quritish jarayonini boshqarish uchun zarur bo'lgan sensorlar, aktuatörler va nazorat mexanizmlarini o'z ichiga oladi [4].

Energiya samaradorligi pilla quritish jarayonida muhim rol o'ynaydi. Adabiyotlarda quyosh energiyasi va elektr energiyasining birgalikda ishlatilishi orqali energiya sarfini kamaytirishga qaratilgan tadqiqotlar mavjud. Quyosh kollektorlarining ishlashi va ularning pilla quritish jarayoniga integratsiyasi energiya tejamkorligini oshirishga va xarajatlarni kamaytirishga yordam beradi.

Konveyerli pilla quritish uskunalarining ikki tomonlama quritish imkoniyati jarayonni tezlashtirish va pilla sifatini saqlashga yordam berishi mumkin. Ikkita konveyer yordamida mahsulotning ikki tomonini bir vaqtda quritish jarayonining samaradorligini oshirish imkonini beradi.

Pilla sifatini nazorat qilishda harorat va namlik datchiklarining roli katta. Ushbu datchiklar pilla quritish jarayonida optimal sharoitlarni ta'minlash uchun muhimdir va ularning yordamida uzluksiz monitoring va nazorat qilish pilla sifatiga ta'sir ko'rsatadi. Ilg'or tadqiqotlar mexatronik tizimlar va yangi texnologiyalarning jahon bozorida raqobatbardosh bo'lishdagi ahamiyatini ko'rsatadi. Olingan natijalar samarali ishlab chiqarish jarayonini ta'minlash uchun innovatsion yondashuvlarni rivojlantirish zarurligini ko'rsatadi [5].

Mexatronik tizimlar yordamida pilla ishlab chiqarish jarayonining ekologik jihatlari ham muhimdir. Energiya sarfini kamaytirish va atrof-muhitga ta'sirni minimallashtirish barqaror rivojlanishni ta'minlash uchun zaruriy shartdir. Ushbu tadqiqotlar ekologik toza texnologiyalarni qo'llash va ishlab chiqarish jarayonini yaxshilashni ta'minlaydi.

Umuman olganda adabiyotlar tahlili mexatronik tizimlar yordamida boshqariladigan konveyerli pilla quritish uskunasi uskunaning samaradorligini, energiya tejamkorligini va mahsulot sifatini oshirishda muhim rol o'ynayotganini ko'rsatadi. Bunday texnologiyalar ishlab chiqarish jarayonini optimallashtirishga va sifatli, ekologik toza mahsulotlar ishlab chiqarishga xizmat qiladi. Kelajakda bunday innovatsion yechimlar pilla ishlab chiqarish sohasida muhim o'rin tutishi [6], [7], [8] adabiyotlarida ko'rib chiqildi.

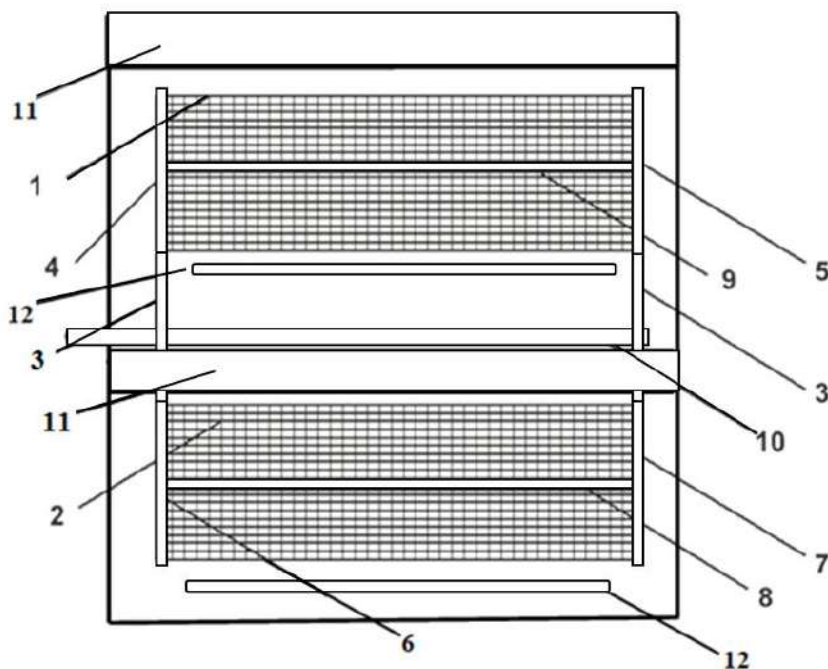
**Uslub.** Bajirilgan ilmiy ish va yaratilgan quritish uskunasi ilmiy yangiliklari va afzalliklarini asoslash uchun o'xshash qurilmalarga solishtirish uslubidan foydalanish, tushuntirish uslubining sodd va tushunarli yoritilishiga asos bo'ladi. Taklif etilayotgan qurilmaga o'xshash qurilma sifatida, quritish korxonalarida namlikni ajratib olishga mo'ljallangan YCK – 7 markali konveyer tipidagi (transportyorli) quritish moslamalarini misol qilib keltirish mumkin [2].

UCK – 7 markali konveyer tipidagi quritish moslamalari, asosan, pilla, meva va sabzavotlarni quritish uchun mo'ljallangan. Ushbu qurilmalar mahsulotlarni doimiy ravishda bir joydan ikkinchi joyga o'tkazib, uzluksiz quritish jarayonini ta'minlaydi.

Uskuna elektr yoki gazdan foydalanadigan issiqlik manbalaridan foydalanishi mumkin, bu esa jarayonni tezlashtiradi. Havoni aylantirish mexanizmi, mahsulotlarning bir xilda quritilishiga yordam beradi va namlikni tezda olib tashlaydi. Qurilma avtomatlashtirilgan boshqaruv tizimlari bilan jihozlangan bo'lib, bu jarayonni nazorat qilish imkonini beradi. Energiya samaradorligi hisobiga esa xarajatlarni kamaytiradi va ekoloji jihatdan foydali hisoblanadi. Ushbu qurilmalar oziq-ovqat sanoatida sifat va samaradorlikni oshirishga xizmat qiladi.

Ushbu qurilma quritish kamerasi, namlikni qochirish uchun issiqlik manbai, mahsulotlarni quritish kamerasiga olib kirish va olib chiqish uchun bitta konveyer (lenta) hamda konveyerni harakatga keltiruvchi yuritmadan iborat [1]. Quritish jarayoni quyidagicha kechadi: quritishga tayyor mahsulot bo'laklari konveyerlarga joylab qo'yiladi. Elektr dvigatel orqali konveyer harakatlantiriladi va u o'z navbatida, mahsulotlarni quritish kamerasiga olib kiradi. Quritish kamerasida konveyerdagi mahsulotlarga issiqlik oqimi beriladi. Issiqlik ta'sirida mahsulotdan namlik ajrab chiqadi va namsizlantirilgan (quritilgan) mahsulotlar harakatlanayotgan konveyerlar orqali quritish kamerasidan chiqib ketadi. Ushbu texnologik jarayon takrorlanishi orqali mahsulotlarning quritilishi amalga oshiriladi.

Biroq, ushbu qurilmaning asosiy kamchiligi shundaki, quritilayotgan mahsulot faqat bir tomonlama quritiladi va namlikni qochirish uchun issiqlik energiyasi faqat global taqchillik bo'lgan elektr energiyasi yoki tabiiy gaz energiyasidan foydalaniladi [4]. Mahsulotlarning quritilganlik holatlari birxillashtirish yetarli darajada tashkil etilmagan. Ya'ni mahsulotni butun hajmi bo'yicha to'la quritish masalasi to'liq ko'rib chiqilmagani holda, qayta tiklanuvchi muqobil energiya manbalaridan foydalanish ko'zda tutilmagan. Quritilganlik holati va sifat darajasida ish tashkil etish bunday qurilmalarda ko'proq vaqt sarf etiladi, bu o'z navbatida ortiqcha energiya talab etadi. Qayta tiklanmaydigan energiyalar hisobiga olingan issiqlik oqimi, quritilayotgan mahsulot hajmining ma'lum qismiga beriladi xolos.

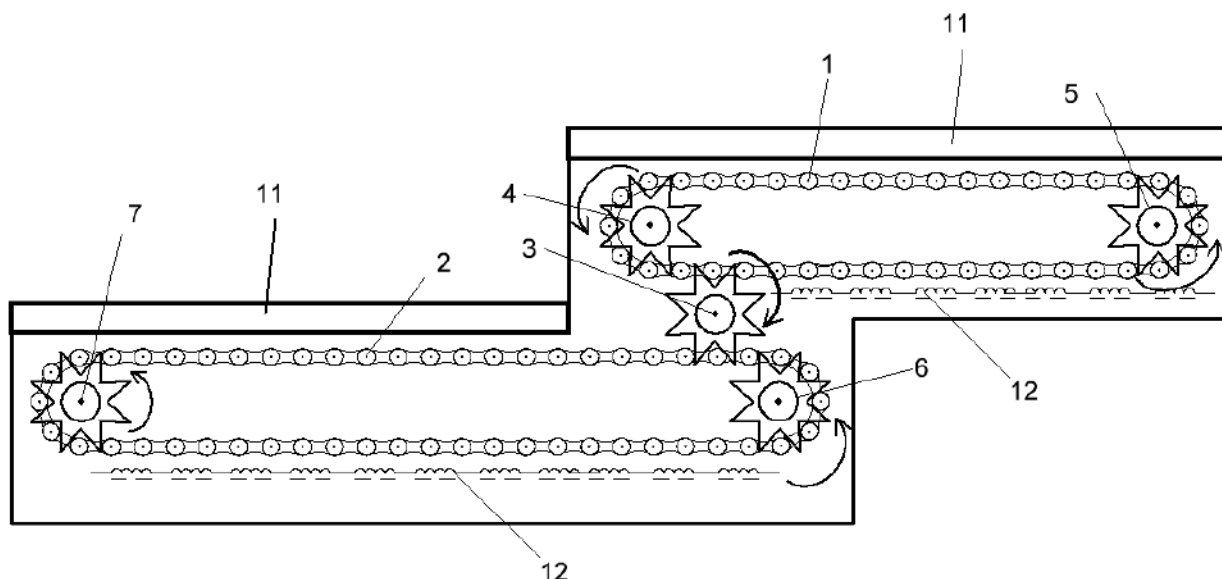


1-rasm. Qurilmaning old tomondan ko'rinishi

Ushbu muammolarni hal etish uchun taklif etilayotgan qurilmada vazifani bajarilishi shundayki, unda qo'llaniladigan konveyerlar ustma-ust va ketma-ket joylashtiriladi, yuqori qismidan quyosh-havo kollektori, ost qismidan esa elektr isitkichlar qo'llaniladi [5]. Bunday konstruksiya qo'llanilishi orqali mahsulotni ikki tomonlama quyosh va elektr energiyalari orqali quritishga erishiladi. Birinchi konveyerga joylangan mahsulotga yuqori qismidan quyosh, ost qismidan esa elektr energiyasi orqali issiqlik ta'siri o'tkaziladi [6]. Ikkinchi konveyerga o'tishida mahsulot to'ntarilib, quyosh orqali qizigan tomoni elektr yordamida, elektr orqali qizigan tomoniga esa quyosh orqali issiqlik ishlovi beriladi. Ikkala tomonlama quritish jarayoni

mahsulotning qurish tezligini ham qisqartiradi. Bundan tashqari, quritish parametrlarini nazoratda ushlab turuvchi mexatronik tizimning mavjudligi, quritish sifatiga ijobiy ta'sir etadi [7].

Ushbu yondashuvlar, nafaqat energiya samaradorligini oshiradi, balki mahsulot sifatini ham yaxshilaydi, shuningdek, qayta tiklanuvchi energiya manbalaridan foydalanish orqali ekologik toza ishlab chiqarish jarayonini ta'minlaydi.



**2-rasm. Qurilmaning yon tomondan ko'rinishi**

Taklif etilayotgan konveyerli pilla quritish qurilmasini tasvirlash uchun yon tomondan chizma-2 va old tomondan chizma-1 da ko'rinishi tasvirlangan bo'lib, u quyidagi ishchi organlardan iborat: 1-birinchi konveyer (oralaridan issiqlik oqimi o'ta oladigan mayda sim setka), 2-ikkinchi konveyer (oralaridan issiqlik oqimi o'ta oladigan mayda sim setka), 3-yetaklovchi charx, 4-5-6-7-lar yo'naltiruvchi charx, 8-9 yo'naltiruvchi charxlarni birlashtiruvchi o'q (val), 10-yetaklovchi charxlarni birlashtiruvchi o'q (yuritma beriladigan val) 11-quyosh-havo kollektori, 12-elekr isitgich.



**3-rasm. Taklif etilayotgan qurilma**

**Natija.** Mexatronik tizim orqali boshqariladigan quritish kamerasining asosiy natijalaridan biri, eng yaqin analog qurilmaga nisbatan konveyerlar sonining birga orttirilishi hisoblanadi. Ushbu o'zgarish, quritish samaradorligini sezilarli darajada oshiradi. Ikkita konveyerning mavjudligi, ikki tomonlama quritish imkonini beradi, bu esa quritish jarayonini tezlashtiradi va sifatini yaxshilaydi [10].



Bundan tashqari, qurilmada qo'llanilgan quyosh kollektorining mavjudligi energiya samaradorligini oshirishga yordam beradi. Quyosh energiyasi va elektr energiyasining birgalikda ishlatilishi, mahsulotni ikkala tomonini samarali quritishga imkon beradi. Bu yondashuv, an'anaviy quritish usullariga qaraganda energiya xarajatlarini kamaytirish va ekologik toza yechimlar taqdim etadi.

Mahsulot birinchi konveyerda kerakli darajada quritilgandan so'ng, u konveyer harakati orqali ikkinchi konveyerga o'tkaziladi. Ushbu o'tkazish jarayoni paytida, mahsulot to'ntarilib, ikkinchi tomoni ham issiqlik olish orqali quritiladi. Qurilmaning ish jarayoni boshlanishida faqat birinchi konveyerga mahsulot joylanadi. Ma'lum muddatdan so'ng, quritilgan mahsulot ikkinchi konveyerga o'tkazilib, birinchi konveyerga yangi mahsulot kiritilishi davom etadi. Bu jarayon, doimiy ravishda takrorlanib, ikkinchi konveyerdagi quritilgan mahsulotning chiqarib olinishi bilan yakunlanadi.

Bundan tashqari, ikkita konveyerni bitta yuritma mexanizmi orqali boshqarish qulayligi, tizimning ishonchligini va samaradorligini oshiradi. Bu xususiyat, operator uchun jarayonni boshqarishni soddalashtiradi va energiya sarfini optimallashtiradi.

Tajriba sinovlari davomida 2,7 kg pilla materialining quritish jarayoni amalga oshirildi. Sinov natijalari shuni ko'rsatdiki, mahsulot 3,5 soat ichida 1,1 kg gacha quritildi. Bu natijalar, quritish kamerasining samaradorligini va qobiliyatini tasdiqlaydi. Olingan natijalar, 1-rasmda ko'rsatilgan, bu esa tadqiqot jarayonining muhim bosqichlarini vizual tarzda ifodalaydi.

Umuman olganda, mexatronik tizim orqali boshqariladigan quritish kamerasining innovatsion xususiyatlari, energiya samaradorligini oshirishga, quritish jarayonini tezlashtirishga va ekologik jihatdan toza yechimlarni taqdim etishga xizmat qiladi. Bu natijalar, kelajakda boshqa mahsulotlarni quritishda ham qo'llanilishi mumkin bo'lgan yangi texnologiyalarni rivojlantirishda muhim rol o'ynaydi. Olingan natijalar va ilmiy ishning tajribalari 1-rasmda ifodalangan.



**4-rasm. Quritilgan pillalar**

**Xulosa** qilib aytganda, taklif etilgan "Konveyerli quritish uskunasi" innovatsion yechim sifatida bir qator muhim xususiyatlarga ega. Ushbu qurilma, yo'naltiruvchi charxlar, yetaklovchi charxlar, konveyer ikki chetidagi charxlarni birlashtiruvchi o'qlar, elektr isitgich va konveyer lentalaridan iborat bo'lib, uning asosiy afzalliklaridan biri — ikki konveyer bilan jihozlanganligi. Bu xususiyat quritish jarayonini ikki tomonlama amalga oshirish imkonini beradi, bu esa samaradorlikni sezilarli darajada oshiradi.

Qurilmada qo'llanilgan quyosh energiyasi, energiya samaradorligini yanada oshiradi. Quyosh energiyasidan foydalanish, an'anaviy energiya manbalaridan farqli ravishda, xarajatlarni kamaytiradi va ekologik jihatdan toza yechimlarni taqdim etadi. Buning natijasida, quritish vaqti qisqaradi, bu esa ishlab chiqarish jarayonini tezlashtiradi va natijada umumiy samaradorlikni oshiradi.

Shuningdek, quritish kamerasida joylashtirilgan harorat va namlik datchiklari, mahsulotning sifatini saqlashga xizmat qiladi. Ushbu datchiklar, ipakning sifat ko'rsatkichlarini muvozanatda ushlab turish uchun

zaruriy shart-sharoitlarni ta'minlaydi. Bu jahon bozorida sifatli ipak yetkazib berishni kafolatlaydi, shuningdek, raqobatbardoshlikni oshirish va bozor talablariga javob berish imkoniyatini yaratadi.

Bunday qurilmaning joriy etilishi, nafaqat mahsulot sifatini oshirishga, balki ishlab chiqarish jarayonining samaradorligini ham oshirishga xizmat qiladi. Ushbu yondashuv, iqtisodiy jihatdan foydali bo'lish bilan birga, ekologik barqarorlikni ta'minlashga ham yordam beradi. Umuman olganda, taklif etilgan quritish uskunasi, ishlab chiqarish jarayonini optimallashtirish va sifatli mahsulotlar ishlab chiqarish uchun muhim qadam hisoblanadi.

### ADABIYOTLAR:

1. B. M. Maxmudov. *Qishloq xo'jalik mahsulotlarini kombinatsiyalangan gelio usulda quritish nomli dissertatsiya.. Farg'ona-2019.*
2. N.Yu.Sharibaev, Mahmudov Bekzod Mirzaakhmad ugli, Sh.S.Dzhuraev. *Optimized Fruit Drying Method By Solar Energy. Solid State Technology Volume: 63 Issue: 6, 2020 (www.solidstatetechnology.us)*
3. M. Smith, J. Doe. "Advancements in Mechatronic Systems for Agricultural Applications," // *Journal of Agricultural Engineering*, vol. 45, no. 3, 2021, pp. 123-130.
4. A. Johnson. "Solar Energy Utilization in Drying Processes," // *Renewable Energy Review*, vol. 34, no. 2, 2020, pp. 89-95.
5. R. Patel, S. Kumar. "Energy Efficiency in Drying Technologies: A Review," // *International Journal of Energy Research*, vol. 40, no. 5, 2019, pp. 587-600.
6. G. Wang, T. Zhang. "The Role of Mechatronics in Modern Agriculture," // *Mechatronics Journal*, vol. 28, no. 4, 2022, pp. 201-215.
7. L. Green, H. White. "Quality Control in Silk Production," // *Silk Science and Technology*, vol. 12, no. 1, 2021, pp. 55-60.
8. A. Lee, C. Thompson. "Optimizing Drying Conditions for Silk Quality," // *Journal of Textile Science*, vol. 29, no. 6, 2023, pp. 345-360.
9. Y. Brown. "Solar-Air Collector Systems for Efficient Drying," // *Journal of Renewable Energy Engineering*, vol. 15, no. 2, 2022, pp. 75-80.
10. <https://foodbay.com/>
11. <https://nv-ms.gl.uz/>
12. [http://old.vsuet.ru/diser/42\\_DemyanovVD](http://old.vsuet.ru/diser/42_DemyanovVD)
13. <https://www.zerno-ua.com/journals/2012/noyabr-2012-god/ukrainskiy-opyt-konveyernyh-sushilok/>
14. <https://landau.in.ua/sushilka-sushka-konvejernaya-lentochnaya>

**DETALLARGA KIMYOVIY-TERMIK ISHLOV BERISHDAGI ISSIQLIK  
KUCHLANISHINING TADQIQI**

**Samiyev Sardorjon Salimjon o'g'li,**

Toshkent kimyo-texnologiya instituti Shahrisabz filiali assistent o'qituvchisi  
sssamiyev@stud.etu.ru

**Kengboyev Sirojiddin Abray o'g'li,**

Toshkent kimyo-texnologiya instituti Shahrisabz filiali katta o'qituvchisi  
sirojmagistrstudent@gmail.com.  
Orcid - 0009-0000-1050-2133

**Annotatsiya.** Ushbu maqolada tikuv mashinalarining moki va moki g'altagiga kimyoviy-termik ishlov berishda metall materiallarga ta'sir qiluvchi issiqlik kuchlanishlari va deformatsiyalarni nazariy tahlil qilishning natijalari keltirilgan. Tadqiqot davomida harorat va ichki bosim ostida hosil bo'ladigan kuchlanishlar, shuningdek, turli yuklanish sharoitida moki devorining deformatsiyasi o'rganildi. Nazariy tahlil va matematik modellash orqali hosil bo'lgan natijalar yuqori aniqlikdagi yechimlarni taqdim etishga imkon berdi. Tadqiqotning asosiy maqsadi tikuv mashinalarining ish qobiliyatini oshirish, ularning komponentlarini mustahkamlash va materiallarning ishlash muddatini uzaytirishdir. Natijalar tikuv mashinalari ishlab chiqarish texnologiyalarini takomillashtirish uchun muhim amaliy tavsiyalarni beradi. Tadqiqotning ilmiy yangiligi va amaliy ahamiyati uning sanoatdagi keng qo'llanilishida namoyon bo'ladi.

**Kalit so'zlar:** issiqlik, termal kuchlanish, deformatsiya, kengayish koeffitsiyenti, qizdirish, sovitish, vaqt, xavfli zona, kiyoviy-termik ishlash, kuch, tenglama, bosim.

**ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛООВОГО НАПРЯЖЕНИЯ ПРИ ХИМИКО-ТЕРМИЧЕСКОЙ  
ОБРАБОТКЕ ДЕТАЛЕЙ**

**Аннотация.** В данной статье представлены результаты теоретического анализа тепловых напряжений и деформаций, действующих на металлические материалы при химико-термической обработке челноков и челночных катушек швейных машин. В ходе исследования изучались напряжения, создаваемые при температуре и внутреннем давлении, а также деформация стенки шаттла при различных условиях нагрузки. Результаты, полученные с помощью теоретического анализа и математического моделирования, позволили предоставить решения с высоким разрешением. Основная цель исследования - повысить работоспособность швейных машин, укрепить их узлы и продлить срок службы материалов. Результаты дают важные практические рекомендации по совершенствованию технологий производства швейных машин. Научная новизна и практическая значимость исследования проявляется в его широком применении в промышленности.

**Ключевые слова:** тепло, тепловое напряжение, деформация, коэффициент расширения, нагрев, охлаждение, время, опасная зона, износостойкость, прочность, уравнение, давление.

**INVESTIGATION OF THERMAL STRESS DURING CHEMICAL AND THERMAL  
PROCESSING OF PARTS**

**Abstract.** This article presents the results of a theoretical analysis of thermal stresses and deformations acting on metal materials during the chemical and thermal treatment of shuttles and shuttle coils of sewing machines. The study examined the stresses created at temperature and internal pressure, as well as the deformation of the shuttle wall under various load conditions. The results obtained using theoretical analysis and mathematical modeling allowed us to provide high-resolution solutions. The main purpose of the study is to improve the performance of sewing machines, strengthen their nodes and extend the service life of materials. The results provide important practical recommendations for improving sewing machine manufacturing technologies. The scientific novelty and practical significance of the research is manifested in its wide application in industry.

**Keywords:** heat, thermal voltage, deformation, expansion coefficient, heating, cooling, time, danger zone, thermo-thermal performance, strength, equation, pressure.

**Kirish.** Ma'lumki, agar materialning issiqlikdan kengayish erkinligi bilan ta'minlangan bo'lsa, u holda boshqa element yoki materiallarga nisbatan termal kuchlanish ancha past bo'ladi. Ayniqsa, chiziqli kengayish koeffitsiyenti perlit po'latlarga qaraganda oustenit po'latlardan tayyorlangan mokini tez qizdirish yoki sovutish paytida yuqori harorat kuchlanishlari kattaroq bo'lishi mumkin.

Metallarni qizdirish vaqtida silindrsimon idishlar devoridagi harorat kuchlanishlari silindrning ma'lum o'lchamlari, devordagi harorat farqi va materialning ba'zi fizik konstantalaridan hisoblanishi mumkin. Eng xavfli zona - bu devorning ichki yuzasiga tutashgan qismi bo'lib, u erda cho'zuvchi aylanma va o'q bo'yicha yo'nalgan kuchlanishlar harakat qiladi, ichki bosimdan kelib chiqadigan aylanama o'q bo'yicha yo'nalgan kuchlanishlar bilan bir xil (+ yoki -) belgiga ega.

Moki ichkari tomonidan qizdirilganda, mokining tashqi yuzasida maksimal aylana harorat kuchlanishlari paydo bo'ladi va ichki bosimning kuchlanishi bilan turli (+ yoki -) belgilarga ega bo'ladi, buning natijasida moki devorning materiali tashqi qizdirish bilan yuklanganidan ko'ra bir tekisda yuklanishda bo'ladi.

Buning sababi shundaki, moki ichki tomoni qizdirilganda ular ichki bosimdan maksimal kuchlanishidan oshirmaydi. Tashqi qizdirishga kelsak, asosan tikuv mashinalari shu sharoitda ishlaydi. Haroratning o'zgarishi bilan bog'liq o'zgaruvchan termik kuchlanishlar xavfli hisoblanadi [1].

**Asosiy qism.** Ayrim materiallar uchun  $\sigma - \varepsilon$  egri chiziqli deformatsiya diagrammalarini darajali bog'lanishlar yordamida ifodalaniishi mumkin [2]:

$$\sigma = \sigma^{\text{m}} \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon^{\text{m}}} \right)^K, \quad (1)$$

bunda  $\varepsilon$ - material deformatsiyasi, mm;  $\sigma^{\text{m}}$  – proporsionallik chegarasi;

$\varepsilon^{\text{m}}$ - qoyishqoq materialning eng katta nisbiy deformatsiyasi;

**K – ideal plastiklikka ega bo'lgan qayishqoq jism (Guk qonuni).**

Materialning darajali puhtalanishi paytida deformatsiyaning xarakterini 1-rasmdagi deformatsiya diagrammalaridan aniqlash mumkin. Materialning deformatsiya diagrammasining egri chiziqli kesimi

$A = (\sigma^{\text{m}} = 5) \text{ k}\Gamma/\text{mM}^2$ ; belgisi: A-moki materiali; B - moki g'altagining materiali;  $E_A = 1 * 10^4 \text{ k}\Gamma/\text{mM}^2$ ;  $\sigma_A^{\text{m}} = 5 * 10^{-4}$ ;  $K = 0,3$ ) quyidagi bog'liqliklarni qanoatlantiradi:

$$\sigma = 5 \left( \frac{\varepsilon}{5 * 10^{-4}} \right)^{0,3} \quad \text{bunda } \varepsilon \geq 5 * 10^{-4}$$

**B material uchun:**

$$\left( \sigma_B^{\text{m}} = 20 \frac{\text{k}\Gamma}{\text{mM}^2}; E_B = 2 * 10^4 \frac{\text{k}\Gamma}{\text{mM}^2}; \sigma_B^{\text{m}} = 10 * 10^{-4}; K = 0,6 \right)$$

$$\sigma = 20 \left( \frac{\varepsilon}{10 * 10^{-4}} \right)^{0,6} \quad \text{bo'lganda } \varepsilon \geq 10 * 10^{-4},$$

Agar  $K=1$  bo'lsa, biz ideal elastik jism holatiga ega bo'lamiz (Guk qonuni).  $K=0$  bo'lganda - ideal plastiklik holati. Bunda  $\sigma^{\text{m}} = \sigma_T$  ni qabul qilamiz. Statik noaniq sterjen tizimini ko'rib chiqamiz (1-rasm). Har qanday  $i$  sterjen uchun  $\sigma_i$  kuchlanish va  $\varepsilon_i$ , deformatsiya o'rtasidagi bog'liqlik ifodalansin [3]:

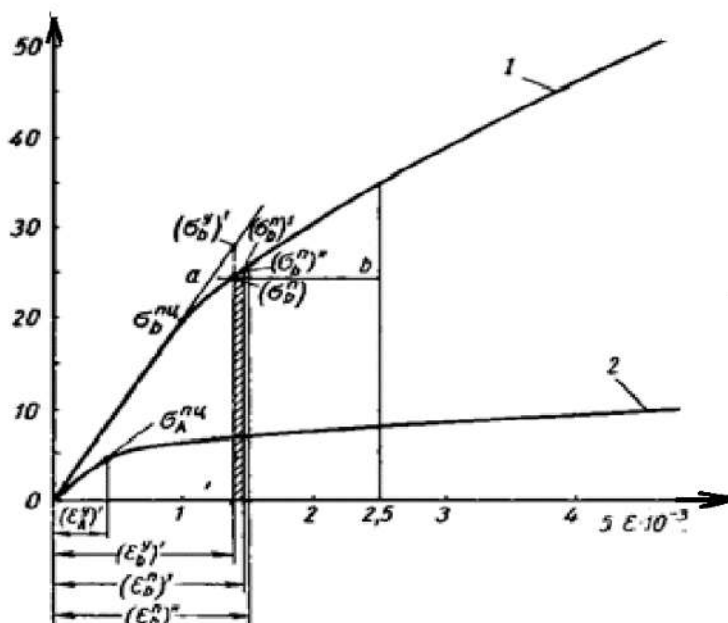
$$\sigma_i = \sigma_i^{\text{m}} \left( \frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_i^{\text{m}}} \right)^{K_i}$$

Har qanday sterjen  $i$  kuchlanishini va tashqi  $P$  kuch va issiqlik ta'siridan AB brus harakatining  $\Delta$  kattaligini hisoblash uchun formulalarni yozish talab qilinadi [4]

Muvozanat holatidan ma'lumki:

$$\sigma_1 F_1 + \sigma_2 F_2 + \dots + \sigma_i F_i + \dots + \sigma_n F_n = P,$$

yoki



1-rasm. U8 markali po‘latning larajali puhtalanishi uchun  $\sigma - \varepsilon$  diagrammasi. 1- moki g‘altakning materiali B ucun; 2-moki materiali A uchun;

$$\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_1^{\text{m}}}\right)^{K_1} \sigma_1^{\text{m}} F_1 + \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_2^{\text{m}}}\right)^{K_2} \sigma_2^{\text{m}} F_2 + \dots + \left(\frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_i^{\text{m}}}\right)^{K_i} \sigma_i^{\text{m}} F_i + \dots + \left(\frac{\varepsilon_n}{\varepsilon_n^{\text{m}}}\right)^{K_n} \sigma_n^{\text{m}} F_n = P,$$

yoki

$$\sum_{i=1}^n \left(\frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_i^{\text{m}}}\right)^{K_i} \sigma_i^{\text{m}} F_i = P, \quad (2)$$

AB bruslarning harakati elastik-plastik deformatsiyalardan iborat bo‘lib ularda o‘ziga parallel ravishda sodir bo‘ladi. Shuning uchun, xuddi elastik deformatsiyalarda bo‘lgani kabi, sterjenlar deformatsiyalarining muvofiqligi uchun quyidagi shartlarni tuzish mumkin:

$$\Delta l_1 = \Delta l_2 = \Delta l_3 = \dots = \Delta l_i = \Delta l_n = \Delta, \quad (3)$$

$$\Delta = (\varepsilon_1 + \delta_1)l_1 = (\varepsilon_2 + \delta_2)l_2 = (\varepsilon_i + \delta_i)l_i = \dots = (\varepsilon_n + \delta_n)l_n, \quad (4)$$

(4) tenglamadan quyidagini yozish mumkin:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= (\varepsilon_1 + \delta_1)\gamma_1 - \delta_1; \\ \varepsilon_2 &= (\varepsilon_1 + \delta_1)\gamma_2 - \delta_2; \\ \varepsilon_1 &= (\varepsilon_1 + \delta_1)\gamma_1 - \delta_1; \\ (5) \quad \varepsilon_i &= (\varepsilon_1 + \delta_1)\gamma_i - \delta_i; \\ \varepsilon_n &= (\varepsilon_1 + \delta_1)\gamma_n - \delta_n; \end{aligned} \right\}$$

Har qanday  $i$  qatlam uchun deformatsiya qiymatlarini (5) dan (3) ga almashtirib, biz nisbiy deformatsiyani aniqlash uchun quyidagi tenglamani olamiz:

$$\sum_{i=1}^n \left[ \frac{(\varepsilon_1 + \delta_1)\gamma_i - \delta_i}{\varepsilon_i^{\text{m}}} \right]^{R_i} \sigma_i^{\text{m}} F_i = P, \quad (6)$$

(6) tenglamadagi,  $\varepsilon_1$  birinchi sterjendagi yuklanishdan nisbiy deformatsiyani (5) ifodalar yordamida aniqlab, qolgan barcha qatlamlardagi deformatsiyalarni aniqlaymiz mumkin.

U holda  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_i, \dots, \varepsilon_n$  larni (2) formula o‘rniga qo‘yib, biz tizimning har qanday sterjendagi kuchlanishni aniqlaymiz.

Bruslarning harakat miqdori  $\Delta$  (4) shartdan topiladi [5]. Ishda mualliflar tomonidan uzluksiz sistemalar uchun  $\gamma_1 = \gamma_2 = \dots = \gamma_n = 1$  va tekis qirqimlar gipotezasi ham elastik, ham plastik deformatsiyalar uchun amal qilishini isbotlashgan. Demak, (4)–(6) formulalar uzluksiz sistemalar uchun ham amal qiladi.

Umumiy holatda  $\delta, \varepsilon^{\text{m}}, \sigma^{\text{m}}, R$ , masalaning yechimlari material, harorat, sovutish (qizdirish) vaqti va yuklanish funksiyalaridir. Bu funksiyalarning analitik ifodalari ma‘lum bo‘lgan hollarda (6) tenglamada chekli sonli  $n$  qatlamlar yig‘indisidan integrallash mumkin, ya‘ni  $dF$  qatlamning kesmasini kerakli darajada kichik qilib olish mumkin.

u holda (6) tenglama quyidagi shaklni oladi:

$$\int_F \left[ \frac{(\varepsilon_n + \delta_n) \gamma - \delta}{\varepsilon_{\text{max}}} \right]^{K_i} \sigma_{\text{max}} dF = P, \quad (7)$$

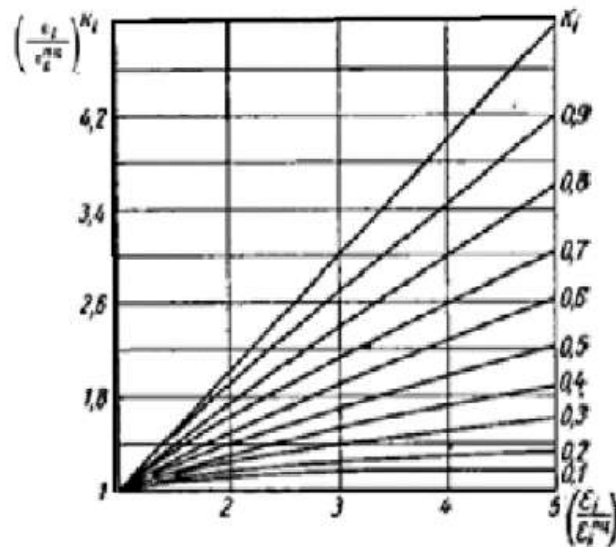
bu yerda  $\varepsilon_n$  va  $\delta_n$  и  $\delta_n$ - chiziq yuzasida nisbiy yuklanish deformatsiyasi va termal kengayish. Sug'orish masalalarini hal qilishda chiziq deformatsiyasining ruxsat etilgan qiymati  $\Delta$  odatda chiziq yuklangandan keyin  $\Delta_{\tau}$  ma'lum vaqtdan keyin o'rnatiladi [7].

Bunday masalalarni (6) tenglama yordamida yechish qiyinchilik tug'dirmaydi. Buning uchun muammoning shartlariga ko'ra aniqlanishi kerak bo'lgan, (6) tenglamada  $P$  kuchini yoki  $F$  qirqim yuzasining tasavvurlar maydonini qabul qilish va aniqlash kifoya. Agar hisob-kitoblar tenglama (7) yordamida amalga oshirilsa,

$$\left( \varepsilon_1 + \delta_1 = \frac{\Delta}{l_1} \right), \quad (8)$$

u holda shubhasiz, quyidagilarni olishimiz kerak:

$$\varepsilon_n + \delta_n = \frac{\Delta}{l_n}, \quad (9)$$



2-rasm. Turli nisbatlar uchun  $\left( \frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_{\text{max}}} \right)^{K_i}$  funksiyalarning qiymatlari  $\left( \frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_{\text{max}}} \right)$  va  $K_i$  koeffitsiyentlari

**Xulosa.** Ushbu tadqiqot natijalari tikuv mashinalarining moki va moki g'altagiga kimyoviy-termik ishlov berish jarayonida hosil bo'ladigan issiqlik kuchlanishlari va deformatsiyalarni chuqur tahlil qilish imkonini berdi. Nazariy yondashuv va matematik modellashtirish orqali issiqlik kuchlanishlari va deformatsiyalarni konkret aniqlash mumkinligi isbotlandi, bu esa tikuv mashinalarining ish qobiliyatini va samaradorligini oshirishda muhim ahamiyat kasb etadi. Tadqiqot davomida olingan natijalar tikuv mashinalari komponentlarining sifatini oshirish va ularning ishlash muddatini uzaytirish bo'yicha muhim ilmiy asos va amaliy tavsiyalarni berdi.

Tadqiqotda aniqlangan issiqlik kuchlanishlari va deformatsiyalarni kamaytirish bo'yicha ishlab chiqilgan tavsiyalar tikuv mashinalari ishlab chiqarish texnologiyasida foydalanilishi mumkin. Shu bilan birga, bu natijalar boshqa sanoat sohalarida ham materiallarning issiqlik ta'siriga chidamliligini oshirish bo'yicha qo'llanishi mumkin. Tadqiqot yuqori aniqlikdagi nazariy modellar va eksperiment natijalariga asoslanib, tikuv mashinalari komponentlari uchun optimal ishlov berish sharoitlarini aniqlashda yordam beradi.

Ushbu tadqiqot natijalari nafaqat tikuv mashinalari sanoatida, balki umuman metallurgiya va mexanika sohalarida ham keng qo'llanish imkoniyatiga ega bo'lib, materiallarning sifatini oshirish va ularning uzoq muddat xizmat qilishini ta'minlashga yordam beradi. Shu tariqa, ushbu maqola yuqori imfaktorli jurnal o'quvchilari uchun ilmiy va amaliy jihatdan qimmatli bilimlarni taqdim etadi va sohadagi tadqiqotlarni rivojlantirishga sezilarli hissa qo'shadi.

#### ADABIYOTLAR:

1. Закономерности образования трещин в сортовых заготовках при нагреве в печах с шагающими балками / В.И. Тимошпольский [и др.] // Сталь. 2004. № 7. С. 49-52.

2. Температурные напряжения в цилиндрической заготовке при нагреве в кольцевых печах / Ю.С. Постольник [и др.] // *Литье и металлургия*. 2003. № 4. С. 46-49.
3. Дьяк, И.И. Расчет термонапряжений в осесимметричных телах на основе метода конечных элементов / И.И. Дьяк, Я.Г. Савула, Г.А. Шинкаренко // *Вестник Львовського національного університету Ім. Івана Франка. Сер. механіко-математична*. 1982. Вип. 19. С. 48 - 53.
4. Дьяк, И.И. Реализация высокоточных схем метода конечных элементов для задач нестационарной теплопроводности / И.И. Дьяк // *Вестник Львовського національного університету Ім. Івана Франка. Сер. механіко-математична*. 1982. Вип. 19. С. 64 - 67.
5. Выбор рационального режима нагрева непрерывнолитых заготовок в печи с шагающими балками / В.И. Тимошпольский [и др.] // *Сталь*. 2003. №11. С. 53-57.
6. Расчеты нагрева и охлаждения стальных изделий с использованием метода конечных элементов (теоретические основы) / В.И. Тимошпольский [и др.] // *Металлургия*. 2003. Вып. 27. С. 16 - 24.
7. Победря, Б.Е. Численные методы в теории упругости и пластичности / Б.Е. Победря. М.: изд-во МГУ, 1995. 366 с.
8. Akbar Abrorov, Nazirjon Safarov, Fazliddin Kurbonov, Matluba Kuvoncheva, Khasan Saidov *Mathematical model of hardening the disk-shaped saw teeth with laser beams. Participated in the II International Scientific Conference on "ASEDU-II 2021: Advances in Science, Engineering Digital Education" on October 28, 2022 / Krasnoyarsk, Russia.*
9. Nazirjon Safarov, Iroda Mukhammadjanova, Mukhammadali Kabulov *Mathematical model of the process of vertical drying of raw cotton in the hot airflow. Participated in the II International Scientific Conference on "ASEDU-II 2021: Advances in Science, Engineering Digital Education" Krasnoyarsk, Russia.*
10. Nazirjon Safarov, Akbar Abrorov, and Laziz Abdullaev *AAPM-2023 "Dynamik analysis of physical and mechanical forces of acting on the needle of a shoe sewing mashine in the process of sewing leather" Journal of Physics: Conference Series. 2573 012036.*
11. Vakuum muhitida elektron nur bilan (yuqori sifatli u9a po'lat) tikuv jihazining mokisini azotlash ustida olib borilgan tadqiqotlar. Buxoro davlat universiteti ilmiy axboroti Ilmiy-nazariy jurnal 2023, № 10, noyabr Kengboyev S.A., Safarov N.M

## ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА И ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ КРИСТАЛЛОВ НИОБАТА ЛИТИЯ С ПРИМЕСЬЮ ЖЕЛЕЗА

*Йулдошев Муроджон Акбарали угли,*  
старший преподаватель Университета бизнеса и науки,  
доктор философии по физике и математике (PhD)

**Аннотация.** Данная статья посвящена оптическим свойствам номинально чистых и легированных железом кристаллов ниобата лития. Соответственно, были определены спектры поглощения, показатели преломления и запрещённые зоны кристаллов. Полученные экспериментальные результаты сопоставлены с результатами, рассчитанными по эмпирическим формулам, а также установлено, что модель Гоша является предпочтительной при определении показателя преломления кристаллов ниобата лития.

**Ключевые слова:** ниобат лития, фоторефракция, спектры поглощения, показатель преломления.

## OPTICAL PROPERTIES AND SENSITIVITY OF IRON DOPED LITHIUM NIOBATE CRYSTALS

**Abstract.** This paper is devoted to the optical properties of nominally pure and iron-doped lithium niobate crystals. Accordingly, the absorption spectra, refractive indices, and band gaps of the crystals were determined. The experimental results obtained were compared with the results calculated using empirical formulas, and it was found that the Ghosh model is preferable for determining the refractive index of lithium niobate crystals.

**Keywords:** lithium niobate, photorefraction, absorption spectra, refractive index.

## TEMIR KIRISHMALI NIOBAT LITIY KRISTALLARINING OPTIK XUSUSIYATLARI VA SEZGIRLIGI

**Annotatsiya.** Ushbu maqola nominal sof va temir bilan legirlangan niobat litiy kristallarining optik xususiyatlariga bag'ishlangan. Shunday qilib, kristallarning yutilish spektri, nur sindirish ko'rsatkichi va taqiqlangan soha kengliklari aniqlangan. Olingan tajriba natijalari empirik formulalar yordamida hisoblangan natijalar bilan taqqoslanadi, shuningdek, niobat litiy kristallarining nur sindirish ko'rsatkichini aniqlashda Gosh modeli o'rinni ekanligi aniqlandi.

**Kalit so'zlar:** niobat litiy, fotorефраксия, yutilish spektri, nur sindirish ko'rsatkichi.

**Введение.** Среди перспективных регистрирующих материалов для создания голографических систем оптической обработки информации, особое место занимают фоторефрактивные кристаллы, к числу которых относится –  $\text{LiNbO}_3$ , легированный ионами железа в различных концентрациях [1]. Запись информации в сегнетоэлектрических кристаллах основана на эффекте локального обратимого изменения показателя преломления в этих кристаллах при освещении лазерным лучом. На фотоэлектрические свойства исследуемых образцов влияет спонтанная поляризация, с изменением которой, под воздействием света, появляется внутреннее поле, которое способствует перераспределению носителей и образованию пространственного заряда. Поле пространственного заряда, вследствие электрооптического эффекта, вызывает изменение показателей преломления вещества.

Эффект фоторефракции, фото- и электропроводимость кристалла  $\text{LiNbO}_3$ , в зависимости от его состава и состояния дефектности кристаллической решетки, изменяются в очень широких пределах. При этом происходит изменение ширины запрещённой зоны, которая для номинально чистого кристалла, составляет 3,4 эВ, а для легированного железом – 3,2 эВ, что близко к значению, характерному для широкозонных полупроводников. Уменьшая ширину запрещённой зоны, можно приблизить свойства кристалла  $\text{LiNbO}_3$  к полупроводниковым, что, в принципе, позволяет разрабатывать материалы с кросс-эффектами. Легирование переходными металлами, в частности, ионами железа значительно увеличивает светочувствительность  $\text{LiNbO}_3$  в 500 раз [2]. В работе также сообщается о том, что легирование Fe приводит к высокой дифракционной эффективности



голограммы порядка – 90%. В связи с этим исследования, проводимые для оптимизации фоторефрактивных свойств, приобретают большую актуальность.

Чувствительность к оптически индуцированному изменению показателя преломления может быть выражена через параметры материала следующим образом.

$$\frac{dn_E}{dJ} = el \left( \frac{n_E^3}{2} \cdot \frac{r_{33}}{\epsilon_0 \epsilon_{33}} \right) \frac{\alpha\beta}{\hbar\omega}$$

где,  $\frac{dn_E}{dJ}$  – энергетическая чувствительность,  $el$  – изменение электрического дипольного момента, механизм которого может быть различным для разных материалов и условий эксперимента.

Для наиболее распространённого случая, дрейфа фотовозбуждённых электронов во внутреннем или внешнем электрическом поле дрейфовая длина электрона  $l = \mu\tau E_0$ . Выражение в скобках обусловлено электрооптическим эффектом. Выражение  $\alpha\beta/\hbar\omega$  даёт число возбуждённых центров или количество фотоэлектронов в зоне проводимости. Легирование переходными металлами, нарушение стехиометрии, отжиг в восстановительной атмосфере, облучение  $\gamma$ -лучами и приложение электрического поля позволяют значительно увеличить их светочувствительность.

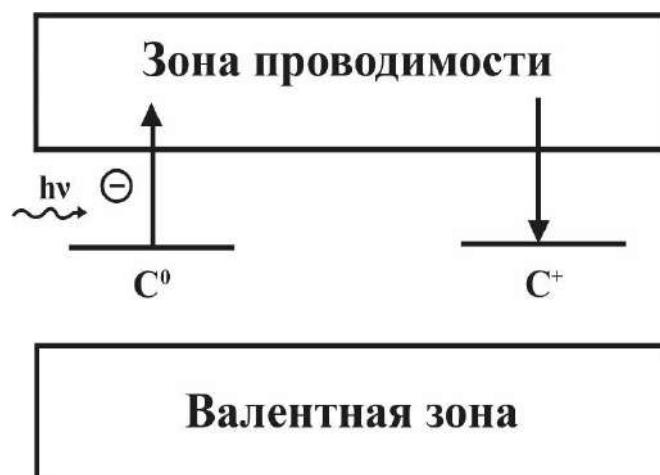
**Изготовление образцов и методы исследования.** В работе проведены сравнительные исследования спектральных характеристик кристаллов  $\text{LiNbO}_3$ . Исследованы как номинально чистые, так и легированные Fe, с массовой концентрацией железа – 0,03 %, кристаллов ниобата лития –  $\text{LiNbO}_3$  и  $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$ . Образцы для исследований были изготовлены из номинально чистых кристаллов  $\text{LiNbO}_3$  и  $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$ , в виде параллелепипедов с размерами  $2 \times 3 \times 10$  мм, рёбра которых ориентированы по направлению кристаллографических осей. Выращивание монокристаллов  $\text{LiNbO}_3$  проводилось методом Чохральского в атмосфере воздуха. Подробно методика роста кристаллов и приготовления шихты описаны в [3]. Исследования спектров поглощения проведены с помощью спектрометра “Shimadzu”. Измерения проводились в диапазоне 320-1100 нм с шагом 1 нм. Обработка спектров проводилась с использованием пакета программ Origin 8.1. Ширина запрещённой зоны определялась по формуле:

$$E = \frac{hc}{\lambda} \quad (1)$$

где,  $\lambda$  – длина волны, соответствующая краю поглощения,  $h$  – постоянная Планка,  $c$  – скорость света в вакууме.

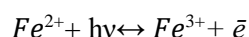
**Результаты и обсуждение.** Использование примеси позволяет значительно повысить чувствительность среды, которая необходима для быстрой записи (наряду с медленным стиранием). Фоторефрактивный эффект также можно усилить, используя переходные металлы (Fe, Cu, Ce, Mn, Ni) [3,4], а легирование Fe демонстрирует наилучшие фоторефрактивные свойства. Ионы переходных металлов (+3) частично размещаются в узле Nb, меняя положение решётки, это приводит к уменьшению сечения захвата электронов этими центрами. Таким образом, они перестают быть электронными ловушками. Следовательно, плотность потенциальных электронных ловушек в кристаллах, легированных переходными металлами, меньше, чем в стехиометрических кристаллах  $\text{LiNbO}_3$ , из-за изменения узлов решётки ионами переходных металлов (+3). Хотя ионы Fe обычно присутствуют в кристаллах  $\text{LiNbO}_3$  на уровне нескольких частей на миллион, для максимизации голографического хранения необходимо преднамеренное введение ионов Fe для существования глубокой ловушки, поскольку ионы Fe захватываются с мелких уровней, уменьшая фотопроводимость. Миграция электрона из малого полярона  $Nb^{4+}$  в  $Fe^{3+}$  уменьшает время жизни промежуточного уровня, увеличивая скорость голографической записи в голографические запоминающие устройства. В частности, стехиометрические кристаллы  $\text{LiNbO}_3$ , легированные Fe, демонстрируют примерно на порядок более высокую фоторефрактивную чувствительность, необходимую для хранения голографического объёма [5].

В случае относительно малой интенсивности света ( $I < 1 \text{ Wcm}^{-2}$ ) фотовозбуждённый перенос заряда обычно описывают в рамках зонной модели с одноцентровой моделью переноса заряда (схема приведена на рисунке1), разработанной при первых исследованиях фоторефрактивного эффекта [6]. Фотогенерированные электроны свободной зоны проводимости из заполненных ловушек (донорных центров),  $C^0$ , мигрируя в зону проводимости, захватываются пустыми ловушками  $C^+$  и переводят их в заполненные ловушки  $C^0$ . Фотоиндуцированный перенос заряда в кристаллах  $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$  и  $\text{LiNbO}_3:\text{Cu}$  описывается моделью переноса с одним центром в диапазоне низких интенсивностей [7].



**Рисунок 1. Модель переноса заряда с одним центром.  $C^0$  и  $C^+$  – заполненные и пустые электронные ловушки,  $h\nu$  – энергия фотона**

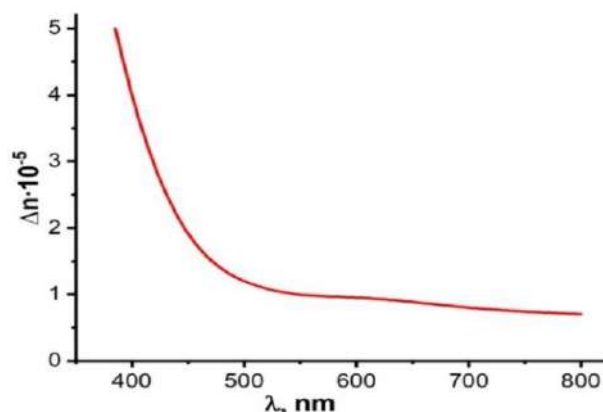
Фоторефракция определяется проявлением фотогальванического эффекта за счёт присутствия примесей переходных металлов, создающих поле фотоиндуцированного пространственного заряда. Благодаря одноцентровому механизму переноса заряда примеси переходных металлов находятся в двух зарядовых состояниях ( $Fe^{2+}$  и  $Fe^{3+}$ ,  $Cu^+$  и  $Cu^{2+}$ ,  $Mn^{2+}$  и  $Mn^{3+}$  и т. д.), иллюстрируемых следующей схемой:



где,  $Fe^{2+}$  и  $Fe^{3+}$  ( $Cu^+$  и  $Cu^{2+}$ ) – доноры и ловушки электронов соответственно. Фоторефракция увеличивается с увеличением отношения  $[Fe^{2+}]/[Fe^{3+}]$  [8].

Принципиальным вопросом при анализе механизма образования оптического повреждения  $\Delta n$  (изменения показателя преломления) является вопрос о его зависимости от длины волны облучающего света  $\lambda$ . Эта зависимость позволяет судить об обменах электронами между возбуждёнными и невозбуждёнными ионами железа, с переходом электронов в зону проводимости.

По нашему мнению, это обусловлено существенным увеличением изменения показателя преломления  $LiNbO_3:Fe$  при  $\lambda < 500$  нм, которое приведено на рисунке 2.



**Рисунок 2. Зависимость изменения показателя преломления кристаллов  $LiNbO_3:Fe$  от длины волны запиывающего излучения**

Используя формулу (1), можно найти изменение показателя преломления кристалла:

$$\Delta n = [\lambda \cos \frac{\theta}{2} / \pi D] \arcsin \sqrt{\eta} \quad (2)$$

где,  $\lambda$  – длина волны считывающего излучения;  $\theta$  – угол между интерферирующими лучами. Значения  $\Delta n$  во время записи информации могут изменяться от  $10^{-5}$  до  $5 \cdot 10^{-5}$ .

На рисунке 3 приведены спектры поглощения номинально чистого ниобата лития и легированного железом ниобата лития  $LiNbO_3:Fe$ , из которого видно, что добавление примеси значительно увеличивает поглощение.

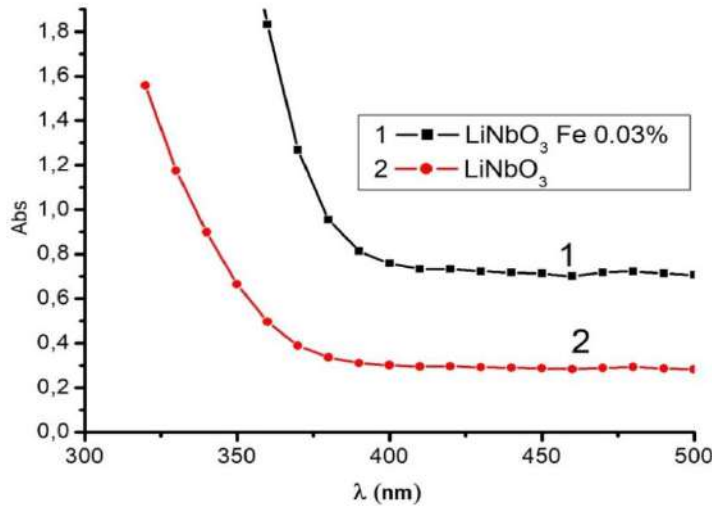


Рисунок 3. Спектры поглощения легированного железом  $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$  и номинально чистого ниобата лития

Известно, что использование переходных металлов в качестве легирующих добавок связано с их способностью обратимо отдавать d-электроны в зону проводимости под действием излучения.

Равиндра и др. [9] предложили различные соотношения между шириной запрещённой зоны и высокочастотным показателем преломления и представили линейную форму  $n$  как функцию  $E_g$ :

$$n = \alpha + \beta E_g \quad (3)$$

где,  $\alpha=4,048$  и  $\beta=-0,62 \text{ эВ}^{-1}$ .

Эрве и Вандамм [10], учитывая простоту физики преломления и рассеивания света, предложили эмпирическое соотношение:

$$n = \sqrt{1 + \left(\frac{A}{E_g + B}\right)^2} \quad (4)$$

где,  $A=13,6 \text{ эВ}$  и  $B=3,4 \text{ эВ}$ .

Рассмотрев зонную структуру и квантовую формулировку Пенна и Ван Вехтена [11], Гош и др. [12] по-иному подошли к проблеме. Они, приняв  $A$  – как вклад валентных электронов,  $B$  – как постоянную добавку к наименьшей запрещённой зоне  $E_g$ , получили выражение для высокочастотного показателя преломления:

$$n^2 - 1 = \frac{A}{(E_g + B)^2} \quad (5)$$

где,  $A=25E_g + 212$ ,  $B=0,21E_g + 4,25$  и  $(E_g + B)$  относятся к соответствующей ширине запрещённой зоны материала. Таким образом, индийскими и другими исследователями были предложены три эмпирические формулы показателей преломления  $n$  в зависимости от ширины запрещённой зоны –  $E_g$ .

Таблица 1.

Результаты определенных геометрически –  $E_g$ , эмпирически – показателей преломления и оптические диэлектрические проницаемости ( $\epsilon_\infty$ ) номинально чистого и легированного железом кристаллов ниобата лития

Образец	$E_g$ (эВ)	$n$ , расч	$n$ , эксп	$\epsilon_\infty$ , расч	$\epsilon_\infty$ , ЭКСП
LiNbO <sub>3</sub>	3,39	1,9462	2,2971	3,7877	5,2767
		2,2387		5,0118	
		2,2922		5,2542	
LiNbO <sub>3</sub> :Fe	3,17	2,0826	2,3285	4,3372	5,4219
		2,2989		5,2849	
		2,3356		5,4550	

Были рассчитаны три модели изменения  $n$  в зависимости от энергетической щели. Расчётные значения оптической диэлектрической проницаемости ( $\epsilon_\infty$ ) были получены с использованием соотношения  $\epsilon_\infty = n^2$  [13]. Расчётный показатель преломления и оптическая диэлектрическая

проницаемость приведены в таблице. Увеличение толщины приводит к общему увеличению показателя преломления. Это увеличение связано с общим снижением пропускания образца по мере увеличения его толщины.

**Заключение.** При голографической записи информации в кристаллах ниобата лития с примесью железа происходит ионизация ионов железа т.е. поглощение света в них вызвано ионизацией. Чувствительность к свету кристаллов, легированных железом, определяется концентрацией ионов  $Fe^{2+}$ , имеющих в решётке широкую полосу поглощения с максимумом около 400 нм. При фотовозбуждении,  $Fe^{2+}$  отдает фотоэлектрон в зону проводимости, который в процессе диффузии захватывается ионом  $Fe^{3+}$  в неосвещённой области. С ростом концентрации  $Fe^{2+}$  увеличивается поглощение на длине волны, на которой записывается информация, что приводит к повышению чувствительности кристалла к свету. Оптические свойства дают значения поглощения около 0,3–0,8, а измеренные значения ширины запрещённой зоны составили 3,17 и 3,39 эВ.

**ЛИТЕРАТУРА:**

1. Volk T. and Wohlecke M. *Lithium Niobate. Defects, Photorefraction and Ferroelectric Switching*. Berlin: // Springer; 2008.
2. Азаматов З.Т., Ёўлдошев М.А., Базарбаев Н.Н. Перспективы голографических систем хранения информации // ДАН АН РУз., №1. Ташкент 2022 г. с. 17-21.
3. Палатников М. Н., Сидоров Н. В., Макарова О. В., Бирюкова И. В. Основные аспекты технологии высоколегированных кристаллов ниобата лития // Институт химии и технологии редких элементов и минерального сырья. Тананаева И В. Кн. С. 241. 2017.
4. Wong K. K. 2002 *Properties of lithium niobate* // *The Institution of Electrical Engineers (London, United Kingdom) Book*. P. 411.
5. K. Kitamura, Y. Furukawa, H. Hatano, R. Macfarlane, H. Guinther, "Stoichiometric  $LiNbO_3$ : Material Potential for holographic data storage" first published by Taylor & Francis 2002.
6. N.V. Kukhtarev, "Kinetics of Hologram Recording and Erasure in Electrooptic Crystals", *Tech. Phys. Lett.* 2, pp. 438-440 (1976).
7. E. Krätzig, R. Orłowski, "Light Induced Charge Transport in Doped  $LiNbO_3$  and  $LiTaO_3$ ", *Ferroelectrics*, Vol. 27, pp. 241-244(980).
8. F. Jermann, J. Otten, "Light-induced charge transport in  $LiNbO_3:Fe$  at high light intensities", *J. Opt. Soc. Amer. B*, Vol. 10, Issue 11, pp. 2085-2092 (1993).
9. Ravindra N. M., Auluck S., Srivastava V. K. *On the Penn gap in semiconductors* // *Phys. Status Solidi (B)* 93, pp. 155–160 (1979).
10. Herve P. J. L, Vandamme L. K. J. *Empirical temperature dependence of the refractive index of semiconductors* // *J. Appl. Phys.* 77, pp. 5476–5477 (1995).
11. Penn D. R. *Wave-number-dependent dielectric function of semiconductors* // *Phys. Rev.* 128, pp. 2093–2097 (1962).
12. Ghosh D. K., Samanta L. K., Bhar G. C. *A simple model for evaluation of refractive indices of some binary and ternary mixed crystals* // *Infrared Phys.* 24, pp. 43–47 (1984).
13. G.A. Samara, *Temperature and pressure dependences of the dielectric constants of semiconductors*. *Phys. Rev. B* 27, 3494–3505 (1983).

PO'LAT YUZASIGA PLAZMA NITRIDINI TA'SIR ETTIRISH NATIJASIDA UNING  
ISHQALANISHGA BARDOSHLIGINI OSHIRISH VA PARAMETRLARINI ASOSLASH

*Samiyev Sardorjon Salimjon o'g'li,*

*Toshkent kimyo-texnologiya instituti Shahrisabz filiali assistent o'qituvchisi  
sssamiyev@stud.etu.ru*

*Kengboyev Sirojiddin Abray o'g'li,*

*Toshkent kimyo-texnologiya instituti Shahrisabz filiali katta o'qituvchisi  
sirojmagistrstudent@gmail.com.  
orcid - 0009-0000-1050-2133*

**Annotatsiya.** Maqolada plazmali nitridlash (azotlash bilan po'latning yuza qatlam o'zgarishi) borasida tadqiqot olib borilganligi qayd etilgan. O'tkazilgan metallografik sinovlar natijasida, yuqqa, g'ovak va geterogen azotli qatlam mavjudligi yoki uning yo'qligi, yadrosi uning to'yinmagan holati va termal parametrlari o'zgarganligi aniqlangan. Nitridlash parametrlarini o'zgartirishda gazlar, vaqt va nitridlashning harorati o'zgartirish bo'yicha jarayon taklif qilindi. Ion azotlash jarayonidan eng optimal natija olish uchun gaz oqimi, vaqt, harorat parametrlarini rostdash zarur.

**Kalit so'zlar:** issiqlik bilan ishlov berish, yadro, mikron, kimyoviy tozalash, plazma nitridlash, vaqt, metal yuzasi, geterogen, metallografik sinov, harorat.

ПОВЫШЕНИЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ ТРЕНИЮ СТАЛЬНОЙ ПОВЕРХНОСТИ В  
РЕЗУЛЬТАТЕ ПЛАЗМЕННОГО НИТРИДНОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ И  
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЕГО ПАРАМЕТРОВ

**Аннотация.** В статье рассматривалось плазменное нитрование (изменение поверхностного слоя стали азотированием). Проведённые металлографические испытания выявили наличие или отсутствие тонкого, пористого и неоднородного азотистого слоя, ядра в его ненасыщенном состоянии и изменение тепловых параметров. При изменении параметров азотирования был предложен процесс изменения газов, времени и температуры азотирования. Для получения оптимального результата процесса ионного азотирования необходимо отрегулировать параметры расхода газа, времени, температуры.

**Базовые слова:** термическая обработка, сердечник, микрон, химическая обработка, плазменное нитрование, время, поверхность металла, гетерогенный, металлографическое испытание, температура.

INCREASING THE FRICTION RESISTANCE OF STEEL SURFACE AS A RESULT OF  
PLASMA NITRIDE IMPACT AND DETERMINING ITS PARAMETERS

**Abstract.** The article notes that research has been conducted on plasma nitriding (the transformation of the surface layer of steel by nitriding). As a result of the metallographic tests, the presence or absence of a thin, porous and heterogeneous nitrogen layer, the state of its core saturation and the change in thermal parameters were revealed. A process was proposed to change the gases, time and temperature of nitriding when changing the nitriding parameters. To obtain the most optimal results from the ion nitriding process, it is necessary to adjust the gas flow, time, and temperature parameters.

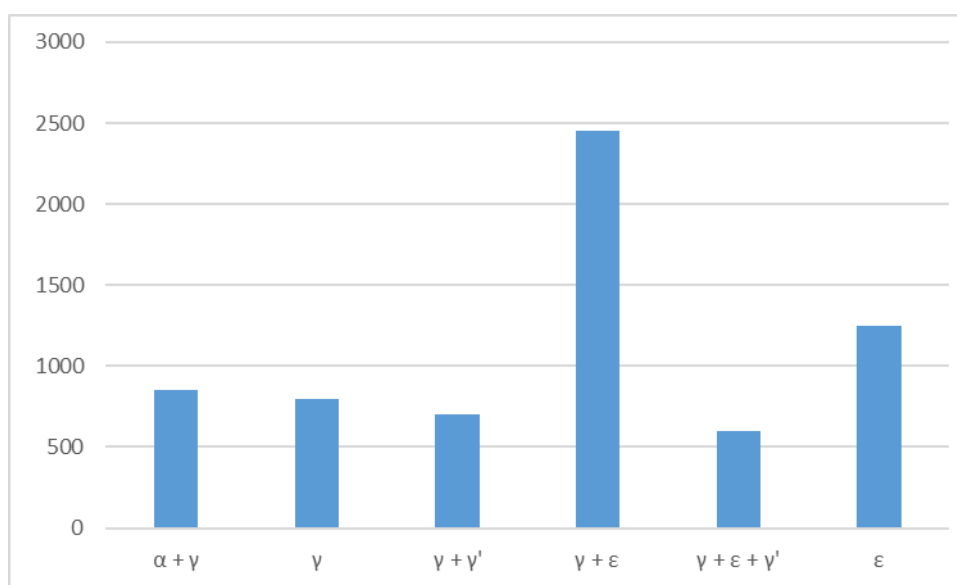
**Keywords:** heat treatment, core, micron, chemical treatment, plasma nitration, time, metal surface, heterogeneous, metallographic testing, temperature.

**Kirish.** Kundalik hayotda ham, sanoatda ham hayotimizni osonlashtiradigan, yaxshilaydigan mahsulotlar va ularning xavfsizroqlari juda muhim. Shuni hisobga olgan holda, doimiy ravishda takomillashtirish zarurati mavjud bo'lgan ishlab chiqarishga yondashuv zarur. Sirt xususiyatlarini yaxshilash usullaridan biri mahsulotning ishlab chiqarilishidan keyin uning yuzasiga ishlov berish, odatda uning qattiqlashishiga qaratilgan bo'ladi. Materiallarning, ayniqsa, metallarning sirtini mustahkamlash zarurati har qachongidan ham ko'proq talabga ega bo'lmoqda [1]. Bu metall materiallarga muntazam ravishda o'sib borayotgan talab tufaylidir, yuqori qattiqlik bilan, yuqori kuch, abraziv yeyilishga qarshilik ko'rsatish va eng

muhimi ishlab chiqarish xarajatlarini kamaytirish orqali olinadi. Ko‘pincha zamonaviy sirt qattiqligini oshirish usullarida kimyoviy qoplama va plazma nitridlanishidir [2].

Nitridlash zamonaviy sanoat uchun juda muhim bo‘lgan sirt qattiqligini va yeilishga qarshilik ko‘rsatishni oshirish usullaridan biridir. Bu ko‘plab sohalarda, jumladan, mashinasozlik, avtomobilsozlik va asbobsozlik sanoatida qo‘llaniladi. Nitridlash jarayoni sirt xususiyatlarini, birinchi navbatda, qotishmani yaxshilashni kafolatlaydi. Nitridlash uchun mo‘ljallangan po‘latlar, minimal o‘lchovli qismining haqiqiy o‘ziga xosligi, shakli yoki joylashuvi va parametrlarining o‘ziga nisbatan ruxsat berilgan farqni ko‘rinishilarni hamda yuqori yuza qarshiliklarni saqlagan holda olib boriladigan jarayondir. Sirt qattiqligini oshirishdan tashqari, yuza qarshilik va korroziyaga chidamliligini ham o‘z ichiga oladi.

**Asosiy qism.** Bu jarayonda Temirning (Fe) turli allotropik shakl orqali uning fazasini yo‘qotishi, bu fazalar esa belgilangan haroratlar oralig‘ida hosil bo‘ladi hamda tegishli qotishma qo‘shimchalari bilan birgalikda fazalarning shakllanishiga yordam beradi. Temir (Fe) ma‘lum bir haroratga yetganda turli kristall panjara tuzilmalarida kristallanadi, bu materialning mexanik va fizik xususiyatlariga ta‘sir qiladi. Masalan: 912°C gacha bo‘lgan haroratda temir tanaga markazlashtirilgan kristallografik panjara (Body-Centered Cubic) **hosil bo‘lsa**, 912°C dan 1394°C gacha bo‘lgan harorat oralig‘ida temir yuzaga markazlashgan kristallografik panjara (Face-Centered Cubic) hosil qiladi. 1394°C dan 1538°C gacha bo‘lgan haroratda temirning yuqori haroratdagi fazasi kristallari (**Fe $\delta$ +Body-Centered Cubic**) **hosil bo‘ladi**. Bu fazalar qismlarining o‘zgarishlar temir va qotishma issiqlikka etkazib berish jarayonida katta yuklanishga ega bo‘ladi. Quyida temir-azot tizimida sodir bo‘lgan fazalar ko‘rsatilgan muvozanat holati keltirilgan.



### 1-diagramma. Temir va azot (Fe—N) oralig‘idagi muvozanat fazasi diagrammasi

Diagrammadan ko‘rinib turibdiki, temir ferrit (**Fe $\alpha$** ) fazasi tarkibidagi azotning eruvchanligi past va 590°C da maksimal darajaga etadi. Bu haroratda eruvchanlik 0,10% ni tashkil qiladi va haroratning pasayishi bilan tez kamayadi, shuning uchun 200°C da u faqat 0,004% ni tashkil qiladi. Temirdagi azotning bu oraliq eritmasi azotli ferrit deb ataladi. Fe $\alpha$  panjarasida azotning joylashishi mumkin bo‘lgan ikkita interstitsial joy mavjud. Oktaedr va tetraedr bo‘sh joylarning radiusi mos ravishda 0,019 nm va 0,052 nm ni tashkil qilmoqda. Azot atomining radiusi 0,07 nm bo‘lsa ham, u Fe $\alpha$  panjarasida kichikroq oktaedral bo‘shliqda ekanligi aniqlandi, bu esa Fe $\alpha$  panjarasining kengayishiga, eritmaning mustahkamlanishining oshishiga olib keladi. Harorat va azotning miqdori bo‘yicha turli fazalar ko‘rinishi. Masalan, 590°C da Fe $\alpha + \gamma$  fazalari mavjud bo‘lib, bu temirning ferrit va austenit aralashishini anglatadi. Harorat va azot miqdori o‘zgargan sari  $\gamma$ ,  $\epsilon$  kabi yangi fazalar hosil bo‘ladi. Diagramma azotning turli fazalar bilan o‘zaro ta‘siri va kristall panjara tuzilmalarida qanday joyni oshirish uchun muhim ilmiy asosdir.

Ichki eruvchanligi va Fe $\gamma$ da azotning eruvchanligi ancha yuqori va azot ostenit deb ataladigan bu eritma faqat 590°C dan yuqori haroratlarda barqaror bo‘ladi. Fe $\gamma$  da azotning eng katta eruvchanligi 650°C da 2,80% ni tashkil qiladi, keyin esa evtekoid haroratda 2,35% gacha kamayadi. Bunday tarkibga ega azotli ostenit evtekoid tarzda Fe $\alpha$ (N) azotli ferrit va  $\gamma'$  faza aralashmasiga parchalanadi. Sekin sovutish paytida

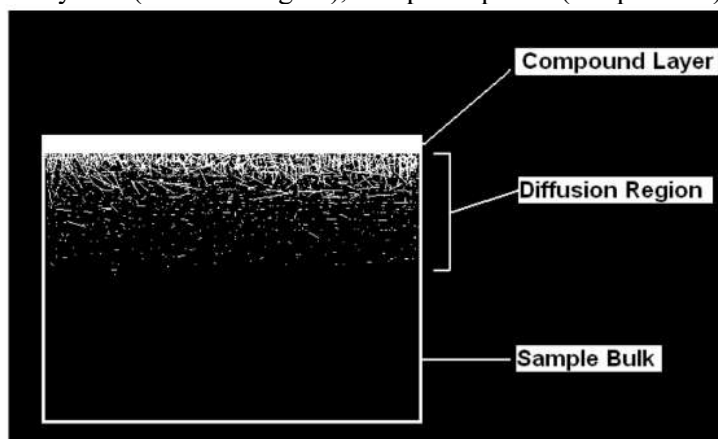
hosil bo'lgan bu evtekoid braunit deb ataladi. Tez sovutish orqali azot ostenitini diffuziyasiz transformatsiya natijasida azot martensiti hosil bo'ladigan haroratga qadar sovutish mumkin.

Harorat Ms (martensit) bu holda po'latlarga qaraganda pastroq va evtekoid tarkibiga ega qotishmada u atigi 35°C ni tashkil qiladi.

$\gamma'$  fazasi temir nitridi  $Fe_4N$  asosida tor bir jinsli diapazonli qattiq eritma hisoblanadi. Bu faza 680°C gacha barqaror bo'lib, keyin olti burchakli va fazaga o'tadi, bu keng bir xillikka ega bo'lgan qattiq eritma. Azotli ostenit kabi  $\epsilon$  fazasi 4,55% azotni o'z ichiga oladi, 650°C da  $\gamma$  va  $\gamma'$  fazalarning evtekoid aralashmasiga parchalanadi.

Hosil bo'lgan diffuziya qatlamlarining tuzilishi, birinchi navbatda, nitridlanish haroratiga, nitridlanish atmosferasining kimyoviy tarkibiga va nitridlangan obyektlar materialining kimyoviy tarkibiga bog'liq.

Yuqorida aytib o'tilganidek, nitridlangan namuna sirt qattiqligining oshishi, qarshilikka bardoshliligi, yeyilishga chidamliligi, korroziyaga chidamliligi bilan tavsiflanadi. Bu mumkin, chunki po'lat yuzasida azotning yetarlicha yuqori konsentratsiyasi Fe-N fazalarining shakllanishini belgilaydi. Agar azot konsentratsiyasi yetarli darajada oshsa, sirtida bu birikmalarning qattiqligi juda yuqori bo'lgan qatlam hosil bo'ladi. Bu qatlam ostida qotishma nitridlarning mayda cho'kmalari bilan oraliq qattiq eritmadagi azotdan iborat diffuziya zonasi hosil bo'ladi. Oddiy nitridlangan namunaning soddalashtirilgan tasvirlar diagrammasi quyida ko'rsatilgan. Diffuziya zonasi Fex panjarasida erigan interstitsial azot va Fe qotishma karbonitridlaridan iborat. Azotlash natijasida olingan yuqori sirt qattiqligi mayda donador qotishma karbonitridlarning cho'kishidan kelib chiqishi ko'rsatilgan. Ikkinchisi po'lat substratda Al, Cr, Mo, Ti, Mn, Si va V kabi kuchli nitrid hosil qiluvchi elementlarning mavjudligi natijasidir. Diffuziya zonasidagi qattiqlik po'latdagi qotishma elementlarning turi va soniga bog'liq. Bundan tashqari, yuqori qotishma po'latlarda qotishma nitridlarning cho'kishi tufayli nitridlashdan keyin qattiqlashuv chuqurligining pasayishi kuzatiladi, bu esa azotning substratga tarqalishini qo'shimcha ravishda cheklaydi. Diagrammada namuna hajmi (compound layer), diffuziya maydoni (diffusion region), kompozit qatlam (sample bulk) lar keltirilgan.



2- diagramma. Nitridlangan komponentning tipik kesma ko'rinishining diagrammasi

Bu yerda diffuziya hududi bo'lgan aralash qatlam(Diffusion Region), namuna hajmi (compound layer), kompozit qatlam (sample bulk) lar keltirilgan.

Plazmani nitridlash termokimyoviy zamonaviy usullaridan biri bo'lib, u odatda, asosan, azot va boshqa ikkilamchi kimyoviy moddalardan foydalangan holda amalga oshiriladi. Jarayon kamaytirilgan bosim ostida amalga oshiriladi, bu erda namunalar va pechning devorlari o'rtasida kuchlanish holatida qo'llaniladi. Qism atrofida yuqori darajadagi ionlanish (plazma) bo'lgan nurli razryad hosil bo'ladi. To'g'ridan-to'g'ri ionlar bilan bombardimon qilingan ish qismi yuzasida azotga boy nitridlar hosil bo'ladi va parchalanadi va faol azotni yuzaga chiqaradi. Katodik darajasini sozlash, tegishli oqim kuchlanish xususiyatlarini tanlash va ish kamerasidagi bosimni oshirish yoki kamaytirish qobiliyati nitridlangan qatlamlarning tuzilishini shakllantirish imkonini beradi. Plazmali nitridlash sirtni kerakli xususiyatlarga ko'ra o'zgartirishga imkon beradi. Gaz aralashmasini (proporsiyalarini) sozlash orqali, past azotli birikmalar qatlami bo'lmagan va qalinligi 20 mikrongacha bo'lgan sirtidan nitrid birikmalari va qattiq eritmani o'z ichiga olgan qatlamgacha moslashtirilgan qatlamlar va qattiqliklshgan yuza natijaslarini olish mumkin.

An'anaviy nitridlash usullari ko'pincha nuqsonlarning paydo bo'lishiga olib keladi, masalan, mo'rt sirt qatlamlari shakllanadi, metall yuzasida bir xil bo'lmagan mikro qirralar paydo bo'ladi. Ushbu muammolarni bartaraf etish uchun, ayniqsa plazma nitridlashda, tegishli nitridlash usullari chiqilgan. Ushbu sohadagi so'nggi yangiliklardan biri Active Screen Plasma Nitriding (ASPN) innovatsion texnologiyasini joriy

etishdir. ASPN nitridlash usuli ishlov beriladigan qismning shaklini aks ettiruvchi nitridlarning bir xil shakllanishini ta'minlaydi. Bu effektga metal yuzasi kristallografik ko'rinishi, shuningdek, nitridlangan detalda bombardimon bo'layotgan azotni faollashtiruvchi plazma orqali erishiladi, bu detalda katta o'lchamli plazma ajralishi natijasida kelib chiqadigan boshqa qatlam yuzalari shikastlanishi yoki metal yuzasida kuyishlar bo'lmasligini kafolatlaydi. Bu texnologiyada elektr yoyi bilan ishlov berilgan elementlarning shikastlanish xavfini va turli o'lchamdagi elementlarning yuzasiga ishlov berish vaqtida issiqlikning notekis tarqalish xavfini kamaytiradi va an'anaviy plazma nitridlashdagi ishlov beriladigan elementlarga boshqa bir qancha kuchlanishlarini yo'q qilishga yoki kamaytirishga katta yordam beradi.

Tadqiqotning birinchi bosqichida plazma qo'llanilishidan oldin va keyingi holatda bo'lgan 38HMJ po'latdan olingan namunalarning nitrlash jarayoni sinovdan o'tkazildi. Korxonada uchun xos bo'lgan nitridlash jarayonining parametrlaridan foydalanildi: gaz oqimining tezligi (1,3 litr hajmda/min N; 0,7 litr hajmda/min H; 0,2 litr hajmda/min Ar); oqimlari (BIAS-420 V 5,0 A, SCREEN-320 V 3,0 A); vaqt (26 soat va 35 minut); va harorat (510°C).

Ion nitridlash usuli bilan issiqlik-kimyoviy ishlov berilgan namunalarni mikroskopik tekshirish natijasida yuqorida qayd etilgan parametrlarga ko'ra yuqqa, g'ovak va bir hil bo'lmagan nitridlangan qatlam mavjudligi va diffuziya mavjudligi aniqlangan.

Olingan natijalarni tahlil qilgandan so'ng, hozirda foydalanilayotgan po'latga alternativ sifatida zamonaviy po'latdan foydalanish imkoniyati taklif qilindi, masalan, 33CrMoV12-9, 32CrAlMo7-10, 42CrMo4 markali po'latlar.

Biroq yuqorida keltirilgan harakatlar kerakli natijani bermadi. Shu sababli, nitrlash jarayonining parametrlarini o'zgartirish choralari ko'rildi. Shunday qilib, to'rtta sinov o'tkazildi. Har safar boshqa jarayon parametrlari (gaz aralashmasi, oqimlar, vaqt va harorat) o'zgartirildi, qolganlari esa dastlabki qiymatlariga qaytdi.

Nitridlashdan so'ng namunalarni mikroskopik tekshirishlar asosida yadroda issiq plastmassa bilan ishlov berishdan keyingi xom holatga xos bo'lgan ferrit-perlit tasmasimon strukturaning mavjudligi aniqlandi. Bu nitrlash jarayonidan oldin talab qilinadigan issiqlik bilan ishlov berish qo'llanilmaganligini ko'rsatadi. Nitridlashdan keyin namunalarning yuzasida azot miqdori o'rtacha 8,50% massani tashkil etdi.

Sirt zonasida umumiy metallografik qalinligi taxminan 0,2 mm bo'lgan nitridlangan qatlam topildi.

**Xulosa.** Tadqiqot shuni ko'rsatadiki, po'latning turi va nitridlash parametrlarining to'g'ri tanlanishi nitridlash qatlamining samaradorligiga katta ta'sir ko'rsatadi, bu esa komponentlarning qattiqligi, aşınma qarshiligi va ishlash xususiyatlariga ta'sir qiladi. Xom holatda 38HMJ po'lat foydalanish uchun mos plazmalı nitridlash orqali olinadi. Uning tuzilishida ko'plab metall bo'lmagan qo'shimchalarning mavjudligi notekis taqsimlanish va nozik dispersli ferritning bir xil bo'lmagan tarmoqli tuzilishi bilan perlit topilgan. Bu materialning sifatini pastlatadi. Shu bilan birga, sirdan azot miqdorini kamaytirish aniqlandi.

### ADABIYOTLAR:

1. S. A. Kengboyev, N. M. Safarov, «Tikuv mashinalari transport mexanizmi va ulardagi mumkin bo'lgan muammolarni bartaraf etish usullari» Buxoro davlat universiteti ilmiy axborotnomasi, 40-45, 2023.
2. Olimov Q.T., «Yengil sanoat mashina va apparatlari», Toshkent, 2011, 246.
3. Sh.Mamasoliyeva, Texnologik ta'limi praktikumi, Toshkent, 2020-yil.
4. Safarov N., Kengboyev S.A., Sanoat tikuv mashinalari mokisini azotlash va borlash jarayonidan so'ng uning ichki devoridagi harorat kuchlanishi tadqiqi, Buxoro, 2024.
5. Nazirjon Safarov, Akbar Abrorov, and Laziz Abdullaev AAPM-2023 "Dynamic analysis of physical and mechanical forces of acting on the needle of a shoe sewing machine in the process of sewing leather". *Journal of Physics: Conference Series*. 2573 012036. 12.
6. Nazirjon Safarov, Ilkhomjon Mirsultonov. Development of mathematical model of drying the raw cotton during transportation in pipeline by hot air flow. Participated in the II International scientific conference on "ASEDU-II 2021: Advances in Science, Engineering Digital Education" on October 28, 2022 / Krasnoyarsk. Russia.



## KUCHSIZ FERROMAGNETIKNING DOMENLI TUZILMASI HAQIDA

*Djurayev Davron Raxmonovich,*  
Buxoro davlat universiteti professori,  
fizika-matematika fanlari doktori  
[d.r.djurayev@buxdu.uz](mailto:d.r.djurayev@buxdu.uz)

*Nasirova Nargiza Gayratovna,*  
Buxoro davlat universiteti doktoranti  
[n.g.nasirova@buxdu.uz](mailto:n.g.nasirova@buxdu.uz)

*Fayziyev Shaxobiddin Shavkatovich,*  
Buxoro davlat universiteti Fizika kafedrasini mudiri,  
fizika-matematika fanlari bo'yicha falsafa doktori, dotsent  
[s.s.fayziyev@buxdu.uz](mailto:s.s.fayziyev@buxdu.uz)

**Annotatsiya.** Ushbu ishda qalinligi 0.6 mm bo'lgan kuchsiz magnetik namunaning domenli strukturasi, magnitoptik qurilmada olingan tadqiqot natijalari keltirilgan. Namunaning domenli tuzilishini tadqiq etish jarayonida, unga o'zgarish tashqi magnit maydoni ta'sir ettirildi va natijada domenli tuzilishining o'lchamlari va ko'rinishining o'zgarishi kuzatildi. Olingan tadqiqot natijalari va kuzatilgan domenli tuzilmalari asosida ilmiy va amaliy ahamiyatga ega bo'lgan xulosalar chiqarildi.

**Kalit so'zlar:** kuchsiz magnetik, magnitoptika, domenli tuzilma, almashinish energiyasi, anizotropiya, optik qurilma.

## О ДОМЕННОЙ СТРУКТУРЕ СЛАБОГО ФЕРРОМАГНЕТИКА

**Аннотация.** В этой статье приведены результаты исследования доменной структуры слабо ферромагнитного образца толщиной 0,6 мм, полученные на магнитооптической установке. В процессе исследования доменной структуры образца на него были приложены внешние магнитные поля, в результате которого получены изменения вида изображения и размеры доменной структуры. По результатам полученных исследований и по наблюдениям доменных структур сделаны выводы, имеющие прикладные и научные значения.

**Ключевые слова:** слабое магнитное поле, магнитооптика, доменная структура, обменная энергия, анизотропия, оптическое устройство.

## ABOUT THE DOMAIN STRUCTURE OF THE WEAK FERROMAGNETIC

**Abstract.** This work presents the results of the study of the domain structure of a weakly magnetic sample with a thickness of 0.6 mm, obtained using a magneto-optical device. In the process of studying the domain structure of the sample, a constant external magnetic field was applied to it, and as a result, changes in the dimensions and appearance of the domain structure were observed. Based on the obtained research results and the observed domain structures, conclusions of scientific and practical importance were drawn.

**Keywords:** weak magnetic field, magneto-optics, domain structure, exchange energy, anisotropy, optical device.

**Kirish.** O'zgaruvchan magnit maydonlarda (0,4-10 kHz chastotalarda) domen strukturasi harakati, asosan, yumshoq magnit materiallarning magnit xususiyatlarini belgilaydi [1]. Bunday materiallarda magnit domenlarni kuzatish uchun tajribalar texnikasi va geometriyasi faqat sirt domenlarini bevosita kuzatish imkonini beradi. Namuna ichidagi domenlarning shakli va o'lchami (domen chegaralarining egilishi, o'tkazuvchi va o'tkazuvchi bo'lmagan domenlar va boshqalar) haqidagi ma'lumotlar bilvosita usullar bilan baholanadi. Bundan tashqari, boshqarish mumkin bo'lgan domenlar majmuyi odatda kichik bo'ladi. Shu bilan birga, magnitlanish va qayta magnitlanish jarayonlarida namunaning umumiy domen tuzilishining xatti-harakati bilan bog'liq kooperativ effektlar bu materiallarning texnik jihatdan muhim xususiyatlarini shakllantirishda muhim rol o'ynashi mumkin [1].

Magnit tartiblangan materiallarning muhim xususiyatlaridan ulardagi domen strukturasi mavjudligidir.

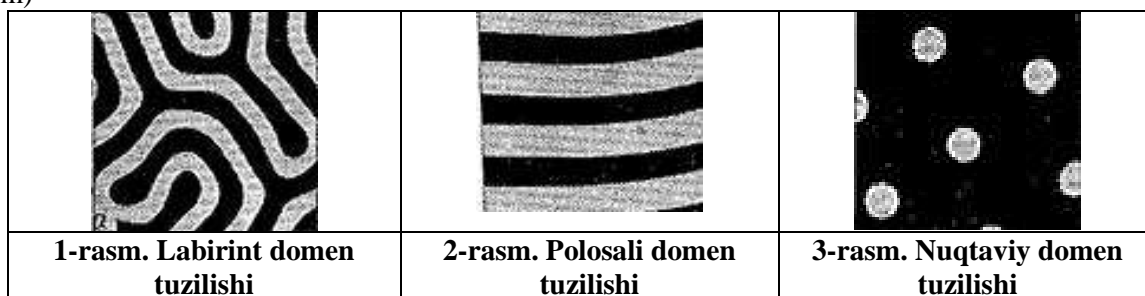
Domen strukturasi shakllanishi ko'pincha namunani domenlarga ajratish uning magnitostatik energiyasini, ya'ni sirtida hosil bo'lgan magnit qutblarning energiyasini kamaytirishi bilan bog'liq. Bundan darhol kelib chiqadiki, domen strukturasi tabiati namunaning geometrik shakliga kuchli bog'liqdir.

Domenlar birinchi marta 1930- yilda magnit suspenziya yordamida kashf etilgan. Magnit optik effektlar domenlarni vizual kuzatish imkonini beradi. Domenlarning birinchi magnit-optik kuzatuvlari 50-yillarning boshlariga to'g'ri keladi. Bugungi kunga kelib, domenlarning magnitoptikasi ko'plab amaliy qo'llanmalarga ega bo'lgan keng qamrovli ilmiy sohaga aylandi. Domenlarni o'rganish turli nuqtayi nazardan qiziqish uyg'otadi. Magnit hodisalar fizikasini tushunish uchun birinchi navbatda, domen strukturasi va uning tashqi magnit maydonda qayta tuzilishi tabiati muhim ahamiyatga ega. Ular namunaning magnitlanishining teskari jarayonlarini, sezuvchanligini, dinamik xususiyatlarini va boshqalarni aniqlaydi.

Muntazam domen tuzilmalari (panjaralar, silindrsimon, chiziqli va halqali domenlar) optoelektronika uchun qiziqish uyg'otadi. Ular yorug'likni boshqarish (modulyatsiya, burilish, yorug'lik nurlarining kontsentratsiyasi), shuningdek, axborotni taqdim etish va qayta ishlash uchun ishlatilishi mumkin.

Kuzatilgan domen tuzilmalari juda xilma-xildir. Ular materialning magnit anizotropiyasi va magnitlanishiga, namunaning shakliga, nuqsonlar mavjudligiga, harorat va magnit maydonga, sirt ishlov berish turiga va namunaning tarixiga bog'liq. Domen strukturasi bunday "yumshoqligi" yoki "sezuvchanligi" uning shakli nisbatan zaif magnit-dipol o'zaro ta'sirlari bilan belgilanadiganligining natijasidir. Biz asosan magnit plyonkalar va bir o'qli magnit anizotropiyaga ega bo'lgan plitalardagi domen tuzilishini ko'rib chiqamiz, bu oson magnitlanish o'qi plyonka tekisligiga perpendikulyar deb faraz qilamiz.

Asosan tabiatda 3 xil domenlar uchraydi [1], bular labirint (1-rasm), polosali (2-rasm) hamda nuqtaviy (3-rasm)



**Tajriba qurilmaning tavsifi.** Tajriba uchun BioBlue mikroskop olingan.

BioBlue mikroskoplari Euromex brendi tomonidan ishlab chiqarilgan va o'quv maqsadlari, laboratoriya tadqiqotlari hamda tibbiy diagnostikada foydalanish uchun mo'ljallangan mikroskoplardir. Bu mikroskoplar o'zining yuqori sifatli optikasi, mustahkam konstruksiyasi va arzonligi bilan mashhur. BioBlue mikroskoplari ko'pincha boshlang'ich va o'rta darajadagi ilmiy-tadqiqot ishlari uchun mos keladi.

BioBlue mikroskoplarining asosiy xususiyatlari:

1. **Optik tizim:** Bu mikroskoplarda keng ko'rish maydoniga ega achromatik yoki plan-achromatik obyektivlar mavjud bo'lib, ular tasvirni aniq va ranglarni tabiiy ko'rsatadi.

2. **Korpus materiali:** BioBlue mikroskoplari mustahkam va bardoshli materiallardan tayyorlangan, bu esa ularni uzoq muddatli foydalanish uchun mos qiladi.

3. **Yoritish tizimi:** Ko'pgina BioBlue mikroskoplari LED yoritish tizimi bilan jihozlangan bo'lib, bu energiyani tejaydi va yorug'likning barqarorligini ta'minlaydi. LED yoritgichlar ham uzoq muddatli foydalanish uchun mo'ljallangan.

4. **Ko'zgu linzalari:** 10x, 40x, va 100x kattalashtirish imkoniyatiga ega, ko'plab BioBlue modellarida ko'zgu linzalari sifatli materiallardan tayyorlangan bo'lib, ular o'quvchilarga aniq tasvir beradi.

5. **USB va kamera imkoniyatlari:** Ba'zi modellarda USB yoki raqamli kamera birikmasi mavjud bo'lib, bu yordamida olingan tasvirlarni kompyuterga ko'chirish yoki raqamli formatda saqlash mumkin.

BioBlue mikroskoplari ko'pincha biologiya, mikrobiologiya va boshqa ilmiy sohalarida keng qo'llaniladi va ularning o'quv mikroskop sifatida foydalanilishi ham osondir.

1-jadval.

**Tajriba qurilmasining texnik parametrlari**

Kattalashtirish	40 - 1000x
Optik tizimning tubus bilan birgalikdagi uzunligi	160 mm
Obyektiv parametri	DIN 4x, 10x, 40x (S), 100x (S, Oil)
Obyektiv tasnifi	semiplanaxromat
Okulyarning kattalashtirishi	WF10x

Fokus	qo'pol / aniq
Predmet stolchasi	koordinatali
Kondensor	Abbe, N.A.=1.25, balandlik sozlanadigan, filtr ushlagichli.
Apertur diafragma	Iris
Yoritish	Past, svetodiod lampadan
Mikroskopiya usuli	O'tayotgan nurdagi yorug' maydon



**4-rasm. Eksperimental qurilma ko'rinishi**

**Tajriba natijalari va muhokamalar.** O'zaro ta'sir qiluvchi ko'p sonli domenlar majmuyining o'zgaruvchan magnit maydondagi harakat qonuniyatlarini o'rganish uchun tadqiqot obyektlari sifatida magnit bir o'qli plyonkalarni tanlash maqsadga muvofiqdir. Bunday plyonkalarda asosiy magnitlanish o'qi sirtga perpendikulyar bo'ladi. Bu turdagi plyonkalarda (nozik qatlamlarda) labirint domen strukturasi (yuqoridagi 5-a rasm) mavjud bo'lib, u nazariy jihatdan yassi-parallel o'tkazuvchi domenlar modeli — Kittel modeli bilan tavsiflanadi. Biz tadqiqot uchun perpendikulyar anizotropiyaga ega va boshlang'ich domen tuzilishga ega yorug'likda aniq ko'rinadigan yengil magnitlanish tekisligi (111) ferrit granat (FG) plyonkalarni tanladik. Labirint strukturasi chiziqli domenlarning kengligi (davri) — namunaning o'lehamidan kamida 2-3 daraja kichikdir.

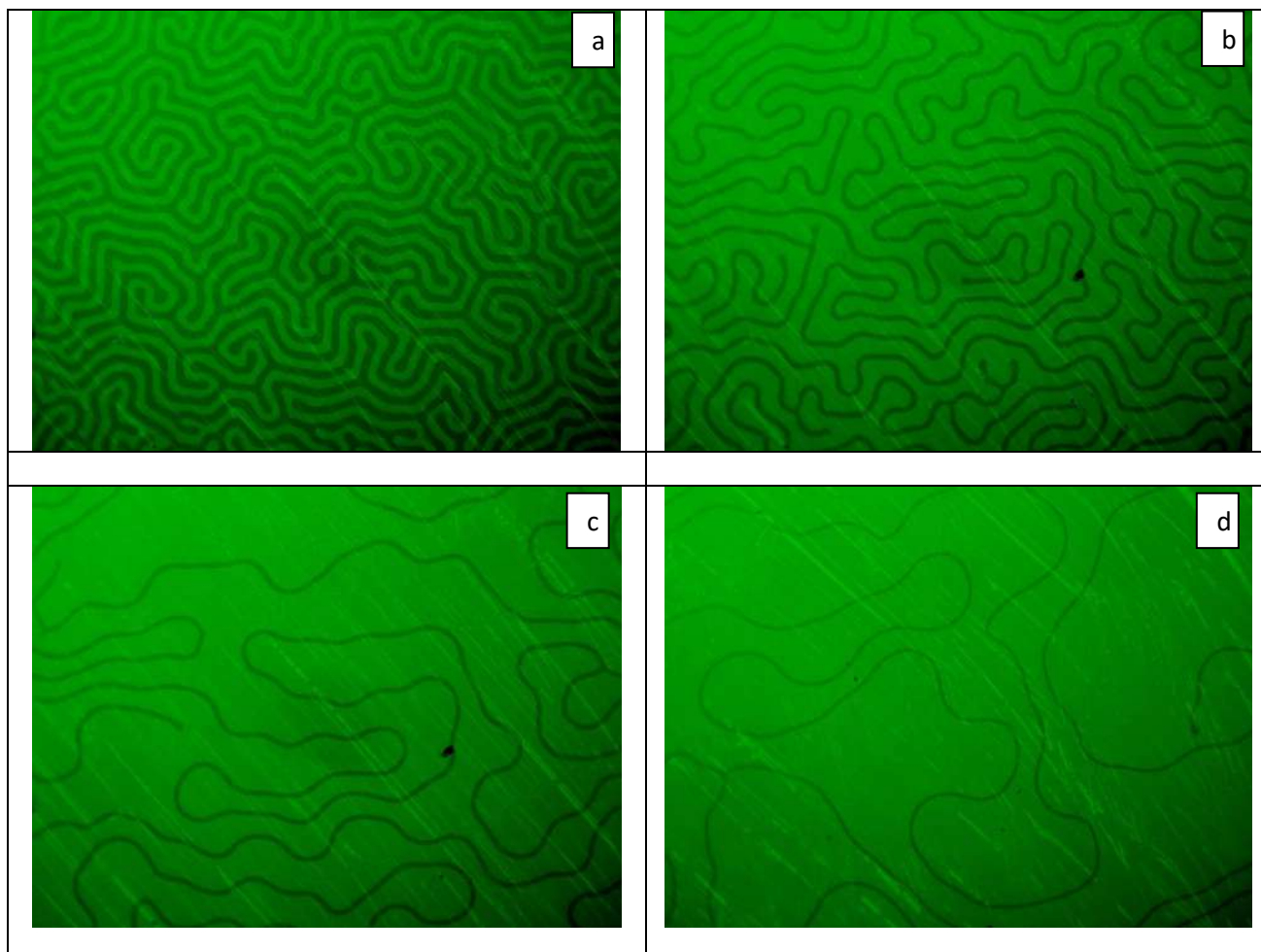
Ferrit granat plyonkalarining domen tuzilishi 1970-80-yillarda ularning magnit silindrsimon domenlari (SD) va domen chegaralari haqidagi ma'lumotlarni yozib olish uchun mikroelektron saqlash qurilmalarida, shuningdek, magnit bilan boshqariladigan optik qurilmalarda qo'llash istiqbollari bilan bog'liq holda faol o'rganilgan [2, 3]. Statik magnit maydonlardagi domen tuzilmalari (DT) eksperimental va nazariy jihatdan juda yaxshi o'rganilgan. Dinamika jihatidan asosiy e'tibor nanosekundli qayta magnitlanish jarayonlariga (masalan, teskari magnit fazasi domenlarining hosil bo'lishiga) qaratilgan bo'lib, alohida silindrsimon domenlar va domen chegaralari (devorlar)ning ichki tuzilma elementlari bilan birga, o'zgaruvchan (impulsi, lokal) magnit maydonlarda 10-100 MHz va undan yuqori chastotada o'rganilgan. Ushbu diapazon yuqoridagi qurilmalarning yuqori ishlash talabi bilan bog'liq.

0,1-10 kHz chastota diapazoni deyarli o'zgarmagan. Aynan shu diapazonda biz [4-5] manbalarda keltirilgan izlanishlarni FG plyonkalarda, ya'ni boshlang'ich tutashgan labirint tuzilmali plyonkalarda o'tkazdik. Ular fazoda bir xil, past chastotali tebranuvchi magnit maydoniga joylashtirilib, natijada avval ma'lum bo'lmagan maxsus qo'zg'algan holat — “anger holati” (AH) deb nomlangan yangi holat aniqlandi

[5]. Anger holatining eng xarakterli xususiyati o'zaro ta'sir qiluvchi domenlar majmuasining tartibsiz (xaotik deb ataymiz) o'z-o'zini tashkil etishi va turli xil tartiblangan, barqaror dinamik domen tuzilmalarini (DT) shakllantirishidir. Ulardan eng keng tarqalgani halqali va spiral shakldagi dinamik domenlar (DD) bo'ldi.

BioBlue mikroskopi yordamida to'g'ridan-to'g'ri olingan namunani tasvirini olib bo'lmaydi. Namunada domen tuzilmalarini ko'rish uchun biz namunani qutblangan yorug'lik bilan yoritishimiz zarur bo'ladi. Shuning uchun BioBlue mikroskopi manbasidan chiqadigan yorug'lik hamda namuna orasiga polarizator joylashtiramiz. Shunda namunaga qutblangan yorug'lik oqimi tushadi.

Olingan namunaga qutblangan yorug'lik tushishi natijasida quyidagi tasvirlarni olishimiz mumkin bo'ladi. Olingan tasvirlar 100 marotaba kattalashtirilgan.



**5-rasm. Perpendikulyar anizotropiyaga ega bo'lgan plyonkalarda magnit maydon yo'qligida labirint domen tuzilmasining tipik tasviri (5-a rasm) va magnit maydon bosqichma-bosqich ortib borayotgandagi bir tomon (5-b, c, d rasmlar) holatlar ko'rsatilgan**

Yuqorida ta'kidlanganidek, dastlabki holatda (5-a rasm) namunalarining domen tuzilmasi tartibsiz (labirintli) bo'ladi. Bunda tuzilma doimiy magnit maydonida magnitlantirilganda ham saqlanib qoladi (5 a-d rasmlar). Agar plyonkaning xususiyatlari tekislikda to'liq izotrop bo'lsa bir yo'nalishda (5-b rasm) yoki qarama-qarshi yo'nalishda (5-c,d rasmlar) kvazistatik magnitlanish jarayoni ko'p marta takrorlanganda ham domen tuzilmasi tasvirlari qayta tiklanmaydi, domen chegaralari turli joylarda joylashadi va chiziqli domenlar turli yo'llar bilan egiladi. Bu shu bilan izohlanadiki, domen chagaralarining harakati mikrodefektlar va boshqa domenlar bilan o'zaro ta'siri tufayli sakrashlar orqali sodir bo'ladi va har bir kichik domen chagarasi uchun bu harakat ehtimoliy xususiyatga ega. Ammo shu bilan birga, maydon bo'ylab magnitlangan domenlarning o'rtacha kengligi  $d_1$  (asosiy magnit faza  $J_s \uparrow \downarrow H$  bilan) va maydonga qarshi magnitlangan domenlarning kengligi  $d_2$  (teskari magnit faza  $J_s \uparrow \downarrow H$  bilan),  $P = d_1 + d_2$  davrining o'rtacha qiymati bilan bir xil, juda aniq tarzda tashqi maydon kuchiga bog'liq. Namunaning kichik koersitiv kuchga ega bo'lgan holatida bu bog'liqlik nazariya orqali yaxshi tasvirlangan [6].

Labirint domen strukturasi ferromagnit va ferrolektrik materiallarda uchraydigan maxsus domen tuzilmasidir. Ushbu domenlar murakkab, labirintga o'xshash shaklda joylashib, materialning magnit yoki elektr xususiyatlarini boshqaradi. Labirint domenlari yuqori zichlikka ega bo'lgan, asosan nano o'lchamli hududlardan iborat bo'lib, ularning shakli va tuzilishi materialga xos mikrostrukturaviy kuchlar va energiya minimallasuvi talablariga bog'liq.

**Labirint domen strukturasi xususiyatlari**

**Murakkab geometriya:** Labirint domenlar to'lqinsimon, chiziqli yoki labirintga o'xshash shakllarda joylashadi. Bu struktura magnit yoki elektr maydonlarni bir tekis taqsimlashga yordam beradi.

**Energiya minimallashtirish:** Domenlar labirint shaklda joylashganida, material ichidagi umumiy energiya kamayadi. Bu struktura ichki demagnetizatsiya energiyasini minimallashtirish orqali hosil bo'ladi, ya'ni magnit yoki elektr qutblanishi beqarorlikni kamaytiradi.

**Nano o'lchamlar:** Labirint domenlarning o'lchamlari ko'pincha nano darajada bo'lib, ularning kengligi bir necha nanometrdan bir necha mikrometrlargacha bo'lishi mumkin. Nano o'lchamlar, ayniqsa, zamonaviy magnit va elektr xotira qurilmalarida yuqori samaradorlikka erishish uchun foydali.

**Ko'p fazali materiallarda uchraydi:** Labirint domen strukturalari ko'p fazali, ya'ni bir vaqtning o'zida ferromagnit va ferrolektrik xususiyatlarga ega bo'lgan materiallarda tez-tez uchraydi. Bu esa ularning energiya tejash va saqlash imkoniyatlarini oshiradi.

**Asosiy foydalanish soha:** Labirint domen strukturalari asosan yuqori zichlikdagi ma'lumotlarni saqlash, magnit rezonansli qurilmalar, va boshqa nanoelektronika tizimlarida qo'llaniladi. Ularning magnit maydonlar bilan boshqarish qobiliyati ma'lumotlarni aniq va samarali boshqarishni ta'minlaydi.

Agar namunaga tashqi magnit maydoni ta'sir qildirsak, domen chegaralar o'zgarib boradi (5-rasm). Tashqi magnit maydonini oshib boorish toki domen struktura monodomenga aylangunga qadar davom etadi.

**Tajriba natijalarni nazariy talqin qilish.** Tajribada namunadagi domen devorlari o'rganilgan bo'lib, d magnit domen devorining (yoki ferromagnit domenning) kengligini ifodalaydi. Domen devori kengligi ferromagnit material ichida qarama-qarshi yo'nalgan magnit domenlar orasidagi o'tish zonasini anglatadi. Keling, bu formuladagi har bir parametrga to'xtalib o'tamiz:

$$d = 2\pi \sqrt{\frac{2J}{h-K}}$$

Bu yerda

**d** – Domen devorining kengligi: Bu ikki qarama-qarshi yo'nalgan domenlar orasidagi o'tish zonasining kengligini anglatadi. Domen devorining kengligi materialning mikroskopik tuzilishi va energiya parametrlari bilan belgilanadi.

**J** – Almashinish energiyasi: Almashinish energiyasi domen ichidagi atomlar magnit momentlari orasidagi o'zaro ta'sir kuchini anglatadi. **J** qiymati qanchalik yuqori bo'lsa, atomlar o'zaro bir xil yo'nalishga ega bo'lishga intiladi va bu domen devorining kengayishiga olib keladi.

**h** – Domen ichidagi ichki magnit maydon: Domenlar orasidagi ichki magnit maydon ham domen devori kengligiga ta'sir qiladi. **h** qiymati yuqori bo'lsa, magnit momentlar kuchliroq bog'lanib, domen devori torayishi mumkin.

**K** – Anizotropiya energiyasi: Bu energiya materialdagi magnit yo'nalishining ma'lum kristallografik yo'nalish bo'yicha o'zgarishini cheklaydi. **K** qanchalik yuqori bo'lsa, domen devori kichikroq bo'ladi, chunki atomlar ma'lum yo'nalish bo'yicha magnitlanishga intiladi. Anizotropiya energiyasi domen devorini toraytiradi va shu bilan o'tish zonasini qisqartiradi.

**Radikal ifoda**  $\sqrt{\frac{2J}{h-K}}$  – bu ifoda ichidagi kattaliklar domen devorining kengligini aniqlaydi. Agar almashinish energiyasi **J** yuqori bo'lsa va  $h-K$  kichik bo'lsa, **d** qiymati ortadi va domen devori kengroq bo'ladi.

**2π** – bu koeffitsiyent domen devori kengligini ifodalash uchun empirik faktor sifatida ishlatiladi va domen devorining umumiy geometrik tuzilishini hisobga oladi.

Bu formula domen devori kengligini almashinish energiyasi, ichki magnit maydon va anizotropiya energiyasiga bog'liqligini ko'rsatadi. Odatda domen devorlari kengligi almashinish va anizotropiya kuchlari orasidagi muvozanatga bog'liq bo'lib, materialning magnit o'zgarish xususiyatlariga ta'sir ko'rsatadi.

**Xulosa.**

**Labirint domenlarning amaliy ahamiyati**

Labirint domenlar kichik o'lchamdagi magnit yoki elektr maydonlarini boshqarish imkonini bergani uchun quyidagi sohalarida foydalaniladi:

• **Xotira texnologiyalari:** Yangi avlod xotira chiplarida yuqori zichlikdagi ma'lumotlarni saqlash imkonini beradi.

• **Sensorlar:** Kichik hajmdagi magnit maydonlar o'zgarishiga sezgir bo'lgan sensorlar ishlab chiqarishda qo'llaniladi.

• **Nanoelektronika va Spintronika:** Ushbu domen strukturalari zamonaviy nanoelektronika va spintronika qurilmalarida, ayniqsa, energiyani tejashga asoslangan texnologiyalarda ishlatiladi.

Labirint domenlar magnit materiallar va zamonaviy nanoelektronika texnologiyalarida katta ahamiyatga ega bo'lib, ularning energiyani minimallashtiruvchi va yuqori samaradorlikka ega xususiyatlari ma'lumotlarni saqlash va uzatishda yangi imkoniyatlar yaratadi.

Ko'plab spintronik qurilmalar bir xil magnitlangan plyonkali magnit elementlardan foydalanadi. Bunday holda, ushbu qurilmalarning normal ishlashi uchun magnit maydon ta'sirida ushbu plyonka elementlari bir xilda qayta magnitlanganligi muhimdir. Ushbu ishda olib borilgan tadqiqotlar shuni ko'rsatdiki, magnit maydon ta'sirida bir xil magnitlanish holati buziladigan rejimlar mavjud. Belgilangan natijalar va naqshlar spintronika qurilmalarini ishlab chiquvchilarga plyonka elementlarining magnitlanishining bu kiruvchi teskari rejimlaridan qochishga yordam beradi.

### ADABIYOTLAR:

1. Зайкова В. А. Старцева И Е, Филиппов Б Н Доменная структура и магнитные свойства электротехнических сталей (М.: Наука, 1992)
2. Малоземов А. Слонзуски Дж. Доменные стенки в материалах с цилиндрическими магнитными доменами (М.: Мир, 1982)
3. Рандошкин В. В. Червоненкис А. Я. Прикладная магнитооптика (М.: Энергоатомиздат, 1990)
4. Кандаурова Г С, Свидерский А. Э. Письма в ЖЭТФ 47 410 (1988)
5. Кандаурова Г С, Свидерский А. Э. ЖЭТФ 97 1218 (1990)
6. Кооу С, Enz U Philips Res. Rep. 15 (1) 7 (1960)
7. D. R. Djuraev, B. Yu. Sokolov, and Sh. Sh. Fayziev. Photoinduced changes in the space-modulated magnetic order of a  $FeVO_3:Mg$  single crystal/ Russian Physics Journal, Vol. 54, No. 3, August, 2011.
8. Караев А.Т., Соколов Б.Ю., Федоров Ю.М. Индуцированная магнитная сверхструктура в слабом ферромагнетике  $FeVO_3:Mg$ . // ФТТ. – 2000. – Т.42. – В.11. – С.2036 – 2041.
9. Азаматов З.Т., Караев А.Т., Соколов Б.Ю., Федоров Ю.М. Модулированная магнитная структура слабого ферромагнетика  $\alpha - Fe_2O_3:Ga$ . // ЖТФ. – 2001. – Т.71. – В.3. – С.84 – 87.
10. Караев А.Т. Влияние примесей на магнитную структуру легкоплоскостных слабых ферромагнетиков. Диссер.... канд. физ. – мат. наук. – Самарканд, 2008. – 117 с.
11. Федоров Ю.М., Садреев А.Ф., Лексиков А.А. Фазовый переход в модулированное состояние в фотовозбужденном легкоплоскостном магнетике  $FeVO_3:Ni$ . // ЖЭТФ. – 1987. – Т.93. – В.6(12). – С.2247 – 2256.
12. Postnikov A.V., Bartkovski St., Neuman M., Rupp R.A., Kurmaev E.Z., Shamin S.N., Fedorenko V.V. Electron structure and valence – band spectra of  $FeVO_3$ . // Phys. Rev. B – 1994. – V.50. – # 20. – P.14849 – 14854.
13. Соколов Б.Ю. Модулированная магнитная структура ромбоэдрических слабых ферромагнетиков  $\alpha - FeO:Ga$  и  $FeVO:Mg$ . // ЖЭТФ. – 2004. – Т.126. – В.2(8). – С. 467– 478.
14. Соколов Б.Ю. Влияние низкосимметричных механических напряжений на магнитные свойства бората железа. // ЖТФ. – 2006. – Т.76. – В.5. – С. 56-61.
15. Соколов Б.Ю. Влияние неоднородных механических напряжений на доменную структуру бората железа. // ФТТ. – 2005. – Т.47. – В.9. – С. 1644- 1650.
16. Д.Р.Джуроев, Б.Ю. Соколов, Ш.Ш.Файзиев. Структура неколлинеарной магнитной фазы ромбоэдрического кристалла  $FeVO_3:Mg$ . Доклады АН РУз, Ташкент, 2010, № 2, С.36-39.
17. С.Р. Бойдаев, Д.Р.Джуроев, Б.Ю. Соколов, Файзиев Ш.Ш. Состояние «магнитной ряби» в слабом ферромагнетике  $FeVO_3: Mg$ . // Уз.ФЖ – 2009. – В.11 (5-6). – С. 376 – 383.

## RELATIONSHIP BETWEEN THE CRITICAL TEMPERATURE OF SUPERCONDUCTIVITY AND EXTERNAL PRESSURE IN ELEMENTARY SEMICONDUCTORS

*Ahadov Abdullo Amrullojon ugli,*

*Basic doctoral student at Bukhara State University,  
Assistant Professor at the Department of «Biomedical Engineering,  
Biophysics and Informatics» at Bukhara State Medical Institute*

**Abstract.** It is known that superconducting properties are observed in semiconductors under pressure, and in this case a semiconductor-metal-superconductor phase transition is observed. Also, the critical temperature varies depending on the pressure and the current carriers. We explain these relationships in this article using the example of elementary semiconductors under pressure. Our study highlights the parabolic dependence of the critical temperature of superconductivity under pressure on the external pressure and is consistent with experimental results.

**Keywords:** carrier concentration, semiconductor-metal-superconductor phase transition, elementary semiconductors, electron shells.

### YUQORI YARIMOQCHILIKLARDAGI SUPER O'TKAZGICHLARNING KRITIK HARORATI VA TASHQI BOSIM O'RTASIDAGI BOG'LIQLIK

**Annotatsiya.** Ma'lumki, o'ta o'tkazuvchanlik xususiyatlari yarim o'tkazgichlarda bosim ostida kuzatiladi va bunda yarim o'tkazgich-metall-o'ta o'tkazgich fazaviy o'tish kuzatiladi. Shuningdek, kritik harorat bosimga va tok tashuvchilarga bog'liq ravishda o'zgarib boradi. Biz bu bog'liqliklarni ushbu maqolada bosim ostida elementar yarim o'tkazgichlar misolida tushuntiramiz. Bizning tadqiqotimiz bosim ostida o'ta o'tkazuvchanlik kritik haroratining tashqi bosimga parabolik bog'lanishini ta'kidlaydi va tajriba natijalariga mos keladi.

**Kalit so'zlari:** tok tashuvchilar kontsentratsiyasi, yarim o'tkazgich-metall-o'ta o'tkazgich fazaviy o'tish, elementar yarim o'tkazgichlar, elektron qobiqlar.

### СВЯЗЬ КРИТИЧЕСКОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ СВЕРХПРОВОДИМОСТИ И ВНЕШНЕГО ДАВЛЕНИЯ В ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ

**Аннотация.** Известно, что сверхпроводящие свойства наблюдаются у полупроводников под давлением, и в этом случае наблюдается фазовый переход полупроводник-металл-сверхпроводник. Также критическая температура меняется в зависимости от давления и носителей тока. В данной статье мы объясняем эти взаимосвязи на примере элементарных полупроводников под давлением. Наше исследование подчёркивает параболическую зависимость критической температуры сверхпроводимости под давлением от внешнего давления и согласуется с экспериментальными результатами.

**Ключевые слова:** концентрация носителей заряда, фазовый переход полупроводник-металл-сверхпроводник, элементарные полупроводники, электронные оболочки.

**Introduction.** In the initial studies on the discovery of superconductivity in semiconductors, experiments conducted on germanium at temperatures as low as 0.05 K yielded negative results, i.e., no superconductivity was observed. However, later studies revealed that under high pressure, the phenomenon of superconductivity was observed in both germanium and silicon. Under normal conditions, these elements do not exhibit superconductivity. The superconducting state in these materials can only be observed under high pressures (~100 kBar). In such cases, structural transformations occur, and the semiconductors transition to a metallic state [1].

Experiments showed a dependence of the critical temperature of the superconducting transition on the concentration of charge carriers  $n$ . As the concentration of charge carriers increases, the critical temperature initially rises, reaches a maximum value, and then starts to decline as the concentration continues to increase [1,2]. This relationship can be expressed as follows:

$$T_c \approx T_{c,0} + c_1 n + c_2 n^2 \quad (1)$$

Here,  $c_1$  and  $c_2$  are constant coefficients determined experimentally.

The process of transforming semiconductors into superconductors is a fascinating and complex phenomenon. For semiconductors to exhibit superconductivity, their crystal structure, electronic configuration, and chemical composition must undergo significant changes, which typically occur under high pressure. Several semiconductor materials transition into superconductors at elevated pressures.

In this article, we discuss how elementary semiconductors (B, Ge, Si, As, Te, Sb) transition into superconducting states under pressure and present a theoretical explanation of the dependence of their critical temperature on external pressure through their electronic structures. The article also includes a comparison of this theory with experimental results, along with relevant discussions and conclusions.

**Methods.** Under pressure, atoms in a semiconductor move closer to each other, reducing their vibrational amplitudes. The bandgap of the semiconductor narrows under pressure, leading to the emergence of metallic properties. In metals, the upper electronic band is partially filled with electrons, which are referred to as free electrons [3]. These free electrons act as charge carriers.

When a semiconductor transitions into a metallic state under pressure, an increase in the applied pressure continues to transfer energy to the atoms. This energy causes a progressive increase in the detachment of electrons from the outer shells, further enhancing the metallic characteristics of the material.

If the outer shell is sufficiently filled with electrons, they may leave the atom under the influence of the energy provided by applied pressure and transform into free electrons, generating current and enabling the transition into a superconducting phase. Let us denote the critical pressure for this transition as  $P_0$  and the corresponding critical temperature as  $T_{c,0}$ . The number of vacancies in the outer shell increases as the pressure rises. With increasing pressure, electrons in the outer shell continue to leave their positions, resulting in an increase in the number of charge carriers. Simultaneously, the reduction in volume leads to a rise in the concentration of charge carriers, which contributes to the superconducting current. This indicates that the critical temperature of superconductivity increases with rising pressure.

Since elementary semiconductors are composed of identical atoms, these changes occur uniformly across the material. At a certain pressure  $P^*$ , all outer shells become completely devoid of electrons. Under high pressure, the atoms compress; not only do they come closer to one another, but the motion of free electrons also slows down due to the shrinking voids created by the increased pressure. The positively charged ions formed from the outer-shell electron detachment begin to attract free electrons, which start to refill the outer shells, returning the atoms to their initial state. This implies that beyond the pressure  $P^*$ , the critical temperature begins to decrease.

We can thus conclude that the relationship between critical temperature and pressure is parabolic. The maximum critical temperature, denoted as  $T_{c,max}$ , is achieved at the pressure  $P^*$ . When the semiconductor transitions into the superconducting state, the dependence of its critical temperature on pressure can be expressed as follows [4]:

$$T_c \approx T_{c,0} + a(P - P_0) - b(P - P_0)^2 \quad (2)$$

Here,  $a$  and  $b$  are constant coefficients. Additionally,  $b > 0$  is required because positive values of  $b$  correspond to a downward-facing parabola in equation (2). The physical interpretation of this is that the critical temperature initially increases and then decreases as pressure increases.

Thus, the theory of the transition from a single-element semiconductor phase to a superconducting phase can be summarized as follows:

1. Increasing external pressure narrows the bandgap in the semiconductor, causing it to transition into a metallic state.
2. As pressure continues to increase, electrons in the outer shell leave their positions and move freely throughout the material as free electrons. At certain pressures and below a critical temperature  $T_{c,0}$  these free electrons generate a superconducting current.
3. With further increases in pressure, the critical temperature rises, reaching a maximum value  $T_{c,max}$  at a specific pressure  $P^* > P$ .
4. For  $P > P^*$ , the increase in pressure brings atoms closer together, reduces their vibrational amplitudes, and slows the movement of free electrons. This results in a gradual decrease in the critical temperature from its maximum value  $T_{c,max}$ .

**Results.** It is well-known that many non-superconducting materials achieve superconductivity under pressure [5-7]. To compare the above theory with experimental results, let us consider Table 1. In the case of boron, a transition from non-metallic to metallic behavior occurs under 160 GPa pressure. Superconductivity



begins to emerge at 175 GPa, with a critical temperature increasing from 6 K at 175 GPa to 11.2 K at 250 GPa. The critical temperature of boron rises with increasing pressure, with a rate  $dT_c/dP = 0,05$  K/GPa [8].

For germanium, at 9 GPa, a maximum critical temperature  $T_{c,max} = 6.3$  K is observed, and the  $T_c - P$  relationship exhibits a nearly parabolic dependence [9, 10]. In the case of silicon, with increasing pressure, it transitions from a semiconductor to a metallic state, achieving superconductivity at 12 GPa with a critical temperature of  $T_c = 6.3$  K. As pressure increases, the critical temperature of silicon initially rises and then decreases, showing a parabolic relationship with pressure. The maximum critical temperature of silicon is 8.2 K, recorded at 15.2 GPa [11].

For arsenic, a parabolic relationship is also observed: superconductivity emerges at 30 GPa with  $T_c = 2.1$  K and the maximum critical temperature of 2.4 K is achieved at 32 GPa. Experimental data confirm a parabolic-like  $T_c - P$  relationship [12, 13].

In tellurium, a parabolic relationship between critical temperature and external pressure, similar to silicon and arsenic, is evident [14, 15]. The maximum critical temperature of 7.5 K is achieved at a pressure of 35 GPa.

Finally, antimony exhibits superconductivity at 25 GPa with a maximum critical temperature of  $T_c = 3.9$  K.  $T_c - P$  relationship for antimony closely follows a parabolic trend [16, 17].

Elementary semiconductors	Critical pressure for superconducting Transition, GPa	Maximum critical temperature, K	Dependence of critical temperature on pressure	
			According to the theory	According to the experiment
B	250	11.2	parabolic	parabolic-like
Ge	9	6.3	parabolic	parabolic-like
Si	15.2	8.2	parabolic	parabolic-like
As	150	4.2	parabolic	parabolic-like
Te	35	7.5	parabolic	parabolic-like
Sb	25	3.9	parabolic	parabolic-like

Table 1. Physical parameters of elementary semiconductor-superconductor under pressure. The data are sourced from references [5-17].

**Discussion and conclusions.** The results indicate that the phase transitions from semiconductor to metal to superconductor, as well as the dependence of critical temperature on pressure in elementary semiconductors, align with our theoretical approach. However, a linear increase in boron was observed. If this relationship is considered as part of one branch of a parabola, it also conforms to our theory.

We explained the superconducting transition in semiconductors primarily through the departure of electrons from the outer electronic shells. In semiconductors, in addition to electrons, holes can also act as charge carriers. Furthermore, experimental results have shown that in superconductivity, holes can contribute to the formation of the superconducting current. Therefore, the phase transitions from semiconductor to metal to superconductor can also be explained through the behavior of holes. Hirsch's theory of hole superconductivity successfully describes pressure-induced superconductivity in our case by considering the movement of holes instead of electrons [18].

It should be noted that processes under pressure are complex, involving changes in crystal lattice dimensions, the Fermi surface, and Brillouin zones. In this article, we attempted to present a theory that aligns with experimental results without taking these factors into account, focusing solely on elementary semiconductors.

We can predict that the parabolic dependence of critical temperature on pressure will also hold for the transition of compound semiconductors into superconductors.

In conclusion, the transformation of elementary semiconductors into superconductors is strongly influenced by the electrons in the outer shells of their atoms. These electrons play a significant role in generating the superconducting current, and their behavior helps explain the dependence of critical temperature on external pressure.

**REFERENCES:**

1. Djuraev D.R. "O'ta o'tkazuvchanlik fizikasi". Toshkent: Dizayn-press, 2013.
2. Dzhuraev D.R., Ahadov A.A. External pressure dependence of critical temperature in semiconductor-superconductor transition. Scientific and practical seminar on "Development and prospects of semiconductor physics", ASU, 2024.
3. Zaynobbiddinov S., Teshaboyev A Yarim o'tkazgichlar fizikasi: Oliy o'quv yurtlari talabalari uchun qo'llanma. T.: "O'qituvchi", 1999.
4. Djurayev D.R., Ahadov A.A. Bosim ostida elementar yarim o'tkazgichning o'ta o'tkazgichga aylanishi nazariyasi. "Yarim o'tkazgichlar fizikasi, zamonaviy elektronika va energetikani fundamental va amaliy muammolari" nomli xalqaro ilmiy-amaliy konferensiya. Namangan, 2024.
5. Lorenz, B., and C. W. Chu. "High pressure effects on superconductivity." In *Frontiers in Superconducting Materials*, pp. 459-497. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2005.
6. Boughton R. I., Olsen J. L., and Palmy C. "Pressure effects in superconductors." In *Progress in Low Temperature Physics*, vol. 6, pp. 163-203. Elsevier, 1970.
7. Schilling, James S. "High-pressure effects." In *Handbook of High-Temperature Superconductivity: Theory and Experiment*, pp. 427-462. New York, NY: Springer New York, 2007.
8. Eremets M.I., Struzhkin V.V., Mao H.K., Hemley R.J. Superconductivity in boron. *Science*. 2001 Jul 13;293(5528):272-4.
9. Barkalov O.I., Tissen V.G., McMillan P.F., Wilson M., Sella A., Nefedova M.V. Pressure-induced transformations and superconductivity of amorphous germanium. *Physical Review B—Condensed Matter and Materials Physics*. 2010 Jul 1;82(2):020507.
10. Shimomura O., Minomura S., Sakai N., Asaumi K., Tamura K., Fukushima J., & Endo H. (1974). Pressure-induced semiconductor-metal transitions in amorphous Si and Ge. *Philosophical Magazine*, 29(3), 547-558.
11. Chang Kee-Joo, Michel M. Dacorogna, Marvin L. Cohen, J. M. Mignot, G. Chouteau, and G. Martinez. "Superconductivity in high-pressure metallic phases of Si." *Physical review letters* 54, no. 21 (1985): 2375.
12. A.L. Chen et al., *Phys. Rev. B* 46, 5532 (1992).
13. Chan, Kevin T., Brad D. Malone, and Marvin L. Cohen. "Electron-phonon coupling and superconductivity in arsenic under pressure." *Physical Review B—Condensed Matter and Materials Physics* 86, no. 9 (2012): 094515.
14. Akahama, Y., M. Kobayashi, and H. Kawamura. "Pressure-induced superconductivity and phase transition in selenium and tellurium." *Solid state communications* 84, no. 8 (1992): 803-806.
15. Qiu G, Charnas A, Niu C, Wang Y, Wu W, Ye PD. The resurrection of tellurium as an elemental two-dimensional semiconductor. *npj 2D Materials and Applications*. 2022 Mar 14;6(1):17.
16. Wittig, J. "Superconductivity in elements and binary systems at high pressure." *High Pressure in Science and Technology. I.--Collective Phenomena and Transport Properties* (1983): 17-28.
17. Wu, Z., et al. "The retention at ambient of the high-pressure-induced metastable superconducting phases in antimony single crystals." *Materials Today Physics* 15 (2020): 100291.
18. Hirsch, J. E., & Hamlin, J. J. (2010). Why non-superconducting metallic elements become superconducting under high pressure. *Physica C: Superconductivity and its applications*, 470, S937-S939.

SAYYORAVIY MUDOFAA TAJRIBASI DOIRASIDAGI OPTIK KUZATUVLAR TAHLILI

*Ergashev Kamoliddin Eshtursunovich,  
O'zbekiston Fanlar Akademiyasi Astronomiya instituti katta ilmiy xodimi  
eke@astrin.uz*

**Annotatsiya.** Ushbu ishda NASA ning DART kosmik missiyasi va (65803) Didimos asteroidining yo'ldoshi Dimorfosning sayyoraviy mudofaa tajribasi maqsadida to'qnashtirilishidan keyingi optik kuzatuvlar tahlili keltirilgan. To'qnashuv natijasida Dimorfosning orbital davrini 33 daqiqaga qisqarib, sayyoralarni himoya qilish uchun kinetik ta'sir vositalarining samarador ekanligini tasdiqladi. Ammo to'qnashuvdan keyingi optik kuzatuvlar natijalari modellar bilan to'liq mos kelmadi va modellarni qayta ko'rib chiqish lozimligi aniqlandi.

**Kalit so'zlar:** DART, qo'shaloq steroidlar, optik kuzatuv, dekompozitsiya, o'zaro hodisalar, tutulish, to'silish.

АНАЛИЗ ОПТИЧЕСКИХ НАБЛЮДЕНИЙ В РАМКАХ ЭКСПЕРИМЕНТА ПО ПЛАНЕТАРНОЙ ЗАЩИТЕ

**Аннотация.** В данном исследовании представлен анализ оптических наблюдений после столкновения космической миссии NASA DART со спутником Диморфос астероида (65803) Дидимос в рамках эксперимента по планетарной защите. В результате столкновения орбитальный период Диморфоса сократился на 33 минуты, подтвердив эффективность кинетических ударных средств защиты планет. Однако результаты оптических наблюдений после столкновения не полностью соответствовали моделям, что указывает на необходимость их пересмотра.

**Ключевые слова:** DART, двойные астероиды, оптические наблюдения, декомпозиция, взаимные события, затмение, оккультация.

ANALYSIS OF OPTICAL OBSERVATIONS WITHIN THE PLANETARY DEFENSE EXPERIMENT

**Abstract.** This study presents the analysis of optical observations following the impact of NASA's DART space mission with the satellite Dimorphos of the asteroid (65803) Didymos as part of the planetary defense experiment. The impact resulted in the reduction of Dimorphos's orbital period by 33 minutes, confirming the effectiveness of kinetic impact tools for planetary protection. However, post-collision optical observation results did not fully match the models, indicating the need for model revisions.

**Keywords:** DART, binary asteroids, optical observation, decomposition, mutual events, eclipse, occultation.

**Kirish.** 2022-yil 26-sentyabrda DART (Double Asteroid Redirection Test) kosmik kemasi Yerga yaqin qo'shaloq asteroid (65803) Didimosning yo'ldoshi Dimorfos bilan ilmiy-tajriba maqsadlarida to'qnashtirildi. Bu Dimorfosning orbital davrini 33 daqiqaga qisqartirib, sayyoralarni himoya qilish uchun kinetik ta'sir vositalarining samaradorligini ko'rsatdi [1]. Qo'shaloq tizimlar Yerga yaqin asteroidlar populyatsiyasining taxminan 15 foizini tashkil qiladi (Pravec va boshq. 2006). 2003- yil noyabr oyida qo'shaloq sifatida kashf etilgan [2]. Yerga yaqinlashuvchi asteroid (65803) Didimos ~760 m kattalikdagi sferoid bo'lib, u ~150 m kattalikdagi yo'ldoshga ega va bu yo'ldosh Dimorfos nomi bilan tanilgan [3,4]. Keng polosali ravshanlik egri chizig'i [5] va radar [3] kuzatuvlariga asoslanib, ushbu tizimning qo'shaloqlik dinamikasi yaxshi aniqlangan [5,6]. Didimosning aylanish davri 2,2600±0,0001 soat, Dimorfosning orbital davri esa 11,921481±0,000016 soatga teng edi [6]. Didymos tizimining ma'lumotlari va 2020-yillardagi qulay kuzatuvlarini hisobga olgan holda, ushbu tizim NASAning DART missiyasi uchun maqsad sifatida tanlangan [7,8]. Didimos tizimining dinamikasini modellashtirish va Dimorfosning orbital davri o'zgarishlarini takomillashtirish bo'yicha ham boshqa tadqiqotlar mavjud (masalan [9,10]).

**To'qnashuvdan keyingi optik kuzatuvlar va ravshanlik egri chiziqlari tahlili.** Jami 28 ta teleskop ravshanlik chizig'i kuzatuv kompaniyasiga kerakli ma'lumotlarni taqdim etdi. Ushbu teleskoplarning diametri 0,5 m dan 6,5 m gacha bo'lgan va turli xil CCD kameralardan foydalanilgan. Bundan tashqari,

fotometrik filtrlar va kuzatuv rejimlari o'zgarib turgan. Fotometrik qisqartirishlarning ba'zi jihatlari ko'pchilik ma'lumotlar to'plamlari uchun umumiy bo'lgan. Ta'sirdan keyingi tasvirlarda diafragma o'lchamlari odatiy ko'rinishdan sezilarli darajada kattaroq (oktabr oyida ko'plab ma'lumotlar to'plamlari uchun 5-7 radius), va odatda tashlanmalar bulutining kengaytirilgan yorqinligini hisobga olish uchun ishlatilgan. Bu ta'sirdan keyingi tizimning murakkab tarqalishi funktsiyasi bilan bog'liq markazlashtirish xatolarini qoplash uchun muhim edi.

Aniqlanishicha, kattaroq diafragma odatda alohida ma'lumotlar nuqtalarida yuqori shovqin darajasini keltirib chiqaradi, lekin har bir ravshanlik egri chizig'ida nuqtadan nuqtaga ancha yaxshi va kam sochilishni ta'minlaydi. Deyarli barcha hollarda dumaloq diafragma fotometriyasi qo'llanilgan. Qisqartirishlar individual o'lchovlarning signal-shovqin nisbatini optimallashtirish, shuningdek, tun davomidagi o'lchovlarning izchilligini optimallashtirish uchun bir qator fotometrik diafragma o'lchamlarini sinab ko'rishni o'z ichiga oldi. Umuman olganda, har bir obyekt tomonidan berilgan har bir ravshanlik egri chizig'ining o'rtacha qiymatini ayirish orqali differentsial qiymatlarga aylantirildi.

Ba'zi teleskoplarda asteroid tezligining yarmi asteroid harakatini neytallash uchun tanlangan. Ushbu ma'lumotlar uchun shovqin xarakteristikalarini fon cheklovlaridan farqli o'laroq, asteroiddan kelgan signal (va uning morfologik jihatdan murakkab tashlanma buluti) ustunlik qildi. Shunday qilib, bu ma'lumotlar uchun dumaloq aperturalardan foydalanish, agar asteroid va yulduzlar biroz cho'zilgan bo'lsada, o'lchovlarga sezilarli fon shovqini keltirmadi.

Kuzatuvlarda Maydanak observatoriyasi teleskoplari ham qatnashdi. Diametri 1,5 m lik AZT-22 teleskopi O'zbekiston janubidagi Maydanak tog'ining g'arbiy qismida 2593 m balandlikda joylashgan. Didymos kuzatuvlari Fairchild Instruments tomonidan ishlab chiqarilgan CCD 4096X 096 pikseli, 15 mikron/pikselga ega bo'lgan CCD kamera (SNUCAM) yordamida [11] amalga oshirildi. Barcha tasvirlar piksel maydoni 0,27 arkminut/piksel va ko'rish maydoni 18,1 X 18,1 arkminut, R filtri orqali olingan. Teleskop siderial tezlikda kuzatildi va expoziatsiya vaqti 60 soniyaga teng.

Tasvirlarni birlamchi qayta ishlash standart usulda master-bias va master-flats yordamida amalga oshirildi. Aperturali fotometriya MPO Canopus dasturi yordamida amalga oshirildi. ATLAS katalogi [12] yulduzlarni Quyoshga yaqin ranglar bilan taqqoslash asosida asteroid uchun kalibrangan R kattaliklarini olishda ishlatilgan. Har bir tasvirda referentlar sifatidan beshta Quyosh tipidagi yulduzlar ishlatilgan. Referent yulduzlari uchun apertura diametri 11 piksel yoki taxminan 3 arksekund edi. Asteroidning tasvirlari 60 soniyali ekspozitsiyalar davomida biroz cho'zilgan, shuning uchun asteroid aperturasi uchun 11 X 13 pikseli elliptik diafragma tanlangan.

Yorqinlik egri chiziqlari kompaniyasining asosiy maqsadi Dimorfosning orbital davrini aniqlash uchun ishlatilishi mumkin bo'lgan o'zaro hodisalarni aniqlash edi. Bu ravshanlik egri chiziqlarini 1 dan 14 tagacha alohida ravshanlik egri chizig'idan iborat dekompozitsiyalanadigan to'plamlarga guruhlashni talab qildi. Bunda har bir to'plam 1 dan bir necha kungacha bo'lgan vaqt oralig'ini o'z ichiga olgan. Umumiy qoida sifatida, har bir kuzatuv sessiyasi muvaffaqiyatli dekompozitsiya uchun Didimosning kamida ikkita aylanishini (4,5 soat) qamrab olish kerak edi. Dekompozitsiya to'plamlari birlamchi ravshanlik egri chizig'ining morfologiyasi asosida aniqlandi. Birlamchi ravshanlik egri chizig'idagi o'zgarishlar aniqlanganda, yangi dekompozitsiya to'plamlari aniqlandi. 224 ta alohida ravshanlik egri chizig'i bilan jami 43 ta dekompozitsiya amalga oshirildi.

Kuzatuv kompaniyasidagi kuzatuvchilar, odatda JD, magnituda va magnituda xatoligini o'z ichiga olgan oddiy ASCII fayllari sifatida dekompozitsiya uchun ravshanlik egri chiziqlarini taqdim etdilar. Ushbu ravshanlik egri chiziqlarini ularning tarkibiy qismlariga ajratish bo'yicha bizning metodologiyamizni quyidagi bosqichlar bilan umumlashtirish mumkin:

1. Kuzatilgan JD qiymatlariga asteroidning joylashuv geometriyasidan kelib chiqib, yorug'lik-vaqt korreksiyalari kiritilgan;

2. Har bir alohida ravshanlik egri chizig'i uchun magnitudalar tun davomidagi geometriyadagi kichik o'zgarishlar (faza burchagi, geosentrik diapazon, geliotsentrik diapazon) uchun differentsial ravishda korreksiyalangan;

3. Dimorfosning so'nggi orbitali yechimiga asoslanib, o'zaro hodisalar doirasida olingan ma'lumotlar dekompozitsiya qilingan;

4. Ravshanlik egri chiziqlari o'zaro hodisalar (eclipse, tranzit) dan tashqaridagi o'rtacha kattalikni ayirish orqali differentsial kattaliklarga aylantirildi. Ushbu nol nuqtasi har bir alohida ravshanlik egri chizig'i uchun mos parametr sifatida kiritilgan;

5. Differentsial, to'g'rilangan ravshanlik egri chizig'idagi asosiy aylanish belgilari nuqtaviy ma'lumotlarning Furye seriyasiga mos keldi;

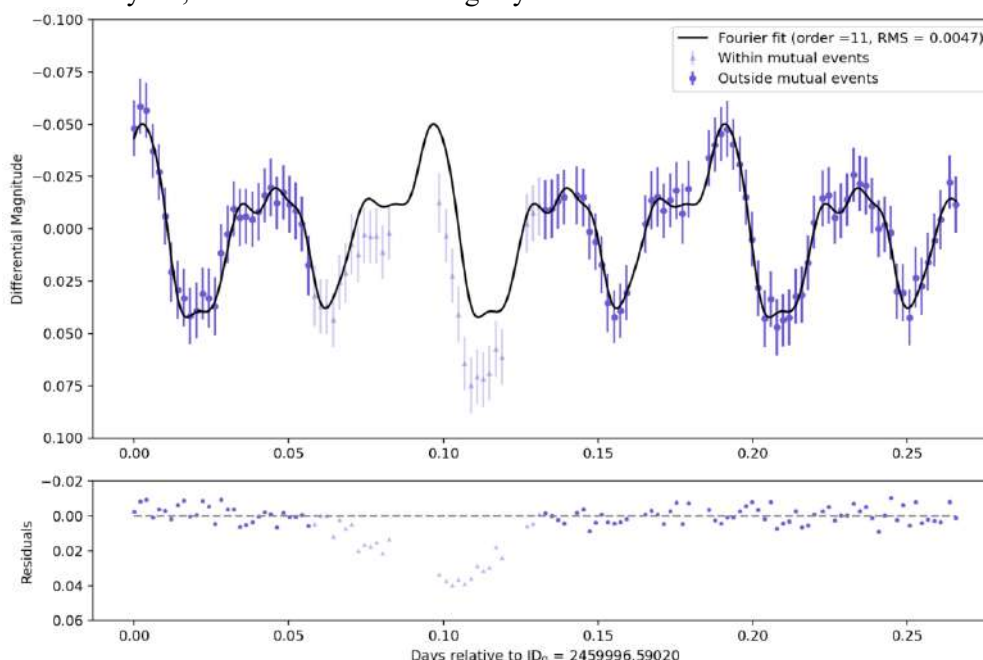
6. O‘zaro hodisalarni ajratish uchun Furye tashkil etuvchilari ravshanlik differensial egri chizig‘idan chiqarildi;

7. Har bir dekompozitsiya sifatini baholash uchun o‘zaro hodisalardan tashqari qoldiqlarning ildiz o‘rtacha kvadrati (RMS) hisoblab chiqilgan;

Dekompozitsiya jarayoni yorug‘lik-vaqti korreksiyasi bilan boshlandi, shunda barcha o‘lchovlar yagona tizimiga bog‘langan. Biz Didimosning toposentrik masofasini JD kuzatuv vaqtlaridan yorug‘lik tezligiga bo‘lingan holda ayirish orqali oddiy birinchi tartibli yorug‘lik vaqtini tuzatishni qabul qildik. Ushbu yorug‘lik vaqt oralig‘ida Didimosning harakatini hisobga olgan iterativ tuzatishlar qo‘llanilmadi. Bu birinchi tartib tuzatishlar oktyabr oyining boshlarida Yerga eng yaqin yaqinlashganda taxminan 4 daqiqadan 30 soniyagacha bo‘lgan. Didimosning harakatiga asoslanib, keyingi iterativ tuzatishlar kamida uch daraja kichikroq va shuning uchun yorug‘lik egri chizig‘idagi individual ta‘sir qilish vaqtlari va xususiyatlariga nisbatan ahamiyatsiz bo‘lar edi.

Har bir kuzatuv sessiyasida Quyosh fazasi burchagi, geosentrik diapazon va geliotsentrik masofa bilan tavsiflangan ko‘rish geometriyasi biroz o‘zgardi. Bu yorqinlikda kichik monotonik o‘zgarishlarga olib keldi. Biz buni “Python astroquery” paketi yordamida “JPL Horizons” dan Didimos uchun efemeridallarni olish orqali tuzatdik. “Horizons” HG kattalik tizimi [13] yordamida efemeridallarni hisoblab chiqadi va Didimos uchun  $G=0,15$  va  $H=18,12$  qiymatlarini ishlatadi. Biz bu efemeridallardan differentsial o‘zgarishlarni hisoblash uchun foydalandik. Ushbu differentsial o‘zgarishlar har bir o‘lchangan ravshanlik egri chizig‘iga mustaqil ravishda qo‘llanildi. Garchi biz HG modeli zarbadan keyingi fotometriyaga to‘liq mos kelmasligini ko‘rgan bo‘lsak-da, bu geometriyaga bog‘liq kattalik tuzatishlari shunchalik kichik ediki (har bir yorug‘lik egri chizig‘i uchun  $< 0,1$  mag) uning ta‘siri fotometrik modellar yoki o‘ziga xos farqlarda ahamiyatsiz edi.

Didimosning aylanish belgilariga to‘g‘ri mos kelish uchun biz o‘zaro hodisalar paytida olingan har bir ravshanlik egri chizig‘ining qismlarini aniqlashimiz kerak edi (1-rasm). Ushbu niqoblash Furye tahlilining o‘zaro hodisalarga ta‘sir qilmasligi uchun juda muhim edi. Niqoblarni ta‘sir qilishdan oldin aniqlash juda oddiy, chunki Dimorfos orbitasi bunga yaxshi imkon beradi [5,6]. DART to‘qnashuvidan so‘ng birinchi 2 kun ichida yangi orbita yechimi topildi [1], bu yana o‘zaro hodisalarni aniqlash imkonini beradi. Biroq, ta‘sirdan keyingi orbital yechim butun jarayonlar davomida takomillashishda davom etdi. Shunday qilib, bizning o‘zaro hodisa niqoblari voqealar prognozidagi noaniqliklarni hisobga olish uchun har bir hodisaning boshida va oxirida 0,025 kungacha (36 daqiqa) qo‘shimcha bufer bilan eng dolzarb orbital yechimni aks ettirdi. Ushbu niqoblar aniqlanganda, biz ravshanlik egri chiziqlarimizni o‘zaro hodisalardan tashqari o‘rtacha kattaliklarni ayirib, differentsial kattaliklarga aylantirdik.



1-rasm. 2023-yil 21-fevralda olingan ravshanlik egri chizig‘i (yuqori panel) va geometriyasi dekompozitsiyalangan differentsial ravshanlik egri chizig‘i (pastki panel)

Har bir ravshanlik egri chizig‘iga yakuniy tuzatish fotometrik diafragma ichidagi zarba natijasidagi o‘zgaruvchan yorqinligini hisobga olish uchun qo‘llanildi. Dastlab bu tizimdan uloqtirilgan tashlanmalar yo‘qolishini qoplash usuli sifatida foydalanilgan. Bu kichik tuzatishlar bo‘lib, tashlanmalar yorqinligi

pasayish tezligi (0,1 mag/kun) ni hisobga olish uchun qo'llaniladi (masalan [14]). Shunday qilib, odatiy yorug'lik egri chizig'i uchun bu kuzatish sessiyasi bo'ylab magnitudaning bir necha yuzdan bir qismidan ko'p bo'lmagan chiziqli tuzatishni o'z ichiga oladi. Bundan tashqari, tashlanmalarning monotonik tarzda susaymasligi aniqlandi. Buning o'rniga, tashlanmalar yorqinligida murakkab o'zgaruvchanlikning aniq dalillari mavjud. Masalan, ikkilamchi to'qnashuvlar ta'sir o'tkazgandan keyin taxminan 8 kun o'tgach, tashlanmalarning ko'payishiga olib kelishi mumkin [15]. Shunday qilib, biz barcha ma'lumotlar to'plamlari uchun qiyalikni to'g'rilashda -0,25 dan +0,25 mag/kun gacha o'zgarishga ruxsat berdik. Qiyalik tuzatishlari qo'llanilganda, bu qaror yakuniy dekompozitsiyalarda pastroq qiymatlar bilan qo'llab-quvvatlandi.

Differensial, to'liq to'g'rilangan ravshanlik egri chiziqlari bilan biz har bir dekompozitsiya uchun ma'lumotlarni Furye qatori shakliga moslashtiramiz:

$$m(t) = \sum_{n=1}^k \left[ A_n \cos \frac{2\pi n}{P} (t - t_0) + B_n \sin \frac{2\pi n}{P} (t - t_0) \right] - \beta(t - t_0) + \delta m \quad (1)$$

Bu yerda  $m(t)$  - t vaqtidagi differensial magnituda, u n dan ortiq yig'indida Furye qatorining k tartibini belgilaydi.  $A_n$  va  $B_n$  - Furye koeffitsiyentlari, P - Didimosning aylanish davri (P=2,2600 soat, [2]).  $t_0$  - har bir parchalanish to'plamiga kiritilgan ravshanlik egri chizig'ining boshlanish vaqti,  $\beta$  - tashlanmaning monotonik o'zgaruvchanligini to'g'irleydigan -0,25 dan 0,25 mag / kun oralig'idagi qiyalik parametri.  $\delta m$  esa har bir ravshanlik egri chizig'iga alohida qo'llaniladigan kichik differensial qo'shimcha. Bu jarayon avvalgi ishlarga o'xshaydi (masalan [2,5,16]), lekin biroz ancha qiladi. Oddiylik uchun biz oqimning konvertatsiya qilish va o'rnatish birliklaridan farqli o'laroq, o'lchangan magnitudalarni moslashtiramiz. Biz Furye mosligining sifati (RMS) magnitudalarni o'rnatishda bir xil ekanligini aniqladik.

Optimal Furye tartibini aniqlash uchun "o'sish egri chizig'i" yondashuvi qo'llanildi. Bunda 5 dan 15 gacha bo'lgan k diapazoni skanerdan o'tkazildi, optimal moslik k qiymatiga to'g'ri keladi, buning uchun alohida ravshanlik egri chizig'idagi RMS < 0,001 mag ga o'zgardi. Yakuniy qoldiqlar va kvadratik qiymatlar dekompozitsiya to'plamidagi barcha ravshanlik egri chizig'idan Furye mosligini ayirish yo'li bilan aniqlandi. O'zaro hodisalardan tashqari qoldiqlar bo'yicha RMS hisoblab chiqilgan (1-rasm). Rasmiy chi-kvadrat statistikasini hisoblashga urinishlar o'lchangan fotometriyadagi nomuvofiqlik tufayli RMS ga qaraganda kamroq foydali bo'ldi. Ba'zi ma'lumotlar to'plamlarida xatolar sezilarli darajada oshirilgan, boshqalari esa sezilarli darajada kam baholangan. Xato qatorlarni bir-xillashtirish usuli yo'qligi sababli, biz ularni o'rnatish jarayonida e'tiborsiz qoldirdik va individual ravshanlik egri chiziqlarining ma'lumotlar sifatini baholash uchun RMS qoldiqlarini hisobladik.

Dekompozitsiyalangan ravshanlik egri chiziqlari to'plamini yaratish jarayoniga yangi ma'lumotlar qo'shilganda yoki qisqartirishlar yangilanganda muntazam tuzatishlarni o'z ichiga olgan edi. Umumiy RMS qoldiqlari, shuningdek, alohida ravshanlik egri chiziqlari bilan bog'liq RMS qiymatlari ma'lumotlarni rad etish yoki qabul qilish uchun ishlatilgan. Qabul qilish uchun o'rtacha RMS qoldiqlari < 0,015 mag bo'lishi talab qilingan. Istisnolar, masalan, shovqinli ravshanlik egri chizig'i boshqa ravshanlik egri chiziqlari bilan ifodalanmagan asosiy aylanish fazalarini qamrab olganda amalga oshirilgan. Odatda, har bir dekompozitsiya to'plami uchun sanalar oralig'i birlamchi ravshanlik egri chizig'ining morfologiyasidagi o'zgarishlar 0,015 mag dan oshganda aniqlangan.

**Ma'lumotlarni dekompozitsiyalash natijalari va modellar bilan solishtirish.** 2022-2023 yillardagi kuzatuv kompaniysining dekompozitsiyalangan qoldiqlari Dimorfosning to'qnashuvdan oldingi va keyingi orbitasini aniqlash uchun asos bo'ldi [1]. DART ta'siridan so'ng, tashlanmaning xiralashishi tufayli o'zaro hodisalarni ravshanlik egri chizig'i bilan bir necha kun yoki hatto haftalar davomida aniqlab bo'lmashligi mumkin edi [17]. Yaxshi-ki, bu vaqtda davom etgan kuzatishlar ta'sirdan atigi 29 soat o'tgach, birinchi ta'sirdan keyingi o'zaro hodisani aniqladi. Bir nechta taxminlar ushbu hodisani aniqlashga yordam berdi.

Birinchidan, kosmik kema zarbasining geometriyasi Dimorfos orbitasining davri to'qnashuvdan oldingi 11,92 soatlik qiymatidan qisqarishini ko'rsatdi.

Ikkinchidan, modellar  $\beta$  uchun mumkin bo'lgan 1-5 [18] qiymatlarni bashorat qilishdi, bu taxminan 10 daqiqadan 1 soatgacha bo'lgan davr o'zgarishiga olib keladi [19].

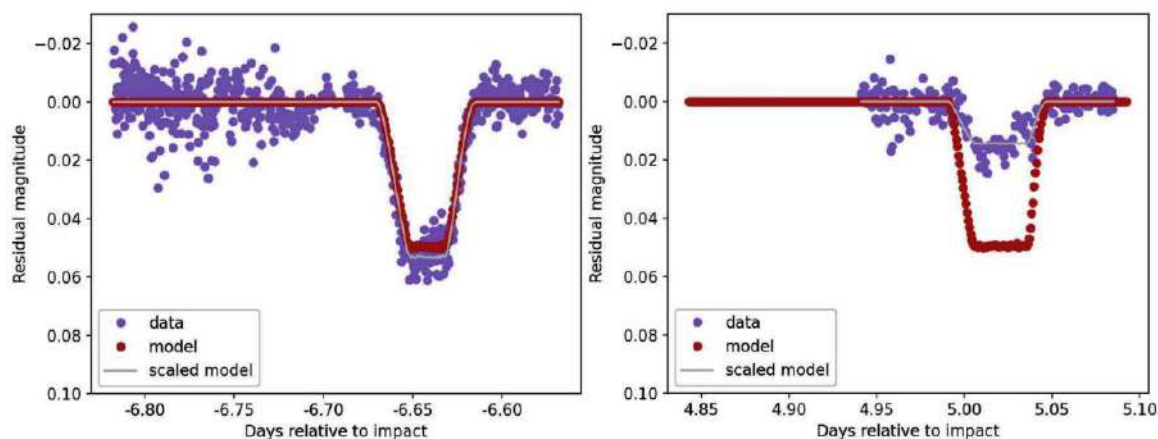
Uchinchidan, tizimning ma'lum geometriyasi [6,20] sentabr oyi oxiridagi ikkilamchi tutilishlar taxminan bir soat davom etishini ko'rsatdi.

Ravshanlik egri chiziqlarini tekshirish 28-sentabr kuni UT ma'lumotlarida ikkilamchi tutilishni aniqladi, bu taxminan 11,4 soatlik yangi orbita davriga to'g'ri keladi. Ushbu o'zaro hodisaning chuqurligi taxminan 0,03 mag yoki modellar tomonidan bashorat qilingani [20] dan 60% ni tashkil etdi. Bu tashlanma chiqarish oqimining kuchayishi ushbu o'zaro hodisaning chuqurligi susaytirishini ko'rsatdi.

O'tgan 2022-2023 yillar davomida Didimos tizimining ko'rinish geometriyasi o'zgarganligi sababli turli xil o'zaro hodisalar kuzatildi. Bu xilma-xillikka diskret (vaqt bo'yicha ajratilgan) birlamchi va ikkilamchi tutilishlar va okkultatsiyalar, shuningdek, vaqt o'tishi bilan bir-biriga mos keladigan hodisalar kiradi. Ba'zi hollarda o'zaro hodisalar bir vaqtning o'zida bir nechta observatoriyalar tomonidan kuzatilgan. Ushbu bir vaqtda kuzatuvlar ob'ektlar va ma'lumotlarni qisqartirish usullari bo'yicha muhim izchil tekshiruvlarni ta'minladi. Odatda, ma'lumotlar 0,01 magnituda darajasida yaxshi edi.

Umuman olganda, bu dekompozitsiya qoldiqlari alohida ravshanlik egri chiziqlarini tasdiqlash va qabul qilish uchun eng yaxshi vositalarni taqdim etdi. To'liq ravshanlik egri chizig'i ma'lumotlar to'plami 8 oylik kuzatuv davomida saqlanib qolgan yuqori ma'lumotlar sifatini (masalan, aniqlik va aniqlik 0,01 magnitudali) namoyish etdi va ba'zi individual ravshanlik egri chiziqlari bir kechada 8 soatdan ko'proq vaqt davomida ushbu standartlarga javob bergan.

To'qnashuv natijalarini o'z ichiga olgan qariyb 8 oylik ma'lumotlar bilan biz o'zaro hodisalarning modellarga nisbatan evolyutsiyasini baholaymiz. Bunday modellar [masalan 6,20], o'zaro voqealar vaqtini aniqlash uchun yaxshi ishlab chiqilgan. Bu yerda biz ma'lumotlarga nisbatan o'zaro voqealarning bashorat qilingan chuqurligiga e'tibor qaratamiz. Biz ushbu taqqoslashga ehtiyotkorlik bilan yondashamiz, chunki bu modellar o'zaro hodisalarning batafsil shakllariga mos kelish uchun aniq ishlab chiqilmagan. Topografiya, bir xil bo'lmagan albedo yoki fotometrik tarqalish xususiyatlari kabi omillar ma'lumotlar va model o'rtasidagi tafovutlarga sababchi bo'lishi mumkin.



2-rasm. To'qnashuvdan oldingi (chapda) va keyingi (o'ngda) kuzatuv ma'lumotlarini modellar bilan solishtirish

Ushbu tahlil uchun ishlatiladigan fotometrik modelning tafsilotlari adabiyotlarda keltirilgan [9]. Ushbu model, birinchi navbatda, parchalangan ravshanlik egri chizig'idan o'zaro hodisa vaqtlarini yaxshilangan o'lchashni osonlashtirish uchun ishlab chiqilgan edi. Model aniqlangan hajmlar asosida [4] Dimorfos va Didimos uchun aylanma simmetrik ellipsoid shakllaridan foydalangan, ammo Dimorfosning o'lchamlari ta'sirdan oldingi o'zaro hodisalar ma'lumotlariga nisbatan kalibrlash uchun 10% ga oshirilgan. Fotometrik model Dimorfos uchun eng yangi orbita yechimidan foydalangan [9] va soddalik uchun diffuz sochilishda Lommel-Seeliger (LS) qonunini qabul qilgan holda tizimning aniq fotometrik imzosini ko'rib chiqadi [21]. LS parametrlari S tipidagi asteroidlarning vakili sifatida qabul qilingan [22]. Ushbu model o'zaro hodisalarning vaqti va morfologiyasi (shakli, chuqurligi) uchun real bashoratlarni ishlab chiqadi. Quyidagi 2-rasmda ushbu model ta'sirdan oldingi va keyingi ravshanlik egri chiziqlaridagi o'zaro hodisalarni solishtirilgani ko'rsatilgan. Bunday hollarda hodisalarning vaqti va sifati modellar tomonidan yaxshi ifodalanganligi aniq. Biroq, ta'sirdan keyingi ma'lumotlardagi voqealar chuqurligi ba'zan model bashoratlari qaraganda sayozroq bo'ladi. Bu tizimdagi qoldiq tashlanmalarning ta'siri bilan bog'liq bo'lishi mumkin.

O'zaro hodisalar modellari [9] haddan tashqari chuqur. Ta'sirdan keyingi ma'lumotlarda modellar o'zaro hodisalarning chuqurligini ortiqcha bashorat qiladi, bu farq tizimdagi qoldiq tashlanmaning ta'siri bilan bog'liq bo'lishi mumkin. Muayyan o'zaro hodisalar konfiguratsiyalarida jismlarning vizualizatsiyasida [9] keltirilgan. Tashlanmalar mavjud bo'lganda, o'zaro hodisalarning magnitudada kuzatilgan chuqurligini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$m_{d,obs} = -2.5 \log \left( \frac{(f_P + f_S - \Delta f) e^{-\tau} + f_E}{(f_P + f_S) e^{-\tau} + f_E} \right) \quad (2)$$

bu erda  $f$  - yorug'lik oqimi - birlamchi Didimos ( $P$ ), ikkilamchi dimorfos ( $S$ ), va tashlanmaniki ( $e$ ), o'zaro hodisalar tufayli ravshanlikning o'zgarishi  $\Delta_f$  va atrofda tashlanmadan so'nishning optik chuqurligi  $\tau$  uchun ravshanlikning susayishi bilan tavsiflanadi. Modellashtirilgan o'zaro hodisalar chuqurliklari ( $m_{d,model}$ ) 2-tenglamadagi so'nish ( $e^{-\tau}$ ) yoki tashlanma ( $f_e$ ) kattaliklarini o'z ichiga olmaydi. Shunday qilib, tashlanma optik jihatdan qalin bo'lsa yoki ravshanlikka sezilarli hissa qo'shsa, model va ma'lumotlar sezilarli farqlarni ko'rsatishini kutish mumkin.

**Xulosa.** Biz model va kuzatuvlar o'rtasidagi magnitudalardagi farqni  $\Delta M = m_{d,model} - m_{d,obs}$ , ma'lumotlar va modelning masshtabli versiyalari o'rtasidagi RMSni minimallashtirish orqali baholadik. Bu ma'lumotlar to'plamidagi barcha o'zaro hodisalar uchun amalga oshiriladi. Har bir hodisa uchun biz minimal RMS ni topish uchun 0,01 bosqichda 0,01 dan 2,0 gacha bo'lgan masshtablash omillaridan foydalanamiz. Har bir o'zaro hodisa uchun  $\Delta M$  qiymati keyinchalik masshtabli modelga nisbatan nominal modelning minimal yorqinligidagi farqi edi. Ushbu yondashuv bilan biz zarbadan keyingi birinchi o'zaro hodisalar modellar tomonidan bashorat qilinganidan 0,04 magnitudaga kichikroq ekanligini aniqladik. Shunday qilib, tashlanmalar zarbadan keyin birinchi kun yoki undan ko'proq vaqt ichida optik jihatdan ingichka dum bo'lib qolgan aniq.

Kuzatilgan hodisalarning chuqurligi bo'yicha solishtiruvchi model tashlanmalar tarqalishining vaqt shkalasini xarakterlash uchun foydalanildi.  $\Delta M$  dagi o'zgarishlar modelning ma'lumotlarni qanchalik yaxshi ifodalashini miqdoriy baholaydi. To'qnashuvdan so'ng,  $\Delta M$  ning qiymatida ijobiy saldo bor edi va u keyinchalik asta-sekin parchalandi. Biz birlamchi va ikkilamchi hodisalar uchun  $\Delta M$  qiymatlarini alohida ko'rib chiqdik va ularni mustaqil ravishda eksponensial dekompozitsiya egri chiziqlari bilan moslashtirdik. Ikkala dekompozitsiya egri chizig'i 0,04 magnitudada atrofida boshlang'ich qiymatlarni ko'rsatadi.

Ajablanarlisi shundaki, asosiy va ikkilamchi to'silish-tutulish turli xil  $\Delta M$  profillarini ko'rsatdi. Ikkilamchi to'silish-tutulishlar uchun  $\Delta M$  yarim davri  $24,2 \pm 4,8$  kun bo'lganligini aniqladik, bu [14] da taqdim etilgan 23,7 kun qiymatidagi fotometrik pasayish bilan to'liq mos keladi. Biroq asosiy to'silish-tutulishlar uchun mos keladigan vaqt shkalasi  $48,6 \pm 12,2$  kundan uzunroq edi. Birlamchi yemirilish egri chizig'i ham kuzatuv oxirida nolga qaytmadi, aksincha, 0,01 magnitudaga biroz siljigancha qoldi. To'qnashuvdan ko'p vaqt o'tgach ham tashlanmalarining o'zaro hodisalar chuqurligiga ta'sir qilishi davom etmoqda.

#### **ADABIYOTLAR:**

1. Thomas, C. A., Naidu, S. P., Scheirich, P., et al. 2023, *Nature*, 616, 448, doi: 10.1038/s41586-023-05805-2;
2. Pravec, P., Scheirich, P., Kušnir'ak, P., et al. 2006, *Icarus*, 181, 63, doi: 10.1016/j.icarus.2005.10.014;
3. Naidu, S. P., Benner, L. A. M., Brozovic, M., et al. 2020, *Icarus*, 348, 113777, doi: 10.1016/j.icarus.2020.113777;
4. Daly, R. T., Ernst, C. M., Barnouin, O. S., et al. 2023, *Nature*, 616, 443, doi: 10.1038/s41586-023-05810-5;
5. Pravec, P., Thomas, C. A., Rivkin, A. S., et al. 2022, *PSJ*, 3, 175, doi: 10.3847/PSJ/ac7be1;
6. Naidu, S. P., Chesley, S. R., Farnocchia, D., et al. 2022, *PSJ*, 3, 234, doi: 10.3847/PSJ/ac91c0;
7. Cheng, A. F., Michel, P., Jutzi, M., et al. 2016, *Planet. Space Sci.*, 121, 27, doi: 10.1016/j.pss.2015.12.004;
8. Rivkin, A. S., Chabot, N. L., Stickle, A. M., et al. 2021, *PSJ*, 2, 173, doi: 10.3847/PSJ/ac063e;
9. Naidu, S., Chesley, S. R., & Moskovitz, N. e. a. 2023, *PSJ*;
10. Scheirich, P., Pravec, P., & Meyer, A. J. e. a. 2023, *PSJ*;
11. Im, M.-S., Ko, J.-W., Cho, Y.-S., et al. 2010, *Journal of Korean Astronomical Society*, 43, 75, doi: 10.5303/JKAS.2010.43.3.075;
12. Tonry, J. L., Denneau, L., Flewelling, H., et al. 2018, *ApJ*, 867, 105, doi: 10.3847/1538-4357/aee386;
13. Howell, E., Hapke, B., Domingue, D., et al. 1989, in *Asteroids II*, ed. R. P. Binzel, T. Gehrels, & M. S. Matthews, 524–556;
14. Graykowski, A., Lambert, R. A., Marchis, F., et al. 2023, *Nature*, 616, 461, doi: 10.1038/s41586-023-05852-9;



## PHYSICS

---

15. Karet, T., Thomas, C., J.-Y., L., Knight, M., & Moskovitz, N. e. a. 2023, *Nature*;
16. Pravec, P., Sarounov'a, L., Rabinowitz, D. L., et al. 2000, *Icarus*, 146, 190, doi: 10.1006/icar.2000.6375;
17. Fahnestock, E. G., Cheng, A. F., Ivanovski, S., et al. 2022, *PSJ*, 3, 206, doi: 10.3847/PSJ/ac7fa1;
18. Stickle, A. M., DeCoster, M. E., Burger, C., et al. 2022, *PSJ*, 3, 248, doi: 10.3847/PSJ/ac91cc;
19. Meyer, A. J., Gkolias, I., Gaitanas, M., et al. 2021, *PSJ*, 2, 242, doi: 10.3847/PSJ/ac3bd1;
20. Scheirich, P., & Pravec, P. 2022, *PSJ*, 3, 163, doi: 10.3847/PSJ/ac7233;
21. Kaasalainen, M., & Torppa, J. 2001, *Icarus*, 153, 24, doi: 10.1006/icar.2001.6673;
22. Huang, X.-J., Lu, X.-P., Li, J.-Y., et al. 2017, *Research in Astronomy and Astrophysics*, 17, 106, doi: 10.1088/1674-4527/17/10/106;

## MAVJUD QUYOSH KONSENTRATORLARI TAHLILI VA ULARGA INNOVATSION YECHIMLAR QO'LLASH

*Sharibayev Nosir Yusupjanovich,*  
Namangan muhandislik-texnologiya instituti o'qituvchisi  
*Maxmudov Bekzod Mirzaaxmad o'g'li.*  
Namangan muhandislik-texnologiya instituti o'qituvchisi  
[mbekzod592@gmail.com](mailto:mbekzod592@gmail.com)

**Annotatsiya.** Ushbu maqolada quyosh konsentratorlari texnologiyasi o'rganildi va ularning samaradorligi, ishlash parametrlari, amaliy qo'llanilishi va innovatsion yechimlarni qo'llash haqida batafsil tahliliy ma'lumotlar berildi. Maqolada Parabolik trubkali konsentratorlar, Fresnel linzalari va Parabolik botiq ko'zguli konsentratorlar kabi texnologiyalarni tahlil qildik, shuningdek, ularning har birining samaradorligini aniq parametrlar bilan ko'rib chiqib qo'llanilishi afzal deyilgan konsentratorlar ko'rsatib o'tildi. Bundan tashqari ularni samaradorligini oshirish va innovatsiyalarni qo'llash bo'yicha tavsiyalar berildi.

**Kalit so'zlar:** quyosh konsentratorlari, parabolik konsentratorlar, Fresnel linzalari, botiq ko'zguli konsentratorlar, samaradorlik, quyosh energiyasi, energiya ishlab chiqarish.

## АНАЛИЗ СУЩЕСТВУЮЩИХ СОЛНЕЧНЫХ КОНЦЕНТРАТОРОВ И ПРИМЕНЕНИЕ К НИМ ИННОВАЦИОННЫХ РЕШЕНИЙ

**Аннотация.** В данной статье рассматривается технология солнечных концентраторов и представлена подробная аналитическая информация об их эффективности, рабочих параметрах, практическом применении и применении инновационных решений. В статье мы проанализировали такие технологии, как концентраторы с параболическими трубками, линзы Френеля и концентраторы с параболическими вогнутыми зеркалами, а также эффективность каждой из них при конкретных параметрах и показали предпочтительные концентраторы. Кроме того, были даны рекомендации по повышению их эффективности и использованию инноваций.

**Ключевые слова:** солнечные концентраторы, параболические концентраторы, линзы Френеля, концентраторы с вогнутыми зеркалами, эффективность, солнечная энергия, производство энергии.

## ANALYSIS OF EXISTING SOLAR CONCENTRATORS AND APPLICATION OF INNOVATIVE SOLUTIONS TO THEM

**Abstract.** This article examines the technology of solar concentrators and provides detailed analytical information about their efficiency, performance parameters, practical application, and application of innovative solutions. In the article, we analyzed technologies such as concentrators with parabolic tubes, Fresnel lenses and concentrators with parabolic concave mirrors, as well as the effectiveness of each of them with specific parameters, and the concentrators that are preferred for use were shown. In addition, recommendations were made to increase their efficiency and use innovations.

**Keywords:** solar concentrators, parabolic concentrators, Fresnel lenses, concave mirror concentrators, efficiency, solar energy, energy production.

**Kirish.** Quyosh energiyasi – qayta tiklanuvchi energiya manbai sifatida dunyo bo'ylab yirik energiya tizimlarini rivojlantirishda muhim rol o'ynamoqda. Quyosh konsentratorlari texnologiyasi quyosh energiyasining samaradorligini oshirish uchun ishlatiladi, bu esa tizimlar samaradorligini sezilarli darajada oshiradi. Quyosh konsentratorlari quyosh nurini bir nuqtada to'plash va uni issiqlikka aylantirish imkonini beradi. Quyosh energiyasidan foydalanish tarixi uzoq vaqtga borib taqaladi, chunki insoniyat quyosh nurlarining kuchini qadimdan bilgan. Quyosh energiyasidan foydalanishning rivojlanishi, asosan, texnologiyalar va ilm-fan sohasidagi yutuqlarga erishilgan. Qadimgi tsivilizatsiyalar quyosh nurlaridan turli maqsadlar uchun foydalangan. Misrliklar quyoshni madaniyatlarining markazi sifatida qadrlashgan va ular quyosh nuridan qishloq xo'jaligi uchun foydalanishgan. Greklar esa quyosh nurlarini o'zlarining arxitektura va yoritish tizimlarida (masalan, katta oynalar orqali) qo'llashgan. Rimliklar quyoshni issiqlik manbai

sifatida ishlatishgan. O'rta asrlarda quyosh energiyasi haqida ko'p ma'lumotlar yo'q edi, ammo tabiatshunoslar va mutaxassislar quyosh nurini ishlatishning asosiy prinsiplari haqida qiziqish bildirganlar. 1824-yil Fransuz olimi Augustin-Jean Fresnel quyosh nurlarini to'plash uchun Fresnel linzasini ixtiro qildi. Ushbu linza tizimi yoritish va quyosh energiyasini konsentratsiya qilishda ishlatiladi. Fresnel linzasi quyosh energiyasini to'plash va uzatishda katta imkoniyatlarni ochdi. 1839-yil Fransuz olimi Alexandre Edmond Becquerel quyosh energiyasining elektr energiyasiga aylanishi mumkinligini kashf etdi. U foto effect xodisasini aniqladi, bu quyosh energiyasini to'g'ridan-to'g'ri elektr energiyasiga aylantirish uchun asos bo'ldi. 1970-yillar: Neft narxlarining oshishi va energiya ta'minotidagi muammolar tufayli quyosh energiyasiga bo'lgan qiziqish ortdi. Bu davrda quyosh energiyasi texnologiyalarini rivojlantirishga katta mablag' ajratildi. Shu vaqt ichida, quyosh issiqlik energiyasidan foydalanuvchi qurilmalar va quyosh panellar kengroq tarqaldi. Hozirgi kunda XXI asrda quyosh energiyasi global energiya manbasi sifatida katta ahamiyat kasb etdi. Texnologiyalarning tez rivojlanishi, samaradorlikning oshishi va narxlarning pasayishi natijasida quyosh energiyasi jahon miqyosida keng tarqalgan energiya manbayiga aylandi. Quyosh energiyasining ishlatilishi yangi qurilmalarda, jumladan, quyosh panellari, quyosh issiqlik tizimlari, quyosh konsentratorlari va quyosh energiyasini saqlash tizimlarida kengaymoqda. Hozirgi kunda, ko'plab mamlakatlar, shu jumladan, Xitoy, AQSh, Germaniya va Hindiston, quyosh energiyasini ishlab chiqarishda yetakchi rol o'ynamoqda. Quyosh energiyasidan foydalanish tarixi, insoniyatning qadim zamonlardan boshlab, quyosh nurining energiya manbasi sifatida salohiyatini tushunishi va undan foydalanish imkoniyatlarini izlash orqali rivojlanib kelgan. XX-XXI asrlarda esa, texnologik yutuqlar va global energiya muammolari tufayli, quyosh energiyasi iqtisodiy jihatdan samarali va keng tarqalgan energiya manbayiga aylandi. Quyosh energiyasidan keng ko'lamda foydalanish va uning rivojlanishini taqazo etayotgan omillar bular energetika bozorida yoqilg'i narxining ortib borishi va energiya taqchilligidir. Shuning uchun xam quyosh energetika sohasining asosiy rivojlanish bosqichi XX asrning ikkinchi yarmi va XXI asrga to'g'ri keladi.

**Usullar.** Parabolik quyosh konsentratorlari quyosh energiyasini to'playdi va qizdirish uchun ishlatiladi. Ularning bir necha turlari mavjud bo'lib, ulardan keng tarqalgani va ko'p qo'llaniladiganlariga quyidagilarni keltirish mumkin:

➤ Parabolik botiq ko'zguli konsentratorlar (Parabolic Dish Concentrators): Bu turdagi konsentratorlar katta, qiyshiq yuzaga ega va odatda chuqur tovoq shaklida bo'ladi. Quyosh nurlari, parabolik shakl orqali markaziy nuqtaga to'g'ri tushadi, bu nuqtada issiqlik to'planadi. Ular yuqori samaradorlikka ega bo'lib, ayniqsa, issiqlik energiyasini yuqori darajada konsentratsiya qilish uchun ishlatiladi.



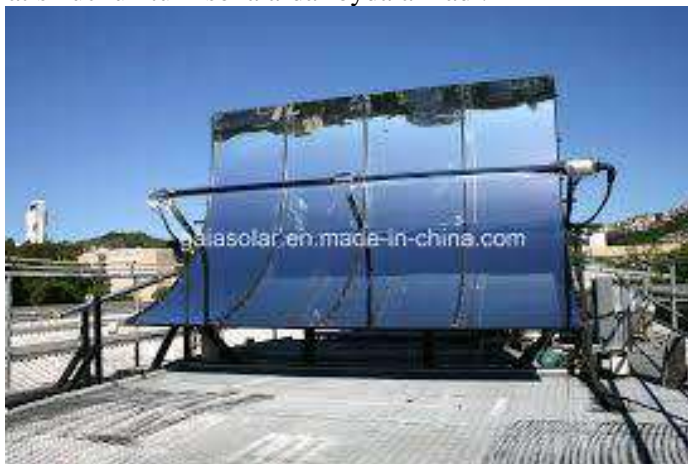
### 1-rasm. Parabolik botiq ko'zguli konsentrator

➤ Parabolik Stirling konsentratorlari (Parabolic Dish-Stirling Systems): Bu turdagi tizimlarda parabolik konsentrator quyosh nurlarini qattiq nuqtaga to'playdi, va bu nuqtada Stirling dvigateli ishlaydi. Stirling dvigateli konsentratsiya qilingan issiqlik energiyasidan elektr energiyasi ishlab chiqaradi.



**2-rasm. Parabolik stirling konsentratorlari**

➤ Parabolik suv isitgich konsentratorlari (Parabolic Trough Water Heating Systems): Ushbu tizimlarda parabolik konsentratorlar suvni qizdirish uchun ishlatiladi. Qizdirilgan suvni to'plash va uni issiqlik manbai sifatida ishlatish uchun turli sohalarda foydalaniladi.



**3-rasm. Parabolik suv isitgich konsentratorlari**

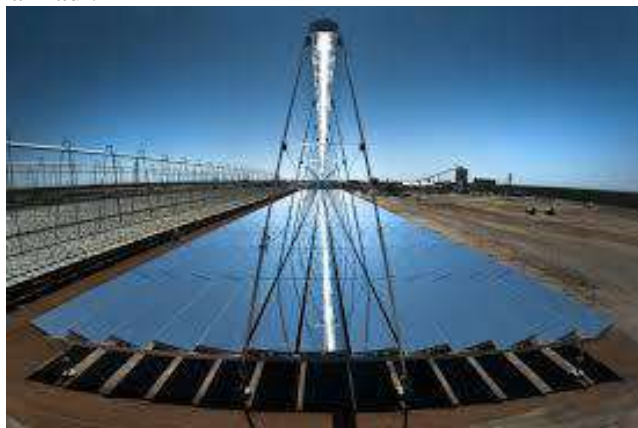
➤ Parabolik trubkali konsentratorlar (Parabolic Trough Concentrators): Ushbu konsentratorlar uzun, past parabolik shaklda bo'lib, ular quyosh nurlarini to'plab, qizdirish uchun uzluksiz(uzun) truba orqali o'tkazadi. Ular asosan issiqlik energiyasini ishlab chiqarishda, quyosh issiqlik elektr stantsiyalarida va ko'plab texnologik issiqlik jarayonlarida masalan, quritishda ishlatish mumkin.



**4-rasm. Parabolik trubkali konsentratorlar**

➤ Fresnel linzali quyosh konsentratorlari (Fresnel Solar Concentrators): bu quyosh nurini kichik bir nuqtaga yoki maydonga to'plab, uni energiyaga aylantirish uchun ishlatiladigan optik qurilmalardir. Bu konsentratorlar, Fresnel linzalarining tamoyilidan foydalanib, quyosh nurlarini yuqori samarali tarzda

yo'naltiradi va konsentratsiya qiladi. Ular quyosh energiyasini yig'ish va uni issiqlikka yoki elektr energiyasiga aylantirishda qo'llaniladi.



**5-rasm. Fresnel linzali quyosh konsentratorlari.**

Har bir turdagi parabolik quyosh konsentratori o'zining maxsus qo'llanilishi, samaradorligi va texnik xususiyatlariga ega.

**Natijalar.** Quyosh konsentratorlari texnologiyasining samaradorligini tahlil qilishda bir nechta muhim omillarni inobatga olish kerak. Quyosh konsentratorlari quyosh energiyasini to'plash va konsentratsiya qilish orqali yuqori samaradorlikni ta'minlashni maqsad qilgan bo'lsa-da, ularning samaradorligi bir qancha texnik va omillarga bog'liqdir. Quyida bu omillarni ko'rib chiqaylik:

**1. Optik samaradorlik.** Quyosh konsentratorining asosiy vazifasi — quyosh nurlarini kichik bir nuqtaga yoki maydonga jamlashdir. Konsentratorning samaradorligi uning quyosh nurlarini qanday qilib to'g'ri va samarali konsentratsiyalashiga bog'liq. Yuqori konsentratsiya darajasi quyosh energiyasining ko'proq qismini olish imkonini beradi. Parabolik yuzalar yoki linzalarda nurning yo'qolishi (masalan, materialning shaffofligi yoki ayniqsa burchaklarda yoritishning samarali bo'lmasligi) konsentrator samaradorligiga ta'sir qiladi.

**2. Termal samaradorlik.** Ko'pgina quyosh konsentratorlari issiqlikni to'plash uchun ishlatiladi. Bu tizimlar issiqlikni qanday samarali to'play olishiga bog'liq. Agar issiqlik tizimi yaxshi izolyatsiya qilinmagan bo'lsa, u holda energiya yo'qoladi. Issiqlikni saqlash va uzatish uchun ishlatiladigan materiallar ham samaradorlikka ta'sir qiladi. Fokus nuqtada konsentratorning maksimal harorati bo'ladi, sababi barcha energiya shuqtada to'planadi. Fokus nuqtani to'g'ri tanlansa samaradorlik ortadi. Ammo juda yuqori haroratlarda tizimning materiallariga zarar yetkazishi mumkin.

**3. Tizimning kinetik samaradorligi.** Ko'pgina quyosh konsentratorlari quyoshni kuzatish mexanizmlariga tayanadi, ya'ni konsentrator quyoshning harakatini kuzatib boradi va nurni optimal ravishda yo'naltiradi. Kuzatuv tizimining to'g'ri ishlashi konsentrator samaradorligiga katta ta'sir ko'rsatadi. Samarali kuzatish tizimi quyosh nurlarini maksimal darajada konsentratsiyalash imkonini beradi. Mexanik tizimlar yoki ularga talab qilinadigan energiya ham tizimning umumiy samaradorligiga, albatta, ta'sir qiladi.

**4. Quyosh nuri intensivligi va ob-havo sharoitlari.** Quyosh konsentratorining samaradorligi, albatta, uning ishlash joyidagi quyosh nuri intensivligiga bog'liq. Quyosh nurining intensivligi o'zgarib turadi va bu iqlim sharoitlariga, kun vaqtiga va faslga qarab o'zgaradi. Quyoshning to'g'ridan-to'g'ri chiqishi va bulutlarning mavjudligi samaradorlikni sezilarli darajada kamaytirishi mumkin. Yomg'ir, bulutlar, chang va boshqa atmosferadagi zarrachalar quyosh konsentratorlarining samaradorligini kamaytiradi.

**5. Energiya uzatish samaradorligi.** Agar konsentrator issiqlik energiyasini ishlab chiqarsa, bu energiya qanday uzatilishi va ishlatilishiga qarab samaradorlik o'zgaradi. Issiqlikni elektr energiyasiga aylantirishda ishlatiladigan tizimlar, masalan, termodinamik tsikllar, qayta ishlash samaradorligini ta'minlashi kerak. Agar issiqlik energiyasi saqlanadigan bo'lsa, ularning samaradorligi va energiya yo'qotishining minimal bo'lishi kerak.

**6. Sistemani boshqarish va texnik xizmat ko'rsatish samaradorligi.** Quyosh konsentratorlarining samaradorligi, ularni o'rnatish va texnik xizmat ko'rsatishning samarali bo'lishiga bog'liq. Tizimlarning to'liq ishlashini ta'minlash va optimal holatda saqlash zarur. Tizimni avtomatlashtirish va uning ishlashini doimiy ravishda monitoring qilish, samaradorlikni yaxshilashda muhim ahamiyatga ega. Bundan tashqari konsentratorning geometrik shakli va umumiy yuzasi xam samaradorlikka ta'sir etishi mumkin.

**7. Qurilmaning iqtisodiy samaradorligi.** Quyosh konsentratorlarini ishlab chiqish va o'rnatish xarajatlari ham samaradorlikni baholashda inobatga olinishi kerak. Quyosh energiyasidan foydalanishning

umumiy iqtisodiy samaradorligi qurilmaning narxi, o'rnatish va texnik xizmat ko'rsatish xarajatlarini kamaytirish bilan bog'liq.

Quyosh konsentratorlarining samaradorligini tahlil qilishda yuqoridagi barcha omillarni hisobga olish zarur. Bular orasida optik samaradorlik, issiqlikni to'plash va saqlash, tizimning kuzatish mexanizmi, energiya uzatish samaradorligi, iqtisodiy jihatlar kabi omillar muhim o'rin tutadi. Samarali quyosh konsentratorlari energiyani ko'proq qismini to'plash, uni uzoq muddat davomida saqlash va minimal energiya yo'qotish bilan ishlash imkonini beradi.

**Muhokama.** Ushbu tahlil shuni ko'rsatadiki, quyosh konsentratorlari turli ishlash parametrlariga ega va ularni ishlab chiqarish va qo'llashda texnologiyani turiga qarab samaradorlik sezilarli darajada farq qiladi. Parabolik konsentratorlar yuqori haroratlarni yaratishda samarali bo'lsa, Fresnel linzalari arzon va yengil bo'lib, nisbatan past haroratli xollarda samarali ishlaydi. Botiq ko'zguli quyosh konsentratorlari esa bir nuqtaga yig'ish bo'yicha eng yuqori samaradorlikni ta'minlaydi. Trubkali quyosh konsentratorlari esa yuzadan unumli foydalanish va suv yoki havo(issiqlik tashuvchi)ga issiqlikni to'liq yetkazish bo'yicha samarali hisoblanadi. Bularning aniq qiymatlar bilan quyida keltirib o'tilgan.

Quyosh konsentratorlarining ishlash samaradorligi turli omillarga, jumladan, texnologiyani turiga, geometrik shaklga, foydalanilgan materiallarga va tizimning o'ziga xos xususiyatlariga bog'liq. Quyidagi aniq parametrlar bilan misollar keltirilgan:

1. **Parabolik konsentratorlarda:** Parabolik konsentratorlar quyosh nurini 80-90% samaradorlik bilan to'playdi. Bu, ayniqsa, yuqori harorat talab qiladigan jarayonlarda samarali bo'ladi. Masalan, quyosh issiqlik energiyasi ishlab chiqaruvchi stansiyalarda parabolik konsentratorlar o'rtacha 550-750°C haroratga erishish imkoniyatiga ega. Masalan, 2009- yilda Solargenix Energy kompaniyasi tomonidan ishlab chiqilgan parabolik trassa tizimi (Parabolic Trough Collector) o'rtacha 30%-40% samaradorlik bilan energiya ishlab chiqarishi aniqlangan.

2. **Fresnel linzalarida:** Fresnel linzalari odatda 60-70% samaradorlikka ega bo'ladi. Bu tizimlar ko'proq konsentratsiyalangan quyosh issiqligi (CSP) tizimlarida, ayniqsa, arzon va yengil materiallar ishlatishda qo'llaniladi. Masalan, Solel kompaniyasi tomonidan ishlab chiqilgan Fresnel linzasi tizimi, 500m<sup>2</sup> maydonda, 350°C ga qadar issiqlik ishlab chiqaradi, bu esa kichik hajmdagi sanoat jarayonlarini quvvatlantirish uchun yetarli bo'ladi.

3. **Botiq ko'zguli konsentratorlarda:** Botiq ko'zguli konsentratorlari eng yuqori samaradorlikka ega, ular 90%-gacha quyosh nurini markazga yo'naltirishi mumkin. Bu tizimlar ko'pincha elektr ishlab chiqarishda ishlatiladi. Masalan, Stirling Energy Systems kompaniyasining Stirling Engine tizimi 1 kVt hajmdagi elektr energiyasini ishlab chiqarishga mo'ljallangan Botiq ko'zguli konsentratorlari orqali 85%-ga yaqin samaradorlikka erishdi.

**Xulosa.** Ushbu keltirilgan ma'lumotlar va o'rganilishlar natijasida xulosa qilib shuni aytish kerakki, Quyosh konsentratorlari samaradorligini oshirish uchun bir qator strategiyalarni qo'llash mumkin:

- Yangi materiallar va izolyatsion qoplama texnologiyalari yordamida tizimlarning ishlash samaradorligini oshirish mumkin.

- Gibril tizimlarni ishlab chiqish ham quyosh konsentratorlarining samaradorligini ortiradi, bu esa quyosh energiyasining ko'proq qismi elektr energiyasiga aylanishini ta'minlaydi. Ya'ni belgilangan yuzada ham elektr energiyasi, ham issiqlik energiyasi ishlab chiqariladi.

- Kuzatuv tizimlari (solar tracer)ni takomillashtirish: Quyosh konsentratorlari samaradorligini oshirish uchun ularni doimiy ravishda quyoshga yo'naltirish tizimi kerak bo'ladi. Bu ularning samaradorligini oshiradi. Ammo bular qo'shimcha xarajatlarni talab qiladi.

Quyosh konsentratorlari quyosh energiyasini samarali tarzda to'plash va energiya ishlab chiqarishda juda samarali texnologiyalardir. Parabolik trubkali konsentratorlar va Botiq ko'zguli konsentratorlari yuqori haroratli hollar uchun, Fresnel linzalari esa o'rtacha va past haroratli hollar uchun samarali hisoblanadi. Gibril tizimlar quyosh konsentratorlari va fotoelementlar texnologiyalarini birlashtirish yanada yuqori samaradorlikka erishish imkonini beradi.

### ADABIYOTLAR:

1. Aminov, T. (2018). "Quyosh energiyasining istiqboli va O'zbekistonda qo'llanilishi." *O'zbekiston energiya va tabiiy resurslar jurnali*.

2. Davronov, A. (2017). "Quyosh energiyasi tizimlari: Kichik va o'rta hajmdagi energiya ishlab chiqarish." *O'zbekiston ilm-fani va texnologiyasi jurnali*.

3. Abdurahmonov, B. (2019). "Quyosh konsentratorlari texnologiyasining samaradorligi va ularni O'zbekistonda qo'llash imkoniyatlari." *O'zbek energiya tizimlari jurnali*.

4. *Jumaniyazov, M., & Bozorov, R. (2020). "Quyosh konsentratorlarini yuqori samaradorlikda ishlatish uchun innovatsion texnologiyalar." Energiya va barqaror rivojlanish jurnali.*
5. *Khalilov, F. (2021). "Quyosh konsentratorlarining ishlash prinsiplari va ularni ko'p energiyali tizimlarda qo'llash." O'zbekiston fan va texnologiyalar jurnali.*
6. *Akramov, S., & Asqarov, M. (2020). "Quyosh energiyasini O'zbekistonda qo'llashda yuzaga kelgan muammolar va innovatsion yechimlar." Texnologiya va innovatsiyalar jurnali.*
7. *Shodmonov, R. (2018). "O'zbekistonda quyosh konsentratorlarining ishlab chiqarish va qo'llanish tahlili." Yosh olimlar va innovatsiyalar konferensiya materiallari.*
8. *Azimov, D. (2019). "Quyosh energiyasidan samarali foydalanish uchun innovatsion texnologiyalar va materiallar." Quyosh energiyasini rivojlantirish jurnali.*
9. *Abdullayev, J. (2020). "Quyosh konsentratorlarining energiya samaradorligi va ularga innovatsion yechimlar qo'llash." Ilm-fan va energiya jurnali.*
10. *Karimov, M., & Ismoilov, A. (2021). "Quyosh konsentratorlari texnologiyasining istiqbollari va global tajribalar." O'zbekistonning energetik kelajagi jurnali.*

## INVESTIGATION OF CATALYSTS ASSOCIATED WITH HIGH-TEMPERATURE SOLAR SYSTEMS FOR HYDROGEN FUEL PRODUCTION

*Temirov Ogabek Farkhod ugli,*

*Assistant of "Biomedical Engineering, Biophysics and Informatics" Department of the Bukhara State Medical Institute*

**Abstract.** Currently, the economic and environmental prospects of hydrogen energy are widely recognized by many scientists. Various developments, projects, and theoretical research are being conducted to enhance the efficiency of hydrogen energy products. This scientific article focuses on the systematic technical and technological aspects of hydrogen fuel production using high-temperature solar systems and catalysts. It covers methods of hydrogen production, compares the properties of liquid and gaseous hydrogen products with other fuels, and presents significant conclusions derived from the study.

**Keywords:** methods of hydrogen production, high-temperature solar devices, allotropes of molybdenum disulfide, catalysts, green energy.

## VODOROD YOQILG'ISINI ISHLAB CHIQRISH UCHUN YUQORI HARORATLI QUYOSH TIZIMLARI BILAN BOG'LIQ KATALIZATORLARNI TEKSHIRISH

**Annotatsiya.** Ayni vaqtda iqtisodiy va ekologik jihatdan vodorod energetikasi istiqbollari ko'plab olimlar tomonidan e'tirof etilmoqda. Vodorod energetikasi mahsulotlarini ishlab chiqarishda samaradorlikni oshirish uchun turli ishlanmalar, loyihalar va nazariy izlanish mavjud. Biz yuqori haroratli quyosh sistemalari va katalizatorlar asosida vodorod yoqilg'isini ishlab chiqarishning tizimli texnikaviy va texnologik jihatlari ushbu ilmiy maqolada yoritamiz. Bunda vodorod olish usullari, suyuq va gazsimon vodorod mahsulotlarining boshqa yoqilg'ilar bilan solishtirish natijalari va muhim xulosalar ham ishimizdan o'rin oladi.

**Kalit so'zlar:** vodorod olish usullari, yuqori haroratli quyosh qurilmalari, allotropik shakllar molibden disulfidi, katalizatorlar, yashil energiya.

## ИССЛЕДОВАНИЕ КАТАЛИЗАТОРОВ, СВЯЗАННЫХ С ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫМИ СОЛНЕЧНЫМИ СИСТЕМАМИ, ДЛЯ ПРОИЗВОДСТВА ВОДОРОДНОГО ТОПЛИВА

**Аннотация.** В настоящее время многие учёные признают экономические и экологические перспективы водородной энергетики. Для повышения эффективности производства продуктов водородной энергетики ведутся различные разработки, проекты и теоретические исследования. В данной научной статье рассматриваются системные технические и технологические аспекты производства водородного топлива на основе высокотемпературных солнечных систем и катализаторов. В работе представлены методы получения водорода, результаты сравнения жидких и газообразных водородных продуктов с другими видами топлива, а также сделаны важные выводы.

**Ключевые слова:** методы получения водорода, высокотемпературные солнечные установки, аллотропные формы дисульфида молибдена, катализаторы, зелёная энергия.

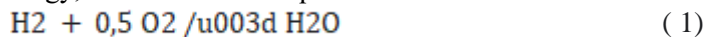
**Introduction.** H<sub>2</sub> is the most environmentally friendly type of motor fuel, making its prospects clear. In Australia, technology is being developed to gasify brown coal in Victoria, followed by hydrogen extraction, specifically removing sulfur, mercury, and carbon dioxide (CO<sub>2</sub>). In Norway, Nel Hydrogen is developing technology that utilizes renewable energy sources for high-temperature electrolysis to split water into hydrogen and oxygen. Kawasaki Heavy Industries is designing a marine hydrogen tanker for transporting liquid hydrogen (LH<sub>2</sub>).

Hydrogen (H) is the most abundant element on Earth; however, under normal conditions, it does not exist in the form of hydrogen atoms or hydrogen gas (H<sub>2</sub>). Due to its properties, it readily reacts with other organic compounds, such as water (H<sub>2</sub>O). During the reaction between hydrogen and air to form water, energy is released, which can be utilized as electricity. To make this reaction beneficial for industrial energy production, hydrogen must be produced, for example, by separating atoms from water into oxygen and



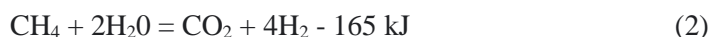
hydrogen through electrolysis. There are various methods of hydrogen production, differing significantly in both environmental impact and cost. Environmental cleanliness is a crucial criterion in hydrogen production. The more carbon monoxide released during the hydrogen production process, the less environmentally friendly it is considered [5].

**Materials and methods.** For simplicity, various technologies classify each "grade" of hydrogen by color, which corresponds to its carbon footprint. The reaction between hydrogen and oxygen is exothermic, releasing heat. Under standard conditions, reacting 1 mole of H<sub>2</sub> (2 g) with 0.5 moles of O<sub>2</sub> (16 g) yields 1 mole of H<sub>2</sub>O (18 g) and releases 285.8 kJ/mol of energy, as shown in the equation:



For comparison, the combustion enthalpy is 1300 kJ/mol for acetylene and 2200 kJ/mol for propane. The mass of 1 m<sup>3</sup> of hydrogen is 89.8 g (44.9 mol), so producing 1 m<sup>3</sup> of hydrogen requires 12,832.4 kJ of energy. Since 1 kWh equals 3600 kJ, this equates to approximately 3.56 kWh of electrical energy. The feasibility of transitioning to hydrogen fuel can be assessed by comparing the current tariff for 1 kWh of electricity with the price of 1 m<sup>3</sup> of natural gas or other energy carriers.

Burning hydrogen produces pure water, meaning that, unlike gas or gasoline, hydrogen fuel is produced without harming the environment. Chemical methods, including the electrolysis of water, are used to produce hydrogen. The primary industrial method involves reacting methane, a component of natural gas, with water at high temperatures:



Electrolysis of salt solutions:



Passing steam over hot coke at approximately 1000°C:



Steam conversion of natural gas:



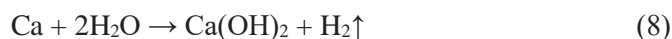
Catalytic oxidation with oxygen:



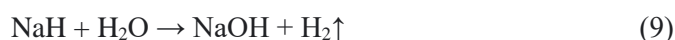
Cracking and reforming of hydrocarbons during oil refining. Reaction of metals with acids, commonly using zinc and hydrochloric acid:



Interaction of calcium with water:



Hydrolysis of hydrides:



Action of alkalis on zinc or aluminum:



Electrolysis of aqueous solutions of alkalis or acids, where hydrogen is released at the cathode:



Additionally, hydrogen can be produced using bioreactors.

**Results.** Gaseous hydrogen exists in two modifications: ortho-hydrogen and para-hydrogen. In ortho-hydrogen molecules (melting point: -259.10 °C; boiling point: -252.56 °C), the nuclear spins are parallel, whereas in para-hydrogen (melting point: -259.32 °C; boiling point: -252.89 °C), the spins are antiparallel.

At very low temperatures, the equilibrium between ortho- and para-hydrogen shifts almost entirely towards para-hydrogen. At 80 K, the ratio is approximately 1:1. Desorbed para-hydrogen converts to ortho-hydrogen upon heating to room temperature until an equilibrium mixture is achieved. Without a catalyst, this transformation occurs gradually, allowing for the study of the distinct properties of each allotrope.

In Russia, the primary organizations interested in hydrogen production are Rosatom and Gazprom. Nuclear power plants aim to store excess energy in the form of hydrogen for later use, while gas companies seek to process natural gas into hydrogen, utilizing appropriate equipment at points of use, such as fueling stations.

To address hydrogen transportation challenges, it can be converted into alcohols—such as methanol or dimethyl ether—which can later be reformed to produce hydrogen "on demand" for use in power plants. The chemistry of obtaining hydrogen-containing components is well-established.

**Table 1.**

**Comparing hydrogen with propane and gasoline in energy consumption in automobile transportation**

Parameter	$H_2$ (gas)	$H_2$ (liquid)	propane	gasoline
Working pressure (MPa)	20	0.1	0.5	0.1
Necessary mass (kg)	40.000	30.000	40.000	40.000
Delivered weight (kg)	400	2.100	20.000	14.000
Minimum heating value of the supplied fuel (MJ)	120	120	46.3	44.8
Minimum heating cost of energy per truck ( GJ )	48	252	926	1,164.8
When diesel fuel is consumed (kg)	79.6	57.9	60	54
Minimum heating value of diesel (GJ)	3.38	2.46	2.55	2.30
Compared to gasoline	35.77	4.96	1.40	1.00

In general, the statements that hydrogen is an environmentally friendly fuel are not entirely fair. From the school chemistry course, we remember that water is obtained after burning hydrogen. But it burns in air with a high nitrogen content, and as a result of the reaction of oxygen and nitrogen at high temperatures, we get toxic nitrogen oxides, just like when burning gasoline, only in smaller quantities. In fact, hydrogen has nothing to do with it [8].

**Discussion.** Any high-temperature combustion causes a reaction of the interaction of oxygen and nitrogen in the air with the formation of oxides. Therefore, generating electricity by burning any fuel is not the most environmentally friendly method. And even more so, hydrocarbons burn with the release of carbon dioxide emissions into the atmosphere. To solve the problem of emissions into the atmosphere, you need to stop burning fuel and reduce its consumption to room temperature. Fuel cells help in this. The use of hydrogen in fuel cells is considered the most environmentally friendly. Different fuel cells use hydrogen at different temperatures and can be more or less selective about its purity. Low-temperature fuel cells operate on pure hydrogen, while high-temperature ones are completely satisfied with synthesis gas. A fuel cell is an electrochemical device that converts the chemical energy of hydrogen into electrical energy (the reverse process of electrolysis) with very high efficiency.

Together with scientists from China and Germany, developers from Tomsk Polytechnic University have created a cheap catalyst for hydrogen production. Now, expensive platinum is used in hydrogen production. The new catalyst can be produced cheaply using inkjet printing, the press service of the Russian university notes.

The new catalyst consists of molybdenum disulfide and reduced graphene oxide plates. This makes the production of hydrogen, the fuel of the future, cheap and environmentally friendly. Russian scientists working in the TERS-Team research group created a special ink containing molybdenum disulfide nanoplatelets and reduced graphene oxide particles[3]. The ink was then applied to a copper plate electrode using inkjet printing.

Catalyst for more efficient production of green hydrogen. The researchers have developed a new water separation process and material that maximizes the efficiency of green hydrogen production, making it a

cheap and convenient option for industrial partners looking to convert green hydrogen to renewable energy storage instead of traditional, carbon-emitting hydrogen production from natural gas.

Hydrogen - especially carbon-free green hydrogen - has emerged as a promising clean energy carrier and storage option for renewable energy sources such as solar and wind. It adds no carbon emissions to the atmosphere, but it is currently expensive and complex to produce.

**Conclusion.** One way to produce green hydrogen is through electrochemical water splitting. This process involves passing electricity through water in the presence of catalysts (reaction enhancers) to produce hydrogen and oxygen[7]. The Georgia Tech research team hopes to make green hydrogen cheaper and more sustainable by using hybrid materials for the electrocatalyst. Today, the process relies on expensive precious metal components such as platinum and iridium, which are the preferred catalysts for producing hydrogen through electrolysis at scale. These elements are expensive and rare, which has stalled the movement to replace gas for hydrogen-based energy [4]. In fact, green hydrogen accounted for less than 1% of annual hydrogen production in 2020, according to market research firm Wood Mackenzie, largely due to these costs. Jinho Park, a GTRI researcher and lead researcher on the study, said the research could help reduce the cost of equipment used to produce green hydrogen. In addition to developing hybrid catalysts, the researchers also fine-tuned the shape of the catalysts and their ability to control the interaction of the metals. The main priorities were to reduce the use of catalyst in the system while increasing its durability, since the catalyst accounts for the bulk of the cost of the equipment.

### REFERENCES:

1. *Постановление Президента Республики Узбекистан от 09.04. 2021 г. № ПП-5063 «О мерах по развитию возобновляемой и водородной энергетики в Республике Узбекистан».* <https://lex.uz/docs/5362035>.

2. *Акбаров Р.Ю. Оптимальные углы наклона солнечных установок для Паркентского района (Узбекистан). Материалы международной научной конференции “Новые материалы и гелиотехнологии” 20-21 мая 2021 года. г. Паркент, Узбекистан. С. 186-190.*

3. *Martino, M.; Ruocco, C.; Meloni, E.; Pullumbi, P.; Palma, V. Main Hydrogen Production Processes: An Overview. Catalysts 2021, 11, 547. <https://doi.org/10.3390/catal11050547>.*

4. *Yamaguchi M., Horiguchi M., Nakanori T. «Development of Large-Scale Water Electrolyzer Using Solid Polymer Electrolyte in WE-NET» Proceedings of the 21 th World Hydrogen Energy Conference (Beijing, China, June 12-15, 2000), vol. 1. P.274-281.*

5. *Lymberopoulos N. «Hydrogen production from renewables» Report on RES2H2.*

6. *Григорьев С.А., Халиуллин М.М., Кулешов Н.В., Фатеев В.Н. Электролиз воды в системе с твердым полимерным электролитом/ Электрохимия, т. 37, № 8,2001. – С. 953-957.*

7. *Григорьев С.А., Халиуллин М.М., Кулешов Н.В., Фатеев В.Н. Электролиз воды в системе с твердым полимерным электролитом/ Электрохимия, т. 37, № 8,2001. – С. 953-957.*

8. *Grigoriev S.A., Millet P., Fateev V.N. «Evaluation of carbon-supported Pt and Pd nanoparticles for the hydrogen evolution reaction in PEM water electrolyzers» // Journal of Power Sources, vol. 177, issue 2, March 2008. P. 281-285.*

## TURLI KONSENTRATSIYADA TEMIR IONLARI BILAN LEGIRLANGAN NIOBAT LITIY KRISTALLARINING GOLOGRAFIK XUSUSIYATLARI

*Yo‘ldoshev Murodjon Akbarali o‘g‘li,*

*“University of business and science” universitetining katta o‘qituvchisi, fizika-matematika fanlari bo‘yicha falsafa doktori (PhD)*

**Annotatsiya.** Ushbu maqola turli konsentratsida temir ionlari bilan legirlangan niobat litiy kristallarining golografik xususiyatlarini tadqiq qilishga bag‘ishlangan. Olingan natijalar shuni ko‘rsatadiki, temir ionlari konsentratsiyasining ortishi bilan kristallning fotosezgirliги sezilarli darajada ortmoqda. Namunalarning difraksiya samaradorligining maksimal qiymati  $\eta=31\%$  tashkil etib,  $\text{LiNbO}_3$  0,020% Fe namunaning fotosezgirliги,  $\text{LiNbO}_3$  0,003% Fe namunaning fotosezgirliгiga qaraganda deyarli 3 marta ortganligi kuzatildi.

**Kalit so‘zlar:** segnetoelektrik kristallar, niobat litiy, fotorefraksiya, gologramma.

## ГОЛОГРАФИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА КРИСТАЛЛОВ НИОБАТА ЛИТИЯ, ЛЕГИРОВАННЫХ ИОНАМИ ЖЕЛЕЗА В РАЗЛИЧНЫХ КОНЦЕНТРАЦИЯХ

**Аннотация.** Данная статья посвящена исследованию голографических свойств кристаллов ниобата лития, легированных ионами железа в различных концентрациях. Полученные результаты показывают, что фоточувствительность кристалла существенно возрастает с увеличением концентрации ионов железа. Максимальное значение дифракционной эффективности образцов составило  $\eta=31\%$ , при этом наблюдалось, что фоточувствительность образца  $\text{LiNbO}_3$  0,020% Fe в 3 раза превышала фоточувствительность образца  $\text{LiNbO}_3$  0,003% Fe.

**Ключевые слова:** сегнетоэлектрические кристаллы, ниобат лития, фоторефракция, голограмма.

## HOLOGRAPHIC PROPERTIES OF LITHIUM NIOBATE CRYSTALS DOPED WITH IRON IONS IN DIFFERENT CONCENTRATIONS

**Abstract.** This article is devoted to the study of the holographic properties of lithium niobate crystals doped with iron ions in various concentrations. The results obtained show that with increasing iron ion concentration, the photosensitivity of the crystal increases significantly. The maximum value of the diffraction efficiency of the samples is  $\eta=31\%$ , and the photosensitivity of the  $\text{LiNbO}_3$  0.020% Fe sample is observed to be 3 times higher than the photosensitivity of the  $\text{LiNbO}_3$  0.003% Fe sample.

**Keywords:** ferroelectric crystals, lithium niobate, photorefraction, hologram.

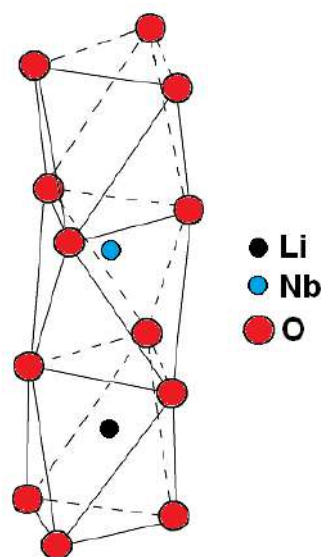
**Kirish.** Fotorefraktiv niobat litiy kristali hozirgi vaqtda pyezotexnika, kvant elektronikasi, optoelektronika va akustoelektronikada eng noyob va keng qo‘llanilayotgan segnetoelektrik materiallardan biri hisoblanadi. Bu kabi materiallarning optik xossalari: chiziqli optik koeffitsiyentlari; golografik qayd qilish sezgirliги; ikkinchi garmonika generatsiyasi kabi xossalari  $\text{LiNbO}_3$  kristalining naqadar noyob material ekanligini bildiradi. Niobat litiy kristali universalligi sabablaridan biri esa uning tarkibini o‘zgartirish yo‘li bilan fizikaviy xossalarini keng oraliqlarda boshqarish imkoniyati bo‘lib, bu, ayniqsa, integral optik qurilmalarda keng qo‘llaniladi [1-4]. Niobat litiy kristallarida fotorefraktiv effekt chegaraviy hodisa bo‘lib, past intensivliklarda ( $I \approx 10 \text{ mVt/sm}^2$ ) yuzaga keladi. Fotorefraktiv effektning o‘ziga xos xususiyatlaridan yana biri, kristallni lazer nurlari bilan nurlantirish to‘xtatilganidan keyin ham nur sindirish ko‘rsatkichining o‘zgarishi ( $\Delta n$ ) uzoq vaqtgacha saqlanib qolishidir. Segnetoelektrik kristallarda fotorefraksiya effekti tuzilmada nisbatan kuchsiz bog‘langan elektronlarga qaraganda zaryadlangan zarralarning mavjudligiga asoslangan. Fotorefraktiv kirishma atomlarining elektronlari va xususiy nuqsonli tuzilmalari bilan bog‘langan elektronlar lazer nurlari ta‘siri ostida ta‘qiqilgan sohadan o‘tkazuvchanlik sohasiga o‘tadi. Bunda elektronlar lazer nuridan tashqaridagi sohaga dreyflanib, chuqur tutqichlarda tutiladi. Shundan so‘ng kristallning nur sindirish ko‘rsatkichi o‘zgaradi va yetarlicha kuchli elektr maydon hosil bo‘ladi [5]. Sindirish ko‘rsatkichining o‘zgarish joyida va yaqin atrofda nur o‘tishiga lokal tarzda yuz beradi [6]. Lazer nurlanishi ta‘siri tugaganidan keyin kristalda nur o‘tgan joyida ko‘pincha o‘zgarigan nur sindirish ko‘rsatkichli soha (trek) qoladi va u uzoq vaqt mavjud bo‘lishi ham mumkin.

Turli ilmiy va texnik maqsadlarda keng qo'llaniladigan segnetoelektrik kristallardan biri hisoblanuvchi niobat litiy va o'tuvchi metall kirishmalari bilan legirlangan kristallar to'g'risida [7-10] ishlarda batafsil to'xtalib o'tilgan.

Segnetoelektrik fazada niobat litiy optik bir o'qli manfiy kristall bo'lib, uning tuzilmasi inversiya markazining mavjud emasligi bilan xarakterlanadi. Segnetofaza simmetriyasining fazaviy guruhi  $S^6_{3v}$  ( $R3c$ ) hisoblanadi. Simmetriya o'qi uchta tekislikdan iborat bo'lib, temperatura  $T \approx 1485$  K bo'lganida simmetrik paraelektrik fazaga segnetoelektrik o'tish kuzatiladi [11].

Quyida niobat litiy kristalining tuzilma ko'rinishi keltirib o'tilgan (1-rasm). Tuzilmaning asosini kislorodli oktaedrlar  $O_6$  tashkil etib, ular bir-biri bilan shunday boog'langanki, umumiy qirra va tomonlarga ega. Kislorodli panjara eng zich geksoqonal qatlamda tuzilgan. Past haroratli segnetoelektrik fazada  $LiNbO_3$  kristalining panjara doimiylari quyidagicha ( $a=5.15$  Å,  $c=13.86$  Å va  $\alpha=55.53$  Å) sodda romboedrik ko'rinishga egadir [12].

Niobiy va Litiy atomlari kislorod oktaedrda Z o'qida yotadi hamda kislorod atomlari Z o'qiga perpendikulyar bo'lgan va bir-biridan panjara davrining 1/6 qismiga ortda qoluvchi qatlamlarda joylashadi.



1-rasm. Niobat litiy kristalining tuzilmasi

Stexiometrik kristallarda ( $R=Li/Nb=1$ ) kislorod  $O_6$  oktaedrning 2/3 qismigina litiy ( $Li^+$ ) va niobiy ( $Nb^{5+}$ ) kationlari bilan to'ldirilishi mumkin. Legirlangan kristallarda esa bo'sh oktaedrlar, legirlovchi kirishma atomlari miqdoriga bog'liq. Litiy ( $Li^+$ ) va niobiy ( $Nb^{5+}$ ) ionlari bilan to'ldirilgan oktaedr shaklidagi kristallarda ikkita turli metall-kislorod holatlari mavjud bo'lib, u qutb o'qi bo'ylab kristallning anizotrop xususiyati yuqori bo'lishini hamda segnetoelektrik xossalari mavjud bo'lishini bildiradi. Qolaversa, litiy kationlari bilan to'ldirilgan panjara tuzilmasi niobiy kationlari bilan to'ldirilgan panjara tuzilmasidan katta bo'ladi. Bunda, Litiy ( $Li^+$ ) kationi va kislorodning ionlari orasidagi masofa  $206,8 \div 223,8$  pm ni tashkil etib, niobiy ( $Nb^{5+}$ ) va kislorod ioni orasidagi masofa esa mos holda  $188,9 \div 211,2$  pm bo'ladi [13].

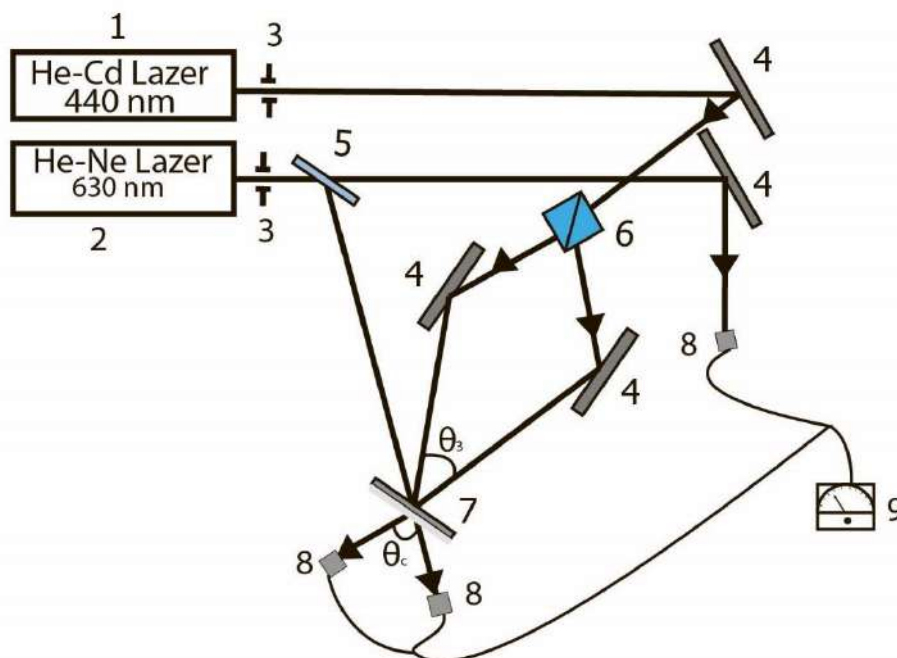
Litiy ioni o'zining oktaedrida deyarli erkin joylashgan, bunda niobiy ioni kovalent bog' bilan mustaxkam bog'langanligini ko'rish mumkin. Litiy oktaedr panjara o'lchamining katta bo'lishi, turli kirishma ionlarining  $LiNbO_3$  kristaliga kirib borish xarakterini sifat jihatdan tushuntiradi.

**Tajriba sxemasi.** Tadqiqotlar uchun gologrammalarni qayd qilishda interferension stollardan foydalanilgan. Gologrammalarning sifatini yuqoriligini ta'minlash maqsadida, interferension stoll tirkamaga tayangan og'ir beton plita ko'rinishida yasalgan. Beton plitaning ishchi yuzasida optik relslar tizimi mavjud bo'lib, uning ustiga tadqiqotning optik elementlari bo'lgan reytorlar joylashtiriladi va mustahkam qilib o'rnatiladi. Reytorlarning o'z o'rnini yengil o'zgartirishi, optik sxemani plitaning ixtiyoriy nuqtasiga o'tkazish va o'rnatish oson bo'lishini ta'minlaydi. Optik sxema elementlarini turli tashqi ta'sirlardan himoya qilish uchun kichik tebranishlarga qarshi bo'lgan tayanchlar va qo'sh havo yostiqlaridan foydalanilgan. Yostiqlarni odatda qo'l havo puflagich yordamida 0,2-0,4 atmosferagacha damlanadi. Tadqiqotlar o'tkazilmayotgan paytda esa yostiqlardan havo chiqarib yuboriladi. Tebranishga qarshi tayanchlar tizimiga ega interferension stollarda tashqi ta'sirlar bo'lmaganda oddiy laboratoriya xonalarda yuqori sifatli gologrammalar olish mumkin.

Interferension stoll qurilmasi He-Ne, He-Cd gazli lazerlari, ko'p sonli optik qismlar va sxemalardan

tashkil topgan. Bundan tashqari, interferension stoll o‘tuvchi va qaytuvchi nurlarda gologrammalarni qayd qilish hamda qayd qilingan ma’lumotlarni tiklashning turli xil sxemalarini yig‘ish imkonini beradi. Qolaversa, ushbu interferension stoldan axborotlarga optik qayta ishlov berishda va golografik interferometriya sohasidagi istiqbolli tadqiqolarni o‘tkazishda keng foydalanish mumkin.

Quyida temir ionlari bilan legirlangan  $\text{LiNbO}_3$  kristallarida golografik qayd qilish tajriba qurilmasining sxemasi keltirilgan (2-rasm).



**2-rasm. Tajriba qurilmasining sxematik ko‘rinishi: 1-2-qayd qiluvchi va axborotni o‘quvchi lazerlar, 3-diafragma; 4-ko‘zgular; 5-neytral filtr; 6-Volloston prizmasi; 7-namuna  $\text{LiNbO}_3\text{:Fe}$ ; 8-fotoqabulqilgich; 9-mikroampermetr**

**Natija va tahlil.** Temir ionlarining turli konsentratsiyasi bilan legirlangan  $\text{LiNbO}_3$  kristali, axborotni optik qayta ishlash tizimini yaratish uchun foydali qayd qilish materiallari orasida alohida o‘rin tutadi va golografik xotira tizimlarini yaratishda foydalaniladi. Golografik xotira elementlariga qo‘yiladigan talablar esa quyidagilardan iboratdir:

- Yuqori ajrata olish qobiliyati;
- Axborotlarni o‘qish uchun yetarlicha yuqori diffraksiya samaradorligi;
- Yuqori sezgirlik;
- Axborotni o‘chirish vaqti;
- Yozib olingan axborotni o‘chirish va materialning asosiy xususiyatlarini o‘zgartirmasdan qayta yozish imkoniyati;
- Axborotni maksimal darajada o‘qish qobiliyati;
- Axborotni maksimal saqlash muddati;
- Chiziqli qayd qilishning yuqori darajada bo‘lishi.

Kristallga ikki kogorent lazer nurlari interferension tasvirlari tushadi va gologramma sifatida yozib olinadi (3-rasm). Zaryad tashuvchilar asosan yorqin polosalarda uyg‘onadi, so‘ngra dreyf va difuzion tutqichlar bilan rekombinatsiya bo‘lguncha harakatlanishi mumkin. Shunday qilib, hajmiy zaryad kristall ichida interferension tasvir bilan bir xil fazada yig‘iladi. Ushbu fazoviy zaryadning elektr maydoni chiziqli elektrooptik effekt orqali harakat qiladi va hajmiy golografik panjara nur sindirish ko‘rsatkichi hosil qiladi. Bu jarayon birinchi va ikkinchi tartibli elektrooptik effektlarga bog‘liq bo‘lsada, amalda qayd qiluvchi nurlar uchun uchinchi tartibli nochiziqli effektlarning roli yuqori ekanligini ko‘rsatadi.

Axborotni qayd qilish geliy-neon ( $\text{He-Ne}$ ,  $\lambda=630$  nm) lazeri yordamida amalga oshirildi. Ushbu to‘lqin uzunligi uchun kristallning optik sezgirligi juda yuqori. Axborotni o‘qish esa intensivligi yuqori bo‘lmagan He-Ne lazeri yordamida amalga oshirildi. Chunki yorug‘likning kichik intensivligi uchun kristallning optik sezgirligi juda past, shuning uchun axborotni o‘qish jarayonida gologrammalar o‘chib ketmaydi. Kristallda ikki yassi to‘lqinning superpozitsiyasi natijasida yorug‘ va qorong‘u chiziqlar shaklida

virtual interferensiyon tasvir paydo bo‘ladi. Ya’ni kristallda davri L ga teng bo‘lgan sinusoidal difraksiya panjara qayd etiladi:

$$L = \lambda_q [2 \sin(\theta_q/2)] \quad (1)$$

bu yerda,  $\lambda_q$ -kristalldagi qayd qiluvchi to‘qin uzunligi,  $\theta_q$ -qayd qiluvchi nurlar orasidagi burchak.

To‘lqin uzunligi  $\lambda_o$  bo‘lgan nurlanish orqali hajmiy gologrammalarini ( $h \gg \lambda$  bu yerda, h-gologramma qalinligi) o‘qiyotganda, tushayotgan va singan nurlar orasidagi burchak Vulf-Bragg formulasi bilan aniqlanadi:

$$2 \sin(\theta_o/2) = \lambda_o/\lambda \quad (2)$$

bu yerda,  $\theta_o/2$ - tushayotgan nur va namunaga o‘tkazilgan normal orasidagi burchak,  $\theta_q$  va  $\theta_o$  burchaklar quydagicha bog‘langan.

$$\sin(\theta_q/2)/\sin(\theta_o/2) = \lambda_q/\lambda_o \quad (3)$$

Sinusoidal panjaraning difraksiya samaradorligi Kogelnik formulasi bilan ifodalanadi [14]:

$$\eta = \sin^2\{\pi D \Delta n_e / \lambda \cos(\theta/2)\} \quad (4)$$

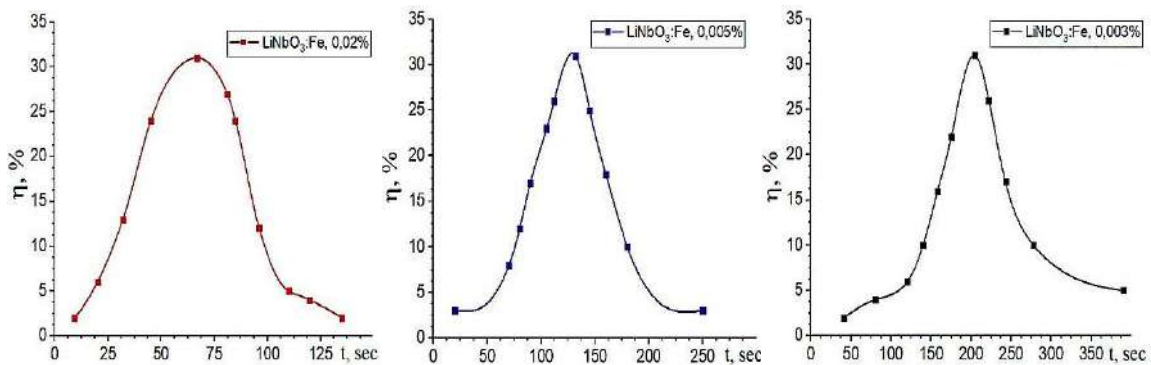
bu yerda,  $\Delta n_e$ -g‘ayrioddiy nur sindirish ko‘rsatkichining amplitudasi, D-namuna qalinligi,  $\theta=\theta_q$ . Tajribada, difraksiya samaradorlik difraksiyaga uchragan nur intensivligining tushayotgan nur intensivligiga nisbati bilan aniqlanadi.

Quyidagi 3-rasmda LiNbO<sub>3</sub> kristalining temir ionlarini turli xil konsentratsiyasi bilan legirlangan hamda geliy-neon ( $\lambda=630$  nm) lazeri bilan qayd etilgan gologrammalarining difraksiya samaradorligining vaqtga bog‘liqligi tadqiqot natijalari keltirilgan. Namunalar (1-namuna 0,003% Fe, 2-namuna 0,005% Fe, 3-namuna 0,020% Fe) ga gologramma sifatida yassi to‘lqin fronti qayd qilinadi. Qayd qilingan gologrammani o‘chirish geliy-kadmiy lazeri ( $\lambda=440$  nm) bilan amalga oshirildi, chunki temir ionlari bilan legirlangan niobat litiy kristallari bu diapazondagi to‘qin uzunligi uchun yuqori yutilishga ega. Rasmlarda ko‘rishimiz mumkinki, temir ionlari konsentratsiyasining ortishi bilan kristallning fotosezgirlik sezilarli darajada ortmoqda. Ya’ni 1-namunadagi fotosezgirlik 3-namunaga qaraganda deyarli 3 barobar oshganligi kuzatildi. Difraksiya samaradorlikning maksimal qiymati esa har uchchala namuna uchun  $\eta=31\%$  ga teng ekanligini quyidagi jadvaldan ko‘rishimiz mumkin.

1-jadval.

Axborotni qayd qilish vaqtining difraksiya samaradorligiga bog‘liqligi

LiNbO <sub>3</sub> 0,003% Fe	t	41	80	120	140	158	175	205	222	243	278	390
	$\eta$	2	4	6	10	16	22	31	26	17	10	5
LiNbO <sub>3</sub> 0,005% Fe	t	20	70	80	90	105	112	132	145	160	180	250
	$\eta$	3	8	12	17	23	26	31	25	18	10	3
LiNbO <sub>3</sub> 0,020% Fe	t	9	20	32	45	67	81	85	96	110	120	135
	$\eta$	2	6	13	24	31	27	24	12	5	4	2



3-rasm. Difraksiya samaradorligining vaqtga bog‘liqligi

**Xulosa.** Turli konsentratsiyalarda temir ionlari bilan legirlangan niobat litiy kristallarida axborotlarni golografik qayd etish mexanizmlarini tadqiq qilish katta qiziqish uyg‘otadi. Tajribada o‘tuvchi metallar, xususan, temir ionlari bilan legirlangan LiNbO<sub>3</sub> kristalining yorug‘likga sezgirlik 3 martagacha oshishi mumkinligi, shuningdek, gologrammalarining difraksiya samaradorligi  $\eta=31\%$  ni tashkil qilganligini ko‘rish mumkin. Fotorefraksiyaning yetarlicha yuqori sezgirlikidan tashqari optik qayd qiluvchi materiallarga boshqa talablar ham mavjud. Masalan, yozilgan ma’lumotlarni saqlashga katta yoki aksincha kichik vaqt

talab etilishi, yozishni yaxshi fiksatsiyalash va boshqalar. Bu talablar ma'lum darajada temir kirishmalari konsentratsiyasining o'zgarishi yordamida boshqarilishi mumkin va shu tarzda Fe ning optimal konsentratsiyasi gologrammani qayd etishda har bir aniq holat uchun turlicha bo'ladi. Shuning uchun ham, fotorefraktiv xususiyatlarni optimallashtirish bo'yicha olib borilgan tadqiqotlar muhim ahamiyatga egadir.

### ADABIYOTLAR:

1. Zhang X. *Optical trapping and manipulation of metallic micro-nanoparticles via photorefractive crystals* // *Optics Express.*, 2009, Vol. 17, №12, p. 9981.
2. Kukhtarev N. *Optical trapping of nanoparticles by gradient and photorefractive forces* // *Journal of Holography and Speckle*, 2009, Vol. 5, №3, pp. 268-274.
3. Палатников М. Н., Сидоров Н. В., Макарова О. В., Бирюкова И. В. *Основные аспекты технологии высоколегированных кристаллов ниобата лития* // *Институт химии и технологии редких элементов и минерального сырья. Танаева И В. Кн. С. 241. 2017.*
4. Ghaderi R., Davani F.A. *Dynamics of pyroelectric accelerators* // *Applied Physics Letters.*, 2015, Vol. 106, p. 042906.
5. Martínez M., Juan F. *Efficient photoinduced dielectrophoretic particle trapping on Fe: LiNbO<sub>3</sub> for arbitrary two dimensional* // *Optical Materials Express.*, 2015, Vol. 5, №5, pp. 1137-1146.
6. Matarrubia J. *Optimization of particle trapping and patterning via photovoltaic tweezers* // *Appl. Phys.*, 2014, Vol. 47, №26, p. 26510.
7. Сандлер В.А., Сидоров Н.В., Палатников Н.М. *Диэлектрические кристаллы симметрия и физические свойства. Издво Кольского научного центра РАН, 2010, с. 175.*
8. Буримов Н.И., Шандаров С.М. *Структура упругих и электрических полей, возникающих вблизи границы кристалла LiNbO<sub>3</sub> при фотогальваническом механизме записи фоторефрактивных решеток* // *Физика твердого тела*, 2015, Т.48, №3, с. 491-496.
9. Gunter P. *Photorefractive Materials and Their Applications.* Springer Verlag, 2009, 365 p.
10. Шандаров С.М., Шандаров В.М., Мандель А.Е., Буримов Н.И. *Фоторефрактивные эффекты в электрооптических кристаллах. Монография, 2012, 242 с.*
11. Martínez L., Pedrini G., Osten W. *Applications of shortcoherencedigital holography in microscopy* // *Appl. Opt.*, 2011, Vol. 44, pp. 3977-3984.
12. Крук А.А. *Структурный беспорядок и оптические процессы в кристаллах ниобата лития с низким эффектом фоторефракции, диссертация Апатиты 2015, с. 149.*
13. Сандлер В.А., Сидоров Н.В., Палатников Н.М. *Диэлектрические кристаллы: симметрия и физические свойства. Изд-во Кольского научного центра РАН, 2010, с. 175.*
14. Kogelik H. *Coupled wave theory for thick hologram grating* // *Techn. Journ.* 1969, Vol. 48, №9, pp. 2909-2947.



## ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ НА ТЕНЗОРЕЗИСТИВНЫЕ СВОЙСТВА КРИСТАЛЛОВ $TlInSe_2$ ЛЕГИРОВАННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ IV ГРУППЫ

**Умаров Салим Халлокович**,  
профессор кафедры «Биомедицинская инженерия, биофизика и информатика»  
Бухарского медицинского института имени Абу Али ибн Сины,  
доктор физ.- мат. н., Бухара, Узбекистан.

**Нарзуллаева Зилола Мухиддиновна**,  
Докторант Бухарского государственного университета. Бухара, Узбекистан  
narzullayevazilola87@mail.com

**Халлоков Фарход Каримович**,  
Заведующий кафедрой «Биомедицинская инженерия, биофизика и информатика»  
Бухарского медицинского института имени Абу Али ибн Сины, Бухара, Узбекистан  
Халлоков-Фарход@mail.com

**Аннотация.** В работе исследовано влияние примесей IV группы на электрофизические и тензорезистивные характеристики монокристаллов  $TlInSe_2$ , вводились примеси  $Ge$ ,  $Si$  и  $Sn$  в расплав из расчёта концентрации замещающего индий элемента в твёрдом расплаве по формуле  $TlIn_{0.99}B_{0.01}Se_2$ . Установлено, что с повышением температуры существенно увеличивается коэффициент тензочувствительности, что позволяет увеличить чувствительность термодатчиков на основе тензорезисторов.

Согласно полученным результатам, доказано, что в образцах  $TlInSe_2$ , легированных примесями элементов IV группы, при комнатной температуре коэффициент тензочувствительности вдоль кристаллографической оси  $[001]$  увеличивается как при деформации сжатия, так и при деформации растяжения.

**Ключевые слова:** электрофизические, тензорезистивные, примеси, концентрации, твёрдый расплав, тензочувствительность, термодатчики.

## THE EFFECT OF TEMPERATURE ON THE TENSORESISTIVE PROPERTIES OF $TlInSe_2$ CRYSTALS ALLOYED WITH GROUP IV ELEMENTS

**Abstract.** The work investigates the influence of impurities of the IV group on electrical and piezoresistive characteristics of  $TlInSe_2$  crystals; was introduced impurity of  $Ge$ ,  $Si$  and  $Sn$  in the melt from the calculation of the concentration of the residual indium element in the solid melt according to the formula  $TlIn_{0.99}B_{0.01}Se_2$ . It was found that with increasing temperature the coefficient of strain sensitivity increases significantly which allows to increase the sensitivity of thermal sensors based on strain gauges.

According to the obtained results, it was proved that in  $TlInSe_2$  samples doped with Group IV impurities, at room temperature, the strain sensitivity coefficient along the  $[001]$  crystallographic axis increases both under compressive and tensile strains.

**Keywords:** electrophysical, strain resistance, impurities, concentration, solid melt, strain sensitivity, temperature sensors.

## IV GURUH DO'LLANGAN ELEMENTLARINING $TlInSe_2$ KRISTALLARINING TENZORZISTIV XUSUSIYATLARIGA HARORATNING TA'SIRI

**Annotatsiya.** Ish IV guruh aralashmalarining  $TlInSe_2$  monokristallarining elektr va tensor-rezistent xususiyatlariga ta'sirini o'rgandi;  $Ge$ ,  $Si$  va  $Sn$  aralashmalari  $TlIn_{0.99}B_{0.01}Se_2$  formulasi yordamida qattiq eritmada indiy o'rnini bosuvchi element konsentratsiyasi asosida eritmaga kiritildi. Aniqlanishicha, harorat oshishi bilan deformatsiya sezuvchanlik koeffitsiyenti sezilarli darajada oshadi, bu esa deformatsiya o'lchagichlar asosidagi harorat sensorlarining sezgirligini oshirish imkonini beradi.

Olingan natijalarga ko'ra, xona haroratida IV guruh elementlarining aralashmalari bilan qo'shilgan  $TlInSe_2$  namunalarida  $[001]$  kristallografik o'q bo'ylab deformatsiya sezuvchanlik koeffitsiyenti ham bosim, ham cho'zilish deformatsiyasida ortishi isbotlangan.

*Kalit so'zlar: elektrofizik, deformatsiyaga chidamli, aralashmalar, konsentratsiya, qattiq eritma, deformatsiya sezuvchanligi, harorat sensorlari.*

**Введение.** В настоящее время в мире исследователи и практики уделяют большое внимание изучению различных полупроводниковых преобразователей, в том числе тензопреобразователей, основным преимуществом которых является высокая чувствительность и малогабаритность. Однако требования современной науки и техники неуклонно растут, что обуславливает поиск материалов, обладающих разнообразными свойствами, соответствующими этим требованиям.

Следовательно, в настоящее время наряду с усовершенствованием свойств имеющихся материалов поиск новых полупроводниковых материалов, в том числе тройных и более сложных соединений и их твёрдых растворов, и исследование их разнообразных характеристик являются одними из важнейших задач современной физики конденсированного состояния. Особую ценность представляет создание новых полупроводниковых материалов, если удаётся получить их в виде совершенных крупных монокристаллов. Среди многокомпонентных полупроводниковых соединений типа  $A^{III}B^{III}C_2^{VI}$  особый интерес представляют полупроводниковые соединения  $TlInSe_2$ , закономерности многих физических явлений в которых не получили достаточного освещения в специальной литературе. Согласно изложенному выше целью нашего исследования является изучение тензорезистивных характеристик монокристаллов  $TlInSe_2$  и создание высокочувствительный тензодатчиков для электронной техники на их основе.

**Образцы для исследования и методика эксперимента:** для этой цели были использованы кристаллы, синтезированные сплавлением компонента в соответствии со стехиометрией в вакуированных ( $\sim 10^{-4}$  mm rt.st) и запаянных кварцевых ампулах. В качестве исходных компонентов для синтеза использовались особо чистые элементы таллия (Tl – 000), индия (In – 000) и селена (Se – ОСЧ-17-4). Монокристаллы выращивались усовершенствованным методом Бриджмена, скорость фронта кристаллизации варьировалась от 0,5 до 0,9 mm/chas.

Необходимые для исследования идентичные кристаллы из слитка получают простейшим вдавливанием острого ножа, толщина лезвия  $\leq 0,01$  мм, на незакрепленный конец тонкой, но широкой и длинной пластинки монокристалла под углом  $45^\circ$ .

Полученные таким образом «игольчатые», кристаллы - заготовки с зеркальными гранями - без каких-либо дополнительных обработок готовы для приварки контактов и установки их на основание подложки.

При пайке «усиков», т.е. создании механически надёжных омических контактов на указанных заготовках, использовались два способа:

а) Вплавление индия в потоке инертного газа с последующей пайкой медных (или никелевых) проводов ( $\varnothing = 0,01$  mm).

б) Непосредственная точечная сварка соответствующих проводов конденсаторным разрядом на торцы нагретой в потоке инертного газа заготовки. Второй способ оказался более эффективным и надёжным (особенно для умеренных температур).

Тарировочными балками для наклеенных датчиков служили пластинки из стали 45 толщиной 0,5 - 1,0 mm и длиной от 20 mm до 80 mm. Поверхность подложки по классу обработки была не ниже 7 класса.

**Результаты исследования и их обсуждение.** Для исследования влияния примесей IV группы на электрофизические и тензорезистивные характеристики кристаллов  $TlInSe_2$  вводились примеси Ge, Si и Sn в расплав из расчёта концентрации замещающего индий элемента в твёрдом расплаве по формуле  $TlIn_{0,99}B_{0,01}Se_2$ , где B - вводимые примеси IV группы. Некоторые электрофизические характеристики исследованных образцов приведены в таблице 1.

Как и в случае примесей I группы, коэффициент тензочувствительности легированных элементами IV группы кристаллов заметно меняется от образца к образцу в зависимости от вида примесей и зависит от измеряемого температурного интервала. Установлено [1 - 4], что введение примесей элементов IV группы в монокристаллы  $TlInSe_2$  приводит к увеличению коэффициента тензочувствительности вдоль кристаллографической оси [001] как при деформации сжатия, так и при деформации растяжения при комнатной температуре (смотрите таблицу 2 и рисунок 1).

Таблица 1. Электрофизические параметры исследованных образцов  $TlIn_{0.99}B_{0.01}Se_2$  (B = Si, Ge, Sn)

Состав кристалла тензодатчика	Размер образцов, $mm^3$	Номинальное сопротивление, Ом	Удельное сопротивление, Ом·см
p-TlInSe <sub>2</sub>	0.13×0.25×10.5	$6 \times 10^{10}$	$2.13 \times 10^7$
p-TlIn <sub>0.99</sub> Si <sub>0.01</sub> Se <sub>2</sub>	0.10×0.18×7	$2.2 \times 10^7$	$0.4 \times 10^4$
p-TlIn <sub>0.99</sub> Ge <sub>0.01</sub> Se <sub>2</sub>	0.12×0.22×10.5	$1.4 \times 10^9$	$5.0 \times 10^5$
n-TlIn <sub>0.99</sub> Sn <sub>0.01</sub> Se <sub>2</sub>	0.13×0.20×10.5	$1.2 \times 10^9$	$4.8 \times 10^5$

Таблица 2. Коэффициент тензочувствительности  $K_\varepsilon$  легированных кристаллов TlInSe<sub>2</sub> по сравнению с нелегированными кристаллами TlInSe<sub>2</sub> вдоль оси [001] при относительной деформации  $\varepsilon = 0,57 \cdot 10^{-3}$  и различных температурах

T, K	Коэффициент тензочувствительности, K				
	Состав				
	TlInSe <sub>2</sub>	TlInSe <sub>2</sub> <Ag <sub>0.01</sub> >	TlInSe <sub>2</sub> <Si <sub>0.01</sub> >	TlInSe <sub>2</sub> <Ge <sub>0.01</sub> >	TlInSe <sub>2</sub> <Sn <sub>0.01</sub> >
	При сжатии				
300	538	2082	627	1308	658
325	607	3473	1148	1878	802
350	766	4977	1781	2642	1554
375	997	6431	2812	4287	1977
402	1293	7879	3855	5592	2570
	При растяжении				
300	410	2073	1762	1073	537
325	512	3898	2724	1729	758
350	646	4726	4486	2473	1204
375	784	5551	6548	3354	1505
402	1045	7192	9776	4483	1941

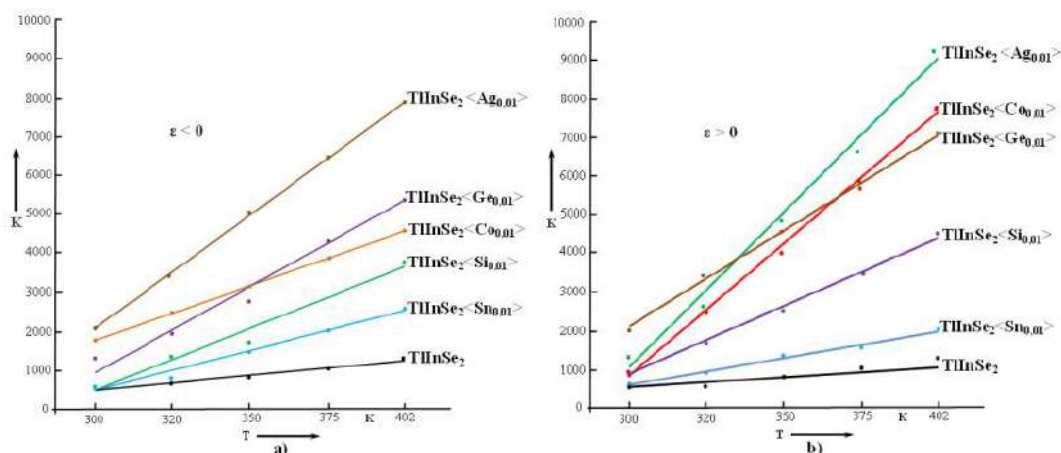


Рисунок 1. Зависимость коэффициента тензочувствительности от температуры нелегированных и легированных кристаллов TlInSe<sub>2</sub> при деформациях сжатия (a) и растяжения (b)

С повышением температуры существенно увеличивается коэффициент тензочувствительности, что позволяет увеличить чувствительность термодатчиков на основе тензорезисторов. Например, значение этого показателя при деформациях растяжения при температуре 410 К в легированных кремнием образцах относительно значения в нелегированных кристаллах при комнатной температуре увеличивается в ~24 раза. На рисунке 2 в приведены характерные зависимости коэффициента тензочувствительности от температуры в интервале температур 250 – 370 К в кристаллах TlInSe<sub>2</sub> с примесью кремния при различных степенях деформации, которые имеют линейный характер.

Чувствительность тензорезистивного эффекта к температуре оказалась невысокой по сравнению с остальными образцами для кристаллов, легированных примесью олова. В зависимости от рассматриваемого интервала температур, знака деформации и типа вводимых примесей температурный коэффициент тензочувствительности  $G_T$  имеет различные значения (смотрите таблицу 3). Таким образом, введение примесей элементов IV группы приводит к увеличению тензочувствительности кристаллов  $TlInSe_2$ . В легированных примесями кремния кристаллах с повышением температуры существенно увеличивается коэффициент тензочувствительности (смотрите рисунок 2), что позволяет увеличить чувствительность термодатчиков на основе тензорезисторов. В других легированных кристаллах коэффициент тензочувствительности в зависимости от температуры изменяется незначительно, что важно для стабильной работы тензодатчиков.

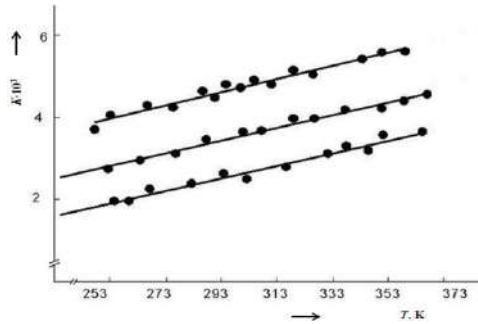


Рисунок 2. Зависимость коэффициента тензочувствительности от температуры в кристаллах  $TlInSe_2$  с примесью кремния при различной степени деформации:

1-  $\varepsilon=1,1 \cdot 10^{-4}$ ; 2-  $\varepsilon=1,6 \cdot 10^{-4}$ ; 3-  $\varepsilon=2,2 \cdot 10^{-4}$

Таблица 3. Температурные коэффициенты тензочувствительности нелегированных и легированных примесями кристаллов  $TlInSe_2$  при относительной деформации  $\varepsilon = 0,57 \cdot 10^{-3}$  и в интервале температур от 300 до 410 К

$T_{ср}$ , К	Температурный коэффициент тензочувствительности, $G_T$ (%/град.)				
	Состав				
	p-TlInSe <sub>2</sub>	TlInSe <sub>2</sub> <Ag <sub>0,01</sub> >	TlInSe <sub>2</sub> <Ge <sub>0,01</sub> >	TlInSe <sub>2</sub> <Si <sub>0,01</sub> >	n-TlInSe <sub>2</sub> <Sn <sub>0,01</sub> >
При сжатии ( $\varepsilon < 0$ )					
312,5	0,513	2,672	1,743	3,323	0,875
325,0	0,847	2,781	2,040	3,681	2,732
337,5	1,137	2,785	3,037	4,646	2,672
351,0	1,376	2,730	3,211	5,047	2,849
При растяжении ( $\varepsilon > 0$ )					
312,5	0,995	3,521	2,445	2,184	1,646
325,0	1,151	2,560	2,610	3,092	2,484
337,5	1,216	2,237	2,834	3,621	2,403
351,0	1,518	2,421	3,116	4,459	2,563

**Заключение.** Установлено, что в образцах  $TlInSe_2$ , легированных примесями элементов IV группы, при комнатной температуре коэффициент тензочувствительности вдоль кристаллографической оси [001] увеличивается как при деформации сжатия, так и при деформации растяжения.

Показано, что с повышением температуры чувствительность нелегированных кристаллов к деформации значительно увеличивается и коэффициент тензочувствительности растёт линейно.

Существенное увеличение коэффициента тензочувствительности с повышением температуры обнаружено в образцах, легированных примесями кремния, что позволяет увеличить чувствительность термодатчиков на основе тензорезисторов.

Тензорезистивные свойства этих кристаллов сохраняются стабильными при тысячекратных повторениях деформационного и температурного циклов испытания при переменной деформации ( $p = \pm 1,4 \cdot 10^7$  Па) не превышает 1 – 2,3 % и она более стабильна при критических температурах и

длительных нагрузках по сравнению известных в литературе тензодатчиков, что свидетельствует о том, что монокристаллы  $TlInSe_2$  являются перспективными материалами для электронной техники.

### ЛИТЕРАТУРА:

1. Ашуров Ж.Д., Нуритдинов И., Умаров С.Х. Влияние температуры и примесей элементов I и IV групп на тензорезистивные свойства монокристаллов  $TlInSe_2$ . // Перспективные материалы, 2011. №1. С. 11–14.

2. Nuritdinov I., Umarov S.Kh., Khallokov F. K., Ashurov J.Dj., Saidakhmedov K.Kh. *Tensorresistive properties of  $TlInSe_2$  monocrystals doped with elements of groups I and IV. // The International Symposium "New Tendencies of Developing Fundamental and Applied Physics: Problems, Achievements, and Prospects". Tashkent, 2016, С. 375-376.*

3. Умаров С.Х., Ашуров Ж.Д., Халлоков Ф.К., Ходжаев У.О. Влияние донорных примесей на тензорезистивные свойства монокристаллов  $TlInSe_2$ . // Тезисы докладов Республиканской научной конференции «Современные проблемы физики конденсированного состояния». Бухара. 2016. Т.1. С. 131-132.

4. Умаров С. Х. Влияние структуры, состава и внешних воздействий на оптические, электрофизические и фотоэлектрические особенности монокристаллов твёрдых растворов системы  $TlInS_2$ - $TlInSe_2$ . Дисс. на соиск.уч.степени докт. физ.-мат. наук. Ташкент, 2004, 246 с.

**DEVELOP METHODS FOR DIRECT AND INDIRECT EFFECTIVE UTILIZATION OF HIGH-TEMPERATURE SOLAR SYSTEMS IN HYDROGEN FUEL PRODUCTION***Temirov Ogabek Farkhod ugli,**Assistant of the Department of "Biomedical Engineering, Biophysics and Informatics"  
of the Bukhara State Medical Institute*

**Abstract.** *This article presents the results of scientific research on effective methods of utilizing high-temperature systems in hydrogen fuel production and related processes. According to the studies, an increase in the equivalent acidity of water leads to the formation of more protons, but the absence of a proportional relationship and the reason for such an effect were found to be linked to the physicochemical properties of the catalysts or the water itself. Several experimental results are included in the article, which were analyzed from a physicochemical perspective.*

**Keywords:** *hydrogen fuel, solar systems, catalytic volume and surface, acidic catalysts, aluminobor catalyst, Vin's law.*

**VODOROD YOQILG'ISINI OLISHDA YUQORI TEMPERATURALI QUYOSH TIZIMLARIDAN BEVOSITA VA BILVOSITA SAMARALI FOYDALANISH USULLARINI ISHLAB CHIQUISH**

**Annotatsiya.** *Ushbu maqolada vodorod yoqilg'isi olish va unga bog'liq jarayonlarda yuqori temperaturali qurilmalardan samarali foydalanish usullari bo'yicha olib borilgan ilmiy izlanishlar natijalari bayon qilingan. O'rganishlarga ko'ra suvda ekvivalent kislotlilikning oshishi bilan ko'proq protonlar hosil bo'ladi, ammo proporsional bog'liqlik yo'qligi va bunday ta'sirning sababi, taxminan, katalizatorlarning fizik-kimyoviy xususiyatlari yoki suvning o'zi bilan bog'liqligi aniqlandi. Bir necha tajriba natijalari maqoladan o'rin olgan bo'lib ular fizik-texnik jihatdan tahlil qilindi.*

**Kalit so'zlar:** *vodorod yoqilg'isi, quyosh qurilmalari, katalitik hajm va sirt, kislotli katalizatorlar, aluminobor katalizatori, Vin qonuni.*

**РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ ПРЯМОГО И КОСВЕННОГО ЭФФЕКТИВНОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ СОЛНЕЧНЫХ СИСТЕМ В ПРОИЗВОДСТВЕ ВОДОРОДНОГО ТОПЛИВА**

**Аннотация.** *В этой статье представлены результаты научных исследований по эффективному использованию высокотемпературных систем для производства водородного топлива и связанных с этим процессов. Согласно исследованиям, повышение эквивалентной кислотности воды приводит к образованию большего количества протонов, однако отсутствие пропорциональной зависимости и причина такого воздействия были установлены как связанные с физико-химическими свойствами катализаторов или самой воды. Несколько экспериментальных результатов, представленных в статье, были проанализированы с физико-технической точки зрения.*

**Ключевые слова:** *водородное топливо, солнечные системы, каталитический объем и поверхность, кислотные катализаторы, алюминио-боровой катализатор, закон Вина.*

**Introduction.** The role of catalysts in hydrogen production from water electrolysis is unparalleled. Hydrogen has emerged as a promising substitute for fossil fuels, appearing as a clean and renewable energy source. The main challenge is efficiently producing hydrogen to meet the commercial-scale demand. Water splitting electrolysis is a promising method for achieving efficient hydrogen production in terms of energy conversion and storage, with catalysis or electrocatalysis playing a crucial role. The development of active, stable, and cost-effective catalysts or electrocatalysts is a key requirement to achieve the desired electrocatalytic hydrogen production from water splitting for practical applications, forming the central focus of this review [5]. It begins by introducing the evaluation of water splitting efficiency for various electrocatalysts in terms of activity, stability, and efficiency. This is followed by presenting current knowledge of the reaction mechanisms of two half-reactions, hydrogen evolution reaction (HER) and oxygen

evolution reaction (OER), from the perspective of both alkaline and acidic environments. Recent advancements in the design and preparation of nanostructured noble-metal and non-noble-metal electrocatalysts are discussed. New strategies and concepts for enhancing electrocatalytic activity and stability in HER and OER, focusing on the synergistic structure, morphology, composition, and active sites of nanostructured electrocatalysts, are highlighted. Finally, future challenges and prospects for efficient hydrogen production from water electrolysis in the design of active and robust electrocatalysts for HER and OER are also presented [1].

**Materials and methods.** Energy and the environment are two major issues essential for the economic and social sustainable development of the world in modern society. In 2018, 79.5% of the energy economy relied on traditional energy sources such as coal, oil, and natural gas, which are non-renewable and environmentally harmful. To address this issue, there is a global movement to find renewable and clean alternatives to fossil fuels. Nature offers various renewable sources, such as solar energy, wind energy, hydropower, biomass energy, and others. However, such energy sources are sometimes unavailable due to regional or seasonal factors. As a result, alongside the exploration of renewable energy sources for large-scale use, there is a need for efficient energy conversion and storage systems. This demand has become a key driving force for many innovations in energy conversion and storage systems. [9]

In fact, hydrogen production from the electrolysis of water, hydrogen conversion to electricity using fuel cells, and energy storage using lithium-ion or metal-air batteries have attracted significant attention in recent decades. Storing excess electricity from large-scale production plants for battery-based energy storage is becoming increasingly difficult, as it is very expensive and requires large plant areas. An alternative way to store energy with excess electricity produced by solar or wind power is needed.

Producing hydrogen from water by electrolysis has become a promising strategy for converting large amounts of electrical energy from renewable energy sources into clean fuel—hydrogen (H<sub>2</sub>).

The bond energy of hydrogen with oxygen is 495 kJ/mol, while the maximum energy of visible ultraviolet radiation is 315 kJ, meaning that direct photolysis of water is not possible. In the presence of catalysts, water molecules become activated, forming certain complexes where the bond energy of hydrogen with oxygen is reduced, allowing photolysis to continue according to the equations above. The combination of processes 2 and 3 has certain contradictions—photocatalysts used are typically metal oxides, which, on one hand, can effectively adsorb water molecules with adsorption energy greater than 140 kJ/mol for the reaction. On the other hand, the metal oxides used have little external photoelectric effect for carrying out the reaction. The process can occur according to the flow of the process in accordance with the equation of water's direct ionization with an electric current under a voltage of 27 V/cm or by purifying water with radioactive radiation. Neither of these two methods is practical. Therefore, it is customary to use a certain class of catalysts capable of generating the required ions from water for research. Among the various heterogeneous catalysts, we believe that acidic catalysts are the most suitable.

**Results.** In any water, except for ultra-pure water, hydrogen ions and hydroxyl groups are present. The following process occurs in the presence of acidic catalysts [2]:  $4 \text{ OH}^- \rightarrow 2 \text{ H}_2\text{O} + \text{O}_2$  (1)

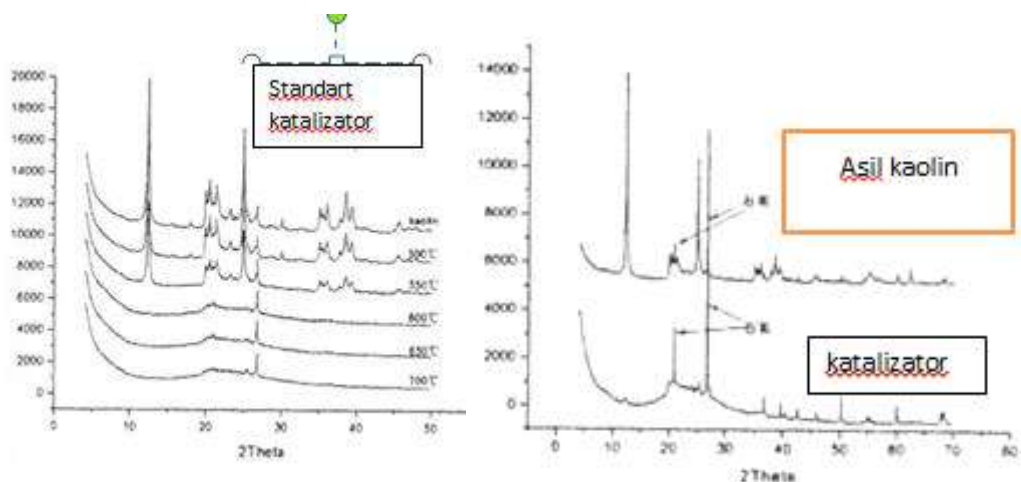
With the decrease in the number of hydroxyl groups, the number of hydrogen ions increases. Acidic catalysts obtained from kaolin, aluminum-boron, and sulfonated titanium dioxide were used as acidic catalysts in our study.



**Figure 1.** Photographic image of the nickel-Raney catalyst in the test setup of the solar concentrator located in the focal zone (a) and in the H-kaolinite ceramic catalyst (b)

The preparation of kaolin acid catalyst was carried out using the method we developed from the AST-30 grade of Angren kaolin. Kaolin is loaded into the anode compartment of the electrolytic cell. Compressed air is used for mixing. A 24-volt voltage was applied for washing the kaolin. Under these conditions, K, Na, Mg, and Ca mixed kaolinite were converted into H-kaolinit [7].

The process was carried out for 9 hours, with the pH in the cathode compartment reaching 11 and in the anode compartment reaching pH 4. After washing, the product was squeezed out of the water using a lavsan filter and then dried. The tablets were formed from the dried product and sintered at 700°C for 2 hours. The obtained catalyst was analyzed using X-ray diffraction, HET (catalytic volume and surface), and chemical composition. According to X-ray diffraction analysis, the product obtained after electrochemical washing takes the form of H-kaolinite. The surface and pore size of the obtained catalyst exceeds those of the original product and the catalyst obtained from standard acid washing [7].



**Figure 2. X-ray diffraction analysis of the kaolin catalyst**

Name	Surface, m <sup>2</sup> /g	Volume, ml/g
H-kaolinit	25	0,11
Standart	15	0,086
Original	15	0,081

**Table 1. BET determination of specific surface area and pore volume**

**Discussion and conclusion.** To obtain the aluminobor catalyst, alumina is mixed in an equimolar amount with boric acid, thoroughly mixed, and then sintered at 400°C for 4 hours. To obtain sulfonated titanium, titanium dioxide is dissolved in sulfuric acid. The mixture is then treated at 500°C for 2 hours to obtain a solid, water-insoluble residue [3]. The obtained catalysts are thoroughly washed with distilled water until neutral and the equivalent acidity in relation to sulfuric acid is determined using the method described above. It was found that H-kaolinite is 70% stronger than sulfuric acid, the aluminobor catalyst is 90%, and the sulfonated titanium is 1300 times stronger than sulfuric acid [8].

The acid catalysts are ground to a particle size of 5-10 mm and loaded into a flow reactor, while Raney nickel is fixed in a two-nozzle quartz spherical flask. Rice binders are used to secure Raney nickel. During the acid cleaning stage with acid catalysts, oxygen accumulates in the water due to contact with air and the reaction. The solubility of oxygen in water is 30%. Additionally, H<sub>2</sub>, H<sub>3</sub>O<sup>+</sup>, and H<sub>4</sub><sup>++</sup> ions were present in the water. During the processing stage of the obtained system, the reaction continued in the photoreactor, resulting in hydrogen production. The produced hydrogen is highly reactive and quickly reacts with oxygen, forming hydrogen peroxide according to the reaction [4]:





**Table 2. Effect of acid catalysts on the decomposition of carbonate ore**

Versions	Acidic catalysts		
	Acidic catalysts	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> – B <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Ti – SO <sub>3</sub>
Equivalent acidity to H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	70%	90%	1300 marta
The amount of residue from the carbonate ore	52,0	33,0	12,0
The mass number of protons	60 g	79 g	85 g

It is evident that as the equivalent acidity in water increases, more protons are generated, but there is no proportional relationship. The cause of such an effect is likely related to the physicochemical properties of the catalysts or the water itself.

**REFERENCES:**

1. Maximilian Schalenbach, Geert Tjarks, Marcelo Carmo, Wiebke Lueke, Martin Mueller, and Detlef Stoltena. *Acidic or Alkaline? Towards a New Perspective on the Efficiency of Water Electrolysis. // Journal of the Electrochemical Society, 163 (11) F3197-F3208 (2016).*
2. Davenport R.J., Schubert F.H. «Space water electrolysis: space station through advanced missions» // *Journal Power Sources.* - 1991. - V. 36. P. 235.
3. [https://www.sosvetom.ru/images/data/gallery/587\\_137\\_cloud-box-m1-usermanual-\(rus\)-pdf](https://www.sosvetom.ru/images/data/gallery/587_137_cloud-box-m1-usermanual-(rus)-pdf).
4. Baranovskiy P.I., Klochkov V.P., Potykevich I.V. *Yarimo tkazgichli elektronika. Materialning xususiyatlari. Katalog. Kiev, 1975, 704 b.*
5. <https://solmetric-pv-analyzer.software.informer.com/3.7>.
6. Рахимов Р.Х., Ермаков В.П. *Применение функциональной керамики для сушки красок, полимеризации высокомолекулярных соединений и вулканизации резин. Сопр. // nanotechnol., 2017, выпуск 4, с. 60–62.*
7. Акбаров Р.Ю. *Оптимальные углы наклона солнечных установок для Паркентского района (Узбекистан). Материалы международной научной конференции “Новые материалы и гелиотехнологии” 20-21 мая 2021 года, г. Паркент, Узбекистан. С. 186-190.*
8. Аллаев К.Р. *Водород – основа энергетики будущего. // Проблемы энерго- и ресурсосбережения, 2021, №2, с. 14-30.*
9. Перфильев М.В., Демин А.К., Кузин Б.Л. «Высокотемпературный электролиз газов». – М.: Наука, 1988. С. 232.
10. Коробцев С.В. «Разработка основ технологии производства и использования водорода на основе высокотемпературных твердооксидных электрохимических обратимых систем» // Доклад на заседании круглого стола «Российские исследования и разработки в области водородных технологий» (Москва, 8 февраля 2006 г.).

## SCALAR PERTURBATION DUE TO GEODESIC MOTION IN THE SCHWARZSCHILD SPACETIME

**Turimov Bobur Valentinovich,**

*Institute of Fundamental and Applied Research, National Research University TIIAME*

**Karshiboev Shavkat Esirgapovich,**

*Lecturer Uzbek - Finnish pedagogical institute*

*shavkat.qarshiboyev.89@bk.ru*

**Hayitov Shuhrat Asamidin o'g'li,**

*Lecturer Uzbek - Finnish pedagogical institute*

*shuhrathayitov34@gmail.com*

**Abstract.** *In this paper, we have studied scalar perturbations caused by the geodesic motion of a massive particle orbiting a black hole in Schwarzschild spacetime. For simplicity, we assumed that the scalar field does not contribute to the geodesic motion. We briefly discussed particle motion in Schwarzschild spacetime. We derived the equation for the scalar field using the Klein-Gordon equation with an included source term. We obtained a fully analytical solution to the Klein-Gordon equation in Schwarzschild spacetime. We demonstrated that the solution to the angular equation can be expressed in terms of spherical harmonics, while the radial equation solution can be expressed in terms of the confluent Heun function.*

**Keywords:** *scalar field, geodesic equation, confluent Heun function, Kerr spacetime, black hole.*

## SCHWARZSCHILD FAZOSIDAGI GEODEZIK HARAKAT TUFAYLI SKALYAR BUZILISH

**Annotatsiya.** *Ushbu maqolada biz Schwarzschild fazosida qora tuynuk atrofida aylanayotgan katta zarrachaning geodezik harakatidan kelib chiqqan skalyar tebranishlarni o'rgandik. Oddiylik uchun biz skalyar maydon geodezik harakatga ta'sir qilmaydi, deb taxmin qildik. Biz Schwarzschild fazosidagi zarrachalarning harakatini qisqacha o'rganib chiqdik. Biz manba atamasi bilan Klein-Gordon tenglamasidan foydalanib, skalar maydon uchun tenglamani oldik. Biz burchakli tenglamaning yechimini sferik harmonikalar bilan, radial tenglama yechimini esa birlashuvchi Heun funksiyasi bilan ifodalash mumkinligini ko'rsatdik.*

**Kalit so'zlar:** *skalyar maydon, geodezik tenglama, qo'shilish Heun funksiyasi, Kerr fazo vaqti, qora tuynuk.*

## СКАЛЯРНОЕ ВОЗМУЩЕНИЕ, ВЫЗВАННОЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИМ ДВИЖЕНИЕМ В ПРОСТРАНСТВЕ-ВРЕМЕНИ ШВАРЦШИЛЬДА

**Аннотация.** *В данной работе мы изучили скалярные возмущения, вызванные геодезическим движением массивной частицы, вращающейся вокруг чёрной дыры в пространстве-времени Шварцшильда. Для упрощения мы предположили, что скалярное поле не влияет на геодезическое движение. Мы кратко обсудили движение частицы в пространстве-времени Шварцшильда. Мы вывели уравнение для скалярного поля, используя уравнение Клейна–Гордона с включённым членом источника. Мы получили полностью аналитическое решение уравнения Клейна–Гордона в пространстве-времени Шварцшильда. Мы показали, что решение углового уравнения можно выразить через сферические гармоники, в то время как решение радиального уравнения можно выразить через функцию Хейна.*

**Ключевые слова:** *скалярное поле, геодезическое уравнение, функция Хейна, пространство-время Керра, чёрная дыра.*

**Introduction and summary.**

In the context of general relativity, a perturbation in the Schwarzschild spacetime refers to small deviations or disturbances from the idealized Schwarzschild solution, which describes the spacetime geometry around a non-rotating, spherically symmetric mass (such as a black hole or a massive object). Perturbations in the Schwarzschild spacetime can arise due to the presence of additional masses,

gravitational waves, or other forms of energy-momentum that cause deviations from the ideal Schwarzschild solution [1]. Using the Newman-Penrose formalism [2], the perturbation in Kerr spacetime has been studied in [3-6]. These perturbations can be analyzed using techniques from perturbation theory in general relativity, which involve linearizing the Einstein field equations around the Schwarzschild and Kerr metrics and solving for the perturbed metric components. Perturbations in the Schwarzschild and Kerr spacetime can have important physical implications, such as the generation and propagation of gravitational waves, the dynamics of test particles and light rays, and the stability of black holes against perturbations. They are also relevant for understanding the behavior of astrophysical systems containing compact objects like black holes and neutron stars.

In the context of general relativity, the Schwarzschild spacetime describes the gravitational field outside a spherically symmetric, non-rotating mass, such as a black hole or a star. Scalar perturbations in the Schwarzschild spacetime can be analyzed to understand how small deviations from the background metric behave. Scalar perturbations typically refer to small deviations from the background metric (in this case, the Schwarzschild metric) that can be expressed as changes in a scalar field. These perturbations can be studied by considering linearized equations around the Schwarzschild solution [7, 8].

Once the linearized perturbation equations are obtained, one can study the behavior of scalar perturbations due to geodesic motion by solving these equations and analyzing the resulting solutions. This analysis can provide insights into how small disturbances propagate in the Schwarzschild spacetime and how they interact with the background gravitational field. The study of scalar perturbations in the Schwarzschild spacetime due to geodesic motion is a topic of interest in theoretical physics and general relativity, and it has applications in understanding gravitational waves, black hole physics, and cosmology. Detailed calculations and analyses of such perturbations require a deep understanding of general relativity and mathematical techniques for solving partial differential equations in curved spacetime [9-11].

The geodesic motion in the Schwarzschild spacetime refers to the motion of test particles (massive or massless) moving under the influence of gravity alone, following the natural paths dictated by the curvature of spacetime. To analyze scalar perturbations due to geodesic motion in the Schwarzschild spacetime, one typically starts with the linearized perturbation equations, which are derived by decomposing the metric tensor into a background Schwarzschild metric plus a small perturbation. These perturbation equations can be obtained by considering small deviations in the metric tensor components and linearizing the Einstein field equations [12-14].

**I. Scalar perturbation due to geodesic motion.**

The scalar perturbation due to the geodesic motion is quite a common problem and considered by numerous authors [9, 10]. The field equation for the scalar field  $\Phi$  is given as

$$\nabla_\mu \nabla^\mu \Phi = -4\pi g_s T \tag{1}$$

where  $\nabla_\mu$  stands for covariant derivative from a scalar field,  $m_0$  is the mass of particle,  $g_s$  is the coupling constant between massive field and scalar field and  $T = T_{\mu\nu} g^{\mu\nu}$  is a source term regarded as the trace of energy-momentum tensor that represents as follows [9]:

$$T_{\mu\nu} = \frac{m_0}{\sqrt{-g}} \int d\tau \delta^{(4)}[x - z(\tau)] u_\mu u_\nu \tag{2}$$

$$T = T_{\mu\nu} g^{\mu\nu} = -\frac{m_0 \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)}{u^0 r^2 \sin \theta} \tag{3}$$

Here  $g$  is the determinant of the metric tensor,  $\tau$  is a proper time,  $u^\mu = dx^\mu/d\tau$  is the four-velocity of massive particle normalized as  $u_\mu u^\mu = -1$ , and satisfied a geodesic equation  $u^\mu \nabla_\mu u^\nu = 0$ . In the Schwarzschild spacetime, of the mass parameter  $M$ ,

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{f} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r^2 \sin^2 \theta \end{pmatrix}, \quad f = 1 - \frac{2M}{r}, \tag{4}$$

geodesic equation can be easily integrated and the four velocity of test particle can be expressed as

$$u_\mu = \left\{ \frac{\mathcal{E}}{f}, \sqrt{\mathcal{E}^2 - f \left( \frac{\mathcal{K}}{r^2} + 1 \right)}, \frac{1}{r^2} \sqrt{\mathcal{K} - \frac{\mathcal{L}^2}{\sin^2 \theta}}, \frac{\mathcal{L}}{r^2 \sin^2 \theta} \right\} \tag{5}$$

where  $\mathcal{E}$  and  $\mathcal{L}$  are constants of motion regarded to the specific energy, specific angular momentum of test particle and  $\mathcal{K}$  is the Carter constant. The angular velocity of particle measured by a distant observer yields

$$\Omega = \frac{u^\phi}{u^t} = \frac{\mathcal{L}f}{\mathcal{E}r^2 \sin^2 \theta} \quad (6)$$

For simplicity, assuming particle moves in circular orbits with four-velocity of  $u_\mu = \{-\mathcal{E}, 0, 0, \mathcal{L}\}$ . In the Keplerian orbit measurable quantities, namely, the specific energy  $\mathcal{E}$ , specific angular momentum  $\mathcal{L}$  and angular frequency  $\Omega$  of massive test particle in the Schwarzschild spacetime are found as

$$\mathcal{E} = \frac{f}{\sqrt{1 - \frac{3M}{r}}}, \quad \mathcal{L} = \frac{\sqrt{Mr}}{\sqrt{1 - \frac{3M}{r}}}, \quad \Omega = \sqrt{\frac{M}{r^3}}. \quad (7)$$

Using equations (2) together with (5) and (7), the trace of the energy-momentum tensor for test particle  $T$  reduces to

$$T = -\frac{m_0}{r^2} \sqrt{1 - \frac{3M}{r}} \delta(r - r_0) \delta(\cos \theta) \delta(\phi - \Omega t) \quad (8)$$

Finally, taking into account all facts mentioned above, equation for the scalar field in the Schwarzschild spacetime can be rewritten as

$$\left[ \partial_t^2 - \frac{f}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 f \frac{\partial}{\partial r} \right) - \frac{f}{r^2} \nabla_\Omega^2 \right] \Phi(\mathbf{r}, t) = -4\pi m_0 g_s \frac{f}{r^2} \sqrt{1 - \frac{3M}{r}} \delta(r - r_0) \delta(\cos \theta) \delta(\phi - \Omega t), \quad (9)$$

where  $\nabla_\Omega^2$  is the angular part of the Laplacian operator defined as

$$\nabla_\Omega^2 = \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \quad (10)$$

The solution of equation (9) can expanded in terms of the spherical harmonics in the form:

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = 2m g_s \sum_{\ell m} \frac{R_{\ell m}(r)}{r \sqrt{f}} Y_\ell^m(\theta, \phi - \Omega t) \quad (11)$$

where  $R_{\ell m}(r)$  is an unknown radial function,  $Y_\ell^m(\theta, \phi)$  is the spherical harmonics satisfied the

$$\nabla_\Omega^2 Y_\ell^m(\theta, \phi) = -\ell(\ell + 1) Y_\ell^m(\theta, \phi) \quad (12)$$

and normalized as

$$\int Y_\ell^m(\theta, \phi) Y_{\ell'}^{m'}(\theta, \phi) d\Omega = \delta_{\ell\ell'} \delta_{mm'} \quad (13)$$

Now using the a property of the delta function:

$$\delta(\phi - \Omega t) = \frac{1}{2\pi} \sum_m e^{im(\phi - \Omega t)} \quad (14)$$

the equation (9) can be rewritten in a form:

$$\sum_{\ell m} \left[ \frac{d^2}{dr^2} + \frac{M^2 + (m\Omega r^2)^2 - \ell(\ell + 1)r^2 f}{r^4 f^2} \right] R_{\ell m} Y_\ell^m(\theta, \phi - \Omega t) = \sqrt{f \left( 1 - \frac{3M}{r} \right)} \frac{\delta(r - r_0)}{r} \delta(\cos \theta) \sum_m e^{im(\phi - \Omega t)} \quad (15)$$

where  $\Omega$  is the angular frequency of Keplerian orbit. In order to rid off the angular dependence of the last equation one can multiply complex conjugate of the spherical harmonics  $Y_\ell^{*m}$  from both side of the equation (15) and using normalization relation (13), one obtains

$$\left[ \frac{d^2}{dr^2} + \frac{M^2 + (m\Omega r^2)^2 - \ell(\ell + 1)r^2 f}{r^4 f^2} \right] R_{\ell m} = Y_\ell^{*m} \left( \frac{\pi}{2}, 0 \right) \frac{\delta(r - r_0)}{r} \sqrt{f \left( 1 - \frac{3M}{r} \right)} \quad (16)$$

As one can see the above equation is independent of the angular coordinate but it depends on the radial coordinate Let us introduce new function  $U(x)$  with new radial coordinate in the form:

$$R_{\ell m}(x) = e^{\alpha x/2} x^{\beta/2} (x - 1)^{\gamma/2} U_{\ell m}(x), \quad x = 1 - \frac{r}{2M}, \quad (17)$$

Inserting it into equation (15), one can get a well-known Heun equation in the form:

$$U''_{\ell m} + \left( \alpha + \frac{\beta}{x} + \frac{\gamma}{x-1} \right) U'_{\ell m} + \left( \frac{\sigma}{x} + \frac{\lambda - \sigma}{x-1} \right) U_{\ell m} = 0 \quad (18)$$

and the solution can be expressed in term of the Heun function in the form:  $U_{\ell m}(x) = \text{HeunC}[\sigma, \lambda, \beta, \gamma, \alpha, x]$ , where coefficients are

$$\sigma = \ell^2 + \ell - 4imM\Omega, \lambda = -4imM\Omega, \alpha \rightarrow -4imM\Omega, \beta = 1 + 4imM\Omega, \gamma = 1, \quad (19)$$

$$\sigma = \ell^2 + \ell - 16m^2M^2\Omega^2, \lambda = 4mM\Omega(-4mM\Omega + i), \alpha = 4imM\Omega, \beta = 1 + 4imM\Omega, \gamma = 1 \quad (20)$$

$$\sigma = \ell^2 + \ell - 16m^2M^2\Omega^2, \lambda = -4mM\Omega(4mM\Omega + i), \alpha = -4imM\Omega, \beta = 1 - 4imM\Omega, \gamma = 1, \quad (21)$$

$$\sigma = \ell^2 + \ell + 4imM\Omega, \lambda = 4imM\Omega, \alpha = 4imM\Omega, \beta = 1 - 4imM\Omega, \gamma = 1, \quad (22)$$

and as we can see here we have four different cases for the coefficients. Finally, radial function can be obtained as

$$R_{\ell m}(x) = e^{\alpha x/2} (x-1)^{(\gamma+1)/2} x^{(\beta+1)/2}$$

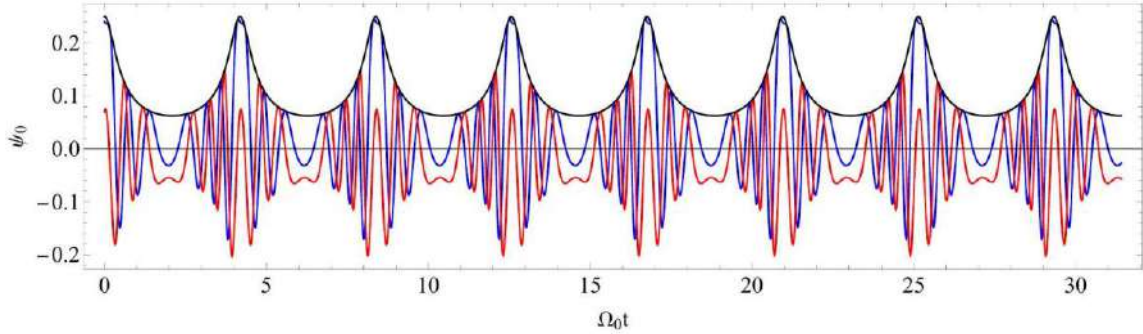


Figure 1. Time dependence of the scalar field  $\psi_0$  in the flat spacetime. Blue and red curves represent real and imaginary parts of the scalar field, while black line is corresponds to absolute value of the scalar field.

The total power output in mode of  $(\ell, m)$  can be determined as

$$P_{\ell m} = \frac{1}{8\pi} |C_{\ell m}|^2 |R_{\ell m}(r_0)|^2. \quad (24)$$

For qualitative analyses it is also interesting to consider this problem in a flat space (i.e.,  $f = 1$ ). Hereafter introducing new wave equation  $\Phi(\mathbf{r}, t) = m_0 g_s \psi_0(\mathbf{r}) e^{-i\Omega t}$ , equation (9) reduces to

$$(\partial_t^2 - \nabla^2) \psi_0 = \frac{4\pi}{r^2} \delta(r - r_0) \delta(\cos \theta) \delta(\phi - \Omega t) \quad (25)$$

where  $\nabla$  is the Laplacian in the spherical coordinates. Notice that the expression for Keplerian frequency  $\Omega = \sqrt{M/r_0^3}$  is the same in the framework of Newtonian as well as in general relativity. It is well-known that the Green's function for the Helmholtz operator is given as [15]

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\frac{1}{4\pi} \frac{e^{-i\Omega|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \quad (26)$$

and the solution for a scalar field yields

$$\psi_0(\mathbf{r}, t) = -\frac{e^{i\Omega \left( t - \sqrt{r^2 + r_0^2 + 2rr_0 \sin \theta \cos \Omega t} \right)}}{\sqrt{r^2 + r_0^2 + 2rr_0 \sin \theta \cos \Omega t}} \quad (27)$$

In Fig. 1 we showed time dependence of the scalar field in the Minkowski spacetime. Black line represents absolute value of the scalar field.

### Conclusion.

In this paper we have studied scalar perturbation due to geodesic motion of massive particle orbiting around the black hole described by the Schwarzschild spacetime. For simplicity, we assumed that the scalar field does not contributed in the geodesic motion. We briefly mentioned about particle motion in the Schwarzschild spacetime. We derived equation for the scalar field using Klein-Gordon equation including the source term. We have obtain fully analytical solution to Klein-Gordon equation in the Schwarzschild spacetime. We have shown that solution to angular equation can expressed in terms of the spherical harmonics while for the radial equation ti can be expressed in terms of the confluent Heun function.

### Appendix A: Solution in weak field

Here we focus on the wave-like equation in the weak field approach. So that the scalar field can be expanded as

$$\psi(\mathbf{r}) = \psi_0(\mathbf{r}) + \frac{2M}{r} \psi_1(\mathbf{r}) + \mathcal{O}(M^2/r^2) \quad (A1)$$

where  $\Phi_0$  is the solution in a flat spacetime,  $\Phi_1$  is the solution in the first leading order. Inserting expression (A1) into the equation (9), one can obtain the following wave-like equation:

$$(\nabla^2 + \omega^2) \frac{\psi_1}{r} = -\frac{\pi e^{i\omega t}}{r^3} \delta(r - r_0) \delta(\cos \theta) \delta(\phi - \Omega t) - \frac{1}{r} \left[ \frac{1}{r} \partial_r (r \partial_r) + \partial_t^2 \right] \psi_0 \quad (A2)$$

and solution is

$$\psi_1 = \frac{r}{4r_0} \frac{e^{i\omega \left[ t - \sqrt{r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \sin \theta \cos(\phi - \Omega_0 t)} \right]}}{\sqrt{r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \sin \theta \cos(\phi - \Omega_0 t)}} - \int \frac{\delta(t - |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) r' dr' d\cos \theta' d\phi'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \left[ \frac{1}{r} \partial_r (r \partial_r) + \partial_t^2 \right] \psi_0 \quad (A3)$$

### Appendix B: The coordinate transformations

The Cartesian coordinates  $(x, y, z)$  are related to spherical coordinates  $(r, \theta, \phi)$  in the standard way:

$$x = r \cos \phi \sin \theta, \quad (B1)$$

$$y = r \sin \phi \sin \theta, \quad z = r \cos \theta, \quad (B2)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \quad \theta = \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z} \right), \quad \phi = \tan^{-1} \frac{y}{x}, \quad (B2)$$

where  $0 \leq r \leq \infty, 0 \leq \theta \leq \pi$  and  $0 \leq \phi \leq 2\pi$ .

The transformation of the volume element from Cartesian to spherical coordinates is given by the following expression:  $d\mathbf{r} = dx dy dz = J dr d\theta d\phi$ , where  $J$  is the Jacobian determined as

$$J = \begin{bmatrix} \partial_r x & \partial_r y & \partial_r z \\ \partial_\theta x & \partial_\theta y & \partial_\theta z \\ \partial_\phi x & \partial_\phi y & \partial_\phi z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi \sin \theta & \sin \phi \sin \theta & \cos \theta \\ r \cos \phi \cos \theta & r \sin \phi \cos \theta & -r \sin \theta \\ -r \sin \phi \sin \theta & r \cos \phi \sin \theta & 0 \end{bmatrix} = r^2 \sin \theta \quad (B3)$$

The transformation of the Green's function from Cartesian to spherical coordinates can be done by using the following calculations:

$$|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2} \quad (B4)$$

$$= \sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr' [\cos \theta \cos \theta' + \sin \theta \sin \theta' \cos(\phi - \phi')]} \quad (B4)$$

### REFERENCES:

1. J. M. Bardeen and W. H. Press, *Journal of Mathematical Physics* 14, 7 (1973).
2. E. T. Newman and R. Penrose, *Phys. Rev. Lett.* 15, 231 (1965).
3. S. A. Teukolsky, *Phys. Rev. Lett.* 29, 1114 (1972).
4. S. A. Teukolsky, *Astrophys. J.* 185, 635 (1973).
5. W. H. Press and S. A. Teukolsky, *Astrophys. J.* 185, 649 (1973).
6. S. A. Teukolsky and W. H. Press, *Astrophys. J.* 193, 443 (1974).
7. P. C. Peters, *Phys. Rev.* 146, 938 (1966).
8. R. G. Daghigh, M. D. Green, J. C. Morey, and G. Kunstatter, *Phys. Rev. D* 102, 104040 (2020).
9. C. W. Misner, R. A. Breuer, D. R. Brill, P. L. Chrzanowski, H. G. Hughes, and C. M. Pereira, *Phys. Rev. Lett.* 28, 998 (1972).
10. R. A. Breuer, P. L. Chrzanowski, H. G. Hughes, and C. W. Misner, *Phys. Rev. D* 8, 4309 (1973).
11. J. M. Bardeen, W. H. Press, and S. A. Teukolsky, *Astrophys. J.* 178, 347 (1972).
12. S. A. Kaplan, *Zhurnal Eksperimentalnoi i Teoreticheskoi Fiziki* 19, 951 (1949).
13. G. W. Gibbons and M. Vyska, *Classical and Quantum Gravity* 29, 065016 (2012), *arxiv:1110.6508 [gr-qc]*.
14. J. B. Hartle, *Gravity : an introduction to Einstein's general relativity* (2003).
15. G. B. Arfken and H. J. Weber, *Mathematical methods for physicists 6th ed.* (2005).

## COLLISION OF CIRCULAR ORBITS AND PARTICLES WITH A MAGNETIC DIPOLE

**Xujaqulov Jurabek Otaqul o'g'li,***Physics teacher at secondary school No. 50,  
Chirokchi district, Kashkadarya region***Xoldorov Obid Narzulla o'g'li,***PhD student of Samarkand State University***Tolibjanov Temurmaliq Xamidillo o'g'li,***PhD student of Namangan State University***Buriyev Sardor Begmurod o'g'li,***Shahrisabz «Temurbeklar maktabi» Military Academic Lyceum***Mardiyev Islomxon Raxmatillayevich,***Uzbek - Finnish Pedagogical Institute*

**Abstract.** This study investigates the interactions between charged particles in circular orbits and a magnetic dipole field. By analyzing particle dynamics under the influence of a dipole's magnetic field, we aim to understand the conditions that lead to particle collisions and potential energy transfer processes. The research highlights how the Lorentz force and the dipole's magnetic configuration affect the stability and trajectory of particles. Results show the critical parameters that lead to particle capture, deflection, or collision with the dipole's field lines. These findings have significant implications for modeling space plasma behavior, predicting radiation belt dynamics, and interpreting data from space missions focused on planetary magnetospheres.

**Keywords:** magnetic dipole, charged particles, circular orbit, magnetic field, particle dynamics.

## AYLANA ORBITALARI VA ZARRACHALARNING MAGNIT DIPOL BILAN TO'QNASHUVI

**Annotatsiya.** Ushbu tadqiqot aylana orbitadagi zaryadlangan zarralar va magnit dipol maydoni o'rtasidagi o'zaro ta'sirlarni o'rganadi. Dipolning magnit maydoni ta'sirida zarrachalar dinamikasini tahlil qilish orqali, zarrachalarning to'qnashuviga va energiya uzatish jarayonlariga olib keladigan sharoitlarni tushunish maqsad qilindi. Tadqiqotda Lorents kuchi va dipolning magnit konfiguratsiyasi zarrachalarning barqarorligi va traektoriyasiga qanday ta'sir ko'rsatishi ko'rsatib beriladi. Natijalar zarrachalarning ushlanishi, og'ish yoki dipol maydon chiziqlari bilan to'qnashuviga olib keladigan muhim parametrlarni ochib beradi. Ushbu topilmalar kosmik plazma xatti-harakatini modellashtirish, radiatsiya kamarlarining dinamikasini oldindan aytish va sayyora magnitosferalariga oid kosmik missiyalardan olingan ma'lumotlarni talqin qilishda muhim ahamiyatga ega.

**Kalit so'zlar:** magnit dipol, zaryadlangan zarralar, aylana orbit, magnit maydon, zarracha dinamikasi.

## СТОЛКНОВЕНИЕ КРУГОВЫХ ОРБИТ И ЧАСТИЦ С МАГНИТНЫМ ДИПОЛЕМ

**Аннотация.** В данном исследовании рассматриваются взаимодействия заряженных частиц, движущихся по круговым орбитам, с магнитным полем диполя путём анализа динамики частиц под воздействием магнитного поля диполя, целью работы является раскрытие условий, приводящих к столкновениям частиц и процессам передачи энергии. Исследование подчёркивает, как сила Лоренца и магнитная конфигурация диполя влияют на стабильность и траекторию частиц. Результаты показывают ключевые параметры, которые приводят к захвату, отклонению или столкновению частиц с линиями поля диполя. Эти выводы имеют большое значение для моделирования поведения космической плазмы, прогнозирования динамики радиационных поясов и интерпретации данных космических миссий, исследующих магнитосферы планет.

**Ключевые слова:** магнитный диполь, заряженные частицы, круговая орбита, магнитное поле, динамика частиц.

**Introduction.** The study of particle dynamics in the presence of magnetic fields has broad applications in fields such as astrophysics, plasma physics, and space science. One particularly interesting

configuration involves the behavior of charged particles moving in circular orbits around a magnetic dipole. This setup can mimic conditions observed in planetary magnetospheres, such as those of Earth or Jupiter, and provide insight into particle interactions and energetic particle precipitation. When a charged particle approaches a magnetic dipole, the complex interplay between the Lorentz force and the dipole's magnetic field governs its trajectory. Understanding these interactions is essential for predicting particle collisions, magnetic trapping, and radiation belt formation. The investigation of particle collisions in such fields helps in elucidating the processes that lead to particle acceleration and loss, which have implications for space weather phenomena and the stability of satellite orbits. In this paper, we explore the dynamics of circular orbits of charged particles and their interactions with a magnetic dipole field. We analyze the conditions that lead to collisions, examine the influence of magnetic field strength and orientation, and assess how these interactions inform our understanding of particle behavior in magnetic environments. This study contributes to the theoretical framework needed for modeling space plasma environments and informs observational data interpretation from spacecraft missions.

**Basic equations.**

**I. Lorentz force equation.**

The motion of a charged particle in a magnetic field is governed by the Lorentz force. The Lorentz force is given by:

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

where  $q$  is the charge of the particle,  $\mathbf{E}$  is the electric field,  $\mathbf{B}$  is the magnetic field, and  $\mathbf{v}$  is the velocity of the particle.

**II. Magnetic field of a dipole.**

The magnetic field around a magnetic dipole is expressed as:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \left( \frac{3(\mathbf{m} \cdot \mathbf{r})\mathbf{r} - mr^2}{r^5} - \frac{\mathbf{m}}{r^3} \right)$$

where  $\mathbf{m}$  is the magnetic dipole moment, and  $\mathbf{r}$  is the position vector relative to the dipole.

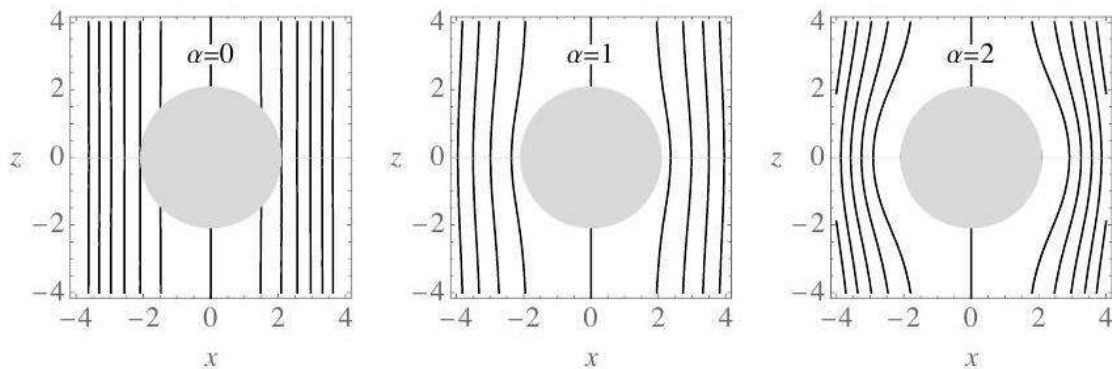


Figure 1. Magnetic field

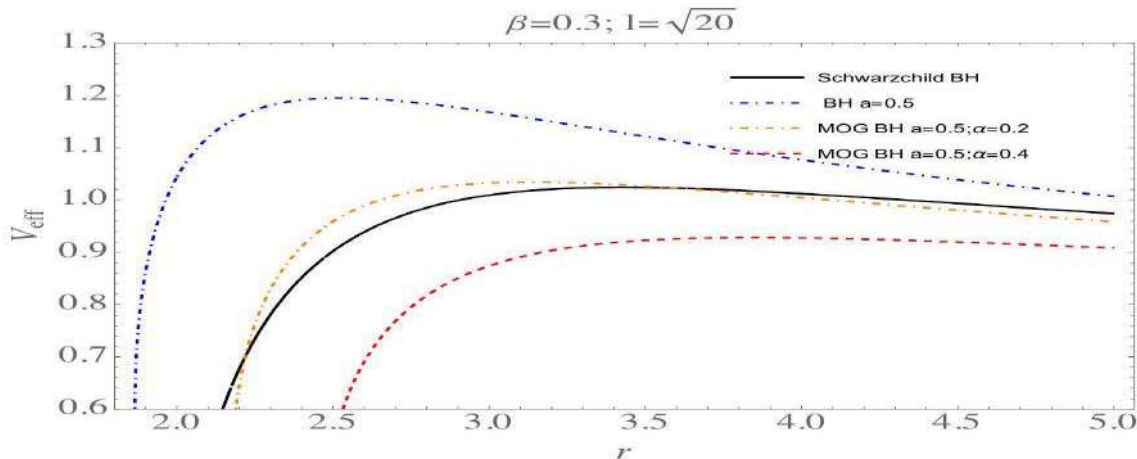


Figure 2. Radial dependence of the effective potential at various discrete values of the parameters  $a$  and  $\alpha$ .

**III. Motion of charged particles in circular orbits.**



A charged particle moving in a circular orbit around a magnetic dipole experiences a balance between gravitational and electromagnetic forces. The effective potential  $V_{\text{eff}}$  is given by:

$$V_{\text{eff}}(r) = -\frac{GMm}{r} + \frac{q}{m} \mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

where  $G$  is the gravitational constant,  $M$  is the mass of the black hole, and  $m$  is the mass of the particle. The equation of motion for the particle is:

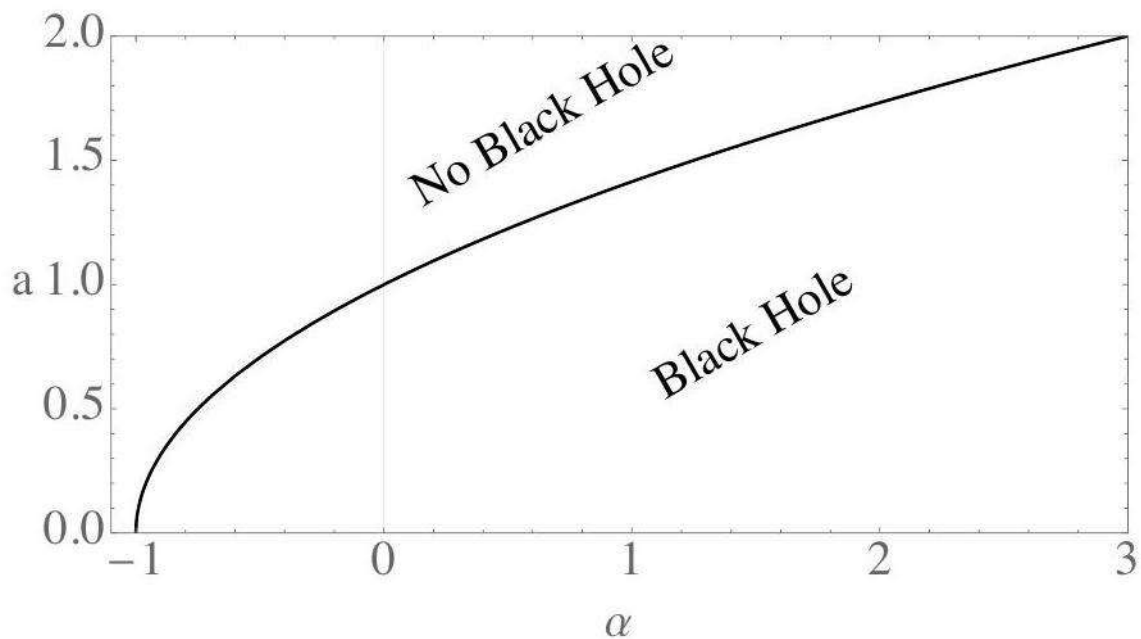
$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = -\nabla V_{\text{eff}}(r)$$

**IV. Relativistic effects and spacetime curvature.**

In the vicinity of a black hole, relativistic effects come into play, causing the curvature of spacetime. The Schwarzschild metric is given by:

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2GM}{r}\right) dt^2 + \left(1 - \frac{2GM}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)$$

If the black hole is rotating, the Kerr metric is used, which is expressed as:



**Figure 3.** The condition for the existence of a black hole lies within the interval of variation for  $a$  and  $\alpha$ .

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2Mr}{\rho^2}\right) dt^2 - \frac{4Mar \sin^2 \theta}{\rho^2} dt d\phi + \frac{\rho^2}{\Delta} dr^2 + \rho^2 d\theta^2 + \left(r^2 + a^2 + \frac{2Ma^2 r \sin^2 \theta}{\rho^2}\right) \sin^2 \theta d\phi^2$$

where  $\rho^2 = r^2 + a^2 \cos^2 \theta$  and  $\Delta = r^2 + a^2 - 2Mr$ .

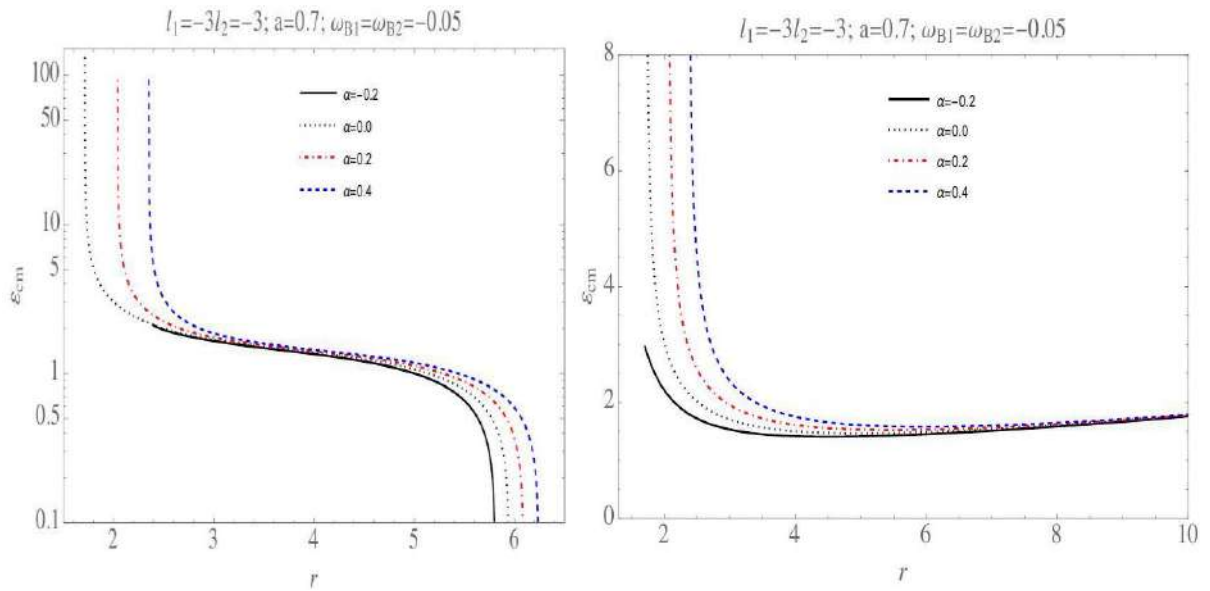
**XI. Conservation of energy and angular momentum.**

For a particle in a circular orbit, the conservation of energy and angular momentum is expressed as:

$$E = \gamma mc^2$$

$$L = mr^2 \dot{\phi}$$

where  $E$  is the total energy,  $L$  is the angular momentum, and  $\gamma$  is the Lorentz factor.



**Figure 4.** Graphical illustration of the center-of-mass energy resulting from the collision of magnetized and neutral particles with identical initial energy.

**Conclusion.** The dynamics of charged particles and their interaction with a magnetic dipole are governed by a combination of gravitational and electromagnetic forces, along with relativistic effects and the curvature of spacetime.

**REFERENCES:**

1. *"Classical Electrodynamics"* by John David Jackson This book is a fundamental resource for understanding electric and magnetic fields, including the properties and interactions of magnetic dipoles.
2. *"Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion"* by Francis F. Chen A comprehensive guide for learning about plasma physics and the interaction of particles with magnetic fields, which is helpful for studying particle motion influenced by magnetic dipoles.
3. *"Charged Particle Motion in Electromagnetic Fields"* by M. B. Kuperus and R. A. T. M. Wijers This resource covers theories and practical insights into the motion of charged particles in magnetic fields, relevant to understanding collisions and orbital dynamics.
4. *"Magnetic Field Effects on Charged Particle Dynamics"* - journal articles and conference proceedings Searching through Google Scholar or scientific journal platforms can provide up-to-date research articles focused on the effect of magnetic dipoles on particle trajectories and collisions.
5. *"Particle Trajectories and Orbit Perturbations in Magnetic Dipole Fields"* by D. A. Gurnett and A. Bhattacharjee These studies delve into the modeling of interactions between charged particles and magnetic dipole fields, discussing perturbations and orbital mechanics

**OKSIKISLOTALAR ASOSIDAGI BIODEGRADATSIYALANUVCHAN  
MATERIALLARNING FIZIK-KIMYOVIY XUSUSIYATLARIGA KOMPATIBILIZATOR  
TA'SIRINI BAHOLASH**

*Xudaynazarov Jaxongir Ortiq o'g'li,  
Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti  
Tillayev Sanjar Usmonovich,  
Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti*

*Annotatsiya. Ushbu ishda poli (sut kislota) hamda modifikatsiyalangan sellulozaning asosida olingan kompozit materiallarining fizik-kimyoviy xossalari ga kompatibilizator sifatida qo'llanilgan poli(vinil spirti) ing ta'sirini baholash bo'yicha tajribalar natijalari keltirilgan. Poli(vinil spirti) ning namuna massasiga nisbatan 1% gacha miqdorda qo'shilishidan olingan kompozit materiallari yuqori darajada gomogenlik, mustahkamlikka ega bo'lishi aniqlandi. Olingan mahsulotlarning yonishda massa kamayishi 67-88% diapazonda bo'lib, talab etilgan darajadan (50%) ancha yuqori ekanligi aniqlandi. Bioparchalanuvchan materiallar namunalari tarkibida og'ir, zaharli hamda boshqa xavfli elementlarning miqdori tegishli me'yorlardan past ekanligi aniqlandi.*

*Kalit so'zlar: polilaktid, modifikatsiyalangan selluloza, kompatibilizator, kompozit materiallar, fizik-kimyoviy xossalari, massa kamayishi.*

**ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ КОМПАТИБИЛИЗАТОРА НА ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИЕ  
СВОЙСТВА БИОДЕГРАДИРУЕМЫХ МАТЕРИАЛОВ НА ОСНОВЕ ОКСИКИСЛОТ**

*Аннотация. В работе представлены результаты экспериментов по оценке влияния поливинилового спирта, используемого в качестве компатибилизатора, на физико-химические свойства композиционных материалов на основе полимолочной кислоты и модифицированной целлюлозы. Установлено, что композиционные материалы, полученные с добавкой поливинилового спирта в количестве до 1 % по отношению к массе образца, обладают достаточной однородностью и прочностью. Установлено, что снижение массы полученных продуктов при горении находится в пределах 67-88%, что значительно превышает требуемый уровень (50%). Установлено, что количество тяжёлых, токсичных и других опасных элементов в образцах биоразлагаемых материалов ниже соответствующих норм.*

*Ключевые слова: полилактид, модифицированная целлюлоза, компатибилизатор, композиционные материалы, физико-химические свойства, снижение массы.*

**ASSESSMENT OF THE INFLUENCE OF A COMPATIBILIZER ON THE PHYSICAL AND  
CHEMICAL PROPERTIES OF BIODEGRADABLE MATERIALS BASED ON OXYACIDS**

*Abstract. The paper presents the results of experiments to evaluate the effect of polyvinyl alcohol, used as a compatibilizer, on the physicochemical properties of composite materials based on polylactic acid and modified cellulose. It has been established that composite materials obtained with the addition of polyvinyl alcohol in an amount of up to 1% relative to the sample weight have sufficient homogeneity and strength. It has been established that the reduction in the mass of the resulting products during combustion is in the range of 67-88%, which significantly exceeds the required level (50%). It has been established that the amount of heavy, toxic and other hazardous elements in samples of biodegradable materials is below the relevant standards.*

*Keywords: polylactide, modified cellulose, compatibilizer, composite materials, physicochemical properties, weight reduction.*

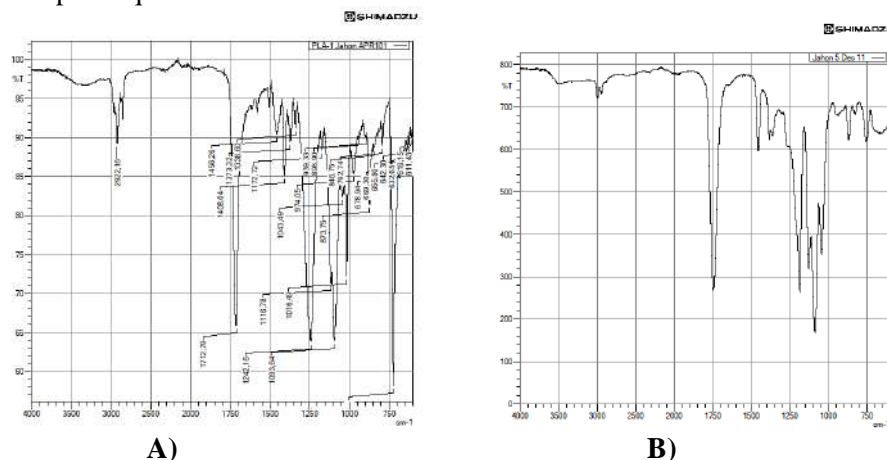
**Kirish.** Turli moddalar bilan to'ldirilgan poli(sut kislota) asosidagi bioparchalanuvchan kompozit materiallar so'nggi yillarda keng tadqiq etilmoqda. Ularning asosiy kamchiliklaridan biri – kristallik darajasining pastligi bo'lib, bu xususiyat ular asosida olingan mahsulotlarning fizik-kimyoviy xossalari, mustahkamligiga katta ta'sir ko'rsatadi. Sellyuloza asosida biodegradatsiyalanuvchan kompozit materiallar olish nisbatan keng tadqiq etilgan [1, 2] va turli yo'llar bilan ularning xossalari yaxshilashga erishilgan bo'lishiga qaramasdan barcha holatlar uchun asosiy kamchilik sifatida materiallarning yetarli darajada mexanik mustahkam emasligi, tannarxining nisbatan yuqori ekanligini ko'rsatish mumkin. Polilaktidga mikrokristallik selluloza (MKS) bilan to'ldirish orqali olingan kompozitlarning xossalari keng tadqiq

etilgan [3]. Biodegradatsiyalanuvchan kompozitlarning mexanik xossalarini yaxshilash uchun armirlovchi modda sifatida bambukdan olingan mikro fibrillar sellyuloza qo‘shish mumkinligi ko‘rsatilgan [4]. Shuningdek, bambukdan olingan lignotsellyulozani atsetillash orqali uning polilaktid makromolekulalari bilan o‘zaro ta’sirlashishi uchun kimyoviy muvofiqlik hosil qilingan [5]. Tarkibida massa jihatdan 20% atsetillangan sellyuloza saqlagan kompozitlar eng yuqori mustahkamlikka ega bo‘lganligi ( $18.84 \text{ N/mm}^2$ ) aniqlangan.

Oksikislota – polisut kislotasi asosida olingan materiallarning fizik-kimyoviy xususiyatlarini yaxshilash uchun qo‘llaniladigan yo‘llardan biri – kompatibilizatorlar qo‘shishdir. Chunki, polilaktid cheklangan qutblilikka ega makromolekula bo‘lib, uning to‘ldiruvchilari sifida qo‘llanildigan moddalar esa ko‘pchilik hollarda qutbli tabiatga ega bo‘ladi. Masalan, sellyuloza makromolekulalari qutbli tabiatini uning polilaktid matritsaga to‘ldiruvchi sifatida qo‘llashga xalaqit qilishi mumkin. Olingan kompozit materiallarning fizik-kimyoviy hamda mexanik xossalarini yaxshilash uchun sellyulozani modifikatsiyalash orqali qutbliligini kamaytirish, shu bilan birga, kompatibilizatorlardan foydalanish orqali materiallarning xossalarini yaxshilash muhim yo‘llardan biridir.

Yuqoridagilardan kelib chiqib, polilaktidga kiritilayotgan to‘ldiruvchining kimyoviy tabiatiga ko‘ra olingan kompozitlarning fizik-kimyoviy hamda mexanik xossalarini yaxshilash uchun kimyoviy modifikatsiyalash hamda kompatibilizatorlardan foydalanish borasida tadqiqotlar olib borish dolzarb vazifalardan biri hisoblanadi.

**Tajribaviy qism.** Samarqand davlat universitetida oksikislotalar – poli(sut kislotasi) hamda modifikatsiyalangan sellyuloza asosida bioparchalanuvchan kompozit materiallar olish borasida tadqiqotlar olib borilmoqda [6]. Kompozit materiallar olish uchun ikki xil turdagi polilaktid qo‘llanildi: biri “Jiaxing Fulltrust Plastic Co., Ltd. (Xitoy)” firmasidan olingan, molekulyar massasi 60-70 kDa, suyuqlanish temperaturasi 170-190 °C bo‘lgan PLA; ikkinchisi laboratoriya sharoitida sintez qilingan, molekulyar massasi 10-20 kDa, suyuqlanish temperaturasi 140-180 °C bo‘lgan PLA [7]. Har ikkala olingan polilaktidning ham IQ-spektrlari o‘rganildi (Shimadzu, 1- A va B-rasmlar). Bunda, ularning o‘zaro bir-biriga yaqin ekanligini ko‘rishimiz mumkin. Asosiy farq ularning molekulyar massalarida bo‘lib, laboratoriya sharoitida sintez qilingan PLA ning molekulyar massasi kichik, binobarin fizik-kimyoviy xossalari, mustahkamligi nisbatan pastroq.



**1-rasm. Tijoriy (A) hamda sintez qilingan (B) PLA IQ-spektri**

Kompozit materiallar olish uchun PLA ga to‘ldiruvchilar, asosan turli o‘simliklar qoldiqlaridan olingan sellyulozadan foydalanildi. Buning uchun ma‘lum usullar vositasida o‘simliklar chiqindilaridan sellyuloza ajratib olindi [8].

Sellyuloza makromolekulalari qutbli tabiatga ega bo‘lib, ikkilamchi strukturasi molekulararo kuchli vodorod bog‘lanishlari sababli suvda eruvchanligi mavjud emas. Polilaktid esa makromolekulalari cheklangan qutblilikka ega, ya‘ni faqatgina karbonil guruhi saqlagan fragmentlar qutbli xossalarni namoyon qilib, makromolekulaning asosiy qismi metil-guruhlaridan iborat yon zanjir tashkil etadi. Shu sababli, bu ikki tabiatan farqli makromolekulalardan kompozit materiallar olish o‘ziga yarasha murakkablik keltirib chiqaradi. Molekulyar darajada o‘zaro ta’sirlarning zaifligi sababli olingan kompozitlarning fizik-kimyoviy xossalari talab darajasida bo‘lmaydi. Ushbu kamchiliklarni bartaraf etish uchun bir necha yo‘llar taklif etilgan. Ulardan biri – kompozit tarkibiga kompatibilizatorlar qo‘shish hisoblanadi. Mazkur ishda kompatibilizator sifatida polivinil spirti (“Liwei Chemical co. LTD” firmasi (Xitoy), gidroliz darajasi 98-99.4%; polimerlanish darajasi 1700-2800) dan foydalanish imkoniyatlari o‘rganildi. Bunda,

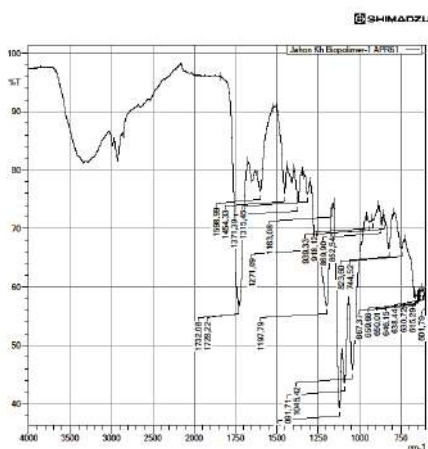
kompatibilizatorning namuna massasiga nisbatan miqdori 0,1% dan 1% gacha o'zgartirildi. Buning uchun quyidagi 1-jadvalda keltirilgan tarkibdagi kompozitlar olindi.

**1-jadval.**

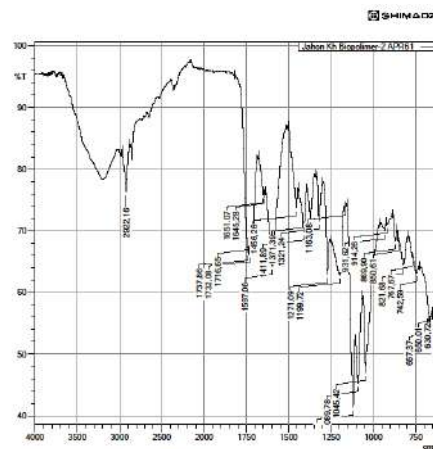
**Kompozit materiallar tarkibi**

№	Komponentlar nisbati, massa % da			Izoh
	Polilaktid	Sellyuloza	Polivinil spirti (aralashmaga nisbatan %)	
1	30	70	1.0	Material gomogen emas, mustahkamligi past
2	40	60	1.0	Materialning gomogenlik darajasi past
3	50	50	1.0	Gomogenlik darajasi yaxshi
4	60	40	1.0	Gomogen, mustahkamlik yaxshi
5	70	30	1.0	Gomogen, mustahkamlik yuqori

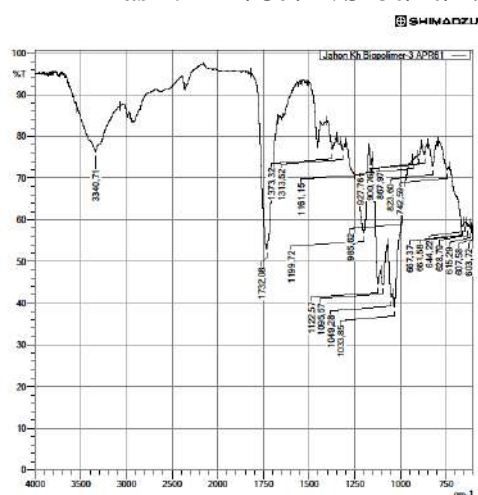
Keyingi tajribalarda olingan kompozit materiallarda komponentlarning o'zaro ta'sirini baholash maqsadida IQ-spektrlari olindi.



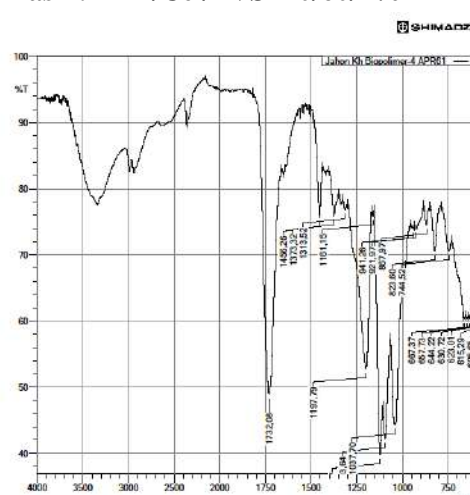
**2-rasm. PLA/Cel/PVS=30/70/1%**



**3-rasm. PLA/Cel/PVS=40/60/1%**

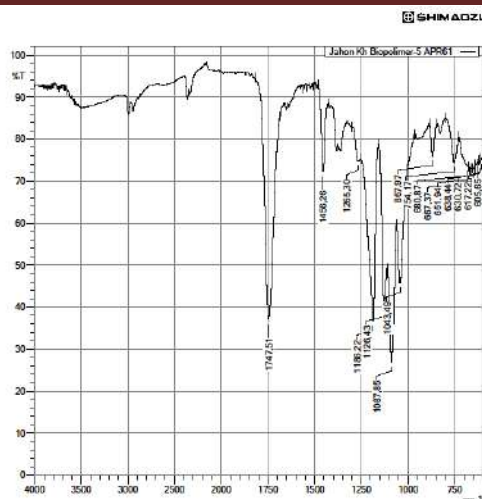


**4-rasm. PLA/Cel/PVS=50/50/1%**



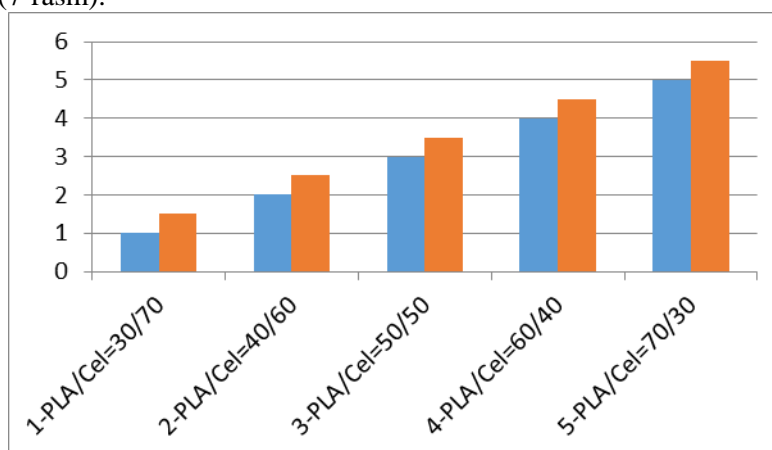
**5-rasm. PLA/Cel/PVS=60/40/1%**

Keltirilgan 2-6-rasmlardagi IQ-spektrlarning barchasida  $\sim 3000 \text{ cm}^{-1}$  sohada polilaktidga xos qo'sh polosani ko'rish mumkin. Shu bilan birga,  $\sim 3300\text{-}3400 \text{ cm}^{-1}$  sohada gidroksil (-OH) guruhiga mos bo'lgan, valent tebranishlar kuzatiladi. Ushbu polosalarning keng-yoyiq shaklda ekanligi sellulozaning ichki molekulyar vodorod bog'lari, yoki uning kompatibilizator sifatida qo'llanilgan polivinilspirti bilan ta'siridan yuz bergan vodorod bog'lari hisobiga bo'lishi mumkin.  $1750 \text{ cm}^{-1}$  sohada polosa polilaktid tarkibidagi karbonil guruhiga tegishli.



6-rasm. PLA/Cel/PVS=70/30/1%

Kompatibilizator sifatida polivinil spirtidan foydalanilganda barcha holatlarda qo‘shilmagan namunalarga qaraganda komponentlar o‘zaro yaxshiroq aralashganligi kuzatildi. Quyidagi grafikda ushbu ma’lumotlar keltirilgan (7-rasm).



7-rasm. Kompatibilizator qo‘shilmagan (ko‘k ustunlar) va qo‘shilgan (qizil ustunlar) namunalarning cho‘zilishga nisbatan chidamlilik modullari

Keyingi tadqiqotlarda olingan kompozit materiallarning fizik-kimyoviy xossalari o‘rganish bo‘yicha tajribalar olib borildi. Buning uchun, materiallarning bir qator parametrlari tadqiq etildi. GOST EN 13432-2015 xalqaro davlatlararo standartiga muvofiq, namunalarning yonishda massa kamayishi, suyuqlanish temperaturalarini tekshirildi [9].

2-jadvalda.

No	Tarkibi, massa % da PLA/Cel/PVS	YUmshash temperaturasi, °C	YOnishda massaning kamayishi, %
1	30/70: 1%	79.7±0.3	67.4±0.2
2	40/60: 1%	76.4±0.3	71.2±0.2
3	50/50: 1%	73.5±0.3	76.5±0.2
4	60/40: 1%	70.6±0.3	83.7±0.2
5	70/30: 1%	68.3±0.3	88.6±0.2

Olingan tajribalar natijalaridan (2-jadval), tarkibi PLA/Cel/PVS bo‘lgan namunalarning barchasi fizik-kimyoviy hamda mexanik xossalari ushbu tipdagi materiallarga qo‘yiladigan talablarga mos ekanligini ko‘rishimiz mumkin.

Keyingi tajribalarda namunalarning tarkibidagi bo‘lishi mumkin bo‘lgan kimyoviy elementlarning miqdorlarini tekshirish bo‘yicha tajribalar olib borildi. Tajribalar energodispersion rangten fluorescent analizatorida (Rigaku, NexDE) olib borildi. Quyidagi jadvalda bioparchalanuvchan plastik materiallar

tarkibida bo'lishi mumkin bo'lgan og'ir, zaharli hamda boshqa xavfli elementlarning me'yoriy chegaralari hamda tajribada olingan natijalar keltirilgan (3-jadval).

3-jadval.

**Materiallar tarkibidagi og'ir, zaharli hamda boshqa xavfli elementlarning me'yoriy chegaralari hamda tajribada olingan natijalari**

№	Element	Qattiq material-dagi ruxsat etilgan miqdori*, mg/kg	Tajri-bada topilgan miqdor, mg/kg	№	Element	Qattiq material-dagi ruxsat etilgan miqdori*, mg/kg	Tajribada topilgan miqdor, mg/kg
1	Zn	150	157±3	7	Cr	50	13±2
2	Cu	50	31±2	8	Mo	1	-
3	Ni	25	12±1	9	Se	0.75	-
4	Cd	0.5	-	10	As	5	-
5	Pb	50	5±1	11	F*	100	-
6	Hg	0.5	-				

\*-rentgenfluorescent usuli bilan forni aniqlashning imkoni yo'q.

**Xulosalar.** O'tkazilgan tadqiqotlar natijasida cheklangan qutblilikka ega poli(sut kislota) hamda qutbli makromolekula – sellyulozaning o'zaro turli nisbatlardagi kompozit materiallarini olish uchun kompatibilizator sifatida poli(vinil spirti) dan foydalanish imkoniyatlari o'rganildi. Poli(vinil spirti) ning namuna massasiga nisbatan 1% gacha miqdorda qo'shilishidan olingan kompozit materiallari yetarli darajada gomogenlik, mustahkamlikka ega bo'lishi kuzatildi. Olingan mahsulotlarning yonishda massa kamayishi 67-88% diapazonda bo'lib, talab etilgan darajadan (50%) ancha yuqori ekanligi aniqlandi. Bioparchalanuvchan materiallar namunalari tarkibida og'ir, zaharli hamda boshqa xavfli elementlarning me'yoriy chegaralari hamda tajribada olingan natijalaridan, ularning tegishli me'yorlardan past ekanligini ko'rish mumkin. Demak, poli(sut kislota) hamda sellyuloza asosidagi bioparchalanuvchan kompozit materiallar olishda kompatibilizator sifatida poli(vinil spirti) dan foydalanish mumkin.

**ADABIYOTLAR:**

1. Jet Yin Boey, Lydia Mohamad, Yong Sen Khok, Guan Seng Tay, Siti Baidurah. *A Review of the Applications and Biodegradation of Polyhy-droxyalkanoates and Poly(lactic acid) and Its Composites // Polymers* 2021, 13, 1544. <https://doi.org/10.3390/polym13101544>
2. Swarnalata Tripathy, Chinmay Pradhan, Chhatrapati Parida. *Study of Biodegradation of Luffa Cylindrica/Poly(lactic) Acid Composites // International Journal of Current Research and Review. Int J Cur Res Rev | Vol 10, Issue 2, January 2018. DOI: 10.7324/IJCRR.2018.1021*
3. Firda Aulya S., W.B. Kusumaningrum, Lisman Suryanegara. *Characteristic of Poly (Lactic Acid) - Betung Bamboo Acetylated Pulp Composites // 5th International Symposium on Innovative Bio-Production Indonesia. Bogor, October 10th, 2018. 73-81 p.*
4. J.-G. Gwon, H.-J. Cho, S.-J. Chun, S. Lee, Q. Wu, S.-Y. Lee, *Physicochemical, optical and mechanical properties of poly(lactic acid) nanocomposites filled with toluene diisocyanate grafted cellulose nanocrystals, RSC. Adv.* 6 (2016) 9438-9445.
5. Wang Shuhua, Xu Qiaoli, Li Fen, Dai Jinming, Jia Husheng, Xu Bingshe. *Preparation and properties of cellulose-based carbon microsphere/poly(lactic acid) composites // Journal of Composite Materials.* 2014, Vol. 48(11) 1297–1302. DOI: 10.1177/0021998313485263
6. Khudaynazarov J., Tillayev S. *Obtaining oligolactide modified cellulose/pla biodegradable composite materials // Universum: химия и биология: электрон. научн. журн. 2022. 1(103). URL: https://7universum.com/ru/nature/archive/item/14722*
7. Xudaynazarov J.O., Tillayev S.U. *Biodegradatsiyalanuvchan materiallar olish uchun oksikislotalar asosida matritsalar sintez qilish // SamDU ilmiy tadqiqotlar axborotnomasi. 2023 yil. № 5-son.*
8. A. Iwatake, M. Nogi, H. Yano, "Cellulose nanofiber-reinforced polylactic acid", *Composites Science and Technology.* 68 (2008) 2103-2106.
9. *ГОСТ EN 13432-2015 // Упаковка. Требования к использованию упаковки посредством компостирования и биологического разложения.*

**GETEROSIKL BIRIKMALAR SINTEZI VA ULARNING NEFT VA GAZ SANOATIDA  
INGIBITOR SIFATIDA QO'LLANILISHI**

**Tilavov Husan Shomurodovich,**

*Toshkent kimyo-texnologiya instituti Shahrisabz filiali*

*Ilmiy va innovatsiyalar bo'yicha direktor o'rinbosari*

*husan.tilavov86@gmail.com*

**Boboqulova Feruza Sheraliyevna,**

*Toshkent kimyo-texnologiya instituti Shahrisabz filiali*

*“Kimyoviy texnologiya va sifat menejmenti” kafedrasi dotsenti*

*feruzaboboqulova@gmail.com*

**Annotatsiya.** *Geterotsikl birikmalar molekulasida asos xususiyatga ega azot atomining mavjudligi bu sinf birikmalarining spetsifik xususiyatlarini belgilab, ulardan keng sohalarida foydalanish imkoniyatini beradi.*

**Kalit so'zlar:** *Geterotsikl birikmalar, xinolin birikmalari, alkilxinolinlar, geterotsikllash, katalizator, kataliz, selektivlik, konversiya, kroton fraksiyasi, ammiak, korroziya ingibitori, himoyalash darajasi.*

**SYNTHESIS OF HETEROCYCLIC COMPOUNDS AND THEIR USE AS INHIBITORS IN  
THE OIL AND GAS INDUSTRY**

**Abstract.** *The presence of a nitrogen atom with basic properties in the molecule of heterocyclic compounds determines the specific characteristics of this class of compounds, enabling their use in a wide range of fields.*

**Keywords:** *heterocyclic compounds, quinoline compounds, alkylquinolines, heterocyclization, catalyst, catalysis, selectivity, conversion, croton fraction, ammonia, corrosion inhibitor, protection level.*

**СИНТЕЗ ГЕТЕРОЦИКЛИЧЕСКИХ СОЕДИНЕНИЙ И ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ В  
КАЧЕСТВЕ ИНГИБИТОРОВ В НЕФТЕГАЗОВОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ**

**Аннотация.** *Наличие атома азота с основными свойствами в молекуле гетероциклических соединений определяет специфические характеристики этого класса соединений, что обеспечивает возможность их широкого применения в различных областях.*

**Ключевые слова:** *гетероциклические соединения, хинолиновые соединения, алкилхинолины, гетероциклизация, катализатор, катализ, селективность, конверсия, кротоновая фракция, аммиак, ингибитор коррозии, уровень защиты*

**Kirish.** Xinolin birikmalari, alkilxinolinlar asosida korroziya ingibitorlaridan foydalanish ushbu Geterotsikl birikmalar asoslari olishning arzon va qulay usullarini aniqlash, samarali va selektiv katalizatorlarni o'rganish bilan birga olingan mahsulotlarning metallarni korroziyadan himoyalash darajasini aniqlashdan iborat.

Dastlabki xom ashyo sifatida kroton fraksiyasi va ammiakdan foydalanib, azotli geterotsiklik birikmalarni katalitik sintezlash reaksiyalari o'rganildi. Temir, rux, kadmiy, xrom oksidlari asosida yangi polifunksional katalizatorlar taklif etilib, xinolin mahsulotlari, alkilxinolinlar asoslari bo'yicha selektivligi 58,0 - 88,0 % chegarasida bo'lishligi aniqlandi.

Olingan xinolin birikmalari, alkilxinolinlar aralashmalari metallarni korroziyadan himoyalash ingibitori sifatida sinab ko'rildi va aralashma tarkibidagi metilpiridinlarning miqdori ortishi bilan himoyalash darajasi ham ortishi aniqlandi.

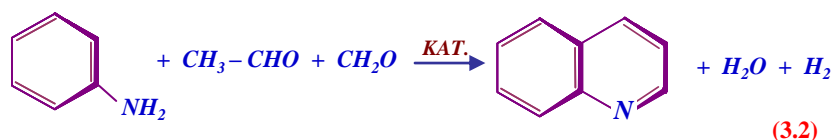
Neft va gaz sanoati, kimyo va texnologiyalarning birlashtirilgan sohalaridan biri bo'lib, ko'plab murakkab jarayonlar va texnologiyalarni o'z ichiga oladi. Ushbu jarayonlar davomida ishlab chiqarish va transport tizimlarida turli muammolar yuzaga keladi, ular orasida korroziya, gemmaslash, parafin to'planishi va mikrobial faoliyat kabi masalalar mavjud. Shu sababli, neft va gaz sanoatida inhibitorlar keng qo'llaniladi. Inhibitorlar ushbu muammolarni hal qilish va tizimlarning samarali ishlashini ta'minlash uchun ishlatiladi.

**Asosiy qism.** Korroziya – bu materialarning (asosan, metall va alyuminiy) gidrojen ionlari yoki oksidlanish natijasida shikastlanishi jarayonidir. Neft va gaz sanoatida ko'pincha metallar, ayniqsa po'lat,

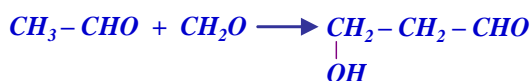


quvur va boshqa turdagi uskunarlar korroziyaga uchraydi. Korroziya, ayniqsa, suvli yoki kislorodli muhitlarda kuchayadi. Bunday muammolardan qochish uchun korroziyaga qarshi inhibitorlar ishlatiladi. Korroziv moddalarga qarshi inhibitorlar metallarni himoya qilish va zararli reaksiyalarni oldini olish uchun ishlatiladi. Tuzli suvlar, gazlar va neft aralashmalari korroziya jarayonini tezlashtirishi mumkin, shuning uchun bu inhibitorlar to'g'ri miqdorda va joylarda qo'llaniladi. Ular po'lat va boshqa metall yuzalarini himoya qilish uchun ishlatiladi, ko'pincha aminalar, karboksilatlar yoki fosfatlar asosida bo'ladi. Xinolin mahsulotlari, alkilxinolinlar aralashmalari – bu xinolinga o'xshash organik birikmalar bo'lib, ular ba'zi sanoat jarayonlarida, ayniqsa, neft va gaz sanoatida, ingibitor sifatida ishlatiladi. Ularning ishlatilishi kimyoviy xususiyatlariga va foydali ta'sirlariga asoslanadi. Xinolin va alkilxinolinlar – bu geterotsikl birikmalar bo'lib, ular neft va gaz sanoatida, ayniqsa, korroziya ingibitorlari sifatida samarali ishlatiladi. Xinolin va uning alkil guruhlar bilan o'zgartirilgan hosilalari, xususan, 4-metilxinolin, 2,3-dimetilxinolin va boshqa alkillangan derivativlari, korroziyaga qarshi ta'sir ko'rsatishda juda samarali hisoblanadi. Bu birikmalar metall yuzalarida, masalan, temir, po'lat va boshqa metallarda korroziyani oldini olishda ishlatiladi.

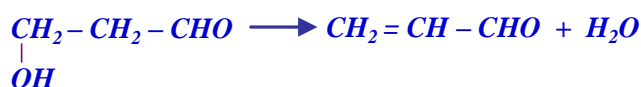
Anilin, formal'degid va atsetal'degid asosida bug' fazada xinolin va metilxinolinlar sintez qilishning o'ziga xos usuli olib borilib, anilin, formal'degid (36 %-li suvli eritmasi) va atsetal'degid ekvimolekulyar miqdorlarda 380 - 440 °C xaroratlar chegarasida katalizator yuzasidan o'tkazilganda, yuqori unumlar bilan xinolin hosilalari ajraladi. Reaksiya sxemasi:



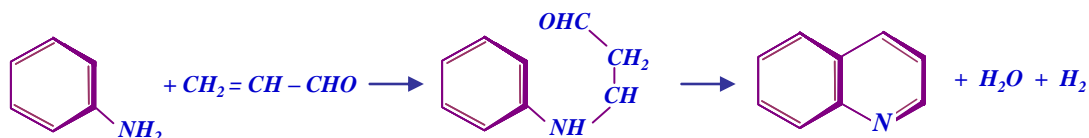
Dastlabki bosqichda formal'degid sirka al'degidi bilan al'dol kondensatlanish jarayoniga kirishadi:



So'ngra, hosil bo'lgan al'dol, krotan kondensatlanishi bilan akrolein hosil bo'ladi:



Akrolein anilin bilan Skraupp qoidasi bo'yicha reaksiyaga kirishib, xinolin hosil bo'ladi:



Anilin, formal'degid va atsetal'degid aralashmasidan iborat xomashyolar reaktorga bir vaqtda yuborilganda, atsetal'degidning past xaroratlarda bug'lanishi (20-21 °C) hisobidan yo'qotilishi katta bo'ladi. Shuning uchun dastlab, 3-oksipropanal sintez qilib olinib, so'ngra anilin bilan geterotsikllanish reaksiyasika kiritildi. Bunda xinolin hosil bo'lish unumi nazariyga nisbatan 64 % gacha yetishiga erishildi.

Bunda Katalizatorlar, faol komponentlarni tashuvchi o'zak bilan xo'l aralashtirish usulida tayyorlanib, so'ngra shakl beriladi, quritiladi va toblanadi. Tashuvchi sifatida tozalangan va amorf qismidan ajartilgan Navoiy viloyati bentiniti va yoki alyuminiy oksididan (TU-6-03-7-14-78) foydalanildi.

Tayyorlangan katalizatorlarning asosiy fizik-mexanik va ekspluatatsion xususiyatlari quyidagi jadvalda keltirilgan.

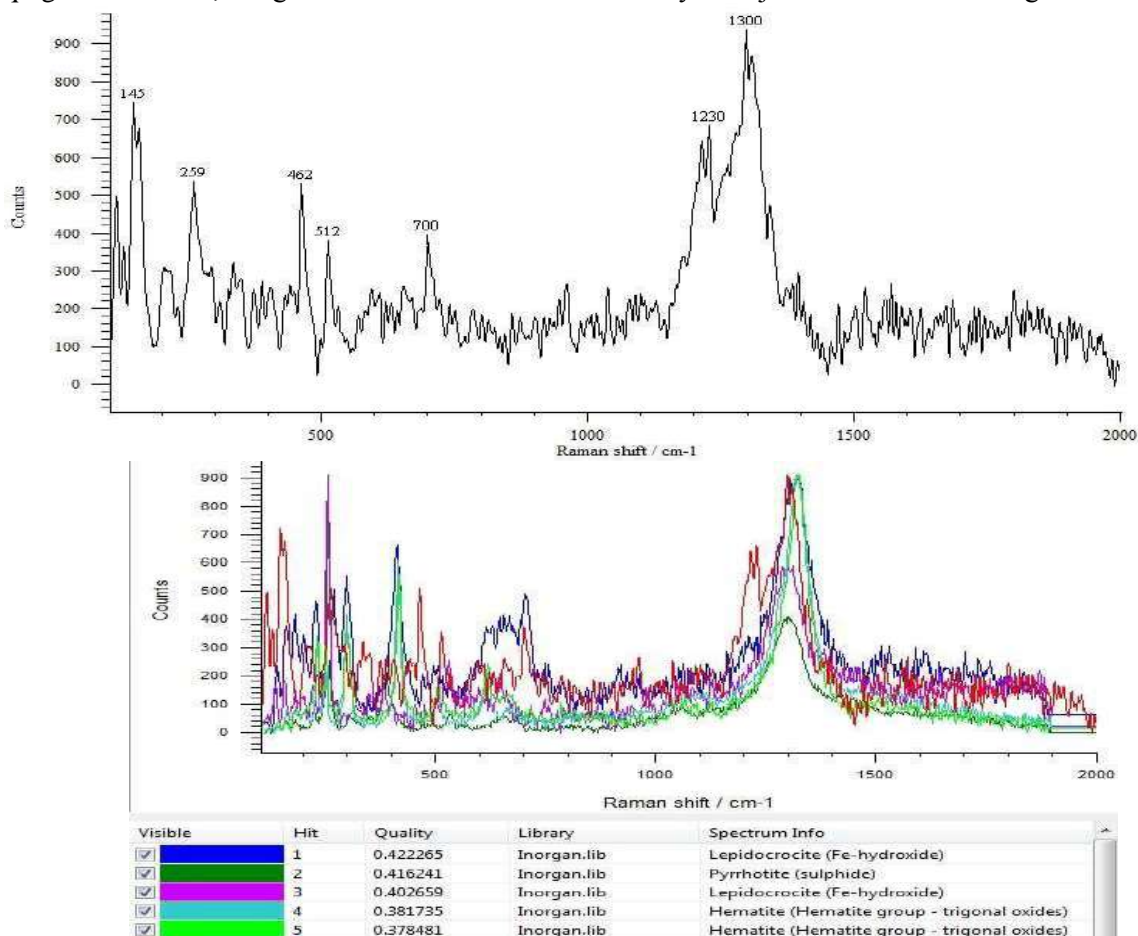
№	Tarkibi, % mass.	Mexanik mustahkamligi MПа	Regeneratsiyagach a faol ishlash vaqti, soat	Unumdorligi, г/кг·кат·coat	Maqsaddagimahsulot unumi %
1.	ZnO - 10,0 Cr <sub>2</sub> O <sub>3</sub> - 5,0 Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> - 85,0	5,2	78,0	81,0	56,0
2.	CdO - 10,0 Cr <sub>2</sub> O <sub>3</sub> - 5,0 Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> - 85,0	5,7	78,0	72,0	62,0

## CHEMISTRY

3.	ZnF <sub>2</sub> - 5,0 CdF <sub>2</sub> - 5,0 Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> - 90,0	5,4	96,0	90,0	65,0
4.	ZnF <sub>2</sub> - 5,0 CdF <sub>2</sub> - 5,0 Cr <sub>2</sub> O <sub>3</sub> - 3,0 Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> - 87,0	6,0	60,0	105,0	71,0
5.	CdF <sub>2</sub> - 10,0 Cr <sub>2</sub> O <sub>3</sub> - 5,0 Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> - 5,0 Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> - 80,0	6,2	100,0	120,0	68,0

Tajribalar quyidagi tartibda amalga oshiriladi: atsetal'degid, metanol va anilin aralashmasi tomizgich varonkadan reaktorning yuqori qismiga uzatiladi. Reaktorning yuqori 1/3 qismi inert bo'lgan forfor bo'laklari bilan to'ldiriladi. Katalizator yuzasida ta'sirlashib chiquvchi, bug'-gaz aralashmasi yig'gich sig'imida yig'iladi. Asosini vodorod tashkil etuvchi gazsimon mahsulotlar, atmosferaga chiqariladi. Katalizatdan metanol, suv va kroton al'degidi 120 °C fraksion haydash usuli bilan ajratiladi. So'ngra haydashni vakuumda davom etirilib, 8,0 - 10,0 mm.sim.ust. xinolin, 2-metil- va 4-metilxinolin ajratiladi.

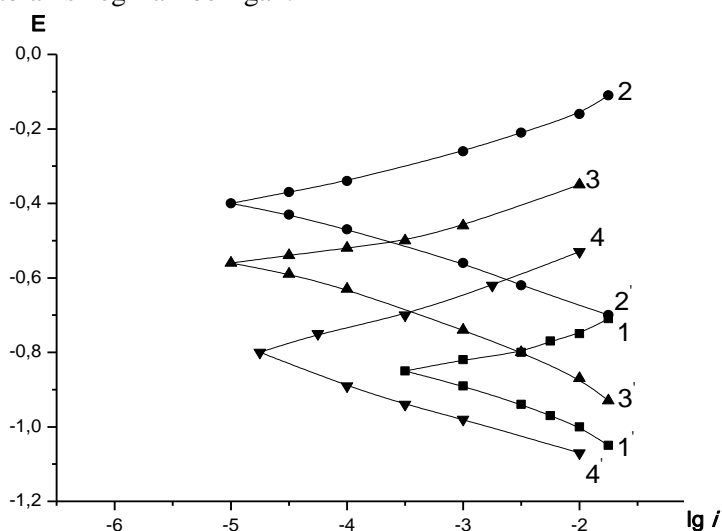
Ushbu ishining adabiyotlar tahlilida kadmiy va rux birikmalari aminlarga al'degidlarning nukleofil birikish reaksiyalari katalizatorlari ekanligi, rux, xrom va temir birikmalari tarkibiga ega katalizatorlar esa degidrotatsiya, degidirlash va degidrotsikllanish jarayonlarida faol ekanligi keltirib o'tilgan edi. Shularni hisobga olib biz ham xinolin va xinolin hosilalari sintez qilish uchun polifunksional katalizatorlarni quyidagi tarkibini tanlab oldik, % mass: CdF<sub>2</sub> – 5,0 - 10,0; ZnO – 5,0 - 10,0; Cr<sub>2</sub>O<sub>3</sub> – 3,0 - 10,0; Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub> – 3,0 - 5,0; qolgani - bentonit, olingan katalizatorlar tarkibi va xususiyatlari jadvalda keltirilib o'tilgan.



### 1-pacm. Asosiy kombinatsiyalangan sochilish - spektrogramma

Qurilmalar va metallquvirlarning korroziyalanish vaqtida anodda va katodda boruvchi jarayonlar amalda davom etaveradi va agar eritmada (elektrolit muhitida) depolyarizatorlar mavjud bo'lsa ular H<sub>2</sub> va

OH- larni hosil bo'lishini ta'minlovchi reaksiyalarni borishini ta'minlaydi. Demak, metall yuzasida qarama-qarshi yo'nalishda boruvchi reaksiyalarni biri erish jarayoni bo'lib boshqasi esa eritmadagi qaysidir oksidlangan komponentni tiklanish reaksiyasi bo'lib (masalan, vodorod ionlarini) hisoblanadi, ya'ni korroziyalanish jarayoni sodir bo'ladi. Shunga ko'ra, korroziyalanish metall yuzasida o'z-o'zicha boruvchi jarayon bo'lib hisoblanadi va bu jarayon metall eritmaga tushirilganida hamda undan tashqi manbadan tok o'tmayotgan sharoitda bo'lishi lozim. Korroziyalanish jarayonini tashqi manbadan metall orqali tok yuborib (uni qutblab) qutblanish egrilarini aks ettirish orqali korroziyalanish tezligini o'zgarishi to'g'risida ma'lumot olish mumkin. Agarda elektrod tok manbaini manfiy qutbga ulangan bo'lsa, u holda elektrod potentsiali manfiy qiymat tomoniga siljiydi. Elektrodni musbat qutbga ulash potentsialni musbat qiymati tomoniga yo'naltirish imkonini beradi. Shu sababli bunda tok va potentsial qiymatini bir vaqtni o'zida aniqlab olish imkoni bo'lsa u holda katod va anoddagi qutblanish egrilarini olish imkoniyati mavjud bo'ladi. Quyidagi rasmda katod va anodni qutblanish egrilari berilgan.



**2-pacm. Po'lat metall na'munali sistemaning qutblanish egrilari ( $3 \cdot 10^{-3}$  mol/l  $H_2S$  muhiti)**

Mana shu natijalar asosida po'latdan tayyorlangan jihozlar va quvirlari o'tkazgichlarni suvli va kislotali muhitlarda korroziyalanishdan himoya qilish uchun xinolin hosilalaridan iborat ingibitoridan foydalanish tavsiya etildi. Agar kislotali muhitga ushbu ingibitori kiritilsa korroziyalanish potentsiali -0.505 V gacha, ortadi, ya'ni qutblanish egrilarini siljishi kuzatiladi. Mana shu ingibitor eritmaga kiritilganida elektrod potentsialini qiymatini musbat tomonga o'zgarib borishi anodli reaksiyalarni sekinlashuvchi vujudga kelayotganini izohlaydi. Bunday holat, eritmaga kiritilayotgan ingibitorlar tarkibida azotsaqlovchi tarkibining metall yuzasida yupqa himoya pardasi (plenkani) hosil qilishi bilan asoslanadi. Himoya pardalari azot birikmalarining metall yuzasida adsorbtsiyalanishi natijasi bo'lib, metall yuzasini blokirovka qiladi va metallning yemirilish tezligini pasaytiradi. Korroziya potentsialining o'zgarishi bilan bir vaqtda korroziya toki qiymati ham pasayati, ushbu holat ingibitor metallni zanglash jarayonida aralash mexanizm bo'yicha ta'sir qilishini ko'rsatadi.

**Xulosa.** Neft va gaz sanoatida inhibitorlar ishlab chiqarish va transport jarayonlarini samarali boshqarishda muhim ahamiyatga ega. Ular nafaqat tizimlarning ishonchli va xavfsiz ishlashini ta'minlaydi, balki texnik va iqtisodiy xarajatlarni kamaytirishda ham yordam beradi. Korroziya, gidratlar, parafin, asfalt to'plamlar va mikrobial faoliyat kabi muammolarni nazorat qilish uchun inhibitorlarning samarali qo'llanilishi neft va gaz sanoatining uzluksiz ishlashiga katta hissa qo'shadi. Xinolin birikmalari va alkilxinolinlar korroziya ingibitorlari sifatida neft va gaz sanoatida samarali ishlatiladi. Ular korroziya jarayonlarini sekinlashtirishda, metall yuzalarini himoya qilishda, shuningdek, turli agressiv muhitlarda, jumladan, kislotali va suvli tizimlarda samarali ishlaydi. Xinolin molekulasining o'ziga xos tuzilishi va alkil guruhlarining mavjudligi bu birikmalarni korroziya va boshqa salbiy kimyoviy reaksiyalarni oldini olish uchun mukammal vositaga aylantiradi.

**ADABIYOTLAR:**

1. Turobjanov S.M., Ikramov A., Yusupov D. *Advances in the synthesis of alkylpyridines // Chemistry and chemical technology. Tashkent, 2006, No. 3, Pp. 65-70.*

2. H.Sh.Tilavov., E.R. Choriyev., E.R.Boimurodov., L.A.Ismoilova., H.I.Kodirov // *Synthesis of pyridine bases based on aliphatic ketones // Scientific and technical journal of namangan institute of engineering and technology* 106-111 p
3. Yusupov D., Khamidullaev R.A. *Catalytic heterocyclization of acetylene with ammonia in the presence of methanol // Chemical industry today. Tashkent, 2004, No. 5, Pp. 21-24.*
4. Tangyarikov N.S., Musulmanov N.H., Turobzhonov S.M., Ikramov A., Prokofiev V.Yu. *Catalytic hydration of acetylene and its derivatives. - Moscow, Lenand, 2014. 150 p.*
5. Ikromov A., Turobzhonov S.M., Tangyarikov N.S., Abraev M.A., Baratova N.A. *Catalytic heterocyclization with mono - and bifunctional compounds. 2006 No. 4, Pp. 101-104.*
6. Barmin M.I., Melnikov V.V. *New amino-1,2,4-triazolyl and tetrazolyl alkanes. Monograph. - SPb: spgudt. - 2002. - 240 p.*
7. S.I. Scherbinina, O.V. Fedorov, V.V. Levin, V.A. Kokorekin, M.I. Struchkova, A.D. Dilman, *J. Org. Chem.*, 2017, 82, 12967-12974.
8. Turabjanov S.M., Ikramov A., Tangyarikov N.S., Mukhitdinov B.F., Ruziev D.U., Yusupov B.D. *Catalytic vapor-phase hydration of acetylene. // Chemistry and chemical technology // Tashkent, 2009, No. 1, Pp. 21-24.*
9. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-819962-6.00006-3>.

**DORIVOR O'SIMLIK LAR NING OZIQ-OVQAT SANOATIDA QO'LLANILISHI**

**Mirzayev Jamol Dustyorovich,**

Toshkent kimyo-texnologiya instituti Shahrisabz filiali dotsenti  
jamolmirzayev@mail.ru

**Sadullayev Sirojiddin Xudoyberdi o'g'li,**

Toshkent kimyo-texnologiya instituti Shahrisabz filiali katta o'qituvchisi  
sirojiddinsadullayev434@gmail.com

**Xoliqov Davlatbek Husan o'g'li,**

Toshkent kimyo-texnologiya instituti Shahrisabz filiali talabasi  
davlatbekxoliqov0@gmail.com

**Annotatsiya.** Ushbu maqolada dorivor o'simliklarning oziq-ovqat sanoatida qo'llanilishi va ularning sog'liq uchun foydali xususiyatlari o'rganilgan. Dorivor o'simliklar tarkibidagi flavonoidlar, polifenollar, antioksidantlar va efir moylari oziq-ovqat mahsulotlarining nafaqat ta'mi va saqlanish muddatini yaxshilash, balki ularning terapevtik xususiyatlarini oshirish imkonini beradi. Tadqiqot davomida zanjabil qo'shilgan yogurt misolida antioksidant faollikni oshirish bo'yicha tajriba o'tkazildi. Tajriba natijalari shuni ko'rsatdiki, zanjabil ekstrakti qo'shilgan yogurtlarda oksidlanishga qarshi faollik sezilarli darajada ortdi. Tadqiqot natijalari dorivor o'simliklarning oziq-ovqat mahsulotlarini funksional oziq-ovqatlarga aylantirishdagi ahamiyatini tasdiqlaydi va ularning oziq-ovqat sanoatida keng qo'llanilishi ekologik toza va sog'lom ovqatlanishga qaratilgan yondashuv sifatida ko'rilishi mumkin.

**Kalit so'zlar:** dorivor o'simliklar, oziq-ovqat sanoati, zanjabil, antioksidant faollik, funksional oziq-ovqatlar, biologik faol moddalar, o'simlik ekstraktlari, sog'lom ovqatlanish, tabiiy qo'shimchalar, oziq-ovqat mahsulotlari.

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЛЕКАРСТВЕННЫХ РАСТЕНИЙ В ПИЩЕВОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ**

**Аннотация.** В данной статье рассматривается использование лекарственных растений в пищевой промышленности и их полезные свойства для здоровья. Флавоноиды, полифенолы, антиоксиданты и эфирные масла, содержащиеся в лекарственных растениях, не только улучшают вкус и срок хранения пищевых продуктов, но и повышают их лечебные свойства. В ходе исследования был проведён эксперимент по повышению антиоксидантной активности на примере йогурта с имбирём. Результаты эксперимента показали, что антиоксидантная активность йогуртов с экстрактом имбиря значительно повышается. Результаты исследования подтверждают значение лекарственных растений в превращении пищевых продуктов в функциональные продукты питания, а их широкое использование в пищевой промышленности можно рассматривать как подход к экологически чистому и здоровому питанию.

**Ключевые слова:** лекарственные растения, пищевая промышленность, имбирь, антиоксидантная активность, функциональные продукты питания, биологически активные вещества, растительные экстракты, здоровое питание, натуральные добавки, продукты питания.

**USE OF MEDICINAL PLANTS IN THE FOOD INDUSTRY**

**Abstract.** This article examines the use of medicinal plants in the food industry and their beneficial properties for health. Flavonoids, polyphenols, antioxidants and essential oils contained in medicinal plants not only improve the taste and shelf life of food products, but also increase their therapeutic properties. In the course of the study, an experiment was conducted to increase antioxidant activity on the example of yogurt with ginger. The results of the experiment showed that the anti-oxidation activity of yogurts with ginger extract was significantly increased. The results of the study confirm the importance of medicinal plants in the transformation of food products into functional foods, and their widespread use in the food industry can be seen as an approach to environmentally friendly and healthy nutrition.

**Keywords:** medicinal plants, food industry, ginger, antioxidant activity, functional foods, biologically active substances, plant extracts, healthy nutrition, natural supplements, food products.

**Kirish.** Zamonaviy oziq-ovqat sanoati inson salomatligini qo'llab-quvvatlovchi innovatsion yondashuvlarni talab qilmoqda. Shuningdek, tabiiy va ekologik toza mahsulotlarga bo'lgan talab ham ortib bormoqda. Shu sababli, dorivor o'simliklardan oziq-ovqat mahsulotlarida foydalanish nafaqat an'anaviy tibbiyot, balki sanoat darajasida ham dolzarb mavzulardan biriga aylangan.

Dorivor o'simliklar qadimdan inson salomatligini saqlashda muhim rol o'ynab kelgan. Ularning tarkibida organizm uchun foydali bo'lgan ko'plab biologik faol moddalar – vitaminlar, antioksidantlar, minerallar va efir moylari mavjud. Ushbu moddalar nafaqat davolovchi, balki profilaktik xususiyatlarga ham ega bo'lib, ovqatlanish orqali sog'liqni mustahkamlash imkonini beradi. Oziq-ovqat sanoatida dorivor o'simliklarning qo'llanilishi mahsulotlarning sifatini yaxshilash, ularning tabiiyligini saqlab qolish va sun'iy konservantlardan qochishga imkon yaratmoqda.

Bugungi kunda dorivor o'simliklar choy, yogurt, shirinliklar, non mahsulotlari va hatto, konserva mahsulotlari kabi turli oziq-ovqat mahsulotlarida ishlatilmoqda. Ularning o'ziga xos aromati, lazzi va sog'lomlashtiruvchi xususiyatlari mahsulotlarga qiymat qo'shib, iste'molchilarning sog'lom turmush tarziga bo'lgan intilishini qo'llab-quvvatlamoqda. Ushbu maqolada dorivor o'simliklarning oziq-ovqat sanoatida qanday qo'llanilishi va ularning inson organizmiga ta'siri ko'rib chiqiladi.

**Tadqiqot obyekti.** Dorivor o'simliklar va ularning oziq-ovqat sanoatida keng miqyosda qo'llanilishi ushbu tadqiqotning markaziy obyektidir. Tadqiqotda dorivor o'simliklarning oziq-ovqat mahsulotlarida ishlatilishi orqali hosil qilinadigan biokimyoviy, funksional va iqtisodiy foydalar ko'rib chiqiladi. Tadqiqot quyidagi asosiy yo'nalishlarni o'z ichiga oladi:

Dorivor o'simliklarning biologik faol komponentlari

Tadqiqotning muhim jihatlaridan biri – dorivor o'simliklarning tarkibini o'rganish. Ularning ko'pchiligi organizm uchun foydali bo'lgan antioksidantlar, flavonoidlar, polifenollar, vitaminlar, minerallar, efir moylari va boshqa biologik faol birikmalarni o'z ichiga oladi. Ushbu faol komponentlar mahsulotlarning ozuqaviy qiymatini oshirib, iste'molchilarga qo'shimcha sog'lomlik ta'sirini taqdim etadi. Tadqiqotda dorivor o'simliklarning tarkibiy qismlarining ovqat hazm qilish, immunitetni mustahkamlash, yallig'lanishga qarshi ta'sirlar, qon aylanishini yaxshilash kabi xususiyatlari atroflicha o'rganiladi.

Misol uchun:

Antioksidantlar – hujayralarni oksidlanish jarayonlaridan himoya qiladi va oziq-ovqat mahsulotlarining saqlanish muddatini uzaytiradi.

Flavonoidlar va polifenollar – hujayralarni erkin radikallardan himoya qilish, yurak-qon tomir kasalliklari va saraton xavfini kamaytirish kabi xususiyatlarga ega.

Efir moylari – bakteriyalarga qarshi va yallig'lanishga qarshi ta'sir ko'rsatadi, ovqatning hid va ta'mini yaxshilaydi.

Dorivor o'simliklarning oziq-ovqat mahsulotlaridagi funksiyalari

Dorivor o'simliklarning oziq-ovqat mahsulotlarida foydalanilishi ularning funksional oziq-ovqatga aylanishiga imkon yaratadi. Bu o'simliklar tabiiy konservantlar, aromatizatorlar, stabilizatorlar va ozuqaviy qo'shimchalar sifatida ishlatilishi mumkin. Tadqiqotda dorivor o'simliklar quyidagi turdagi oziq-ovqat mahsulotlarida qanday qo'llanilishi ko'rib chiqiladi:

Ichimliklar: Choy, sharbatlar, soda ichimliklariga dorivor o'simliklar qo'shib, sog'liqni mustahkamlash uchun qo'shimcha foyda beradi. Masalan, yashil choy tarkibidagi polifenollar metabolizmni yaxshilaydi, romashka choyi esa tinchlantiruvchi ta'sirga ega.

Yog'li va sut mahsulotlari: Zanjabil yoki dolchin qo'shilgan yogurtlar antioksidant faolligini oshirib, ovqat hazm qilishni yaxshilashi mumkin. Shuningdek, sariyog' va pishloqlar tarkibiga dorivor o'simliklar qo'shish mahsulotlarning ta'mi va saqlanish muddatini oshiradi.

Non va pishirilgan mahsulotlar: Dolchin, zarchava, kekik yoki yalpiz kabi o'simliklar qo'shilgan non va shirinliklar sog'liq uchun foydali bo'lishi bilan birga, ularning lazzi va ifori ham oshadi.

Oziq-ovqat mahsulotlarining saqlanish muddatini uzaytirish, Dorivor o'simliklar o'zining kuchli antimikrobial va antioksidant xususiyatlari bilan oziq-ovqat mahsulotlarining buzilishiga olib keladigan jarayonlarni sekinlashtiradi. Masalan, sarimsoq yoki zanjabil tarkibidagi tabiiy birikmalar bakteriyalar va zamburug'larning o'sishini to'xtatib, mahsulotlarning saqlanish muddatini uzaytiradi. Ushbu xususiyat oziq-ovqat sanoatida sun'iy konservantlar o'rniga tabiiy dorivor o'simliklarni ishlatishni rag'batlantiradi. Shuningdek, oziq-ovqat mahsulotlarining ekologik xavfsizligini saqlashga yordam beradi, bu esa iste'molchilarning ekologik toza mahsulotlarga bo'lgan talabini qondiradi.

Dorivor o'simliklar va sog'lom ovqatlanish– dorivor o'simliklar asosida ishlab chiqilgan mahsulotlarning sog'lom ovqatlanishga qo'shadigan hissasini o'rganishdir. O'z tarkibida turli xil dorivor o'simliklarni o'z ichiga olgan oziq-ovqat mahsulotlari oddiy mahsulotlarga nisbatan inson sog'ligiga ko'proq foyda keltiradi. Bu mahsulotlar surunkali kasalliklarni oldini olish, immun tizimini mustahkamlash va hazm

qilishni yaxshilashda ijobiy ta'sir ko'rsatadi. Masalan, dolchin qondagi qand miqdorini barqarorlashtirishda yordam beradi, zarchava yallig'lanishga qarshi xususiyatlari bilan ma'lum, yalpiz esa ovqat hazm qilishni yaxshilaydi va gaz hosil bo'lishini kamaytiradi.

Tadqiqot obyektining yana bir muhim jihati dorivor o'simliklarning iqtisodiy va ekologik foydalari bilan bog'liq. Ular mahalliy o'simlik manbalaridan foydalanish va oziq-ovqat sanoatiga barqarorlik yondashuvini joriy etish imkonini beradi. Tabiiy ravishda o'stirilgan dorivor o'simliklar kam kimyoviy moddalar talab qilishi va energiya resurslarini kamroq sarf qilishi sababli ekologik toza hisoblanadi. Shuningdek, dorivor o'simliklardan foydalangan holda ishlab chiqarilgan mahsulotlar ko'pincha yuqori qo'shimcha qiymatga ega bo'lib, iste'molchilarda katta talabni uyg'otadi. Bu oziq-ovqat sanoatining barqaror rivojlanishiga hissa qo'shishi mumkin.

**Natija va muhokama.** Dorivor o'simliklarning oziq-ovqat mahsulotlaridagi ta'siri: O'tkazilgan tadqiqotlar dorivor o'simliklarning oziq-ovqat mahsulotlariga kiritilishi mahsulotning sifatini sezilarli darajada yaxshilashini ko'rsatmoqda. Misol uchun, antioksidant xususiyatlarga ega bo'lgan o'simliklar oziq-ovqat mahsulotlarida oksidlanish jarayonini sekinlashtiradi va bu, ayniqsa, yog' tarkibli mahsulotlar uchun muhimdir. Oksidlanish jarayoni yog'larning buzilishiga olib keladi, bu esa mahsulotlarning ta'mi va saqlanish muddatiga salbiy ta'sir ko'rsatadi. Zanjabil va dolchin kabi o'simliklar qo'shilgan yog'li mahsulotlar (masalan, sut mahsulotlari, shokolad) bu jarayonni kechiktiradi va mahsulotlarning uzoq muddat davomida sifatini saqlab qoladi.

Dorivor o'simliklarning probiotik mahsulotlar tarkibidagi roli: Dorivor o'simliklar probiotik oziq-ovqat mahsulotlarining samaradorligini oshirishda ham muhim rol o'ynashi aniqlangan. Tadqiqotlar shuni ko'rsatadiki, o'simlik ekstraktlari bilan boyitilgan probiotik yogurtlar nafaqat probiotik bakteriyalarning faoliyatini yaxshilaydi, balki ularning ko'payishini rag'batlantiradi. Misol uchun, o'simliklar tarkibidagi polifenollar va flavonoidlar probiotiklarning organizmdagi kolonizatsiyasini yaxshilashda yordam beradi, bu esa ichak mikroflorasining barqarorligini ta'minlaydi. Natijada, bunday mahsulotlarni iste'mol qilish orqali sog'lom hazm qilish tizimini qo'llab-quvvatlash mumkin.

Dorivor o'simliklarning lazzat va hid xususiyatlari: Dorivor o'simliklarning oziq-ovqat mahsulotlariga qo'shilishi nafaqat ularning funksional xususiyatlarini oshiradi, balki mahsulotlarning lazzat va hid profilini ham boyitadi. Masalan, yalpiz, dolchin, kekik kabi o'simliklar oziq-ovqat mahsulotlariga o'ziga xos hid va lazzat beradi. Bu, ayniqsa, iste'molchilarning e'tiborini tortadigan omil hisoblanadi. Tadqiqotlar shuni ko'rsatadiki, dorivor o'simliklar qo'shilgan mahsulotlar nafaqat sog'liq uchun foydali, balki gastronomik jihatdan ham jozibali bo'lib, bu ularning bozordagi raqobatbardoshligini oshiradi.

Konservantlar o'rniga tabiiy dorivor o'simliklar: Oziq-ovqat mahsulotlarida tabiiy konservantlar sifatida dorivor o'simliklardan foydalanish imkoniyati ham o'rganildi. Sun'iy konservantlarning uzoq muddatli iste'moli ba'zi hollarda salomatlikka zarar yetkazishi mumkinligi sababli, dorivor o'simliklarning tabiiy konservant sifatida qo'llanishi ijobiy natijalar bermoqda. Masalan, sarimsoq, timyan va oregano kabi o'simliklar o'zining kuchli antimikrobial xususiyatlari bilan oziq-ovqat mahsulotlarining buzilishiga sabab bo'luvchi bakteriyalar va mikroorganizmlarning o'sishini to'xtatishi aniqlangan. Shu tariqa, bu o'simliklar oziq-ovqat mahsulotlarining saqlanish muddatini uzaytirib, ularning tabiiyligini saqlab qoladi.

Iqtisodiy va ekologik afzalliklar: Dorivor o'simliklarning oziq-ovqat sanoatida qo'llanilishi nafaqat sog'liq uchun, balki iqtisodiy va ekologik jihatdan ham foydali bo'lishi mumkin. Tabiiy dorivor o'simliklar keng tarqalgan bo'lib, ularni ekish va yetishtirish jarayonlari ko'p hollarda ekologik toza hisoblanadi. Bundan tashqari, sun'iy konservantlar va aromatizatorlar o'rniga dorivor o'simliklarni ishlatish xarajatlarni kamaytirishi va oziq-ovqat mahsulotlarining ekologik xavfsizligini ta'minlashi mumkin. Mahalliy dorivor o'simliklardan foydalanish esa ichki bozorni rivojlantirishga xizmat qiladi va iqtisodiy foyda keltiradi.

Salomatlik uchun qo'shimcha foydalar: Dorivor o'simliklarning oziq-ovqat mahsulotlariga qo'shilishi ularda mavjud bo'lgan antioksidant, yallig'lanishga qarshi, antimikrobial va immunitetni kuchaytiruvchi xususiyatlarni taqdim etadi. Masalan, zanjabil, zarchava va sarimsoq kabi o'simliklar hazm qilishni yaxshilaydi, qon aylanishini rag'batlantiradi va immun tizimini qo'llab-quvvatlaydi. Ushbu mahsulotlarni muntazam iste'mol qilish orqali yurak-qon tomir kasalliklari, qandli diabet va boshqa surunkali kasalliklar xavfini kamaytirish mumkinligi aniqlangan.

Ushbu tajriba zanjabil (ginger) qo'shilgan yogurt mahsulotining antioksidant faolligini o'rganish va uning oksidlanishga qarshi xususiyatlarini aniqlash maqsadida o'tkazildi.

Materiallar va usullar: Tajriba uchun 5 xil yogurt namunalari tayyorlandi:

Zanjabil qo'shilmagan oddiy yogurt (nazorat guruhi).

Zanjabil ekstrakti (2%) qo'shilgan yogurt.

Zanjabil ekstrakti (4%) qo'shilgan yogurt.

Zanjabil ekstrakti (6%) qo'shilgan yogurt.

Zanjabil ekstrakti (8%) qo‘shilgan yogurt.

Har bir yogurt namunasidagi antioksidant faollik DPPH (1,1-diphenyl-2-picrylhydrazyl) testi orqali baholandi. DPPH testi erkin radikallarni bog‘lash qobiliyatini aniqlash uchun ishlatiladi.

Natijalar: Nazorat guruhidagi (zanjabilsiz yogurt) antioksidant faollik ko‘rsatkichi 10% ni tashkil etdi.

Zanjabil ekstrakti qo‘shilgan yogurt namunalari orasida antioksidant faollik quyidagi ko‘rsatkichlarda aniqlandi:

2% zanjabil qo‘shilgan yogurt: 18% antioksidant faollik.

4% zanjabil qo‘shilgan yogurt: 24% antioksidant faollik.

6% zanjabil qo‘shilgan yogurt: 31% antioksidant faollik.

8% zanjabil qo‘shilgan yogurt: 35% antioksidant faollik.

Tahlil: Tajriba natijalari zanjabil qo‘shilgan yogurt namunalari antioksidant faollikni sezilarli darajada oshirganini ko‘rsatdi. Zanjabil ekstrakti miqdori ortishi bilan yogurtning oksidlanishga qarshi xususiyatlari kuchayib borgan. 8% zanjabil ekstrakti qo‘shilgan namuna eng yuqori antioksidant faollikni ko‘rsatdi.

**Xulosa.** Dorivor o‘simliklar oziq-ovqat sanoatida nafaqat mahsulotlarning ta‘mi va sifatini oshiradi, balki sog‘lom ovqatlanishni rag‘batlantirishda muhim rol o‘ynaydi. Tadqiqot natijalariga ko‘ra, oziq-ovqat mahsulotlariga dorivor o‘simliklar qo‘shilishi inson salomatligini qo‘llab-quvvatlashda samarali bo‘lishi mumkin. Shu bilan birga, ularning xavfsiz va maqbul miqdorda ishlatilishi, shuningdek, mahsulotlarning ekologik jihatdan barqaror ishlab chiqarilishi bu jarayonning muvaffaqiyatli bo‘lishi uchun muhimdir. Kelajakda dorivor o‘simliklar asosidagi yangi mahsulotlar ishlab chiqilishi va ularning oziq-ovqat sanoatidagi ahamiyati yanada ortishi kutilmoqda.

### ADABIYOTLAR:

1. Ali, B., Blunden, G., Tanira, M. O., & Nemmar, A. (2008). *Some phytochemical, pharmacological and toxicological properties of ginger (Zingiber officinale Roscoe): A review of recent research. Food and Chemical Toxicology, 46(2), 409-420.*

2. Balasundram, N., Sundram, K., & Samman, S. (2006). *Phenolic compounds in plants and agricultural by-products: Antioxidant activity, occurrence, and potential uses. Food Chemistry, 99(1), 191-203.*

3. Hossain, M. B., Rai, D. K., Brunton, N. P., Martin-Diana, A. B., & Barry-Ryan, C. (2010). *Characterization of phenolic composition in Lamiaceae spices by LC-ESI-MS/MS. Journal of Agricultural and Food Chemistry, 58(19), 10576-10581.*

4. Singh, G., Kapoor, I. P. S., Pandey, S. K., Singh, U. K., & Singh, R. K. (2008). *Studies on essential oils: Part 10; Antibacterial activity of volatile oils of some spices. Phytotherapy Research, 22(6), 685-688.*

5. Shikov, A. N., Pozharitskaya, O. N., Makarov, V. G., Wagner, H., Verpoorte, R., & Heinrich, M. (2014). *Medicinal plants of the Russian Pharmacopoeia; their history and applications. Journal of Ethnopharmacology, 154(3), 481-536.*

6. Tijjani, A., Bello, I., & Aliyu, A. B. (2020). *Role of phytochemicals in functional food and nutraceuticals. Journal of Food Science and Technology, 57(1), 21-28.*

7. Kaur, C., & Kapoor, H. C. (2001). *Antioxidants in fruits and vegetables – The millennium’s health. International Journal of Food Science & Technology, 36(7), 703-725.*

8. Singleton, V. L., Orthofer, R., & Lamuela-Raventós, R. M. (1999). *Analysis of total phenols and other oxidation substrates and antioxidants by means of Folin-Ciocalteu reagent. Methods in Enzymology, 299, 152-178.*



**TUYA TERISIDAN JELATIN OLINISHI VA TAVSIFI****Ashurov Mirshod Muysin o‘g‘li,**Toshkent kimyo-texnologiyainstituti Shahrisabz filiali o‘qituvchisi  
mirshodbekkimtex@gmail.com**Tursunboyev Alisher Qurbonmurod o‘g‘li,**Toshkent kimyo-texnologiyainstituti Shahrisabz filiali o‘qituvchisi  
alishertursunboyev@gmail.com

**Annotatsiya.** Ushbu tadqiqotda jelatinning tuyalar terisidan olingan uch xil yoshdagi (2,5, 4,5 va 7 yosh) ishlab chiqarish jarayoni o‘rganildi. Ekstraksiya jarayoni 1,3 M kalsiy gidroksidida 25 °C da 48 soat davomida namlash, suv bilan yuvish, 4% ammoniy sulfat bilan neytrallash va distillangan suvda 75 °C da 3 soat, 90 °C da 2 soat davomida ekstraksiya qilishni o‘z ichiga oldi. Olingan jelatin tulbent bilan filtrlanib, 15000 rpm va 30 °C da 5 daqiqa davomida sentrifugalanadi. Supernatant 60 °C da 24 soat davomida quritilib, sarg‘ish jelatin kukuni hosil bo‘ladi. Natijalar shuni ko‘rsatdiki, jelatin hosildorligi 36,8-42,4% ni tashkil etadi. Gel gullashi 72,08-122,87 g, erish nuqtasi 18,4-21,6 °C va Jellanish nuqtasi 15,2-11,1 °C tuyalar yoshiga bog‘liq. Jellanish vaqti 5 °C da 0,0 dan 23,19 s gacha, qovushqoqlik esa 2,5, 4,5 va 7 yoshli tuyalar uchun 10,19 dan 15,86 mPa s gacha o‘zgaradi. Qo‘shimcha ravishda, ATR-FTIR va DSC tahlillari o‘tkazildi. Olingan natijalar, tuya terisi turli oziq-ovqat va farmatsevtika mahsulotlarida ishlatilishi mumkin bo‘lgan jelatinning istiqbolli manbai ekanligini ko‘rsatadi.

**Kalit so‘zlar:** tuya terisi, jelatin ekstraksiyasi, ATR-FTIR, ammoniy sulfat, jelatin, kollagen, biopolimer, termoreversiv, reologik xususiyatlar, ekstraksiya, teri.

**ИЗВЛЕЧЕНИЕ И ОПИСАНИЕ ЖЕЛАТИНА ИЗ ВЕРБЛЮЖЬЕЙ КОЖИ**

**Аннотация.** В данном исследовании был изучен процесс производства желатина, полученного из кожи верблюдов трёх разных возрастов (2,5, 4,5 и 7 лет). Процесс экстракции включал выдержку в 1,3 М гидроксиде кальция при температуре 25° С в течение 48 ч, промывку водой, нейтрализацию 4%-ным сульфатом аммония и экстракцию дистиллированной водой при температуре 75°С - 3 ч, 90°С - 2 ч. Полученный желатин фильтруют через тульбент и центрифугируют при 15000 об/мин и 30°С в течение 5 минут. Супернатант сушили при 60° С в течение 24 часов с образованием желтоватого желатинового порошка. Результаты показали, что выход желатина составляет 36,8-42,4%. Выход геля 72,08-122,87 г, температура плавления 18,4-21,6 °С и температура гелеобразования 15,2-11,1 °С в зависимости от возраста верблюдов. Время гелеобразования колебалось от 0,0 до 23,19 с при 5 °С, а вязкость — от 10,19 до 15,86 мПа с для 2,5, 4,5 и 7-летних верблюдов. Дополнительно были проведены анализы ATR-FTIR и DSC. Полученные результаты показывают, что верблюжья кожа является перспективным источником желатина, который может быть использован в различных пищевых и фармацевтических продуктах.

**Ключевые слова:** верблюжья кожа, экстракция желатина, ATR-FTIR, сульфат аммония, желатин, коллаген, биополимер, термообратимый, реологические свойства, экстракция, кожа.

**EXTRACTION AND DESCRIPTION OF GELATIN FROM CAMEL SKIN**

**Abstract.** In this study, the production process of gelatin obtained from the skin of camels of three different ages (2.5, 4.5 and 7 years) was studied. The extraction process included soaking in 1.3 M calcium hydroxide at 25 °C for 48 h, washing with water, neutralizing with 4% ammonium sulfate, and extracting in distilled water at 75 °C for 3 h, 90 °C for 2 h. The obtained gelatin is filtered with tulbent and centrifuged at 15000 rpm and 30 °C for 5 minutes. The supernatant was dried at 60 °C for 24 h to form a yellowish gelatin powder. The results showed that the yield of gelatin is 36.8-42.4%. Gel yield 72.08-122.87 g, melting point 18.4-21.6 °C and gelation point 15.2-11.1 °C depending on age of camels. Gel time ranged from 0.0 to 23.19 s at 5 °C, and viscosity ranged from 10.19 to 15.86 mPa s for 2.5, 4.5, and 7-year-old camels. Additionally, ATR-FTIR and DSC analyzes were performed. The obtained results show that camel skin is a promising source of gelatin that can be used in various food and pharmaceutical products.

**Keywords:** camel skin, gelatin extraction, ATR-FTIR, ammonium sulfate, gelatin, collagen, biopolymer, thermoreversible, rheological properties, extraction, leather.

**Kirish.** Jelatin kollagenning qisman gidrolizlanishidan olingan biopolimer bo'lib, bir zanjirli molekulani beradi. Kollagenning gidrolizi molekulalarning polipeptid aloqalarining yo'q qilinishiga va biroz uzilishiga olib keladi. Hayvonlarning yoshi, xom ashyo turlari va qo'llaniladigan dastlabki ishlov berish kabi omillar jelatinlarning hosildorligini va ularning funksional xususiyatlarini aniqlaydi. Jelatinning ikki turi mavjud; kislotali dastlabki ishlov berish A tipidagi jelatinni, ishqoriy dastlabki ishlov berish esa B tipidagi jelatinni beradi. Noyob xususiyatlari tufayli jelatin tana haroratiga yaqin erish nuqtasiga ega bo'lgan termoreversiv jelatin hosil qilishi mumkin. Jelatinning reologik xususiyatlari uning potensial qo'llanilishini aniqlaydi. Bu xususiyatlar jelatinni oziq-ovqat sanoatida qo'llash imkoniyatini beradi. Jelatinning yana bir muhim xususiyati bo'lib, unda jelatin uglevod manbalariga qaraganda ancha yuqori. Jelatinning suvli eritmalaridagi fizik termoreversivligi past haroratlarda jellar hosil bo'lishiga imkon beradi va molekula zanjirlarining konformatsion molekulaning shaklidan spiralga o'tishini ta'minlaydi. Bir qator parametrlar jelatin jellarining erish harorati, shu jumladan qarish vaqti, jelatin hosil qilish harorati, pH qiymati va jelatin konsentratsiyasini. Bir nechta tadqiqotlar turli xil manbalardan jelatin olish jarayonini o'rganmoqda. Ushbu manbalar orasida sut emizuvchilar, baliqlar va ba'zi vegan muqobil jelatinlar, masalan, agar, karragenan, guar saqichlari, ksantan saqichlari va pektinlar mavjud. Oldingi tadqiqotlarda jelatin olish uchun cho'chqa terilari, sigir terilari, echki terilari va baliq terilari ishlatilgan. Butun dunyo bo'ylab jelatin ishlab chiqarishning asosiy manbalari quyidagilardan iborat: cho'chqa terisi (46%), qoramol terisi (29,4%), suyak (23,1%) va baliq (1,5%). Ushbu statistikalar jelatin ishlab chiqarishining global tendensiyalarini va turli manbalarning ahamiyatini ko'rsatadi, shuningdek, vegan muqobil jelatinlarning o'rnini oshirish imkoniyatlarini taqdim etadi.

Jelatinning hosildorligi va sifati ko'plab omillarga bog'liq bo'lib, ularning asosiylari polipeptid zanjirlarining uzunligi, ekstraksiya sharoitlari (oldindan ishlov berish, pH, harorat va vaqt), shuningdek, kollagenning gidrolizi uchun ishlatiladigan kislotalar konsentratsiyasidir. Bu omillar jelatinning funksional xususiyatlarini o'zgartirishi mumkin. Aminokislotalar tarkibi va molekulyar og'irlik taqsimoti ham jelatin xususiyatlarini belgilovchi muhim omillardir. So'nggi yigirma yil ichida turli xil jelatin manbalari o'rganilgan, ulardan biri tuya terisidir. Butun dunyo bo'ylab tuyalar soni 35 millionni tashkil etadi, ularning har biri terisi esa 22,5–47 kg ni tashkil qiladi. Bu teri tuya umumiy og'irligining 8,5–11,8% ni tashkil qiladi. Arab mamlakatlarida tirik tuyalarning taxminiy soni 10,64 million. Ushbu mamlakatlarda tuya terisi ishlab chiqarish yillik 400 ming tonnani tashkil qiladi. Saudiya Arabistonida so'yilgan tuyalarning soni yiliga 197 000 boshni tashkil etadi. Tuya terisidan jelatin olish musulmonlar va boshqa diniy yoki axloqiy sabablarga ko'ra boshqa manbalardan (qora mol yoki cho'chqa go'shti) saqlanuvchi guruhlar uchun muhim ahamiyatga ega bo'lishi mumkin.

Ushbu maqolaning maqsadi kalsiy gidroksid va ammoniy sulfat yordamida tuya terisidan jelatin olish va uning reologik, issiqlik va fizik-kimyoviy xususiyatlarini tavsiflashdir. Tuya terisi jelatinining tuzilmalari Fourier transform infragizil (ATR-FTIR) spektroskopiyasi va natriy dodesil sulfat-poliakrilamid gel elektroforezi (SDS-PAGE) yordamida tahlil qilinadi.

**Adabiyotlar tahlili va metodlar.** Yangi tuya terilari 2,5, 4,5 va 7 yoshli sog'lom so'yilgan tuyalaridan olingan. Barcha terilar O'zbekistonning Qashqadaryo viloyatidagi so'yish uyidan yig'ilgan. Oziq-ovqat toifasidagi sigir jelatini O'zbekistondagi Abed Jelatin ishlab chiqarish korxonasi tomonidan taqdim etilgan. Analitik darajadagi baliq jelatini esa O'zbekistonning kimyo sanoati korxonalaridan olingan kalsiy gidroksid va ammoniy sulfat bilan birga ishlatilgan.

**Jelatin ekstraksiyasi.** Jelatin tuya terisidan Chjan, Li va Shi (2006) [1] tomonidan nashr etilgan usullarga muvofiq, ba'zi o'zgarishlar bilan olingan. Terilar sochdan tozalanib, xona haroratida (25 °C) 48 soat davomida 10% kalsiy gidroksid bilan ohaklandi. Keyin terilar suv bilan yuvilib, 4% ammoniy sulfat bilan zararsizlantirildi va ekstraksiya jarayoni boshlandi. Ekstraksiya distillangan suv bilan 1:3 nisbatda amalga oshirildi, avval 75 °C da 3 soat, keyin esa 90 °C da 2 soat davomida davom etdi. Ekstraksiya qilingan jelatin tulbent yordamida filtrlandi (85 ml x 6 naycha) va O'zbekistondagi Sigma 3-30 KS (Sigma Laborzentrifugen, Germaniya) uskunasi yordamida 30 °C da 5 daqiqa davomida santrifuj qilindi (15,000 rpm). Supernatant 24 soat davomida 60 °C da ventilyatsiya qilingan pechda quritildi.

**pH qiymati:** Jelatinning pH qiymati Hack 2500 pH metr (Hack Instrument, Ispaniya) [2] yordamida Britaniya Standartlar Instituti (BSI) tomonidan 1975 yilda nashr etilgan usullarga muvofiq aniqlangan.

**Protein tarkibi.** Teri jelatin kukunidagi protein tarkibi Kjeldahl usuli (AOAC, 1999) [3] bilan tahlil qilindi. Ishlatilgan jelatin uchun azot konversiya koeffitsienti 5,55 ga teng. Sinov uch nusxada o'tkazildi.

**Namlik va kul tarkibi.** Teri jelatin kukunining namligi, pechda quritish tartibi orqali aniqlangan. Teri jelatin namunasi (5 g) 105 °C haroratda pechda barqaror vaznga yetguncha quritildi, namlik miqdori esa quritishdan oldin va keyin og'irlik farqi bilan hisoblandi. Quritilgan jelatin namunalarini (5 g) 20 soat

davomida 550 °C da muffle pechida qo'yish orqali kul miqdori aniqlanib, so'ngra namunalarning sovutishidan so'ng kul qoldiq foizi hisoblandi.

**Rangni o'lchash.** Jelatin kukunining rangi Mulyani, Setyabudi, Pranoto va Santoso (2017) [4] ma'lumotlariga ko'ra, Minolta Color Reader CR-10 (Minolta Co. Ltd., Osaka, Yaponiya) qurilmasi yordamida o'lchandi. Rang CIE L\* (oqlik yoki yorqinlik), a\* (qizillik/yashillik) va b\* (sariqlik/ko'klik) koordinatalari bilan ifodalandi.

**Aminokislotalar tarkibi tahlili.** Aminokislota tarkibi Uayt, Hart va Fry (1986) [5] tomonidan yuqori samarali suyuqlik xromatografiyasi (HPLC, Agilent HPLC1100 seriyasi, Agilent Technologies, AQSH) yordamida tahlil qilindi. Tahlil Pico-Tag erituvchi A va B gradienti bilan 38 °C da va 254 nm aniqlash bilan 1 ml/min oqim tezligida amalga oshirildi. Jelatin tahlildan oldin 24 soat davomida 110 °C da 6 N HCl bilan gidrolizlandi.

**Protein namunalarini tahlil qilish.** Jelatin namunalari Laemmli (1970) [6] bo'yicha tahlil qilindi. Namuna tayyorlash uchun jelatin kukuni (1 g) 10 ml 5% SDS eritmasida eritilib, 95 °C da 1 soat davomida isitildi. Namuna Mini-PROTEAN® Tetra Cell qurilmasida (Bio-Rad Laboratories, Inc., CA) 2,5% stacking gel va 10% resolution gel yordamida 80 V kuchlanishda ishlatilgan. Biosafe Coomassie G250 bo'yoq ishlatilgan. Barcha yo'nalishlarda yuk hajmi 25 ml ni tashkil etdi. Protein fraksiyalarini aniqlash uchun keng diapazonli (10-250 kDa) oldindan bo'yalgan SDS-PAGE standartlari (katalog 161-0399) qo'llanildi.

**FTIR Spektroskopiyasi.** Jelatin kukuni namunalarning infraqizil spektrlari ATR-FTIR usuli yordamida, Bruker Optics (Germaniya) tomonidan ishlab chiqilgan Eco-ZnSe namuna olish moduli bilan ALPHA-Eco FT-IR spektrometri orqali olingan. Spektral mintaqaning diapazoni 4000 dan 600  $\text{cm}^{-1}$  gacha. Natijalar tuya terisidan olingan jelatin kukunlari bilan qoramol va baliqlardan olingan jelatin kukunlari spektrlari bilan taqqoslandi.

**Reologik O'lchovlar.** Jelatin eritmalarining reologik xususiyatlarini o'rganish uchun DHR-2 (TA Instrument, AQSH) nazorati ostida kuchlanish reometri Discovery Hybrid Reometer ishlatilgan. Jelatin namunalarning viskoelastik xususiyatlari ( $v/v$  6,67%) 5–35 °C oralig'ida (isitish skaneri) va 35 dan 5 °C gacha (sovutish skaneri) 1 °C/min isitish/sovutish tezligida sinovdan o'tkazildi. Tebranish chastotasi 1 Gts bo'ldi va qo'llaniladigan kuchlanish namunalarning chiziqli viskoelastik mintaqasi (LVR) asosida aniqlandi. Elastik modul ( $G'$ ) va yopishqoq modul ( $G''$ ) haroratga bog'liq holda chizildi.

**Jel Kuchini Aniqlash.** Jelatin jeli (6,67%) Britaniya Standartlar Instituti (BSI) tomonidan 1975 yilda belgilangan usullar asosida tahlil qilindi. Jelatin eritmasi distillangan suvda 60 °C da tayyorlandi. Eritilgan namunalar 30 °C ga qadar sovutilib, gulli idishlarga o'tkazildi. Gullash idishlari tahlil qilishdan oldin 16-18 soat davomida 5-7 °C haroratda sovutilgan. 5 kg yuk xujayrasi bo'lgan tekstura analizatori (TA-XT-Plus, Stable Microsystems, Buyuk Britaniya) ishlatilgan. Jelning gullashi (g) 4 mm lik plunger penetratsiyasi yordamida aniqlandi. Har bir namuna uch nuxxada sinovdan o'tkazildi.

**Statistik tahlillar.** Bir tomonlama dispersiya tahlili (ANOVA) va Duncan testi SPSS 18.0 dasturidan foydalangan holda ma'lumotlar o'rtasidagi farqlarni baholash uchun  $p < 0,05$  ahamiyatlilik darajasida o'tkazildi.

**Natijalar va muhokama. Jelatinning hosildorligi.** Jadval 1 dan ko'rinib turibdiki, turli yoshdagi tuya terisidan olinadigan jelatinning chiqish koeffitsiyenti (2,5, 4,5 va 7 yosh) mos ravishda  $36,8 \pm 3,1\%$ ,  $37,4 \pm 4,02\%$  va  $42,4 \pm 2,7\%$  ni tashkil etgan. Yuqori haroratlar va uzoq vaqt davomida ekstraksiya qilish, shuningdek, qalin tuya terisi, jelatinning yuqori foizdagi chiqishiga olib kelgan bo'lishi mumkin. Sinthusamran, Benjakul va Kishimura (2014) [7] ning ma'lumotlariga ko'ra, ekstraksiya harorati va vaqtini oshirish collagen bog'lanishini buzadi, bu esa teri kompleksidan ko'proq erkin  $\alpha$ - va  $\beta$ -zanjirlarni ( $\alpha$ -zanjirning dimerlari) chiqarishni ta'minlaydi. Jelatinning chiqishi va funksional xususiyatlari ekstraksiya shartlariga (oldindan ishlov berish, pH, harorat va vaqt) bog'liq. Chen, Ma, Zhou, Liu va Zhang (2014) [8] ning yozishicha, cho'chqa terisidan kislota yordamida olinadigan jelatinning chiqishi taxminan 70% ni tashkil etadi. Turli kislotalar bilan bufalo terisini oldindan ishlov berish natijasida jelatin chiqishi eng yuqori 29,17% ga yetgan (Mulyani va boshqalar, 2017) [9]. Dengiz manbalaridan olinadigan jelatin chiqishi esa xom ashyolarga va ekstraksiya shartlariga qarab farq qiladi. Misol uchun, dengiz bassi terisidan 38,22–43,48% va turli baliq turlaridan 6,5–8,3% jelatin olinishi haqida ma'lumotlar mavjud (Gómez-Guillén va boshqalar, 2002) [10].

**pH qiymati.** Jelatin pH qiymatlari 2,5, 4,5 va 7 yoshli tuya terisidan olingan jelatinlar uchun mos ravishda  $7,06 \pm 0,04$ ,  $7,45 \pm 0,02$  va  $7,60 \pm 0,08$  deb topildi. Bu qiymatlar tijorat qoramol jelatini uchun  $5,45 \pm 0,01$  va tijorat baliq jelatini uchun  $5,87 \pm 0,11$  bilan solishtirilganda ancha yuqori. Turli yoshdagi tuya terisidan olingan jelatinlarning pH qiymatlarining boshqa turdagi jelatinlarga nisbatan yuqoriligi, tuya terisining o'ziga xos xususiyatlari bilan bog'liq bo'lishi mumkin. pH darajasi jelatinning funksional xususiyatlariga ta'sir ko'rsatishi taxmin qilinadi (Shyni va boshq., 2014). Shunday qilib, jelatin pH darajalari

turlicha bo'lishi mumkin. Bu ma'noda, cho'chqa terisi jelatini pH qiymati 5.03 dan 5.41 gacha bo'lganini ta'kidlaganlar. Boshqa tomondan, akula jelatini pH qiymati 4.34 ga ega. Jamilah va Harvinder (2002) esa qizil va qora tilapiya terisi jelatini uchun pH qiymatlarini mos ravishda 3.05 va 3.91 deb belgilaganlar.

**Oqsil miqdori.** CSG-2.5Y va CSG-4.5Y jelatin kukunlarining oqsil miqdori mos ravishda 90.42% va 92.53% bo'lib, CSG-7Y (88.21%) ga nisbatan sezilarli darajada yuqori ( $p < 0.05$ ) edi. Tijorat bovin va tijorat baliq jelatin kukunlarining oqsil miqdori mos ravishda  $93.13\% \pm 0.56$  va  $87.22\% \pm 0.67$  tashkil etdi. Oqsilning umumiy miqdori bovin, cho'chqa va baliq terisi jelatinlari uchun keltirilgan diapazonda (89.8–91.3%) bo'lgan.

**Namlik va kul miqdori.** Jelatinlarning namlik va kul miqdorlari 1-jadvalda keltirilgan. CSG-4.5Y jelatini 1.75% namlik miqdoriga ega bo'lib, bu CSG-2.5Y, CSG-7Y, CBG va CFG uchun mos ravishda 4.1%, 4.25%, 2.61% va 3.18% dan pastdir. Jelatinning namligi ekstraksiya jarayoni va oldindan ishlov berishga bog'liq bo'lib, bu minerallar, protein miqdori va aminokislotalar tarkibiga ta'sir qilishi mumkin. Turli xil kislotalar bilan amalga oshirilgan oldindan ishlov berish jarayonlari namlik miqdorida (4.4–11%) farqlanish ko'rsatdi. CSG-2.5Y (4.41%), CSG-4.5Y (4.53%) va CSG-7Y (6.12%) uchun kul miqdori CBG (1.03%) va CFG (2.03%) ga nisbatan yuqori edi. Benjakul, Oungbho, Visessanguan, Thiansilakul va Roytrakul (2009) [11] yuqori sifatli jelatin kul miqdori 0.5% dan kam bo'lishi kerakligini ta'kidlashdi. Turli xil kislotali oldindan ishlov berish jarayonlari jelatinni ekstraksiya qilish jarayonida kul miqdorida (0.62–2.67%) farqlanishni keltirib chiqardi. Boshqa tomondan, Jongjareonrak va boshqalar (2010) [12] jelatin tayyorlashda ishlatiladigan xom ashyo yuqori sifatli jelatin olishda, jumladan, yuqori protein miqdori va kam namlik, kul va yog' miqdori bo'yicha asosiy omil ekanligini taklif qildi. Xom ashyodagi ba'zi tarkibiy qismlar, masalan, qoldiq kimyoviy moddalar yoki boshqa ingredientlar bilan aralashish, jelatin ekstraktlarining tarkibiga ta'sir qilishi mumkin. Odatda, suyaklardan olingan jelatin, teridan olingan jelatin bilan solishtirganda ko'proq kulga ega bo'ladi. Yuqori kul miqdori jelatinning texnologik muammolarini keltirib chiqarishi mumkin, masalan, turbidlik va faza ajralishi, go'sht ekstraktlari va sharbatlarda. Zilhadia, Yahdiana, Irwandi va Effionora (2018) [13] qo'y terisi jelatini va bovin terisi jelatini kul miqdorlarini mos ravishda  $0.11 \pm 0.02\%$  va  $0.39 \pm 0.16\%$  deb qayd etdilar, namlik miqdori esa  $9.58 \pm 1.11\%$  va  $8.12 \pm 0.58\%$  bo'ldi. Cobia (*Rachycentron canadum*) terisidan olingan jelatinning kul miqdori quruq asosda  $1.0 \pm 0.2$  g/100 g bo'ldi.

**Rangni o'lchash.** Ekstraksiya qilingan jelatin rangi 1-jadvalda engillik (L-qiymati) sifatida ko'rsatilgan. Ekstraksiya qilingan jelatin rangida namunalar orasida sezilarli farq ko'rsatilmagan ( $p < 0.05$ ); ammo, jelatin kukuni oltin sarg'ish rangga ega edi. Barcha namunalar savdo sigir jelatiniga qaraganda yuqori L-qiymatiga ega bo'lib, ular ko'proq yorqinlik va kamroq sarg'ishlikni aks ettirdi, eng yuqori L-qiymati esa tijorat baliq jelatini uchun qayd etilgan. Yuqori haroratlar va uzoqroq ekstraksiya vaqtlari kabi jelatinni ekstraksiya qilish shartlari, fermentativ bo'lmagan qizarish reaksiyasi tufayli, yorug'likni pasaytiradi va natijada sariqlikni oshiradi. Kittiphattanabawon, Benjakul, Sinthusamran va Kishimura (2016) [14] yuqori haroratda va uzoq vaqt davomida ekstraksiya qilingan jelatinda yengillik qiymatining pasayishini kuzatganliklarini bildirdilar. Shuningdek, yuqori haroratda olingan jelatin o'rta va past haroratlarda olingan jelatinga nisbatan ko'proq sarg'ishlikka olib kelishi mumkinligi xulosasiga kelishdi.

**1-jadval.**

**Tuyaning teridan olingan jelatinning (CSG) asosiy va boshqa xossalari (pH, oqsil tarkibi, kul va namlik)**

Jelatin turi	Chiqish, %	pH	Oqsil, %	Kul, %	Namlik, %	Yorqinlik (L-qiymati)
CSG-2.5Y	$36.8 \pm 3.1^a$	$7.06 \pm 0.04^a$	$90.42 \pm 0.4^b$	$4.42 \pm 0.1^a$	$4.1 \pm 0.4^a$	$93.50 \pm 0.42^c$
CSG-4.5Y	$37.4 \pm 4.02^a$	$7.45 \pm 0.0^a$	$92.53 \pm 0.7^b$	$4.52 \pm 0.5^a$	$1.75 \pm 0.05^d$	$93.42 \pm 0.61^b$
CSG-7Y	$49.4 \pm 2.7^a$	$7.60 \pm 0.09^a$	$88.21 \pm 1.1^c$	$6.17 \pm 0.4^a$	$4.2 \pm 0.2^a$	$92.83 \pm 0.71^b$
CBG	-	$5.45 \pm 0.01^c$	$93.13 \pm 0.56^a$	$1.03 \pm 0.3^d$	$2.61 \pm 0.15^c$	$92.34 \pm 0.14^d$
CFG	-	$5.87 \pm 0.11^b$	$87.22 \pm 0.67^c$	$2.03 \pm 0.14^c$	$3.18 \pm 0.22^b$	$93.72 \pm 0.85^a$

Qiymatlar o'rtacha  $\pm$  standart og'ish sifatida berilgan. Har bir ustunda turli harflar bilan belgilangan qiymatlar statistik jihatdan ahamiyatli darajada farq qiladi ( $p < 0.05$ ).

**Aminokislota tarkibi.** Ekstraksiya qilingan jelatinning turli aminokislotalari tahlil qilindi va natijalar 2-jadvalda keltirilgan. Tarkibida 18 turdagi aminokislotalar mavjud bo'lib, ularning eng ko'p tarqalganlari

glitsin, prolin va glutamik kislotalardir. Prolin va gidroksiprolin jami miqdorning taxminan 19% ini tashkil etdi, bu boshqa sutemizuvchilardan olingan jelatinlar bilan sezilarli farq qilmaydi. Farris, Song va Huang (2010) cho'chqa terisi jelatini o'rganishida prolin va gidroksiprolin jami miqdorini 23% deb ko'rsatganlar. Mulyani va boshqalar (2017) esa bu aminokislotalar qorako'l terisidan olingan jelatinning umumiy miqdorining 15% ini tashkil qilganligini xabar qilgan. Muyonga va boshqalar (2004) Nil perch terisidan olingan jelatin tarkibida prolin va gidroksiprolin aminokislotalarining taxminan 30% ni tashkil etishini aniqladilar.

Sigir terisi va qorako'l terisidan olingan jelatinni turli xil kislotalar bilan oldindan qayta ishlash natijasida farqli xususiyatlarga va aminokislotalar tarkibiga ega jelatinlar hosil bo'ladi (Mulyani va boshq., 2017). Shu bilan birga, tuya terisidan olingan barcha tahlil qilingan jelatin namunalarida glitsinning yuqori miqdori (>20%) mavjud edi. Glitsin va iminokislotalar (prolin va gidroksiprolin) ko'proq miqdorda bo'lishi jelatinning xususiyatlariga, jumladan, yopishqoqlik va jelning mustahkamligiga ta'sir qiladi, chunki jelatin tarkibida uch spiral tuzilish hosil bo'ladi.

2-jadval.

**Tuyaning terisidan va suyagidan olingan jelatinning aminokislota tarkibi (%), baliq terisidan olingan jelatinga va qorako'l terisidan olingan jelatinga nisbatan**

Aminokislotalar	CSG-7Y	CSG-4.5Y	CSG-2.5Y	Baliq terisi <sup>a</sup>	Qorako'l terisi <sup>b</sup>
Glitsin	21.1	21.8	23.2	31.6	16.5
Prolin	11.9	11.6	10.7	12.0	8.4
Alanin	9.7	9.97	10.7	10.8	5.9
Gidroksiprolin	7.9	8.2	9.1	10.1	6.4
Glutamik kislota	11.9	10.95	10.1	7.8	7.7
Arginin	6.4	5.82	6.1	5.2	5.3
Aspartik kislota	5.6	5.71	5.2	4.5	3.9
Serin	1.1	1.9	1.4	3.8	2.7
Lizin	3.37	3.15	2.4	2.6	3.4
Leysin	2.14	2.2	2.1	2.5	2.1
Valin	2.32	2.1	2.2	2.3	1.4
Treonin	1.6	1.5	1.7	2.3	2.5
Fenilalanin	2.4	2.7	2.6	1.4	0.01
Izoleysin	1.1	1.3	0.95	1.0	1.03
Gistadin	2.4	2.3	2.2	0.6	0.55
Tirozin	0.7	0.5	0.78	0.4	0.51
Metionin	1.1	1.32	1.2	0.5	0.64
Sistin	0.64	0.83	0.8	-	-

<sup>a</sup> Arnesen va Gildberg (2002) [15]

<sup>b</sup> SH Mulyani va boshqalar (2017) [16]

**Xulosa.** Ushbu tadqiqotda tuya terisidan olingan jelatinning hosildorligi, pH qiymati, oqsil miqdori, namlik va kul miqdori, rangni o'lchash natijalari, shuningdek, aminokislota tarkibi tahlil qilindi. Natijalar shuni ko'rsatdi ki, turli yoshdagi tuya terisidan olinadigan jelatinning chiqish koeffitsiyenti 36.8% dan 42.4% gacha farqlanadi. Ushbu farq ekstraksiya jarayoni, harorati va davomiyligiga bog'liq bo'lib, yuqori harorat va uzoq vaqt davomida ekstraksiya qilish, jelatinning sifatini oshirib, erkin kollagen zanjirlarining ko'payishiga olib keladi. Jelatinning pH qiymatlari tijorat jelatinlariga nisbatan yuqori bo'lib, bu tuya terisining o'ziga xos xususiyatlari bilan izohlanishi mumkin. Oqsil miqdori CSG-2.5Y va CSG-4.5Y jelatinlarida 90% dan yuqori va tijorat qorako'l va baliq jelatinlariga nisbatan yuqoridir. Namlik va kul miqdori esa kislotalar bilan oldindan ishlov berish jarayonlariga bog'liq holda o'zgaradi.

Aminokislota tarkibida glitsin, prolin va gidroksiprolin kabi asosiy aminokislotalar ko'p uchraydi. Glitsin miqdori 20% dan yuqori bo'lib, bu jelatinning yopishqoqlik va mustahkamligiga ijobiy ta'sir ko'rsatadi. Prolin va gidroksiprolin miqdori esa boshqa sutemizuvchilardan olingan jelatinlar bilan solishtirganda sezilarli farq qilmaydi. Umuman olganda, tuya terisidan olingan jelatinning yuqori sifatli xususiyatlari, uning aminokislota tarkibi va ekstraksiya shartlariga bog'liq bo'lib, bu natijalar kelgusida jelatin ishlab chiqarish jarayonlarini optimallashtirish uchun muhim ahamiyatga ega.

**ADABIYOTLAR:**

1. Zhang Z., Li G., & Shi B. (2006). Physicochemical properties of collagen, gelatin and collagen hydrolysate derived from bovine lamed split wastes. *J. Soc. Leather*, 90, 23–28.
2. British Standards Institution (BSI). (1975). *Methods for sampling and testing gelatine (physical and chemical methods) (3rd revisi) (p. 757)*. London: London: B.S.I.
3. AOAC. (1999). *Official methods of analysis (14th ed.)*. Washington, DC: Association of Official Analytical Chemists.
4. Mulyani S., Setyabudi F. M. C. S., Pranoto, Y., & Santoso, U. (2017). Physicochemical properties of gelatin extracted from buffalo hide pretreated with different acids.
5. White J. A., Hart R. J., & Fry, J. C. (1986). An evaluation of the Waters Pico-Tag system for the amino-acid analysis of food materials. *Journal of Automatic Chemistry*, 8(4),
6. Laemmli U. K. (1970). Cleavage of structural proteins during the assembly of the head of bacteriophage T4. *Nature*, 227(5259), 680–685.
7. Sinthusamran S., Benjakul S., & Kishimura H. (2014). Characteristics and gel properties of gelatin from skin of seabass (*Lates calcarifer*) as influenced by extraction.
8. Chen L., Ma, L., Zhou M. R., Liu Y., & Zhang Y. H. (2014). Effects of pressure on gelatinization of collagen and properties of extracted gelatins. *Food Hydrocolloids*, 36, 316–322. <https://doi.org/10.1016/j.foodhyd.2013.10.012>.
9. Mulyani S., Setyabudi F. M. C. S., Pranoto Y., & Santoso, U. (2017). Physicochemical properties of gelatin extracted from buffalo hide pretreated with different acids. *Korean J. Food Sci. Anim. Resour.* <https://doi.org/10.5851/kosfa.2017.37.5.708>.
10. Gomez-Guillen, M., Turnay J., Fernandez-Diaz M., Ulmo, N., Lizarbe, M., & Montero, P. (2002). Structural and physical properties of gelatin extracted from different marine species: A comparative study. *Food Hydrocolloids*, 16(1), 25–34. [https://doi.org/10.1016/S0268-005X\(01\)00035-2](https://doi.org/10.1016/S0268-005X(01)00035-2).
11. Benjakul S., Oungbho K., Visessanguan W., Thiansilakul Y., & Roytrakul S. (2009). Characteristics of gelatin from the skins of bigeye snapper, *Priacanthus tayenus* and *Priacanthus macracanthus*. *Food Chemistry*, 116(2), 445–451.
12. Jongjareonrak A., Rawdkuen S., Chaijan M., Benjakul S., Osako K., & Tanaka, M. (2010). Chemical compositions and characterisation of skin gelatin from farmed giant catfish (*Pangasianodon gigas*). *Lebensmittel-Wissenschaft und -Technologie- Food Science and Technology*, 43(1), 161–165.
13. Zilhadia Yahdiana H., Irwandi, J., & Effionora, A. (2018). Characterization and functional properties of gelatin extracted from goatskin. *Int. J. Food Res. Technol.*, 25 (1), 275–281.
14. Kittiphattanabawon P., Benjakul, S., Sinthusamran, S., & Kishimura, H. (2016). Gelatin from clown feather back skin: Extraction conditions. *Lebensmittel-Wissenschaft und -Technologie- Food Science and Technology*, 66, 186–192. <https://doi.org/10.1016/j.lwt.2015.10.029>.
15. Arnesen J. A., & Gildberg A. (2002). Preparation and characterisation of gelatine from the skin of harp seal (*Phoca groenlandica*). *Bioresource Technology*, 82(2), 191–194. [https://doi.org/10.1016/S0960-8524\(01\)00164-X](https://doi.org/10.1016/S0960-8524(01)00164-X).
16. Mulyani S., Setyabudi F. M. C. S., Pranoto Y., & Santoso U. (2017). Physicochemical properties of gelatin extracted from buffalo hide pretreated with different acids.

**BEDANING XAVFLI ZARARKUNANDALARI BIOLOGIYASI HAMDA ULARGA QARSHI KURASHISHDA AGROTEXNIK TADBIRLARINING AHAMIYATI**

*Sharipov San'at Sulaymonovich,*

*Don va dukkakli ekinlar ilmiy-tadqiqot instituti Buxoro ilmiy tajriba stansiyasi  
Agrotexnika va o'simliklarni himoya qilish bo'limi boshlig'i*

*Xayrullayev Muhriddin Faxriddin o'g'li,*

*Buxoro davlat universiteti o'qituvchisi*

*m.f.xayrullayev@buxdu.uz*

**Annotatsiya.** Aniqlanishicha, beda fitonomus dastidan 60% gacha ko'k poyasini yo'qotishi mumkin ekan. Uzunburun sitonalar dastidan nihollar siyraklashib, ildiz tuganaklari keskin kamayib ketishi mumkin. Beda urug' hosildorligi mirid qandalalar hamda urug'xo'r-bruxofagus dastidan 18-20% ga kamayishi mumkin. Demak, mumkin qadar kamroq mablag' bilan eng ko'p va samarali foyda beradigan bedani ilmiy-asoslangan himoya qilish tizimini yaratish lozim bo'ladi. Buni faqat o'simliklarni (bedani) uyg'unlashgan himoya qilish tizimigina berishi mumkin. Bu masala bir daqiqali bo'lmay, vosita va usullarning yangilanib borishi bilan birga doim o'zgartirib turishni taqozo etadi. Boshqa tomondan, bedani erta muddatlarda (aprel-may) himoya qilish dala atroflaridagi tut daraxtlari bilan bog'liq bo'lganligi uchun (ipak qurtini zaharlab qo'yishi mumkinligi sababli) masala yanada murakkablashadi. Bu masalalarning hammasi bizning ishimizning maqsad va vazifalariga kirdi.

**Kalit so'zlar:** zararkunanda, fitonomus, beda qandalasi, o'simlik bitlari, mirid qandala, kimyoviy usul, agrotexnik usul, insektisid, akarisid.

**БИОЛОГИЯ ОПАСНЫХ ВРЕДИТЕЛЕЙ ЛЮЦЕРНЫ И ЗНАЧЕНИЕ АГРОТЕХНИЧЕСКИХ МЕРОПРИЯТИЙ В БОРЬБЕ С НИМИ**

**Аннотация.** Установлено, что люцерна из-за фитонмуса может потерять до 60% зелёного стебля, из-за длинноносых ситонов ростки становятся редкими, корневые клубни резко уменьшаются. Урожайность семян люцерны может снизиться на 18-20% из-за миридных клопов и семяедов-брухофагусов. Следовательно, необходимо создать научно обоснованную систему защиты люцерны, которая даст наибольшую и эффективную прибыль при минимальных средствах. Это может дать только интегрированная система защиты растений (люцерны). Этот вопрос не является одномоментным и требует постоянного изменения с обновлением средств и методов. С другой стороны, задача осложняется тем, что защита люцерны в ранние сроки (апрель-май) связана с туловыми деревьями в окрестностях полей (поскольку они могут отравить шелкопряда). Все эти вопросы вошли в цель и задачи нашей работы.

**Ключевые слова:** вредитель, фитонмус, люцерновый клоп, тли, миридный клоп, химический метод, агротехнический метод, инсектицид, акарицид.

**THE BIOLOGY OF DANGEROUS PESTS OF ALFALFA AND THE IMPORTANCE OF AGROTECHNICAL MEASURES IN COMBATING THEM**

**Abstract.** It has been established that the lucerne loses up to 60% of its green stem due to phytonomus due to long-nosed sitons, the sprouts become scarce, and the root tubers become sharply smaller. The yield of lucerne seeds can decrease by 18-20% due to globeflies and bruhophagus seed-eaters. Therefore, it is necessary to create a scientifically sound system for protecting lucerne, which will provide the largest and most effective profit with minimal funds. This can only be done by an integrated plant protection system (alfalfa). This question is not one-minute and requires constant change with updating of means and methods. On the other hand, the problem is complicated by the fact that the protection of the early periods (April-May) is related to the mulberry trees around the fields (because they can poison the silkworm). All these issues were part of the purpose and objectives of our work.

**Keywords:** pest, phytonomus, lucerne mite, aphids, myriad mite, chemical method, agrotechnical method, insecticide, acaricide.

**Kirish.** Beda yetishtirishning o'ziga xos xususiyatlaridan biri shundaki, uni o'zining har qaysi rivojlanish davrida juda ko'p zararli va foydali hasharotlar zararlaydi. Boshqa so'z bilan aytganda, beda agrobiosenozi uning atrofida o'stiriladigan har qanday ekinlarning entomosenozi shakllanadi. Shuning uchun bu ekinni doim nazarda tutib, uni zararli organizmlar ko'payadigan joy emas, balki foydalilari ko'proq yig'iladigan joyga aylantirish lozim. Buning uchun bedada barcha imkoniyatlar mavjud. Shuning uchun ham bu ishda ko'p yillar mobaynida olimlar tomonidan bu borada yig'ilgan natijalar mujassamlantirilib bedazorlarning yo'ldosh ekinlar bilan entomosenez bo'yicha bo'g'liqligi hamda bedazorning foydali hashorotlarni yig'ib - tarqatuvchi stansiya sifatida baholab ko'rsatib berilgan.

**Beda barg filchasi yoki Fitonomus-Phytonomus variabilis hbst.**

Fitonomus - Markaziy Osiyoda bedaning jiddiy zararkunandalaridan biri bo'lib, har yili eng qimmatli birinchi o'rim bedani juda qattiq zararlaydi. Bedaning har bir poyasida o'rta hisobda faqat bitta lichinka bo'lganida gektardagi o't hosili 17,2 sentner (quruq beda hisobida 4,56 sentner) kamayadi. Odatda esa bedapoyalardagi zararkunanda ancha ko'p bo'ladi va u zo'r berib urchiganida beda hosilining 65 % ga yaqin qismi yo'qoladi. Shimol mintaqalarida sovuq kunlari uzoq davom etsa, bedaning ikkinchi o'rimi ham birmuncha zararlanadi. Fitonomus urug'lik bedaga ham zarar yetkazadi.

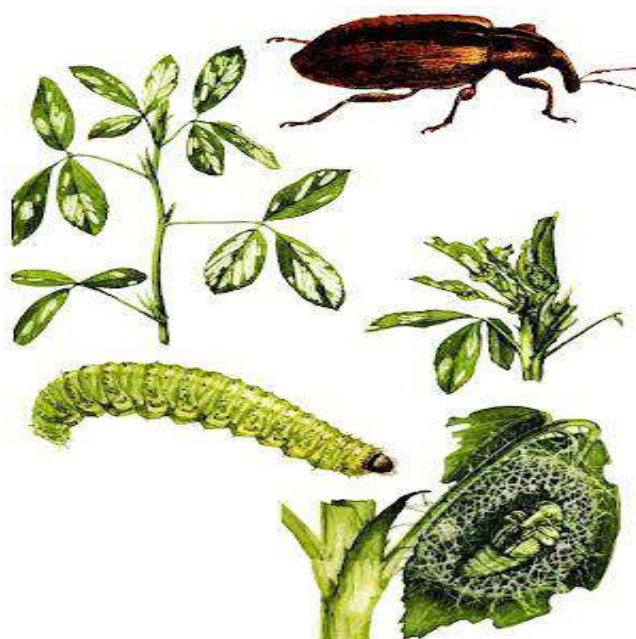
Qo'ng'izning uzunligi (xartumchasidan tashqari) 5-7 mm keladi, kallasi uzun naycha shaklida oldinga cho'zilib turadi. Yosh qong'izlar sarg'ish-kulrang tusda, tanasidagi tuklari va tangachalari ishqali yeyilgan, kekxa qo'ng'izlar esa qoramtir-kulrang tusda bo'ladi. Orqasining old qismi o'rtasi bo'ylab och rangli kambar chiziqcha bilan ikkiga bo'lingan to'q jigarrang yoki deyarli qora rangli serbar qo'shaloq chiziq o'tadi. Qanotustliklarining o'rtasida, ularning tubiga yaqin qismida to'q jigarrang yoki deyarli qora rangli serbar dog' bor, uchi orqa tomonga yo'nalgan bu dog' notog'ri pona shaklida bo'lib, qanotustliklaridagi chokning taxminan uchdan ikki qismini qoplab turadi [1,5].

Tuxumi ellipssimon bo'lib, uzunligi 0,5-0,65 mm va eni 0,3-0,4 mm keladi. Yangi qo'yilgan tuxumlari och sariq rangli bo'lib, rivojlangan sari qoraya boradi.

Lichinkasining uzunligi 10 mm gacha yetadi, oyoqlari bo'lmaydi. Tanasining qorin qismidagi har qaysi segmentida ikkita yirik bo'rtma bor, lichinka ana shu bo'rtmalar yordami bilan o'rmaydi. Lichinkalar yashil rangli bo'lib, ko'pincha sarg'ish tovlanib turadi, kallasining rangi to'q qo'ng'ir yoki qora, kallasidan tanasining oxirigacha och rangli kambar chiziq o'tadi.

G'umbagi tipik erkin, yetuk qo'ng'izga o'xshaydi. Rangi dastlab sariq, keginchalik to'q yashil tus oladi. G'umbagi keng hujayrali mayin to'qimadan yasalgan dumaloq yoki kalta oval shakildagi oq pilla ichiga joylashadi. G'umbagining uzunligi 5,5-8 mm, eni 3,5-6 mm keladi. Fitonomus voyaga yetgan qo'ng'iz holatida sovuqdan himoyalangan joylarga kirib qishlaydi. Bu zararkunandaning ko'pchilik qismi dalada tuproqning yuza qavatida qoladi. Qo'ng'izlar qisman dala atrofidagi begona o'tlarda ham qishlaydi [1,3].

Qo'ng'izlar qishlayotgan joyidagi harorat 12°C gacha ko'tarilgan paytda uyg'onadi. Fitonomus erta ko'klamdayoq serharakat bo'lib qoladi. Beda o'sa boshlashi bilan oq qo'ng'izlar poyalarda oziqlanadi va poyalarni xartumchasi bilan teshib, ularning ichiga tuxum qo'yadi. Har bir urg'ochi qo'ng'iz 2500 tagacha tuxum qo'yadi. Bitta poyada ko'pi bilan 20-30 ta tuxum bo'ladi. Fotonomus tuxumlarining ko'pchiligi esa boshlagan bedaning poyasi 10-12 sm ga yetmasdan oldin qoyadi. Voyaga yetgan qo'ng'izlarning beda bilan oziqlanishi hosilga unchalik katta zarar yetkazmaydi. Tuxumdan chiqqan lichinkalar beda poyalarning uchlariga ko'tarilib, barg qo'ltiqlariga hamda poya uchlaridagi kurtaklarga o'tadi va bu kurtaklarni kemirib shikastlaydi. Dalada lichinkalar ko'payib ketganida beda butunlay o'smay qoladi. Fitonomusning katta yoshlaridagi lichinkalari barg qo'ltiqlaridan va uchki kurtaklardan barglarga o'tib, barglar bilan oziqlanadi, bargning deyarli faqat et qismini kemiradi, tomirlariga tegmaydi. Lichinkalar olmaning ertangi navlari gullay boshlaganda barg qo'ltiqlaridan barglarga ko'plab o'tadi. Bu vaqtdan keyin dalalardagi beda barglari



**1-rasm. Fitonomus**



quriydi, yosh lichinkalar o'sish nuqtalarini kemirishi sababli o'sishdan to'xtab, poyalari qisqarib qolgan beda hosilini butunlay nobud bo'ladi. Lichinkalar tezda beda barglarida pilla o'rab g'umbakka aylanadi. Fitonomus lichinkalari faqat beda bilan oziqlanadi. Ular bedaning eron navlarini eng ko'p, Yevropa navlarini esa kamroq shikastlaydi.

Fitonomus haroratga juda sezgir bo'ladi, qishki kunlar salgina ilib, tuproq 12°C va undan ko'proq isishi bilan qo'ng'izlar beda ang'iziga tuxum qoya boshlaydi, bedapoyada ang'iz bo'lmasa, bu holda qo'ng'izlar boshqa qulay joyga uchib ketadi. Kuzgi poyalardan tozalangan dalarga fitonomus ancha kam zarar yetkazadi.

Fitonomus yiliga bir avlod beradi, faqat bahor faslida, lichinkalari paydo bo'lgan vaqtda zarar yetkazadi [1,2,3].

### Beda qandalasi - *Adelphosoris lineolatus*

Bu qandala bedaga poyalarning uchlari, barg bandlari, ayniqsa, gul va g'unchalaridagi shirani so'rish yo'li bilan zarar yetkazadi.

Qandala tushgan g'uncha va gullarning anchasi to'kilib ketadi, poyalarida gul yonlikli gulbandlarigina qoladi. Beda qandalasi, asosan, urug'lik bedaga zarar yetkazadi. Bu zararkunanda shikastlagan o'simliklarning soni va hatto, 90%gacha yetishi mumkin. Beda qandalasi sebarga, g'o'za, lavlagi, mavrak va boshqa ko'pgina ekinlarga ham zarar yetkazishi mumkin. Respublikada beda qandalasi g'o'za ko'saklarining 20%dan ziyodroq qismini shikastlaydi, bunday ko'saklardagi paxta tolalari buziladi va bir-biriga yopishgan qo'ng'ir massaga aylanadi (ko'sak bakteriozi) [4,7].

Erkagining uzunligi 6,5-9,5 mm gacha, urg'ochisining 6,5-8 mm gacha bo'ladi. Tanasi cho'zinchoq shaklda, rangi qo'ng'ir yoki sarg'ish yashil, erkaklariniki urg'ochilarinikidan qoraroq bo'ladi. Orqasining old qismida 2 ta qora nuqta bor, taxlangan qanotlari o'rtasidagi uchburchakli qalqoncha bo'lib ikkita qoramtir chiziq o'tadi, ustki qanotlarining terisimon qismlarida bittadan cho'zirqoq uchburchak shaklidagi qoramtir dog' yoki bu dog'lar o'rnida qoramtir rangli kambar chiziqlar bor. Beda qandalalarining tanasidagi qoramtir naqsh ko'pincha salgina ko'rinadi yoki butunlay bo'lmaydi, lekin orqasining old qismidagi ikkita qoramtir nuqta deyarli hamma vaqt ko'zga tashlanib turadi, boldir va panjalarining uchlari qora, sonining uchiga yaqin qismi qo'ng'ir dog'lar bilan, boldirlari qora nuqtalar bilan qoplangan.



2-rasm. Beda qandalasi

Tuxumi cho'zirqoq shaklda. Tuxumining o'rta qismi bukilib, pastki uchi salgina torayib va dumoloqlanib turadi, yuqorigi uchi qopqoqcha bilan berkitilgan. Tuxumining uzunligi 1,5 mm gacha bo'ladi. Yangi qo'yilgan tuxumlar rangi yaltiroq, sarg'ish oq bo'lib, keginchalik birmuncha qizaradi.

Lichinkalarining uzunligi yoshiga qarab 1,25-15 mm dan (endigina tuxumdan chiqqan lichinkalariniki) 3,5-5 mm gacha bo'ladi. Katta yoshdagi lichinkalarining qorni oxirgi uchigina qizg'ishroq bo'ladi. To'rtinchi yoshdagi lichinkalarining ko'krak chekkalarida po'stsimon qanot boshlang'ichlari paydo bo'ladi. Oxirgi (beshinchi) yoshga yetgan lichinkalarning tanasi yaltiroq yashil tusga kiradi.

Beda qandalasi o'zi oziqlanayotgan o'simliklarning poyalari (jumladan, beda ang'izining va begona o'tlarning poyalari) ichida tuxumlik stadiyasida qishlaydi.

Beda qandalasi hammaxo'r bo'lib, dukkakililar, sutlamagullilar, soyabongullilar, murakkabgullilar, sho'ragullilar va gulxayrigullilar oilasiga qarashli madaniy hamda yovvoyi o'simliklarda oziqlanadi, biroq bu zararkunanda hamma o'simliklarga qaraganda bedani yaxshi ko'radi.

Bedazorlarda bu qandala butun yoz bo'yi uchraydi. Odatda, uch bo'g'in, bazi joylarda esa to'rt bo'g'in beradi. Beda qandalasi juda serharakat bo'ladi, voyaga yetganlari bir joydan ikkinchi joyga tez-tez uchib o'tadi, lichinkalari esa bir o'simlikdan ikkinchi o'simlikka o'rimalab tarqaladi. Bu zararkunanda kunduzlari harakatlanadi, issiq kunlarda ayniqsa serharakat bo'ladi. Voyaga yetgan qandalalar va ularning lichinkalari bargning va barg bandlarining, poya va g'unchalarining shirasini so'radi, poyalarning yangi o'sayotgan yosh qismlarida turib oziqlanishni yaxshi ko'radi. Beda g'unchalayotgan va gullayotgan davrda voyaga yetgan qandalalar gul va g'unchalarga to'planadi, gul va g'unchalar shirasini qandala so'rgandan keyin to'kiladi. Urg'ochi qandalalar tuxumlarini o'simlik poyalari ichiga, ko'pincha pastga, ayniqsa, oxirgi bo'g'in qandalalar ildiz yonidagi qismlar ichiga qo'yadi. Har bir urg'ochi qandala 24 dan 37 gacha tuxum qoya oladi. Urg'ochi qandalalar bitta poyaga 20 tagacha va undan ham ko'proq tuxum qo'yadi, bu tuxumlar ustma-ust bitta tik qatorga yoki noto'g'ri uyumchalarga joylashadi. Lichinkalar tuxumdan chiqishi bilanoq oziqlana boshlaydi. Lichinkalar juda tez o'sadi. Yoz o'rtasida tuxum qo'yilgan paytdan boshlab 20-27 kunga qandala voyaga yetadi.

## BIOLOGY

G‘o‘zaga qandalalar odatda, bedaning ikkinchi o‘rimi davrida tushadi. Qandala so‘rgan ko‘sakda qora, biroz botiq dog‘ paydo bo‘ladi. Chanoqning ichki tomonida yoqishqoq modda bilan to‘lgan shish chiqadi. Qandala teshgan joyga bakteriyalardan tashqari aktinomisit zamburug‘lar ham tushadi. Bundan ko‘sak aktinomikoz kasalligi bilan kasallanadi. Qandala so‘rgan g‘o‘za shonalari to‘kiladi.

**Tadqiqot usuli.** Tadqiqotning asosiy maqsadi bedazorlardan fitonomus va boshqa ashaddiy zararkunandalarning zararini oldini olish uchun tabiiy usullardan foydalanib ularni kamaytirish, ekologik toza va mo‘l hosil yem-xashak hosilini yetishtirishdan iborat. Buning uchun quyidagilarni vazifa qilib qo‘ydik:

- Kuzda, qishda, erta bahorda bedazorlarda fitonomus va boshqa zararkunandalarni qishlash, tarqalishi, rivojlanishi va zarar yetkazish xususiyatlarini tadqiq etishi;

- Bedazorlarga kuzda yerga yuza ishlov berish (diskalash, boronalash) orqali zichlovchi ekinlar (bo‘g‘doy, arpa, suli, javdar, tariq, tritikale, ko‘k no‘xat yoki b.) ekib ularning fitonomus va boshqa zararkunandalarga ta‘sirini o‘rganish;

- Bedazorlarda zichlovchi ekin innovatsion texnologiyasini qo‘llashning biologik va xo‘jalik hamda iqtisodiy samaradorligini aniqlash;

- Bedazorlarda zichlovchi ekin ekishning entomofauna, entomofaglar va boshqa hasharotlarga ta‘sirini o‘rganish;

- Bedazorlarda chorvachilik va parrandachilik solhasi uchun sifatli va to‘yimli yem-xashak hosili olish.

Bedazorlarni kuzda 2 marta diskalash va boronalash orqali zichlovchi ekinlar (don ekin va b.) ekishda birinchidan fitonomusni dastlabki rivojlanish bosqichida yo‘q qilinishiga erishilsa, ikkinchidan beda bachkilab uning tup soni ko‘payishi va rivojlanishi jadallashadi. Beda hosilini zararkunandalar ta‘siridan yalpi yo‘qolishini oldi olinadi. Texnologiya oddiy resurstejamkor, organik dehqonchilik talablariga to‘liq javob beradi.

Buxoro davlat universiteti tajriba xo‘jaligi hamda Buxoro viloyati tumanlaridagi beda maydonlari mavjud xo‘jaliklari bilan tadqiqotlar bo‘yicha kelishuvlar olib borilmoqda. Tadqiqot o‘tkaziladigan dalalar tanlanib, kuzatuv nazorat va boshqa tayyorgarlik ishlari boshlab yuborilgan.



### 3-rasm. Buxoro viloyati Buxoro tuman Raboti Qalmoq MFY

Ushbu texnologiya fitonomusdan tashqari boshqa zararkunandalar (tugunak uzunburuni, bada qandalasi, beda urug‘xo‘ri va b.) rivojlanishiga ham salbiy ta‘sir ko‘rsatadi.

#### **Kutilayotgan natijalar va ularning ahamiyati:**

- Bedaning birinchi o‘rim hosilini zararkunandalar ta‘siridan yalpi yo‘qolishini oldi olinadi; zichlovchi ekin hisobiga qo‘shimcha yem-hashak hosili olinadi;

- texnologiya organik dehqonchilik talablariga to‘liq javob beradi;

- tuproqning unumdorligi yaxshilanadi;

- oqsilga boy yem-hashak yetishtiriladi;

- oziq-ovqat mahsulotlarini sifati yaxshilanadi;

- Entomofaglarni hamda bioxilma-xillikka pestitsidlarni halokatli ta‘siri kamayadi, atrof-muhit zaharlanmaydi va biologik usul samaradorligi oshadi;

- G‘o‘zaning xavfli zararkunandasi bo‘lgan beda qandalasi soni sezilarli darajadakamayadi;

- Bu texnologiya resurstejamkor bo‘lib, uni barcha chorvachilik xo‘jaliklarida qo‘llash mumkin;

- Texnologiyani qo‘llash asnosida ortiqcha harajat talab qilinmaydi, qilingan harajatlarni 4-8 martagacha qoplaydi;

Agar urug‘ uchun qoldirilgan bedaga fitonomusga qarshi ishlov berilmasa hosildorlik 65–76% ga pasayadi. Urug‘ zararkunandalari (qandala, bruxofagus) beda urug‘ hosilini 23,4–34,8 % ga kamaytirishi

mumkin. Bedani fitonomusga qarshi himoya qilish hamda atrofidagi tut daraxtlarining novdalarini (bargini) kesib olishga qadar xavfsiz muddat 40–45 kunni tashkil etadi.

### Amaliy tavsiyalar.

1. Bada zararkunandalarning IZMM ko‘rsatgichlari sifatida quyidagilarni qabul qilish taklif etiladi. Fitonomus-(pichan uchun) 100% zararlanganida har 1 poyada 2-3ta lichinka, (urug‘lik uchun)-har 1 poya 1 ta lichinka to‘g‘ri kelsa; beda qandalalari-80-100% o‘simliklar zararlanganida har 2 ta o‘simlikka o‘rtacha 1 ta qandala to‘g‘ri kelsa. Bu har 1m<sup>2</sup> da 15-20 ta zot borligini yoki sachokning 50 ta harakatida 40-50 dona to‘g‘ri kelishiga teng.

2. Eski bedazorlarga erta bahorda borona yoki diskli borona bilan ishlov berishni, albatta, nazarda tutish kerak. Bahorda ko‘kara boshlagan bedaga mochevina eritmasi (3kg/ga) yoki simbush (0,12 l/ga), desis, sumi-alfa (0,2 l/ga) insektisidlari bilan aralashmasini sepish.

3. Har bir alohida olingan yoki zararkunandalarga qarshi 1-jadvalda keltirilgan insektasidlarining birortasini olib ishlatish mumkin. Yuqori samara olishning asosiy sharti uni ilmiy asoslangan muddatlarda ishlatish lozimligidan iborat.

1-jadval.

T.r	Insektisid va insektakaraisidlar	Qaysi zararkunandalarga qarshi, l(kg)/ga			Dori sepish bilan tut novdasini kesish uchun xavfsiz muddatlar, kun
		Shira	Fitonomus	Beda qandalasi	
1.	Karate 5% e.k.	0.4	0.3	0.4	40-45
2.	Desis 2.5% e.k.		0.4	0.6	40-45
3.	Avaunt 15% k.s.				
4.	Konfidor 20% e/k.	0.2			
5.	Mospilan 10% n.kuk	0.5	0.2	0.2	40-45

4. Ipak qurtining (*Bombux mori* L.) xavfsizligini taminlash uchun o‘tkazilgan bedazorlarning atrofidagi tutlarning bargini kesib olish bilan dori sepilish muddat oralig‘i kamida 40-45 kunni tashkil etishi kerak. Shunda ham bargni taxminan sinab ko‘rish tavsiya etiladi.

**Xulosalar.** O‘zbekiston sharoitida bedada hammasi bo‘lib 125 ta bo‘g‘imoyoqli zararkunanda turlari aniqlangan. Ulardan 66 tasi-fitofag, 39 tasi esa entomofag. Bedaga, asosan, 4 xil shira zarar yetkazishi mumkin. Bular orasida faqat beda shirasi (*Aphis craccivora* Koch.)ning zararliligi - o‘simlikni egallagan davriga bog‘liq bo‘ladi. Beda o‘sa boshlagan davrdan boshlab shiraga duchor bo‘lsa, u har gektardan 47,5 s pichan yoki urug‘ining 42,6% ni yo‘qotishi mumkin.

Bedani shiralardan himoya qilish uchun quyidagi insektisidlar samarali bo‘lib chiqdi: karate-0,4 l/ga, siperfos(nerell-D)-1,0 l/ga, konfidor-0,2 l/ga, mospilan-0,5kg/ga. Bular traktor purkagichlari yordamida (200-300l/ga)ishlatilishi mumkin.

Pichan va urug‘lik uchun ekilgan bedaning asosiy zararkunandasi fitonomus daladagi o‘simliklarni 100% zararlangan bo‘lsa, o‘rtacha har 1 novdada 8 ta fitonomis lichinkasi mavjud bo‘ladi. Bunda pichan hosili 50%ga, urug‘i esa 100%ga kamayishi mumkin. Bahorda o‘sa boshlagan bedani mochevina o‘g‘itining suv eritmasi bilan (3kg/ga ) yoki uni birorta yuqoridagi insektisidlarining yarim meyoriga qo‘shib ishlatish, desis-0,4 l/ga, mospilan-0,2 kg/ga hamda karate-0,3 l/ga zararkunandalarga qarshi yuqori samaraga ega bo‘lib, beda mahsuldorligini oshirish imkonini beradi. Bunda dala atrofidagi tut daraxtlari zaharlanmaydi.

Beda qandalasidan himoya qilish uchun quidagi insektasidlardan yuqori samara ko‘rsatadi. Karate -0,4 l/ga va hamda mospilan 0,2 kg/ga.

Agar urug‘ uchun qoldirilgan bedaga fitonomusga qarshi ishlov berilmasa hosildorlik 65-76% ga pasayadi. Urug‘ zararkunandalari (qandala,bruxofagus) beda urug‘ hosilini 23,4-34,8% ga kamaytirishi mumkin. Bedani fitonomusga qarshi himoya qilish hamda atrofidagi tut daraxtlarining novdalarini (bargini) kesib olishga qadar xavsiz muddat 40-45 kunni tashkil etadi.

### ADABIYOTLAR:

1. To‘xtayev Sh.H., Xayrulloev M.F. “O‘simliklarni biologik himoya qilish”. O‘quv qo‘llanma. Buxoro-2024 y. 59-b.

2. Toxirov B., To‘xtayev Sh. H. va boshqalar. Madaniy o‘simliklarning zararli organizmlari va ularga qarshi biologik kurash usullari. (uslubiy qo‘llanma). Buxoro: “Ziyo-Rizograf” 2019.-68 b.

3. Xamrayev A.Sh., Nasriddinov K. *O'simliklarni biologik himoya qilish o'quv qo'llanma. "Xalq merosi"*, Toshkent. 2013. 287- b.
4. Atabayeva X.N. *O'simlikshunoslik. Toshkent 2018. Fan va texnologiya. O'quv qo'llanma. 408 b.*
5. B. Sulaymonov. *Qishloq xo'jaligi entomologiyasi. Toshkent 2019. Ijod-Press. O'quv qo'llanma. 200 b.*
6. Ганпаров Ф.А. *Саранчовые на юге Центральной Азии //Защита и карантин растений. 2011. - № 4. - С. 34.*
7. Sh.X.To'xtayev, F.A.Ganiyeva, A.Ilyosov M.F.Xayrulloev *"O'simlik zararkunandalariga qarshi kurash"* o'quv-uslubiy qo'llanma – Buxoro, 2021 y.

**QATTIQ VA YUMSHOQ BUG'DOY DONLARI SIFATI, ASOSIY KO'RSATKICHLARI VA ULARNI ANIQLASH USULLARI**

*Ibragimov Anvar Kuchkorovich,  
Toshkent kimyo-texnologiya instituti Shahrisabz filiali katta o'qituvchisi  
Pardayev Zafar Temirovich,  
Toshkent kimyo-texnologiya instituti Shahrisabz filiali assistenti  
Bozorov Shomurod Ilmurodvich,  
Toshkent kimyo-texnologiya instituti Shahrisabz filiali assistenti*

*Аннотация. Ma'lumki, turli maqsadlar uchun barcha turdagi unlar eng ko'p qo'llaniladi. Un bug'doy donining maydalangan qismidan olinadi, bu endosperm deb ataladi. Barcha maqsadli un qattiq va yumshoq bug'doyning kombinatsiyasidan tayyorlanadi va turli xil pishirilgan mahsulotlar - xamirturushli nonlar, pechene va kekklar uchun ishlatiladi. Non uni sanoatda non mahsulotlarini ishlab chiqarish uchun ishlatiladi.*

*Калит so'zlar: zararlanmaganligi, don massalari, don sifatini, tashqi ko'rinishi va sifat ko'rsatkichlari, don mag'zining shishasimonligi, oqsil miqdori, kleykovina miqdori.*

**КАЧЕСТВО ЗЕРНА ТВЁРДОЙ И МЯГКОЙ ПШЕНИЦЫ, ОСНОВНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ И МЕТОДЫ ИХ ОПРЕДЕЛЕНИЯ**

*Аннотация. Чаще всего используется универсальная мука. Эта мука производится из тонкоизмельчённой части пшеничного зерна, называемой эндоспермом. Универсальная мука производится из смеси твёрдых и мягких сортов пшеницы и используется в различных хлебобулочных изделиях, включая дрожжевой хлеб, печенье и кексы. Хлебная мука используется в промышленности для производства хлебобулочных изделий.*

*Ключевые слова: безвредность, масса зерна, качество зерна, внешний вид и качественные показатели, стекловидность сердцевины зерна, содержание белка, содержание клейковины.*

**QUALITY OF DURUM AND SOFT WHEAT GRAINS, MAIN INDICATORS AND METHODS OF THEIR DETERMINATION**

*Abstract. It is known that all types of flour are used most often for different purposes. Flour is obtained from the crushed part of the wheat grain, which is called the endosperm. All-purpose flour is made from a combination of hard and soft wheat and is used in a variety of baked goods, including yeast breads, cookies, and muffins. Bread flour is used in the industry for the production of bread products.*

*Keywords: undamaged, grain mass, grain quality, appearance and quality indicators, grain kernel vitreousness, protein content, gluten content.*

*Кириш. Donlarning asosiy sifat ko'rsatkichlariga ularning yangiligi (rangi, ta'mi, hidi), namligi, katta-kichikligi, ifloslanganlik darajasi, zararkunandalar bilan zararlanganligi yoki zararlanmaganligi, don kesimining shishasimonligi, gul po'stlog'ining miqdori va boshqalar kiradi. Don, asosan, saqlashga va qayta ishlashga ma'lum hajmda keltiriladi. Don massalari tashqi ko'rinishi va sifat ko'rsatkichlari bo'yicha bir xil bo'lishi talab etiladi. Don sifatini aniqlash, asosan, ikki guruhga bo'lib o'rganiladi. Organoleptik va laboratoriya usullari orqali tekshiriladi. Laboratoriya usuli bilan donlarning namligi, begona aralashmalar bilan ifloslanganlik darajasi, ombor zararkunandalar bilan zararlanganlik darajasi aniqlanadi. Don to'g'risida yanada kengroq ma'lumotga ega bo'lishi uchun donning zichligi, 1000 donasining massasi, don mag'zining shishasimonligi, oqsil miqdori, kleykovina miqdori va sifati hamda donda kul miqdori kabi ko'rsatkichlari ham aniqlanishi mumkin. Laboratoriya usulida asosan maxsus asboblar orqali tekshirish ishlari olib boriladi.*

*Don sifatini aniqlashning yana bir usuli organoleptik usul deyiladi, bu usulda don sifatini sezgi organlari yordamida baholash kiradi. Bu usulda boshqa usullar orqali aniqlab bo'lmaydigan sifat ko'rsatkichlarini (masalan donning rangi, hidi, ta'mi) aniqlash mumkin. Donning softlik ko'rsatkichlarini aniqlash deganda (rangi, hidi, ta'mi) uning asosiy softlik ko'rsatkichlari hisoblanadi. Har bir partiyada keltirilgan don massasida asosiy dondan tashqari boshqa begona aralashmalar, (begona o'tlar urug'i, qum, loy, poyalalar, xaslar va hokazo) ham bo'lishi mumkin. Shuning uchun ham don sifatini aniqlashda yoki softlik darajasini aniqlashda shularga e'tibor berish kerak. Agar don tarkibida kamchiliklar yoki buzilishlar*

## BIOLOGY

aniqlansa, kamchilik kategoriyasi o'tqazilishi mumkin va donni qabul qiluvchi tomonidan qaytarilish holatlari yuzaga kelishi mumkin. Bugungi kunda respublikamizda etishtirilib, tayyorlanadigan va yetkazib beriladigan bug'doy doniga yangi – O'zDSt 880:2004 davlat standarti ishlab chiqilgan va tasdiqlangan. Bu standart davlat tizimida tayyorlanib oziqovqat va texnik maqsadlarda foydalaniladigan bug'doy donlari uchun qo'llaniladi. Mazkur standart talabi bo'yicha bug'doy doni namunasi 750 g/l ni tashkil etishi kerak. Suv miqdori esa 14 % dan, begona aralashmalar miqdori 1 % dan, boshqa donlar aralashmasi esa 3,0 % dan ortiq bo'lmasligi va boshqa asosiy va muhim bo'lgan ko'rsatkichlari ko'rsatib qo'yilgan. Rossiya Federatsiyasi va Qozog'iston Respublikasi davlatlari standartlarida ko'rsatib qo'yilganidek donlarga ishlangan bizdagi standartlarda ham donlarning ombor zararkunandalari bilan zararlanishiga yo'l qo'yilmaydi va bunga qarshi choralar muntazam ravishda ko'rib boriladi. Yuqorida aytib o'tganimizdek, donning rangi, ta'mini va ini aniqlashda O'zDSt ga amal qilgan holda namunalarni tanlash va ajratish ishlari bajariladi.

**Asosiy qism.** Donning sifat ko'rsatkichlari: Don o'lchamlarining bir xilligi ularning sifatini baholashda qo'llaniladigan asosiy ko'rsatkichlardan biri hisoblanadi. Donlar o'lchamlari bo'yicha qanchalik darajada bir xil bo'lsa, ulardan tayyorlanadigan yorma, un mahsulotlarining sifati shuncha yuqori bo'ladi va qayta ishlash natijasida chiqadigan chiqimlar ham kam bo'ladi. Bu ko'rsatkichni aniqlash uchun don ma'lum o'lchamlarga ega bo'lgan elaklarda elanadi. Don rangi. Qishloq xo'jaligida donlarning rangi ularning asosiy sifat ko'rsatkichlari hisoblanadi. Chunki ranga qarab juda ko'plab ma'lumotlar olish mumkin bo'ladi (masalan: don tuplarning turi, navi, bir xillig) kabi ko'rsatkichlar aniqlanadi. Har bir donning rangi o'ziga xos bo'lgan rang qo'shimcha yaltiroqlik, chiziqlar va boshqa ko'rsatkichlarni o'zida aks ettiradi. Don rangi standartlarga mos kelishi kerak.

Don rangi standartlar yoki namunalarga solishtirish yo'li bilan aniqlanadi. Zichlik ( $\text{kg/m}^3$ ) donning asosiy ko'rsatkichlaridan biri hisoblanadi va bu ko'rsatkich donning strukturasi, to'liqlig'i, pishib etilganlik darajasi va boshqa ko'rsatkichlariga bog'liq bo'ladi. Puch donda endosperma miqdori kam bo'lganligi uchun ham ularning zichligi nisbatan kichik bo'ladi. To'liq pishib yetilgan donlarning zichligi pishib yetilmagan donlarning zichligiga nisbatan birmuncha yuqoriroq hisoblanadi. Hidi. Don o'ziga xos hidga ega bo'ladi. Agar donda o'zgacha hid bo'lsa u donning buzilganligi, yomonlashganligidan dalolat beradi. Donda begona hidlarning yuzaga kelish sabablariga kelsak asosan tashqi muhitdagi xar hil moddalar ya'ni bug' va gazlar yutishi natijasida yoki don bilan aralashma holatda bo'lgan boshqa urug'lar, organik aralashmalar xar hil zararkunandalar sababli yuzaga kelishi mumkin.

Don sifatiga qo'yiladigan talablar - yuqori sifatli donalar yirik, bir xil rangda, bir xil shaklda va neytral hidga ega bo'lishi kerak. Birinchi toifali bug'doy oqsil va kleykovinaning optimal miqdorini o'z ichiga oladi, begona aralashmalar va zararkunandalardan toza va teginish uchun juda nam emas. Ushbu mezonlar donning yuqori sifatli un tegirmoni va pishirish sanoati uchun mos bo'lishini ta'minlaydi.

Bug'doy sinflari donni yumshoq va qattiq navlarga ajratadi. Yumshoq bug'doy 4 sinfni, qattiq bug'doy esa 5 sinfni o'z ichiga oladi.

Barcha toifadagi qattiq va yumshoq bug'doy donalari sog'lom, zarar ko'rmagan va kam miqdordagi aralashmalarga ega bo'lishi kerak. Hidi muhim, chunki don yoqimli hidga ega bo'lishi kerak va rangi chuqur sariq bo'lib qolishi kerak. Sifatli donning muhim ko'rsatkichlari orasida glyuten miqdori ham bor. Zararkunandalar bilan kasallangan don tarkibida kleykovina ta'sir qiladigan protein birikmalarining kam miqdori mavjud. Yuqori sifatli don tarkibidagi oqsillar 14-14,5% darajasida mavjud. Rivojlanish fazalarida va sarlavhaning boshlanishida azotli o'g'itlar don tarkibidagi oqsil va kleykovinaning yuqori miqdori uchun javobgardir. Yana bir muhim sinf omili - bu oqsil-kraxmal jarayonlarining umumiylikiga ta'sir qiluvchi shishasimonlik yoki mustahkamlik. Shishasi qanchalik baland bo'lsa, mexanik kuch shunchalik yuqori bo'ladi. Qattiq bug'doyning konsistensiyasi shishasimon, yumshoq bug'doy esa har xil.

Tabiat donning to'liqligini tavsiflaydi, bu uning tarkibiga kiradigan moddalarning sintez jarayonlari tugaganligini ko'rsatadi. U mos ravishda ko'proq endospermni va kraxmal, shakar va oqsillarni o'z ichiga oladi.

**Bug'doy sinf jadvali.** Qattiq bug'doy

**1- Jadval.**

Ko'rsatkichlari	1-sinf	2-sinf	3-sinf	4-sinf	5-sinf
Natura,g / l, kam emas	750	750	730	710	Cheklovsiz
Namlik,% ,ortiq emas	14,5	14,5	14,5	14,5	4,5
Begona-o'tlar aralashmasi,% ko'p emas	2,5	2,5	2,5	5,0	5,0
Quruq moddaga nisbatan oqsilning massa ulushi,% kamida.	14,0	13,0	12,0	11,0	Cheklovlarisiz

Yumshoq bug'doy

Qattiq bug'doy (durum) yuqori protein tarkibiga ega. Yuqori sifatli makaron va yuqori sifatli non ishlab chiqarish uchun juda mos keladi.

Yumshoq bug'doy yumshoq endospermga ega, kraxmal donalari maydalanganda yaxshi parchalanadi. Non va qandolat sanoati uchun ko'proq mos keladi.

**2- Jadval.**

Ko'rsatkichlari	1-sinf	2-sinf	3-sinf	4-sinf
Natura, g / l, kam emas	775	750	730	Cheklovlarisiz
Namlilik, %, ortiq emas	14	14	14	14
Begona o'tlar aralashmasi, % ko'p emas	1,0	2,0	2,0	3,0
Xom kleykovina massa ulushi, % kam emas	28,0	23,0	18,0	Cheklovlarisiz

Bug'doy sifatining xalqaro tasnifi

Jahon tasnifi alohida davlatlarda qabul qilingan standartlardan sezilarli darajada farq qilishi mumkin, ammo bu jahon standarti donni dunyoning istalgan mamlakatiga eksport qilish imkonini beruvchi ko'rsatkichdir. Ushbu standart quyidagi guruhlarni o'z ichiga oladi.

"A" guruhi

"A" guruhi bug'doy donasi yuqori proteinli, yaxshi rang chuqurligi va namligi past bo'lgan yuqori sifatli bug'doy hisoblanadi. Undan yuqori sifatli un va non, boshqa oziq-ovqat mahsulotlari ishlab chiqariladi.

"B" guruhi

"B" guruhidagi bug'doy donasi eng yuqori guruh bug'doyiga nisbatan pastroq protein tarkibiga, rangi kamroq chuqurlikka, namlilik va nopoklik tarkibiga ega.

B sinfidagi bug'doydan har xil turdagi non, bulon, pirog va boshqa non mahsulotlari ishlab chiqarish uchun ham foydalanish mumkin.

Bug'doy sinfini tanlash mahsulotning ma'lum bir turi uchun sifat talablariga, bozor mavjudligiga va joriy narxga bog'liq.

**Qattiq bug'doy uchun GOST bo'yicha ko'rsatkichlar:**

naturasi- 710-750 g / l;

namlilik - 14,5% gacha;

oqsil ulushi - 11-14%;

tushish soni - 100-220 sek;

begona o'tlar - 2-5%;

shishasimonlik - 70%.

**Yumshoq bug'doy uchun GOST bo'yicha ko'rsatkichlar:**

naturasi - 690-760 g / l;

namlilik - 14%;

oqsil ulushi - 10,5-14%;

kleykovina miqdori - 18-28%

tushush soni - 130-220 sek;

begona o'tlar - 1-2%;

shishasimonlik - 50%.

Ozuqa bug'doyi uchun faqat ikkita talab mavjud - namlilik 14,5% gacha va aralashmalar 5% gacha.

Donning shishasimonlik darajasini aniqlash. Agar donlar kesimining yuzasi butunlay shishasimon yoki shishasimonligi kesimi yuzasining 1/4 qismidan kichik bo'lsa bunday donlar shishasimon donlar deb yuritiladi. Unsimon donlarda esa kesimi, batamom unsimon yoki kesimining 1/4 qismidan kami shishasimon bo'ladi. Bu ko'rsatkich bug'doy, arpa, makkajo'xori va guruch donlarida aniqlanadi. Standart talabi bo'yicha bug'doy donlari shishasimonlik ko'rsatkichi asosida kichik tiplarga bo'linadi. Ta'm. Har tomonlama sog'lom bo'lgan don o'ziga xos ta'mga ega bo'lib ko'pincha chuchuk yoki biroz shirin ta'mda bo'ladi. Ta'm ko'rsatkichini aniqlashda 100 g dondan foydalaniladi.

Don ta'mi toza va maydalangan donda aniqlanadi. 100g don keltirilib tozalanadi va tegirmonda maydalanadi, so'ng 2g dan chaynaladi. Har aniqlashdan oldin va keyin og'iz yaxshilab chayilishi kerak bo'ladi. Don ta'mini aniqlash boshqa organoleptik ko'rsatkichlar bo'yicha donning soflik darajasini aniq belgilash imkoni bo'lmagan hollarda o'tkaziladi va o'rganiladi. Don massasini saqlashning va sifat darajalarini tekshirishning usullari bilan tanishib chiqdik. Don massasi tang ya'ni kritik namlilikdan past holda saqlanganda don tarkibidagi modda almashinuvi, nafas olish va boshqa barcha fiziologik jarayonlar keskin pasayadi. Don massasi bunday usulda saqlanganda barcha xususiyatlari uzoq vaqt to'liq saqlanadi. Don massasi yaxshi tozalanib, tashqi sharoit omillaridan yaxshi saqlansa ularni omborlarda 4-5 yilgacha,

## BIOLOGY

xirmonlarda 2-1 yilgacha hech qanday qo‘shimcha ishlov bermasdan saqlash mumkin. Don uyumi quruq holda saqlanganda doimo kuzatuv ishlarini olib borish lozim. Chunki qulay sharoit tug‘ilishi bilan mikroorganizmlar va zararkunandalarning faoliyati kuchayishi hamda don o‘z-o‘zidan qizishi mumkin. Bunda havoning nisbiy namligi ham muhim ahamiyatga ega. Don va dukkakli donlar namligi 12-14 % bolganda omborlarda uzoq vaqt saqlanishi mumkin. Moyli ekinlar doni tarkibidagi moyning miqdoriga namligi 6- 11 % bo‘lganda yaxshi aniqlanadi.

Ma’lumki har bir don yoki urug‘ qishloq xo‘jaligida e’tibor qilinadigan xususiyatlaridan tashqari hosildorlik, vegetatsiya davri, kasallik va zararkunandalarga chidamliligi va turli iste’mol ko‘rsatkichlariga ega bo‘ladi. Masalan bug‘doyning har xil navlari o‘ziga xos un chiqishi va nonvoylik sifat ko‘rsatkichlariga ega. Makkajo‘xorining ko‘pgina navlari va duragaylari yaqqol ifodalanuvchi texnologik xususiyat, qimmatiga ega. Zig‘ir urug‘ining tarkibida sifatli yog‘ mavjud bo‘ladi, kungaboqar doni tarkibida yog‘ miqdori naviga qarab bir-biridan keskin farq qiladi. Inson iste’mol qiladigan oziq-ovqat mahsulotlarining taxminan 65-75% I dondan tayyorlanadi. Dondan sanoatda ko‘plab un, yorma va omuxta-yem kabi birlamchi mahsulotlar ishlab chiqariladi.

**100 g bu g‘doy donida asosiy oziqa moddalarining miqdori, g**

**3-jadval.**

Bug‘doy doni turlari	suv	oqsi	yog‘	kraxmal	kletchatka	Kul	k.kal
Yumshoq kuzgi bug‘doy	14,0	11.6	1,6	68,7	2,4	1,7	318
Yumshoq bahorgi bug‘doy	14,0	12.7	1,6	66,6	3,4	1,7	315
Qattiq bug‘doy	14,0	12.9	1,4	67,5	2,3	1,8	320



**1-rasm Qattiq bug‘doy**



**2-rasm Yumshoq bug‘doy**

**Xulosa.** Qattiq bug‘doy donidan olingan unda oqsil moddasi yumshoq bug‘doyga nisbatan ko‘p bo‘lib, kleykovinasi esa qayishqoqdir. Bunday unlar makaron mahsulotlari uchun asosiy xomashyo hisoblanadi. Bu donlardan manniy yormasi hamda kraxmal olinadi. Bug‘doy kepigidan turli dorivorlar olinadi, shu bilan birgalikda, chorvachilikda omuxta-yem uchun xomashyo hisoblanadi. Bug‘doy donining meva qobig‘i ostida urug‘ qobig‘i joylashgan. U yupqa va mo‘rt bo‘lib, don massasini 2-2,5% ni tashkil etadi. Meva va urug‘ qobiqlaming tarkibida oz miqdorda oqsil, qandlar va yog‘lar bo‘lib, asosiy qismini mineral moddalar va inson organizmidagi kam hazm bo‘ladigan sellulyoza, gemittsellulyoza kabi moddalarni tashkil qiladi.

### ADABIYOTLAR:

1. Боушанс Г. «Эффективность обработки и хранения зерна» М.: Колос, 1983.
2. Телемратор М.А. «Обработка и хранение зерна» М.: Колос, 1984.
3. Трисвяткий Л.А. «Хранение зерна» М-1986 й.
4. Abdullaev M., Zakladnoy G. «Don zaxiralari zararkunandalari va ularga karshi kurash profilaktik choralari» T. «Shark» 2001 y.
5. Егоров Г.А., Маришенко Я.Ф., Технология и оборудование мукомольной, крупяной и котбикормовой промышленности. М. изд.МГАПП, 1996.



## TOKNING QORASON KASALLIGIGA QARSHI KURASHISH CHORALARI

*Evatov G'iyosjon Xamzayevich,*

*Toshkent kimyo-texnologiya instituti Shahrisabz filiali assistent o'qituvchisi  
giyosjonevatov@gmail.com*

*Qobilova Yulduz Obidjon qizi,*

*Toshkent kimyo-texnologiya instituti Shahrisabz filiali talabasi*

***Annotatsiya.** Ushbu maqolada tok o'simligi kasalliklaridan biri bo'lgan qorason kasalligi (*Plasmopara viticola*) keng qamrovda tahlil qilinadi. Maqola kasallikning kelib chiqishi, biologik xususiyatlari, tarqalish usullari, atomatlari va unga qarshi kurashish choralarini qamrab oladi. Bundan tashqari, zamonaviy usullar va o'zini oqlagan agrotexnik tadbirlar orqali bu kasallikka qarshi qanday samarali kurash olib borish mumkinligi ko'rib chiqiladi. Maqola uzumchilik sohasi mutaxassisleri va fermerlarga amaliy yordam berish maqsadida yozilgan.*

***Kalit so'zlar:** tok, uzum, o'simliklar bakteriozlari, bakteriyalar, qorason kasalligi, piknidiyalar, askosporalar, zamburug'lar, parazit zamburug'lar.*

## МЕРЫ БОРЬБЫ С БОЛЕЗНЬЮ ЧЁРНОЙ ПЯТНИСТОСТИ ВИНОГРАДА

***Аннотация.** В данной статье комплексно анализируется одно из заболеваний винограда – чёрная пятнистость (*Plasmopara viticola*). В статье рассмотрены происхождение заболевания, биологические особенности, пути распространения, симптомы и меры борьбы с ним. Кроме того, будут рассмотрены способы эффективной борьбы с этим заболеванием с помощью современных методов и обоснованных агротехнических мероприятий. Статья написана с целью оказания практической помощи специалистам виноградарства и фермерам.*

***Ключевые слова:** лоза, виноград, бактериоз растений, бактерии, фитофтороз, пикниды, аскоспоры, грибы, грибы-паразиты.*

## MEASURES OF FIGHT AGAINST VINE BLACK DISEASE

***Abstract.** In this article, one of the diseases of grapevines, black spot disease (*Plasmopara viticola*) is analyzed in a comprehensive way. The article covers the origin of the disease, biological characteristics, ways of spreading, symptoms and measures to combat it. In addition, it will be considered how to effectively fight this disease through modern methods and justified agrotechnical measures. The article was written to provide practical assistance to viticulture specialists and farmers.*

***Key words:** vine, grape, bacteriosis of plants, bacteria, blight disease, pycnidia, ascospores, fungi, parasitic fungi.*

***Kirish.** Tok — uzumdoshlar oilasiga mansub ko'p yillik daraxtsimon lianalar turkumi, rezavor meva ekini. Uzum qadim zamonlarda etishtirilgan va albatta, bugungi kunga kelib, bu o'simlik shunchaki kurashish uchun zarur bo'lgan juda ko'p turli xil kasalliklarni to'plagan, aks holda, siz hosilni olmaysiz. Bu kasalliklarni yuqumli va yuqumli bo'lmaganlarga bo'lish mumkin, ular o'simlikning hayotini jiddiy ravishda buzadi va hatto, uni yo'q qilishi mumkin. Yuqumli bo'lmagan kasalliklar uzumzordagi boshqa o'simliklarni yuqtira olmaydi. Uzum do'l, qurg'oqchilik, haddan tashqari issiqlik kabi noqulay ob-havo sharoitlari ta'sirida yoki aksincha - yuqori namlik yoki zarur shart-sharoitlarning etishmasligi tufayli bunday kasalliklar bilan kasallanishi mumkin.*

*Uzum juda ko'p miqdordagi viruslar, infeksiyalar va parazitlar hasharotlarga juda zaifdir. O'simlik o'zi uchun qulay bo'lmagan sharoitlarga tushishi bilanoq, har qanday kasallik xavfi darhol oshadi. Agar biz o'z vaqtida choralar ko'rmasak, bu qayg'uli oqibatlariga olib kelishi mumkin. Shuning uchun uzumdagi kasalliklar nima ekanligini va ularni birinchi belgilar bilan qanday aniqlashni bilish muhimdir. Qorason ham uzumlarda tez-tez ta'sir qiladigan xavfli kasalliklardan biri hisoblanadi. Yuqumli kasalliklar kasal butalardan sog'lomlarga o'tishi mumkin. Infeksiya patogenlar, bakteriyalar, viruslar yoki zamburug'lar ta'siri ostida sodir bo'ladi. Bunday kasalliklar ayniqsa xavflidir, chunki ularning tarqalishi uchun qulay sharoitlarda kasallik qisqa vaqt ichida uzumzorning katta qismiga ta'sir qilishi va hatto, uni butunlay yo'q qilishi mumkin.*

Bunday kasalliklarning uzatilishi tirik butalar orasida ham, yuqtirilgan butalarning o'lik qismlaridan ham sodir bo'ladi.

Ushbu kasalliklarga qarshi barcha mavjud usullardan foydalangan holda kurashish kerak. Yuqumli kasalliklarga qarshi kurash usullari orasida:

**Tadqiqot maqsadi va vazifalari.** Tokning qorason kasalligiga qarshi kurashishdan maqsad o'simliklar hosildorligini va sog'lom rivojlanishini ta'minlashdir. Tokning qorason kasalligi (*Uncinula necator*) — asosan tok uzumzorlari uchun xavfli bo'lgan zamburug'li kasallik bo'lib, uzum barglari, novdalari va mevalariga zarar yetkazadi. Kasallikka qarshi kurashish orqali quyidagi maqsadlarga erishiladi:

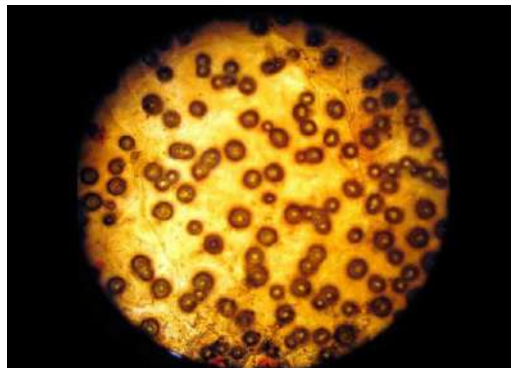
\*; **Uzum hosilini saqlab qolish** – Kasallik uzum hosilini sezilarli darajada kamaytiradi. Shu bois, zararkunandalarga qarshi kurash orqali hosildorlikni oshirish va uzumning sifatini yaxshilash muhimdir.

\***Uzumzorlarni barqaror rivojlantirish** – O'z vaqtida kasallikni aniqlash va davolash uzumzorlarning uzoq muddatli barqaror rivojlanishiga ko'mak beradi.

\***Sog'lom o'sish muhitini yaratish** – Qorason kasalligiga qarshi kurashish orqali tokning sog'lom o'sish sharoitlarini yaratish, o'simliklarning immunitetini mustahkamlash maqsad qilinadi.

\***Kimyoviy va ekologik nazorat** – Tokning qorason kasalligiga qarshi kurashish doirasida pestitsidlar va biologik nazorat usullaridan foydalanish orqali o'simliklarni himoya qilish va zararli ta'sirlarni kamaytirish maqsad qilinadi.

**Kurash choralari:** o'simliklarga bordo suyuqligi purkash, zararlangan o'simlik qoldiqlarini yo'qotish; o'simlik poyalarini ildizi bilan yig'ib olish; yerni chuqur shudgorlash.



1-rasm.

### Tadqiqot predmeti va obyekt.

Tadqiqot obyekt sifatida turli xil tok navlaridan olingan qalamchalardan: dan keltirilgan navlardan "Cabernet Sauvignon" navi, mahalliy navlaridan "Saperavi", "Rkatsiteli", "Senso" foydalanilgan. Shu bilan birgalikda, boshqa navlar asosida tadqiqot obyektlari sifatida olingan.

Tadqiqot predmeti bo'lib fungidsidlar bilan ishlov berish, Mis kupyorasi Bordo suyuqligi moddalarining ta'sir qilishi biologik faolligi, *Saccharomyces cerevisiae*; uglevodlardagi o'zgarishlar, antibakterial xususiyatlar va vino ishlab chiqarishning texnologik jarayonlariga ta'sir qiluvchi boshqa omillar. Infeksiyalangan barglar yuqori barg yuzasida qizil-jigarrang, dumaloq dog'lar (lezyonlar) paydo bo'ladi. Shikastlanishlar yetilishi bilan markaz jigarrang rangga ega bo'lib, markazda mayda, qora, piknidiya deb ataladigan pimple o'xshash meva tanachalari paydo bo'ladi. Ular odatda qorong'i chegara ichida bo'shashgan halqada joylashgan. Infeksiyalangan rezavorlar to'q jigarrang bo'lib, yuzasida ko'plab qora piknidiyalar bilan qoplangan. Oxir-oqibat rezavorlar qattiq, qora mumiyalarga aylanadi. Eng jiddiy meva infeksiyalari uzum no'xat yoki undan kattaroq bo'lganda sodir bo'ladi.

Barglari: bahor oxiridan boshlab barglarning yuqori yuzasida qizg'ish jigarrang va dumaloqdan burchakli dog'lar paydo bo'ladi. Dog'lar birlashganda, ular tartibsiz, qizil-jigarrang dog'lar hosil qiladi. Har bir bargdagi dog'lar yoki jarohatlar soni kasallikning og'irligiga qarab 2 dan 100 tagacha o'zgaradi. Barglarning o'rtasi jigarrang rangga aylanadi va qora chegara bilan o'ralgan. Qora, dog'li meva tanachalari (piknidiyalar) jarohatning chetida aniq bir halqada joylashgan. Faqat yosh, tez o'sadigan barglar ta'sir qiladi.

**Qora ildiz chirishi** - o'simliklarning zamburug' kasalligi, o'simlik to'qimalarini yemiradi va qoraytiradi. Madaniy va yovvoyi o'simliklarning 100 ga yaqin turida uchraydi. Parazit zamburug'lar va tuproq bakteriyalari qo'zg'atadi. Kartoshka, pomidor, qulupnay, uzum, sabzini, tamaki ildizi, paxta tolasini zararlaydi. Kartoshka tunganagi Qora ildiz chirishch.ni bakteriya qo'zg'atadi, tunganak o'rtasi chiriydi, po'sti qorayadi, yoriqlardan qora suyuqlik chiqadi. Kasallik dalada boshlanib, yig'ib-terib olinganidan keyin ham davom etadi. Pomidor Qora ildiz chirishichda (zamburug' keltirib chiqaradi) ko'k mevalarida qora dog'lar paydo bo'ladi. Tuproqda, zararlangan mevalarda saqlanib qoladi. G'o'za zamburug' bilan zararlanadi.

## BIOLOGY

Zamburug' g'o'za qoldiqlarida saprofit sifatida rivojlanadi. Iqlim sharoiti qulay bo'lganda ildizning zararlangan qismi orqali ichiga kiradi, parazitlik qilib, o'simlik hisobiga oziqlanadi. 8–33° temperaturada rivojlanadi.

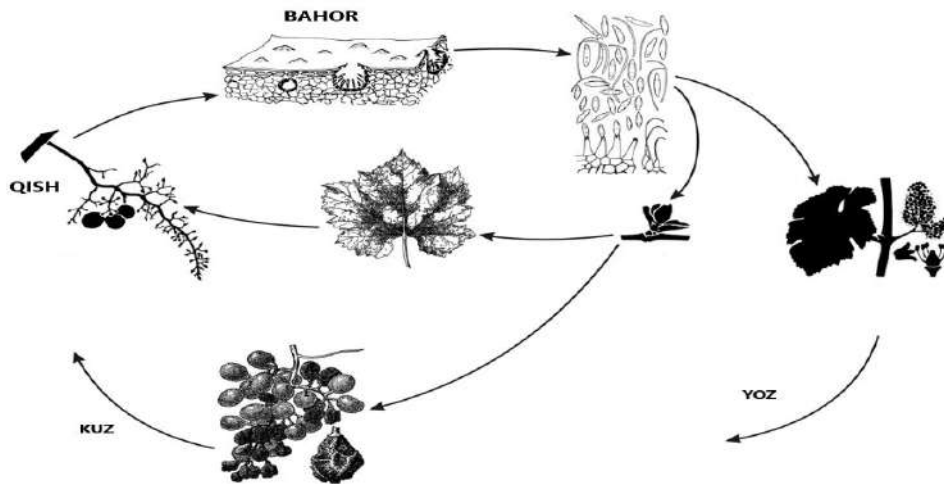


2-rasm.

### Ishning ilmiy yangiligi

Mamlakatimizda yetishtirilayotgan tokning yangicha navlaridan biri “Rizamat” “Saperavi” “Gamburgning Maskati” navidan olingan uzum hosildorligi, profilaktik xususiyatlari ega bo'lgan vino ichimligini ishlab chiqarish texnologiyasining nazariy asoslari yaratildi.

### Kasallikning rivojlanish sikli.



### Bordo Suyuqligini tayyorlash

1-jadval.

Ishlatiladigan kimyoviy preparatlar	gr.	Suv litr	Tayyor bo'lgan suyuqlik % Bordo suyuqligi 1%
Mis(kupyorasi) sulfat	100	10	1%
Oxak suyultirilgani	100	10	1%

### Tokda ishlatiladigan preparatlar ko'rsatgichlari

2-jadval.

T/r	Ishlatiladigan preparat nomi	Sarf miyori	Mavsumda qo'llanishlar soni	Bir gektardagi sarfi
1	Bordo suyuqligi	1%	2	250 litr
2	Mis kupyurasi	1%	2	250 litr
3	Bordo suyuqligi	3%	1	60 litr

**Xulosa.** Shunday qilib, tadqiqot ishlarimizdan ko'rinib turibdiki, qorason kasalligiga bergan fungisid, pistisedlarimiz va bordo suyuqligimiz bilan ishlov berganimizga o'zgarishlar katta bo'ldi. Profilaktika chorolari yuqori qishloq xo'jaligi fonini saqlab qolish uchun judda zarur.

### Adabiyotlar:

1. Buriev X.Ch., Yenileyev N.Sh. va b. Mevali va rezavor mevali o'simliklar bilan tajribalar o'tkazishda hisoblar va fenologik kuzatuvlar metodikasi. – T. 2014.
2. Елашрам М.А. Биологическая и хозяйственная характеристика сортов винограда в учхозе “Коммунист”. Автореф. дисс... канд. с.-х. наук. – Харьков, 1973. – С.
3. Эльхога М.А. Изучение некоторых селекционных сортов винограда. Автореф. дисс... канд. с.-х. наук. – Тбилиси, 1972. – С.
4. Кузнецов В.В. Феноклиматическая оценка условий произрастания плодовых и винограда. – Т.: Фан, 1972. – С. 11-18.
5. Лазаревский М.А. Методы ботанического описания и агробиологического изучения сортов винограда // Ампелография СССР. – М.: Пищепромиздат, 1946. – Т.1. – С. 347-400.
6. <https://www.syngenta.ru/target/powdery-mildew-of-grapevine>
7. [www.vinograd7.narod.ru](http://www.vinograd7.narod.ru).

## PUNKTUATSION XATOLARNING KOMPYUTER DASTURINI YARATISH TEKNOLOGIYASI VA UNING O‘ZIGA XOSLIKLARI

*Jumayeva Dilnoza Baxshulloyevna,*

*Navoiy davlat universiteti Maktabgacha va boshlang‘ich ta‘lim fakulteti,*

*Boshlang‘ich ta‘lim yo‘nalishi katta o‘qituvchisi f.f.f.d(PhD)*

*dilnoza.jumayevash@gmail.com*

**Annotatsiya.** Ushbu maqolada punktuatsion xatolarni aniqlovchi kompyuter dasturini yaratish texnologiyasi haqida umumiy ma‘lumot berilgan bo‘lib, punktuatsion xatolarni aniqlash va tuzatish tilning nafaqat grammatik to‘g‘riligi, balki matnning tushunarligi va kommunikativ samaradorligi uchun ham muhim ekanligi ta‘kidlanadi. Shuningdek, punktuatsion xatolarni aniqlovchi dasturiy ta‘minot turli xil matn tahlil qilish platformalari va ilovalarda muhim qo‘shimcha vosita sifatida xizmat qilishi mumkinligi izohlangan.

**Kalit so‘zlar:** tilshunoslik, axborot texnologiyalari, morfologik, sintaktik va semantik jihatlar, punktuatsiya, punktuatsion xatolar, morfologik va sintaktik tahlil, til modellari va algoritmlar.

## ТЕХНОЛОГИЯ СОЗДАНИЯ КОМПЬЮТЕРНОЙ ПРОГРАММЫ ДЛЯ ОБНАРУЖЕНИЯ ПУНКТУАЦИОННЫХ ОШИБОК

**Аннотация.** В данной статье приводятся общие сведения о технологии создания компьютерной программы, обнаруживающей пунктуационные ошибки, и подчёркивается, что обнаружение и исправление пунктуационных ошибок важно не только для грамматической правильности языка, но и для разборчивости и коммуникативной эффективности текста. Также поясняется, что программное обеспечение для обнаружения пунктуационных ошибок может служить важным дополнительным инструментом в различных платформах и приложениях для анализа текста.

**Ключевые слова:** лингвистика, информационные технологии, морфологические, синтаксические и семантические аспекты, пунктуация, пунктуационные ошибки, морфологический и синтаксический анализ, языковые модели и алгоритмы.

## TECHNOLOGY FOR CREATING A COMPUTER PROGRAM FOR DETECTING PUNCTUATION ERRORS AND ITS CHARACTERISTICS

**Abstract.** This article provides general information about the technology of creating a computer program that detects punctuation errors, and it is emphasized that the detection and correction of punctuation errors is important not only for the grammatical correctness of the language, but also for the intelligibility and communicative effectiveness of the text. It is also explained that punctuation error detection software can serve as an important addition to various text analysis platforms and applications.

**Keywords:** linguistics, information technology, morphological, syntactic and semantic aspects, punctuation, punctuation errors, morphological and syntactic analysis, language models and algorithms.

**Kirish.** Bugungi kunda tilshunoslik va axborot texnologiyalari sohasida tabiiy tilni qayta ishlash (Natural Language Processing, NLP) masalalari jadal rivojlanmoqda. Matnning morfologik, sintaktik va semantik jihatlarini avtomatik tahlil qilish texnologiyalari inson va kompyuter o‘rtasidagi muloqot sifatini oshirishda muhim ahamiyat kasb etadi. Shunday texnologiyalar orasida punktuatsion xatolarni aniqlovchi dasturlar ham o‘zining dolzarbligi bilan ajralib turadi.

Tilning yozma shaklidagi ifodasi o‘quvchi tomonidan mazmuni to‘g‘ri tushinishda muhim omillardan biridir. Ayniqsa, punktuatsiya qoidalarining buzilishi, matnni noto‘g‘ri talqin qilishga yoki tushinishda noqulayliklarga olib kelishi mumkin. Shu sababli, yozma nutqdagi punktuatsion xatolarni aniqlash va ularni avtomatik tuzatish bo‘yicha dasturiy ta‘minotni ishlab chiqish bugungi kunning dolzarb ilmiy-amaliy muammolaridan biri hisoblanadi.

Hozirgi davrda bunday dasturlar, nafaqat tilning grammatik xususiyatlarini tahlil qilishda, balki turli xil sohalarda, jumladan, ta'lim, tahririyat ishi, ilmiy tadqiqotlar va tijorat faoliyatida ham keng qo'llanilmoqda. Bu dasturlar tilning turli qatlamlariga moslashgan holda, punktuatsiya qoidalariga rioya qilishda yordam beradi va yozma nutqning aniqligini oshiradi.

**Adabiyotlar tahlili va metod.** Punktuatsiya xatolarini aniqlash va tuzatish tilning nafaqat grammatik to'g'riligi, balki matnning tushunariligi va kommunikativ samaradorligi uchun ham muhim hisoblanadi. Adabiyot, jurnalistika, ilmiy maqolalar yozish va kundalik ish hujjatlari bilan ishlashda punktuatsiya qoidalariga rioya qilish muhim bo'lgan bir paytda, bu qoidalarga amal qilmaslik muloqot jarayonida noto'g'ri talqinlarga olib kelishi mumkin. Ayniqsa, tilni o'rganuvchilar va turli sohalarda matn yaratadigan mutaxassislar uchun bunday dasturlar yordamida xatolarni avtomatik tahlil qilish va tuzatish imkoniyati sezilarli darajada mehnat unumdorligini oshiradi.

Shuningdek, punktuatsion xatolarni aniqlovchi dasturiy ta'minot turli xil matn tahlil qilish platformalari va ilovalarda muhim qo'shimcha vosita sifatida xizmat qilishi mumkin. Zamonaviy axborot-kommunikatsiya texnologiyalari sharoitida matnlarni katta hajmda qayta ishlash talab qilinayotgani sababli bunday dastur algoritmlari til ishlov berishning eng zarur vositalaridan biri bo'lib qolmoqda.

Puntuatsiya xatolarini aniqlash va tuzatish masalalari zamonaviy lingvistika va axborot texnologiyalari doirasida katta e'tibor qaratilgan tadqiqotlardan biridir. Ilmiy adabiyotlarda tilni kompyuter yordamida qayta ishlash bo'yicha turli yondashuvlar, xususan, matnni morfologik va sintaktik tahlil qilish usullari keng yoritilgan. Shu jumladan, punktuatsiya qoidalariga amal qilinmasligi tufayli yuzaga keladigan xatolarning tahlili va ularni avtomatik ravishda tuzatish imkoniyatlari tadqiqotlarda muhim o'rin tutadi.

Yaqin yillarda punktuatsiya xatolarini aniqlash uchun sun'iy intellekt, mashinali o'rganish (machine learning) va NLP texnologiyalaridan foydalanish keng tarqaldi. Masalan, til korpuslari asosida punktuatsiya qoidalarini o'rganish va statistik yoki qoidalarga asoslangan algoritmlar orqali xatolarni aniqlash va tuzatish bo'yicha ishlar amalga oshirilgan. Shu bilan birga, zamonaviy modellar, jumladan, transformer asosida ishlovchi til modellari (GPT, BERT va boshqalar) punktuatsiya tahlilida yuqori samaradorlikni ko'rsatmoqda.

**Metodika.** Mazkur tadqiqotda punktuatsiya xatolarini aniqlash va tuzatish algoritmi ishlab chiqishda quyidagi yondashuvlardan foydalanildi:

**Korpus yaratish:** O'zbek tilidagi turli uslub va janrlarga oid matnlardan iborat korpus tuzildi. Korpusdagi matnlar punktuatsiya qoidalariga ko'ra to'g'ri va noto'g'ri shakllarda belgilandi.

**Lingvistik qoidalarni ishlab chiqish:** Punktuatsiya qoidalarining nazariy asoslari o'rganildi va ushbu qoidalar algoritimga tatbiq etildi.

**Mashinali o'rganish modellarini o'qitish:** Korpusdan olingan ma'lumotlar asosida NLP texnologiyalari, xususan, LSTM va Transformer arxitekturalariga asoslangan modellar o'qitildi.

**Xatolarni aniqlash algoritmi:** Model tomonidan aniqlangan xatolar bo'yicha tahlil amalga oshirildi va ularning noto'g'ri qo'yilgan punktuatsiya belgilariga muvofiqligini baholash uchun statistik yondoshuv qo'llanildi.

Bu usullar yordamida ishlab chiqilgan dastur punktuatsiya xatolarini tezkor va samarali aniqlash, shuningdek, ularni avtomatik tuzatish imkoniyatini beradi. Bunda dasturning ishlash samaradorligi va to'g'rilik ko'rsatkichlari tajribaviy tarzda tekshirildi va baholandi.

**Muhokama.** Bu texnologiyani rivojlantirish, birinchidan, kompyuter yordamida tilning sintaktik va semantik qoidalarini chuqurroq o'rganish imkonini beradi; ikkinchidan, ilmiy-tadqiqot faoliyatida va ta'lim jarayonida qo'llash orqali yozma muloqot madaniyatini oshirishga xizmat qiladi. Shuning uchun punktuatsion xatolarni avtomatik aniqlash texnologiyalarini ishlab chiqish bugungi kunda nafaqat lingvistika, balki dasturiy ta'minot sohasida ham dolzarb yo'nalish sifatida ko'rilmoqda.

Dasturiy ta'minot o'z ichiga turli xil algoritmlar, ma'lumotlar bazasi, modellash texnikalari va dasturiy vositalarni oladi. Bu jarayon tabiiy tilni strukturalashtirilmagan holatdan strukturali ko'rinishga olib keladi va matnni ma'lumotga aylantirish imkonini beradi. Buning natijasida matnlar o'rtasidagi semantik aloqalarni aniqlash, jumladan, punktuatsiya qoidalariga amal qilish yoki grammatik xatolarni topish kabi vazifalar bajarilishi mumkin.

**Natijalar.** Til ishlov berish (NLP) asosan quyidagi bosqichlardan iborat:

**Matnni oldindan qayta ishlash:** Bu bosqichda matnlarni raqamli shaklda qabul qilish, tokenizatsiya (matnni so'z yoki jumalarga ajratish), stop-so'zlarni olib tashlash, lemmatizatsiya yoki stemming (so'zlarni asl shakliga keltirish) kabi jarayonlar amalga oshiriladi.

**Morfologik va sintaktik tahlil:** Matndagi har bir so'zning rolini aniqlash va ularning o'zaro bog'liqligini tushunish. Bu yerda so'zlarning qaysi turkumga kirishi va grammatik struktura tahlil qilinadi. Bu jarayon punktuatsion va grammatik xatolarni aniqlash uchun juda muhimdir.

Semantik tahlil: Ushbu bosqichda jumla yoki matnning ma'nosini aniqlashga e'tibor qaratiladi. Semantik tahlil yordamida so'zlar va iboralar orasidagi aloqalar tushuniladi, bu punktuatsion qoidalarni to'g'ri aniqlash uchun asosiy rol o'ynaydi.

Til modellari va algoritmlar: Punktuatsion xatolarni aniqlashda, til modellari yordamida so'zlar va gaplarning grammatik tuzilishi, qoidalari nazorat qilinadi. Bu jarayonda mashinaviy o'qitish texnologiyalari, qoidalarga asoslangan algoritmlar, statistika usullari kabi turli xil dasturiy modellar qo'llanadi.

Umumiy ko'rinishda, til ishlov berish texnologiyalari nafaqat punktuatsiya, balki boshqa grammatik xatolarni aniqlashda, so'zlarning ma'no bog'lanishlarini tushunishda va avtomatik tarjima qilishda ham keng qo'llaniladi. Shu sababli dasturiy ta'minot va til ishlov berishning kombinatsiyasi, matnlarni yanada samarali va to'g'ri tahlil qilish imkoniyatini yaratib, inson va kompyuter o'rtasidagi aloqani sezilarli darajada osonlashtiradi.

Puntuatsiya qoidalarini avtomatik tahlil qilish algoritmlari quyidagi asosiy tamoyillarga asoslanadi:

1. Qoidalarga asoslangan yondashuvlar (Rule-based Approach).

Bu yondashuv punktuatsiya qoidalarini oldindan belgilangan qoidalar to'plami asosida tekshirishni nazarda tutadi. Har bir til uchun punktuatsiya qoidalari aniq belgilab olinadi va bu qoidalarga asoslanib tahlil jarayoni amalga oshiriladi. Bunday algoritmlar quyidagilarni nazorat qiladi:

Vergulning to'g'ri qo'llanishi (qo'shma gaplar, bog'lovchilar bilan ishlatilishi).

Nuqtali vergul yoki ikki nuqta kabi murakkab punktuatsion belgilarni to'g'ri qo'llash.

Nuqtaning gap oxirida qo'llanishi va qisqartmalar bilan ishlatilishi.

Qavslar va tirnoqlarning to'g'ri joylashishi.

Bu yondashuvning afzalligi uning aniqligi va aniqlangan punktuatsion qoidalar asosida ishlashidir. Biroq, qoidalarga asoslangan yondashuv ko'plab qoida istisnolarini qamrab olishda qiyinchiliklarga duch kelishi mumkin.

2. Sintaktik tahlil (Syntactic Parsing).

Sintaktik tahlil matnning grammatik tuzilishini chuqur tahlil qilish imkonini beradi. Punktuatsion belgilar matndagi so'zlar va jumalar o'rtasidagi grammatik bog'lanishlarga asoslanib qo'llanadi. Algoritmlar gap tarkibiy qismlarini aniqlab, ularning o'zaro grammatik munosabatini tahlil qiladi. Bu jarayon davomida punktuatsiya qoidalari buzilgan joylar aniqlanadi:

Bog'lovchi va ajratilgan qismlar orasidagi vergul talablari.

Ega va kesim orasidagi mos kelishuv.

Birinchi va ikkinchi darajali jumalar orasidagi punktuatsiya.

Sintaktik tahlil matnning grammatik strukturasi asosida qoidalarni aniqlashda samarali bo'lib, juda murakkab gaplarda ham to'g'ri punktuatsiya tahlilini amalga oshiradi.

3. Mashinaviy o'qitish algoritmlari (Machine Learning Approaches).

Mashinaviy o'qitish texnologiyalarida, punktuatsiya xatolarini aniqlash uchun algoritmlar katta miqdordagi matnlar asosida o'qitiladi. Ushbu yondashuvda modellar ilgari o'qitilgan ma'lumotlar to'plamlaridagi namunaviy punktuatsiya qo'llanishini o'rganadi va yangi matnlarda xatolarni topishga harakat qiladi. Buning uchun quyidagi texnologiyalar qo'llaniladi:

Supervizion o'qitish: Bu usulda tizimga noto'g'ri va to'g'ri punktuatsiya qilingan matnlar to'plami kiritiladi. Algoritm punktuatsiya qoidalarini ushbu o'rganilgan ma'lumotlarga asoslanib tahlil qiladi.

Rekursiv neyron tarmoqlar (RNN) va Transformator modellar: Bu usullar ketma-ketliklardagi bog'lanishlarni tahlil qilishda juda samarali hisoblanadi. Neyron tarmoqlar til strukturalarini o'rganib, punktuatsiya qoidalarini semantik bog'lanishlar orqali aniqlashga yordam beradi.

Mashinaviy o'qitish texnologiyalari aniq qoidalarga asoslangan algoritmlarga qaraganda ancha moslashuvchan bo'lib, matnning murakkabligini va turli kontekstlarni hisobga olish imkoniyatiga ega.

4. Statistik usullar.

Statistik usullarda katta hajmdagi ma'lumotlar to'plami tahlil qilinib, punktuatsiya belgilari va matn tuzilmalarining qo'llanishi o'rtasidagi bog'lanishlar aniqlanadi. Algoritmlar punktuatsion belgilarni joylashish ehtimolini hisoblab chiqadi va ular matnning turli qismlarida qanday ishlatilishi kerakligini aniqlaydi. Bu usullar katta hajmdagi yozma matnlar va korpuslar yordamida amalga oshiriladi.

5. Gibrid yondashuvlar (Hybrid Approaches).

Puntuatsiya qoidalarini avtomatik tahlil qilishda ko'pincha bir nechta usul kombinatsiyasi qo'llaniladi. Masalan, dastlab qoidalarga asoslangan yondashuvlar yordamida matnning oddiy punktuatsiya qoidalari tekshiriladi, keyin esa murakkabroq holatlar uchun mashinaviy o'qitish algoritmlaridan foydalaniladi. Bu gibrid yondashuvlar aniqlik va moslashuvchanlikni oshiradi.

**Xulosa.** Xulosa qilib shuni ta'kidlash mumkinki, punktuatsiya qoidalarini avtomatik tahlil qilish algoritmlari lingvistik tahlil va axborot texnologiyalarining yangi bosqichlarini o'zida mujassam etadi.

Ushbu algoritmlar turli yondashuvlarni o‘z ichiga olgan bo‘lib, ularning har biri o‘zining o‘ziga xos afzalliklari va cheklovlariga ega.

Qoidalarga asoslangan tizimlar punktuatsiya qoidalarini katta aniqlik bilan aniqlashda samarali hisoblanadi. Ularning ishlash prinsipi til qoidalarining aniq modellariga bog‘liq bo‘lgani uchun aniqlik ko‘rsatkichi yuqori bo‘ladi. Ammo bu tizimlar istisnolarni yoki kontekstga bog‘liq murakkab holatlarni to‘g‘ri qayta ishlashda qiyinchilikka duch keladi. Masalan, punktuatsiya belgilari turli uslublar va janrlarda farqli talqin qilinganda, ular universal yechim taklif qila olmaydi.

Mashinali o‘qitishga asoslangan yondashuvlar esa tubdan boshqacha prinsiplarga asoslangan. Ushbu tizimlar matnlarning turli kontekstual xususiyatlarini hisobga olib, ko‘proq universal va moslashuvchan bo‘lib, tilning istisnolari va uslubiy farqlarini tahlil qilishda ko‘proq samaradorlikni namoyon etadi. Xususan, sun‘iy neyron tarmoqlari va transformer texnologiyalari asosida ishlovchi modellar murakkab va semantik jihatdan boy matnlarda punktuatsiya qoidalariga muvofiq xatolarni aniqlashda yuqori natijalarga erishmoqda.

Puntuatsion xatolarni tahlil qilish texnologiyalari, nafaqat matn sifati va tushunarligini oshirishda, balki avtomatik tahrir vositalarini yaratish va tilni o‘rganish jarayonlarini osonlashtirishda ham muhim o‘rin tutadi. Bunday texnologiyalar turli sohalarda, jumladan, ta‘lim, tadqiqot va yozuvchilik bilan bog‘liq faoliyatlarda keng qo‘llanilishi mumkin. Shu sababli, punktuatsiya qoidalarini tahlil qilish bo‘yicha tadqiqotlarni yanada rivojlantirish va bu sohada yangi algoritmlar yaratish dolzarb vazifa bo‘lib qoladi.

Shunday qilib, punktuatsiya qoidalarini avtomatik tahlil qilishda qoidalarga asoslangan va mashinali o‘qitish yondoshuvlarining integratsiyasi orqali samaraliroq va moslashuvchan yechimlar ishlab chiqish imkoniyati mavjud. Bu esa zamonaviy tilshunoslik va axborot texnologiyalarini yanada boyitib, ularning qo‘llanish doirasini kengaytirishga xizmat qiladi.

### ADABIYOTLAR:

1. Jurafsky, D., & Martin, J. H. (2019). *Speech and Language Processing: An introduction to natural language processing, computational linguistics, and speech recognition*. Nashriyot: Pearson. ISBN: 978-0131873216
2. Manning, C. D., & Schütze, H. (1999). *Foundations of statistical natural language processing*. Nashriyot: MIT Press. ISBN: 978-0262133609
3. Goldberg, Y. (2017). *Neural network methods for natural language processing*. Nashriyot: Morgan & Claypool Publishers. ISBN: 978-1627052986
4. Charniak, E. (1993). *Statistical language learning*. Nashriyot: MIT Press. ISBN: 978-0262033039
5. Briscoe, T. (1996). *Automatic extraction of grammar from corpora*. Nashriyot: MIT Press. ISBN: 978-0262527330
6. Lison, P., & Tiedemann, J. (2016). *OpenSubtitles2016: Extracting Large Parallel Corpora from Movie and TV Subtitles*. Nashriyot: LREC Proceedings.
7. Andrej Karpathy (2015). *The unreasonable effectiveness of recurrent neural networks*. Onlayn manba: <http://karpathy.github.io/2015/05/21/rnn-effectiveness/>
8. Genzel, D., & Charniak, E. (2002). *Entropy rate constancy in text*. Nashriyot: Association for Computational Linguistics (ACL)
9. Bird, S., Klein, E., & Loper, E. (2009). *Natural language processing with Python*. Nashriyot: O'Reilly Media. ISBN: 978-0596516499



### ЭЛИТА УРУҒЧИЛИК ХЎЖАЛИКЛАРИДА УРУҒЛИК ПАХТА АВЛОДЛАРИНИ ЕТИШТИРИШДАГИ МУАММОЛАР ТАҲЛИЛИ

*Мадрахимов Дилишодбек Усунжонович,  
Техника фанлари бўйича фалсафа доктори  
PhD, К.и.х, Пахтасаноат илмий маркази АЖ*

*Эсанов Анвар Ахматович,  
Техника фанлари бўйича фалсафа доктори  
PhD, "Пахтасаноат илмий маркази" АЖ*

*Абдуганнарова Шаходатхон Нойибжоновна,*

*Андижон давлат университети катта ўқитувчиси, стажёр тадқиқотчи*

**Аннотация.** Мақолада республикамиздаги элита уруғчилиқ хўжалиқларида этиштириб келинаётган уруғлик пахта авлодлари (репродукция) ни чигитини алоҳида-алоҳида ажратиб олишни механизациялаштириш муаммоларини аналитик таҳлили келтирилган. Келтирилган аналитик таҳлиллар асосида муаммони ҳал этиш бўйича техник ечим ишлаб чиқилганлиги ва тадқиқотлар йўналиши асосланганлиги баён этилган.

**Калит сўзлар:** элита, уруғлик, пахта, авлод, оила, аррали жин, ишчи камера, нав тозаллиги, валикли жин.

### АНАЛИЗ ПРОБЛЕМ ВЫРАЩИВАНИЯ ПОТОМСТВА СЕМЯН ХЛОПЧАТНИКА В ЭЛИТНОМ СЕМЕНОВОДСТВЕ

**Аннотация.** В статье приведён детальный анализ проблем механизации отдельного извлечения семян хлопчатника (репродукции), выращиваемых в элитных семеноводческих хозяйствах республики. На основе приведённого анализа изложено, что разработано техническое решение проблемы, и обосновано направление исследований.

**Ключевые слова:** элита, семена, хлопок, поколение, семья, пильный джин, рабочая камера, сортовая чистота, валиковый джин.

### ANALYSIS OF THE PROBLEMS OF SEED-PRODUCING ELITE ECONOMIC COTTON SEED-PRODUCERS

**Abstract.** The article presents an analytical analysis of the problems of mechanization of separately separating cotton seed generations (reproduction) grown in elite seed farms of our republic. Based on the presented analytical analysis, a technical solution to the problem has been developed and the direction of research has been justified.

**Keywords:** elite, seed, cotton, generation, family, saw gin, working chamber, seed cleanliness, roller gin.

**Кириш.** Жаҳон миқёсида аҳолининг озиқ-овқат хавфсизлигини таъминлашда аграр соҳанинг ўрни ва аҳамияти кундан-кунга ошиб бормоқда. Жумладан, мамлакатимизда ҳам мавжуд ресурс ва имкониятлардан оқилона фойдаланиб, аҳолини кишлоқ хўжалиқ маҳсулотлари билан кафолатли таъминлаш, ҳосилдорлик ва манфаатдорликни янада ошириш, соҳага илм-фан ютуқлари ҳамда замонавий ёндашувларни жорий этиш долзарб масаладир.

Президент Шавкат Мирзиёевнинг 2020 йил 29 декабрь куни Олий Мажлисга йўллаган Мурожаатномасида, ҳар гектар ердан олинадиган даромадни ҳозирги ўртача 2 минг доллардан камида 5 минг долларгача етказиш устувор вазифа қилиб қўйилди ва кишлоқ хўжалигига энг илғор технологиялар, сувни тежайдиган ва биотехнологияларни, уруғчилиқ, илм-фан ва инновациялар соҳасидаги ютуқларни кенг жорий этиш лозимлиги белгилаб берилди [1].

**Мавзуга оид адабиётлар таҳлили.** Жин аппарати ва пахта тозалаш технологиялари бўйича турли адабиётлар ва илмий тадқиқотлар мавжуд бўлиб, улар техник ривожланиш тарихи, замонавий инновациялар ва жараёни оптималлаштириш ҳақида маълумот беради. "Gotton Ginnin: Machinery and Technical Considerations" -бу техник асар жин аппаратларининг ишлаш механизми, технологик янгиланишлар ва уларнинг пахта саноатига таъсирини ўрганади. Ўзбекистонда жин аппарати ва пахта

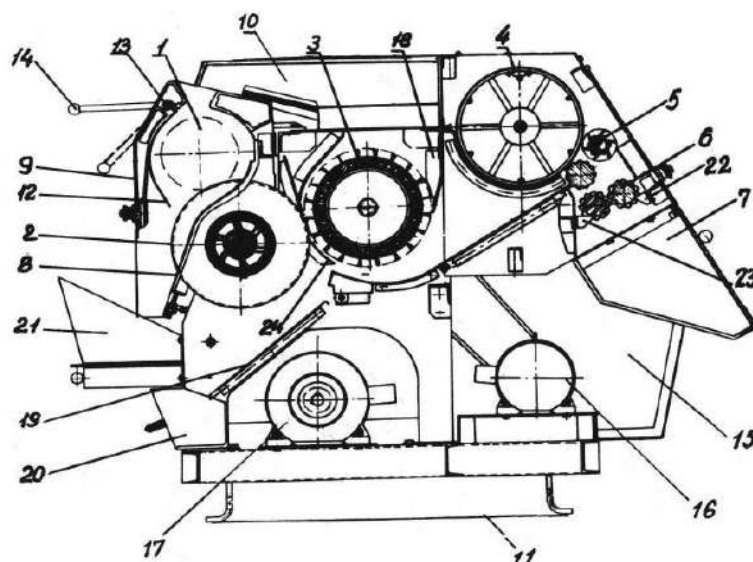
тозалаш технологиялари бўйича изланишлар олиб борган олимлар ва техник мутахассислар қишлоқ хўжалиги ва саноат соҳасида катта ютуқларга эришган. Қуйида бу йўналишда ишлаган айрим мутахассислар ва муассасалар келтирилади: Ўзбекистон Қишлоқ хўжалиги илмий тадқиқот институти олими проф. Турсунов Тошмуҳаммад – пахта тозалаш технологиялари бўйича таникли олимлардан бири. У жин аппарати ва пахта етиштиришнинг самарадорлигини ошириш йўналишида ишлаган. Ўзбекистон Республикаси пахта Саноати Вазирлиги қошидаги илмий тадқиқот марказлари бу ерда пахтани чигитидан ажратиш жараёнини автоматлаштириш ва янги технологияларни жорий этиш бўйича тадқиқотлар олиб борилади. Бу марказда ишлаган олимлардан Мирзаев Шавкат – пахта тозалаш технологиялари ва жин аппаратларини модернизация қилиш бўйича бир қатор тадқиқотлар олиб борган. Қ. Сабилов, А. Расулов ва бошқалар “ Иш унумдорлигини ошириш ва уларнинг бир меъёрга ишлаштини таъминлаш учун ғўлалар жиннинг қисм ва бўлимларини такомиллаштирилганлигини ишлаб чиқиш”. ИТХ. “Пахта tozalash ПChB” ОАЖ, Тошкент, 2006 й., 21 б. адабиётда келтирилган.

Бундан ташқари бошқа бир нечта олимлар иш олиб борган. Уларнинг изланишлари пахта етиштириш ва тозалаш жараёнларини замонавий технологияларга мос равишда такомиллаштиришга қаратилган.

**Таҳлил ва натижалар.** Уруғлик олиш мақсадида экилиши белгиланган чигитлар асосан тендердан ўтган фермер хўжаликларида ва махсус уруғчилик корхоналарида ҳамда илмий тадқиқот институтининг хўжаликларида экилади. Ушбу хўжаликлар юқори балл бонитетига эга, сув таъминоти ва иқтисодий кўрсаткичлари юқори бўлиши билан бир қаторда уруғчилик йўналишидаги мутахассислар билан таъминланган бўлиши зарур. Вегетация даврида ҳар бир нав ва авлодга хос бўлган морфологик белгилар бўйича танлов олиб борилади. Август ойида ташкилотлараро ишчи гуруҳи тузилиб, даладарда апробация қилинади.

Уруғлик пахта етиштирувчи уруғчилик фермер хўжаликларида махсус комиссия томонидан апробация ўтказилгандан сўнг, уруғлик пахтани териб олиш тартибига қаттиқ риоя қилиш талаб этилади. Уруғлик пахта ғўза тупининг 3-7 ҳосил шохидаги биринчи кўсақлар пахтасидан териб олинади. Бунда уруғчилик хўжалигининг йўналишига қараб, уруғлик авлодлар (репродукция) бўйича алоҳида терилиши шарт. Уруғлик пахтани териб олишда далада камида 65-70% кўсақлар очилган бўлиши ҳамда теримда иштирок этадиган теримчилар уруғлик пахтани териб олиш тартиби билан таништирилиши шарт. Мутахассислар томонидан уруғлик учун яроқли деб топилган ғўза майдонлари бегона ўтлардан ва бошқа нав аралашмаларидан тозаланган бўлиши лозим. Далада 65-70% кўсақлар очилганда уруғлик пахтани теришга руҳсат этилади. Уруғчилик хўжалиги уруғчи агрономи, пахта уруғчилиги бирлашмаси мутахассислари ва «Давуруғназорат» инспекторлари назорати остида уруғлик пахта терилиши ташкил этилиши шарт. Уруғлик пахтани териб олишда пастдаги ва 8-ҳосил шохидан юқори шохлардаги ва ғўзанинг асосий тупидан узоқ жойлашган, касалланган, мажбуран очилган, зараркунанда ҳашаротлар билан зарарланган кўсақлар пахтасини териш тақиқланади [2].

Элита уруғчилик хўжаликларида уруғлик пахтани етиштиришнинг махсус тизими йўлга қўйилган бўлиб, бу тизимнинг асосий мақсади уруғлик пахта авлодларини нав тозаланини белгиланган меъёрларга жавоб беришини таъминлашга хизмат қилади. Уруғлик пахта асосан элита уруғчилик хўжаликларида, хусусий уруғчилик корхоналарида ва илмий-тадқиқот институтларининг филиалларида етиштирилади ҳамда яқка танлов, синов намунаси, уруғ кўпайтириш мақсадида элита уруғликлар териблиб, махсус ёпик омборларда белгиланган тартибга кўра қопларда чигитидан ажратилгунича сақланади. Масалан, элита уруғчилик хўжаликларида кичик майдонда (1,1 гектар) биринчи йил кўчатзориди пахта чигитининг 1500 тадан кам бўлмаган оиласи экилиши ташкил этилади. Ҳар бир оиланинг уруғлик пахтаси алоҳида териб олинган (индивидуал танлов) тахминан 60-85 грам га тенг миқдорда бўлади. Бунча миқдордаги оилага тегишли уруғлик пахта намуналарини чигитини ажратиб олиш мақсадида элита уруғчилик хўжаликларининг лабораторияларида мавжуд бўлган 10 дона арралик жинларидан фойдаланиб келинмоқда (1-расм).



**1-расм - ДЛ-10 лаборатория жини схемаси**

1 - ишчи камера; 2 - аррали цилиндр; 3 - чўткали барабан; 4 - конденсор барабани; 5 - чиқариш валиги; 6 - зичлаш валиклари; 7 - тола учун бункер; 8 - колосникли панжара; 9 - фартук; 10 - пахта учун нов; 11 - остов; 12 - чигит тароғи; 13 – шарнир; 14 - чигит тароғи дастаси; 16,17 - электродвигателлар; 18 - йўналтиргич; 19 - йўналтириш текислиги; 20 - улюк қутиси; 21 - чигит нови; 22, 23 - тўсиклар; 24 - улюк козерёги

Бундан ташқари, элита уруғчилик хўжаликларининг биринчи йил кўчатзоридан етиштирилган оилалардаги пахта ҳосили (брак бўлмаган оилалардан) алоҳида-алоҳида териб олиниб, иккинчи йил кўчатзорига 250 тадан кам бўлмаган оилада экилади. Иккинчи йил кўчатзорига экиладиган хар бир оиладаги уруғлик пахтасини миқдори ҳам кам миқдорда бўлиб, 12-15 кг ни ташкил этиши мумкин.

Республикаимизнинг хар бир вилоятида 4-7 тадан кам бўлмаган элита уруғчилик хўжаликлари фаолият юритаётганлигини эътиборга оладиган бўлсак, уларни биринчи ва иккинчи йил кўчатзорларида етиштирилаётган уруғлик пахталарини хар бир оила бўйича чигитини алоҳида-алоҳида бир-бирига аралашиб кетишига йўл қўймасдан ажратиб олиш муаммоси ҳозирги кунгача ечилмаган.

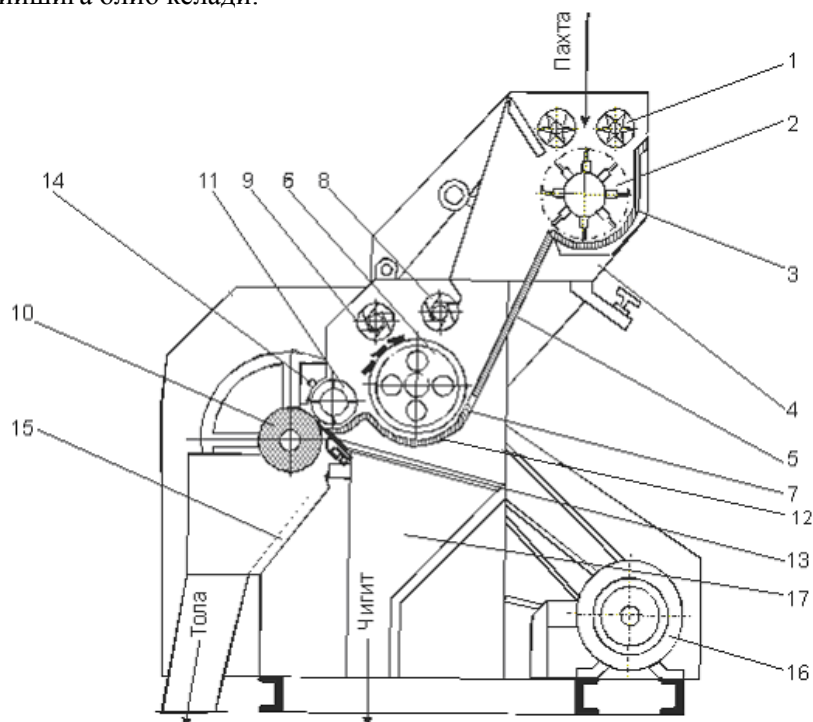
Чунки элита уруғчилик хўжаликларининг лабораторияларида қўлланилиб, келинаётган 10 дона арралик жини кичик миқдордаги пахта намуналарини жинлашга имконият бермайди. Аррали жин конструкциясининг хусусиятига кўра, пахта хом ашёси жиннинг ишчи камерасига киритиб берилиши ва ишчи камерада тавсия этилган пахтанинг зичлиги доимий таъминланганидагина жинлаш (пахтадан чигитни ажратиш) жараёни бажарилиши мумкин [3].

Тўғри, элита уруғчилик хўжаликларининг иккинчи йил кўчатзоридан олинган оилавий уруғлик пахталарини аррали лаборатория жинида жинланиши мумкин, лекин бу ҳолатда ҳам жин камерасида хом ашё валигини ташкил этишни ўзига 0,5-0,8 кг дан кам бўлмаган пахта керак бўлганлиги учун хар бир оила пахтасини алоҳида жинлаш қийин муаммодир.

Юқоридаги келтирилганлардан хулоса қилиш мумкинки, кам миқдордаги уруғлик пахта намуналарини аррали жинларда чигитини ажратиш, қийин муаммо бўлиб, озгина эътиборсизлик туфайли оилавий пахта намуналари чигитларини бир-бирига аралаштириш ҳолатлари бўлиши табиий хол бўлишлиги эҳтимолдан узоқ эмаслиги маълум.

Аррали жинлардан ташқари ингичка толали пахта навларини жинлаш мақсадида валикли жинлар ишлатилиши ҳам маълум (2-расм). Ҳозирда саноатда қўлланилиб келинаётган ДВ-1М русумли жинни ишчи технологик ҳолатини таҳлили шуни кўрсатадики, жиннинг паспорт кўрсаткичлари бўйича ишчи барабаннинг айланиш сони 250÷270 айл/дақ бўлган ҳолда, урувчи барабаннинг айланишлар тезлиги 430 айл/дақ бўлганида ишчи зонага келган пахтадан толани ажратилиши 45÷50 фоиз бўлиб, ишчи қисмлар орасида пахтанинг айланиш сони 14-16 мартага бориб етади, натижада чигит ва толанинг сифат кўрсаткичларига салбий таъсир кўрсатилади [4].

Шунингдек, пахта хом ашёсини ишчи зонага игнали барабан орқали берилганда хар хил фоизда жинланган толаси бор чигитлар янги таъминлагичдан тушган пахта билан аралашиб жинни иш фаолиятини пасайишига олиб келади.



**2-расм. ДВ-1М русумли валикли жиннинг қўндаланг кесими схемаси**

1-таъминлагич валиклари; 2- козиқчали барабан; 3- тўрли юза; 4- ифлосликни йўналтирувчи тарнов; 5, 15–тарновлар; 6 - игнали барабан; 7- колосникли панжара; 8 - текисловчи валик; 9 - тезлаштирувчи валик; 10 - ишчи барабан; 11- урувчи барабан; 12- тўрли юза; 13- кўзгалмас пичок декаси билан; 14 - олд козерёк; 15- тола тарнови; 16- электродвигател; 17- ажралган чигит тарнови.

**Хулоса.** Юқорида баён этилган муаммоларни ечиш мақсадида, элита уруғчилик хўжалиklarини биринчи ва иккинчи йил кўчатзорларида етиштирилган нисбатан кам миқдордаги, лекин жуда кўп сонли оилавий пахта намуналарини нав тозаланиши таъминлаган ҳолда, тола ва чигитнинг сифат кўрсаткичларига салбий таъсир кўрсатмайдиган валикли лаборатория жинини ишлаб чиқиш бўйича техник ечим ишлаб чиқилди. Ишлаб чиқилган техник ечимга кўра, лаборатория жини республикадаги барча элита уруғчилик хўжалиklarини лабораторияларида ҳозирги кунгача фойдаланиб келинаётган аррали жинларини ўрнига фойдаланилиши мумкин бўлиб, унинг ёрдамида жуда кам миқдордаги, ва ундан кўпроқ, яъни 15-20 кг гача бўлган уруғлик пахта намуналарини алоҳида-алоҳида чигитларини аралаштирмаган ҳолда жинлаш имкониятига эга бўлинади. Чунки, бу ишлаб чиқиладиган валикли жинда ишчи камера бўлмайди, ва пахта намунаси қайта-қайта ишчи зонага юборилмайди. Айни вақтда техник ечимни янгилигини ҳужжатлаштириш мақсадида интеллектуал мулк агентлигига талабнома топширилган ва валикли лаборатория жинини ишчи чизмаларини тайёрланмоқда. Келгуси тадқиқот натижаларида ишлаб чиқиладиган валикли лаборатория жинини асосий параметрларини назарий ва амалий асослаш вазибалари белгилаб олинган.

### АДАБИЁТЛАР:

1. Пахтани дастлабки ишлаш бўйича қўлланма, “Ўзпахтасаноат” АЖ, Тошкент, 2019 й, 477б.
2. Қ.Сабиrow, А.Расулов ва бошқалар. Иш унумдорлигини ошириш ва уларнинг бир меъёрда ишлашини таъминлаш учун гўлали жиннинг қисм ва бўлимларини такомиллаштирилганлигини ишлаб чиқиш. ИТХ. “Пахта тозалаш ИЧВ” ОАЖ, Тошкент, 2006 й., 21 б.

2030

UZBEKISTAN RESEARCH ONLINE

uzjournals.edu.uz



® digital object  
identifier

Google  
scholar

ROAD

DIRECTORY  
OF OPEN ACCESS  
SCHOLARLY  
RESOURCES



ADVANCED SCIENCES INDEX

**"SCIENTIFIC REPORTS  
OF BUKHARA STATE  
UNIVERSITY"**

The journal was composed  
in the Editorial and  
Publishing Department of  
Bukhara State University.

**Editorial address:**

Bukhara, 200117  
Bukhara State University, main  
building, 2<sup>nd</sup> floor, room 219.  
Editorial and Publishing  
Department.  
[https://buxdu.uz/32-buxoro-  
davlat-universiteti-ilmiy-  
axboroti/131/131-buxoro-davlat-  
universiteti-ilmiy-axboroti/](https://buxdu.uz/32-buxoro-davlat-universiteti-ilmiy-axboroti/131/131-buxoro-davlat-universiteti-ilmiy-axboroti/)  
e-mail:  
nashriyot\_buxdu@buxdu.uz

Printing was permitted  
27.12.2024 y. Paper format  
60x84,1/8. Printed in express  
printing method. Conditional  
printing plate – 35,30.  
Circulation 70. Order № 30.  
Price is negotiable.

Published in the printing house  
"BUKHARAHAMD PRINT" LLC  
Address: Bukhara,  
K.Murtazayev street, 344